|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH BÀ RỊA VŨNG TÀU** | **KỲ THI TUYỂN SINH THPT CHUYÊN**  **LÊ QUÝ ĐÔN**  **NĂM HỌC 2019-2020**  **Môn : TOÁN (chuyên)**  Ngày thi: 31.05.2019 |

**Đề Chính Thức**

**Câu 1. (3đ)**

1. Rút gọn biểu thức với 
2. Giải hệ phương trình : 
3. Giải hệ phương trình: 

**Câu 2. (2đ)**

1. Cho các số thực thỏa mãn Chứng minh phương trình luôn có nghiệm
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương thỏa mãn phương trình : 

**Câu 3. (1đ)** Cho các số thực dương thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

**Câu 4. (3đ)** Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC với Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại J khác A. Đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt đường thẳng AB tại M khác B và đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt đường thẳng AC tại N khác C

1. Chứng minh rằng và ba điểm thẳng hàng
2. Chứng minh là tia phân giác của và OA vuông góc với MN
3. Tia phân giác của góc cắt MN tại E. Tia phân giác của các góc và lần lượt cắt BE, CE tại P, Q. Chứng minh 

**Câu 5. (1đ)** Trên mặt phẳng cho 17 điểm phân biệt. trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Giữa hai điểm bất kỳ trong ba điểm đã cho ta nối một đoạn thẳng và trên đoạn thẳng đó ghi một số nguyên dương (các số ghi trên các đoạn thẳng là các số nguyên dương khác nhau). Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có cạnh là các đoạn thẳng đã nối mà tổng các số ghi trên 3 cạnh của tam giác đó chia hết cho 3

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

****

****

Đặt ta có phương trình 

vô nghiệm



Vậy tập nghiệm của phương trình là 





TH1:thay vào pt (1) ta được 

TH2: 

Thử lại ta thấy không là nghiệm của hệ phương trình đã cho .

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm 

**Câu 2.**

1. Nếu thì và do đó phương trình có nghiệm 

Nếu thì 

Nếu  nên phương trình có nghiệm

Nếu thì



Nên phương trình có nghiệm

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi số thực  thỏa mãn 

1. Ta có : 

Nếu lẻ 

mà 

Nên . Mặt khác 

Vậy trường hợp này không xảy ra

Nếu chẵn thì ta có phương trình:



Vì nên và 

Do đó hoặc 

TH1: (vô nghiệm)

TH2: 

Vậy phương trình đã cho có nghiệm 

**Câu 3.**

Ta sẽ chứng minh 

Thật vậy ta có 

(luôn đúng)

Do đó 

Áp dụng bất đẳng thức ta có:  


Đẳng thức xảy ra khi . Vậy 

**Câu 4.**

****

a) Tứ giác nội tiếp nên 

Tứ giác nội tiếp nên 

Tứ giác nội tiếp nên 

Do đó   
Ta lại có: 

Suy ra thẳng hàng

b) và là tứ giác nội tiếp nên 

suy ra là tia phân giác của 

Kẻ tiếp tuyến của đường tròn (O) . Suy ra 

Ta lại có : , do đó nên 

Vậy 

c) Vì 

Vì I là trung điểm của BC nên 



Ta lại có nội tiếp nên 

Suy ra 

Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: 



**Câu 5.**

Ta tô màu các đoạn thẳng bằng 3 màu đỏ, xanh , vàng . Ta sẽ chứng minh tồn tại một tam giác có ba cạnh được tô cùng màu.

Gọi A là một điểm đã cho, nối A với 16 điểm còn lại ta được 16 đoạn thẳng.

Ta có: nên theo định lsy Dirichle tồn tại ít nhất 6 đoạn thẳng được tô cùng màu.

Giả sử 6 đoạn thẳng đó là có cùng màu đỏ. Xét các đoạn thẳng nối từng cặp điểm trong 6 điểm thì xảy ra trường hợp sau:

**TH1:** Tồn tại một đoạn thẳng được tô màu đỏ, chẳng hạn là BC thì tam giác ABC có ba cạnh cùng màu đỏ

**TH2:**  Tất cả các đoạn thẳng nối chỉ có màu xanh hoặc vàng. Ta xét 5 đoạn thẳng được tô bởi 2 màu thì theo nguyên lý Dirichle tồn tại ít nhất 3 đoạn thẳng có cùng một màu. Giả sử có cùng màu xanh

+Nếu trong ba đoạn thẳng có một đoạn tô màu xanh, chẳng hạn CD thì tam giác BCD có ba cạnh cùng màu xanh.

+Nếu trong ba đoạn thẳng không có đoạn nào tô màu xanh, thì tam giác CDE có ba cạnh màu vàng

Do vậy tồn tại một tam giác có ba cạnh tô cùng màu

Lấy các số nguyên dương trên mỗi đoạn thẳng chia cho 3 ta được các số dư là . Tô màu các đoạn thẳng có số dư là 0,1,2 tương ứng với 3 màu đỏ,xanh, vàng

Theo kết quả thì luôn tồn tại một tam giác có 3 cạnh được tô cùng màu, tức là 3 số ghi trên cạnh của tam giác có cùng số dư r khi chia cho 3, chẳng hạn là , Khi đó:

là số chia hết cho 3