ĐỀ THI TN THPT 2021- MÃ 110
MÔN TOÁN
THỜI GIAN: 90 PHÚT

STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

TỔ 10

Câu 1. **[Mức độ 1]** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_2=-3+2i$. **B.** $z_4=3+2i$. **C.** $z_3=3-2i$. **D.** $z_1=-3-2i$.

Câu 2. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-2x+5y+z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(-2;5;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;5;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;5;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-5;1)$.

Câu 3. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 5. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)=x^2+3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+3x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+3x+C$.

Câu 6. **[Mức độ 1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

A. -3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 7. **[Mức độ 1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 16π. **C.** 12π . **D.** 36π.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Nghiệm của phương trình $\log_5(3x)=2$ là:

A. $x=\dfrac{25}{3}$. **B.** $x=\dfrac{32}{3}$. **C.** $x=32$. **D.** $x=25$.

Câu 9. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là:

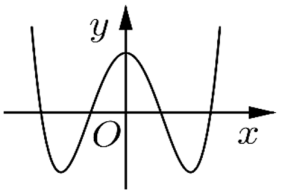
A. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$. **B.** $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 10. **[Mức độ 1]** Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=6$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

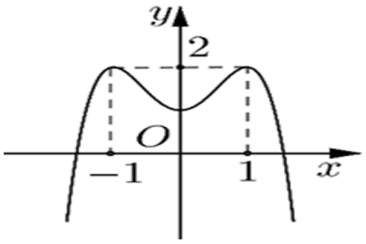
A. -1. **B.** 1. **C.** -11. **D.** 11.

Câu 11. [Mức độ 2] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=2x^4-4x^2+1$.

Câu 12. [Mức độ 2] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 13. [Mức độ 1] Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $32a^3$. **C.** $64a^3$. **D.** $16a^3$.

Câu 14. [Mức độ 1] Phần thực của số phức $z=6-2i$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** -6. **D.** -2.

Câu 15. [Mức độ 1] Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{3}{2}a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 16. [Mức độ 1] Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^3 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 17. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$.

Câu 18. [Mức độ 1] Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^5=\frac{n!}{5!(n-5)!}$. **B.** $A_n^5=\frac{n!}{(n-5)!}$. **C.** $A_n^5=\frac{(n-5)!}{n!}$. **D.** $A_n^5=\frac{5!}{(n-5)!}$.

Câu 19. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là

A. R. **B.** $\mathrm{R}\setminus\{0\}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

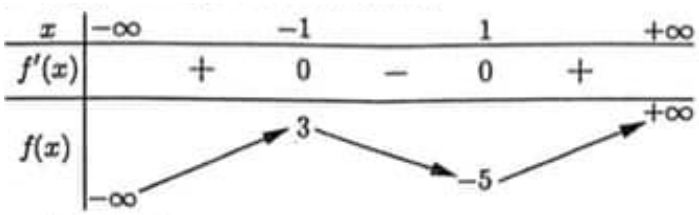
Câu 20. [Mức độ 2] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** −9. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 21. **[Mức độ 1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=16\pi R^2$. **B.** $S=4\pi R^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S=\pi R^2$.

Câu 22. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -5.

Câu 23. **[Mức độ 1]** Đồ thị của hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 24. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)=e^x+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x-1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+C$.

Câu 25. **[Mức độ 1]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<5$ là

A. $(-\infty;\log_5 2)$. **B.** $(-\infty;\log_2 5)$. **C.** $(\log_5 2;+\infty)$. **D.** $(\log_2 5;+\infty)$.

Câu 26. **[Mức độ 1]** Cho hai số phức $z=5+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $6-2i$. **B.** $4+6i$. **C.** $-4-6i$. **D.** $6+2i$.

Câu 27. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-4;1;-3)$. **B.** $(4;-1;3)$. **C.** $(-4;1;3)$. **D.** $(4;1;3)$.

Câu 28. **[Mức độ 1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{4}}$ là:

A. $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. **B.** $y'=\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$. **C.** $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y'=\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$.

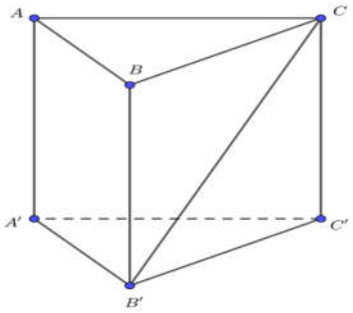
Câu 29. **[Mức độ 2]** Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=8$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3b=64$. **B.** $a^3+b=64$. **C.** $a^3+b=256$. **D.** $a^3b=256$.

Câu 30. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. **B.** $3\sqrt{2}a$. **C.** $3a$. **D.** $\frac{3}{2}a$.

Câu 31. **[Mức độ 2]** cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng



A. 60°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 30°.

Câu 32. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+y+4z-17=0$. **B.** $2x+y+4z-4=0$.

C. $2x+y+2z-11=0$. **D.** $2x+y+2z-2=0$.

Câu 33. **[Mức độ 2]** Cho số phức z thỏa mãn $iz=6+5i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\overline{z}=5+6i$. **B.** $\overline{z}=-5+6i$. **C.** $\overline{z}=-5-6i$. **D.** $\overline{z}=5-6i$.

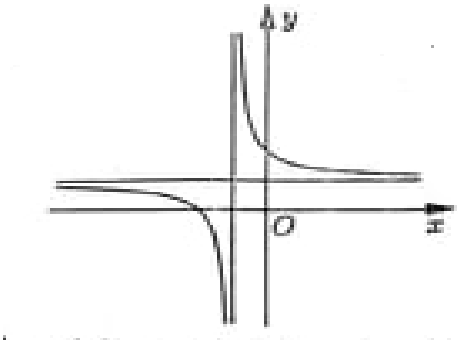
Câu 34. **[Mức độ 2]** Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 35. **[Mức độ 2]** Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 36. **[Mức độ 1]** Biết hàm số $y=\frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước và $a\neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\ \forall x\neq -1$.

C. $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\ \forall x\neq -1$.

Câu 37. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 38. **[Mức độ 2]** Nếu $\int_0^2 f(x)dx=3$ thì $\int_0^2 \left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

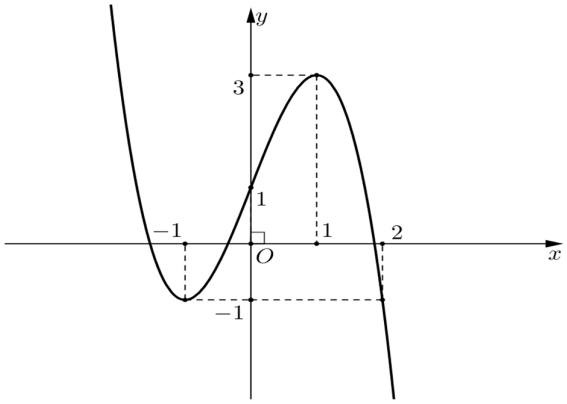
Câu 39. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x-1 & khi \quad x\ge 1\\ 3x^2-2 & khi \quad x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 11. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 15.

Câu 40. **[Mức độ 3]** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left[\log_2(x+30)-5\right]\le 0$?

A. 31. **B.** 30. **C.** Vô số. **D.** 29.

Câu 41. **[Mức độ 3]** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f(x)\right)=1$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 42. **[Mức độ 4]**Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{12x}$.

A. 27. **B.** 15. **C.** 12. **D.** 14.

Câu 43. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 2$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $2\ln 2$. **D.** $\ln 6$.

Câu 44. **[Mức độ 3]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60°, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $2\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 45. **[Mức độ 3]** Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. 3. **B** $\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 46. **[Mức độ 3]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30^0. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $16\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $48\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 47. **[Mức độ 3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{13}$. **B.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$. **D.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 48. **[Mức độ 4]** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=5$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 49. **[Mức độ 4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $\sqrt{41}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 50. **[Mức độ 4]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-8)(x^2-9),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x^3+6x|+m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.D	4.C	5.D	6.B	7.A	8.A	9.C	10.D
11.D	12.C	13.C	14.B	15.B	16.C	17.B	18.B	19.A	20.A
21.B	22.B	23.A	24.B	25.B	26.A	27.B	28.C	29.D	30.C
31.B	32.D	33.A	34.D	35.C	36.D	37.C	38.A	39.C	40.A
41.D	42.D	43.C	44.C	45.D	46.D	47.C	48.D	49.C	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. **[Mức độ 1]** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_2=-3+2i$. **B.** $z_4=3+2i$. **C.** $z_3=3-2i$. **D.** $z_1=-3-2i$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Văn Đoàn

Điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_2=-3+2i$.

Câu 2. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-2x+5y+z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(-2;5;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;5;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;5;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-5;1)$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Văn Đoàn

Mặt phẳng $(P):-2x+5y+z-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(-2;5;1)$.

Câu 3. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Fb tác giả: Huan Nhu

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy đạo hàm đổi dấu qua các điểm $-3,-2,3,5$.

Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Fb tác giả: Huan Nhu

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty$.

Vậy đường thẳng $x=2$ là TCĐ của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 5. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)=x^2+3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,dx=x^3+3x+C$. **B.** $\int f(x)\,dx=2x+C$.

C. $\int f(x)\,dx=x^2+3x+C$. **D.** $\int f(x)\,dx=\dfrac{x^3}{3}+3x+C$.

Lời giải

FB tác giả: Lưu Trung Tín

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+3x+C$.

Câu 6. **[Mức độ 1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt[3]{a}$ bằng

A. -3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Lưu Trung Tín

Với $a>0$ và $a\neq 1$ ta có $\log_a\sqrt[3]{a}=\log_a a^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}\log_a a=\frac{1}{3}$.

Câu 7. **[Mức độ 1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 16π. **C.** 12π . **D.** 36π.

Lời giải

FB tác giả: Bùi Thị Như Quỳnh

Thể tích của khối trụ là: $V=\pi r^2h=\pi.4^2.3=48\pi$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Nghiệm của phương trình $\log_5(3x)=2$ là:

A. $x=\frac{25}{3}$. **B.** $x=\frac{32}{3}$. **C.** $x=32$. **D.** $x=25$.

Lời giải

FB tác giả: Bùi Thị Như Quỳnh

Điều kiện: $3x>0\Leftrightarrow x>0$.

Ta có: $\log_5(3x)=2\Leftrightarrow 3x=25\Leftrightarrow x=\frac{25}{3}$ (tm).

Câu 9. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là:

A. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$. **B.** $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

Lời giải

FB tác giả: Thân Lộc

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2 có phương trình là $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 10. **[Mức độ 1]** Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=6$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_1^4\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

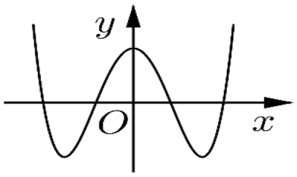
A. -1. **B.** 1. **C.** -11. **D.** 11.

Lời giải

FB tác giả: Thân Lộc

Ta có: $\int_1^4\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=11$.

Câu 11. **[Mức độ 2]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=2x^4-4x^2+1$.

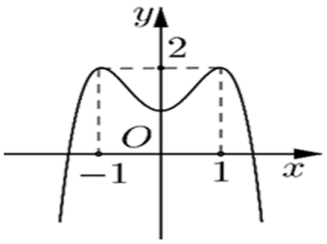
Lời giải

FB tác giả: Hong Pham

Dựa trên hình dạng đường cong đã cho và các phương án, ta suy ra đường cong trên là đồ thị của hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$, với $a>0$.

Do đó chọn đáp án D.

Câu 12. [Mức độ 2] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Hong Pham

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

Câu 13. [Mức độ 1] Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $32a^3$. **C.** $64a^3$. **D.** $16a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Hồng Hạnh

Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ là $V=(4a)^3=64a^3$.

Câu 14. [Mức độ 1] Phần thực của số phức $z=6-2i$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** -6. **D.** -2.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Hồng Hạnh

Số phức $z=6-2i$ có phần thực bằng 6.

Câu 15. [Mức độ 1] Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{3}{2}a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Phương Mai

Thể tích của khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.3a^2.a=a^3$.

Câu 16. **[Mức độ 1]** Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_0^3 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Phương Mai

Ta có: $\int_0^3 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 2.3 = 6$.

Câu 17. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5;2;-3)$. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 2+5t \\ y = 2+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2+5t \\ y = 2+2t \\ z = 1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 5+2t \\ y = 2+2t \\ z = -3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2+5t \\ y = 2+2t \\ z = -1-3t \end{cases}$.

Lời giải

FB tác giả: Cao Thế Phạm

Ta có phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5;2;-3)$ là $\begin{cases} x = 2+5t \\ y = 2+2t \\ z = 1-3t \end{cases}$.

Câu 18. **[Mức độ 1]** Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^5 = \dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. **B.** $A_n^5 = \dfrac{n!}{(n-5)!}$. **C.** $A_n^5 = \dfrac{(n-5)!}{n!}$. **D.** $A_n^5 = \dfrac{5!}{(n-5)!}$.

Lời giải

FB tác giả: Cao Thế Phạm

Áp dụng công thức $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!} \Rightarrow A_n^5 = \dfrac{n!}{(n-5)!}$.

Câu 19. **[Mức độ 1]** Tập xác định của hàm số $y = 7^x$ là

A. R. **B.** $\mathrm{R}\setminus\{0\}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Fb tác giả: Hồng Ốc

Hàm số $y = 7^x$ có tập xác định D=R.

Câu 20. **[Mức độ 2]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** –9. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Fb tác giả: Hồng Ốc

Do (u_n) là cấp số nhân, gọi q là công bội của cấp số nhân ta có: $u_2 = u_1.q \Leftrightarrow q = \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{12}{4} = 3$.

Câu 21. **[Mức độ 1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

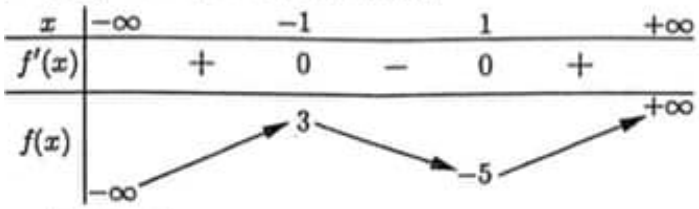
A. $S = 16\pi R^2$. **B.** $S = 4\pi R^2$. **C.** $S = \dfrac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S = \pi R^2$.

Lời giải

FB tác giả: Lớp Toán Cô Phương

Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức $S=4\pi R^2$.

Câu 22. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -5.

Lời giải

FB tác giả: Lớp Toán Cô Phương

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 23. **[Mức độ 1]** Đồ thị của hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

FB tác giả: Nguyen Hoang Huy

Với $x=0$ ta có $y=3$ nên đồ thị của hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Câu 24. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)=e^x+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x-1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+C$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyen Hoang Huy

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+x+C$.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<5$ là

A. $(-\infty;\log_5 2)$. **B.** $(-\infty;\log_2 5)$. **C.** $(\log_5 2;+\infty)$. **D.** $(\log_2 5;+\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Liên Hồ

Ta có $2^x<5\Leftrightarrow x<\log_2 5$.

Câu 26. Cho hai số phức $z=5+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $6-2i$. **B.** $4+6i$. **C.** $-4-6i$. **D.** $6+2i$.

Lời giải

FB tác giả: Liên Hồ

Ta có: $z+w=5+2i+1-4i=6-2i$.

Câu 27. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-4;1;-3)$. **B.** $(4;-1;3)$. **C.** $(-4;1;3)$. **D.** $(4;1;3)$.

Lời giải

FB tác giả: Bui Bai

Điểm $O(0;0;0)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{OA}=(4;-1;3)$.

Câu 28. **[Mức độ 1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{4}}$ là:

A. $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. **B.** $y'=\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$. **C.** $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y'=\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$.

Lời giải

FB tác giả: Bui Bai

$y'=\left(x^{\frac{5}{4}}\right)'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 29. **[Mức độ 2]** Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=8$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3b=64$. **B.** $a^3+b=64$. **C.** $a^3+b=256$. **D.** $a^3b=256$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Tuấn Việt

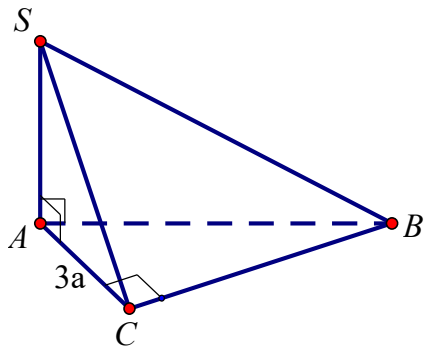
Ta có $\log_2 a^3+\log_2 b=8\Leftrightarrow\log_2 a^3b=8\Leftrightarrow a^3b=2^8\Leftrightarrow a^3b=256$.

Câu 30. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. **B.** $3\sqrt{2}a$. **C.** $3a$. **D.** $\frac{3}{2}a$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Tuấn Việt

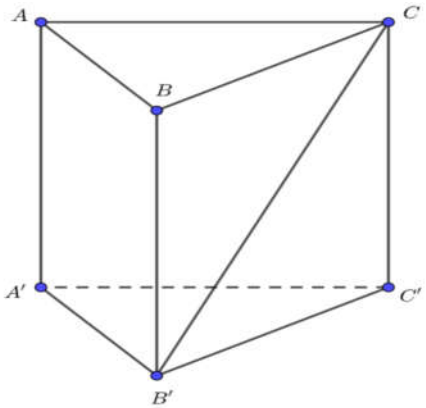


Vì tam giác ABC vuông cân tại C nên $BC=3a$ và $BC\perp AC$.

Mặt khác, ta có $SA\perp(ABC)$ nên $SA\perp BC$.

Ta suy ra $BC\perp(SAC)$, khi đó $d\left(B,(SAC)\right)=BC=3a$.

Câu 31. **[Mức độ 2]** cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng



A. 60°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 30°.

Lời giải

FB tác giả: Minh Bùi

Do $AA'//BB' \Rightarrow \left(\widehat{AA';B'C}\right)=\left(\widehat{BB';B'C}\right)=\widehat{BB'C}$.

Có $BB' \perp BC, BB'=BC \Rightarrow \Delta B'BC$ vuông cân tại $B \Rightarrow \widehat{BB'C}=45^\circ$.

Câu 32. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+y+4z-17=0$. **B.** $2x+y+4z-4=0$.

C. $2x+y+2z-11=0$. **D.** $2x+y+2z-2=0$.

Lời giải

FB tác giả: Minh Bùi

$\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$. Mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{AB}$ là một véc tơ pháp tuyến, và đi qua điểm $A(0;0;1)$ có phương trình là: $2(x-0)+(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+2z-2=0$.

Câu 33. **[Mức độ 2]** Cho số phức z thỏa mãn $iz=6+5i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\bar{z}=5+6i$. **B.** $\bar{z}=-5+6i$. **C.** $\bar{z}=-5-6i$. **D.** $\bar{z}=5-6i$.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Văn Bình

Ta có: $iz=6+5i \Rightarrow z=5-6i \Rightarrow \bar{z}=5+6i$.

Câu 34. **[Mức độ 2]** Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Văn Bình

Ta có $y'=3x^2-6x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$. Ta đang xét trên đoạn $[-2;1]$ nên loại $x=2$.

Ta có $f(-2)=-21; f(0)=-1; f(1)=-3$.

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ là -1, tại $x=0$.

Câu 35. **[Mức độ 2]** Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

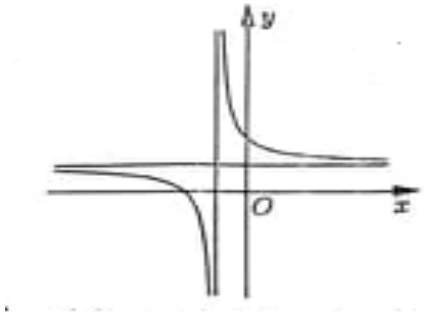
Lời giải

Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả, ta có: $n(\Omega)=C_{10}^3$.

Gọi biến cố A: 'lấy được 3 quả màu xanh' nên $n(A)=C_6^3$

Vậy, xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6}$.

Câu 36. **[Mức độ 1]** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước và $a\neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.
B. $y'>0,\ \forall x\neq -1$.
C. $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.
D. $y'<0,\ \forall x\neq -1$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Dung

Nhìn vào đồ thị ta thấy $y'<0,\ \forall x\neq -1$.

Câu 37. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{2}$.
B. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.
C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{2}$.
D. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Dung

Đường thẳng đi qua $M(2;1;-1)$ và vuông góc với (P) nên nhận $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-3;2)$ làm véc tơ chỉ phương, suy ra phương trình chính tắc có dạng $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 38. **[Mức độ 2]** Nếu $\int\limits_0^2 f(x)dx=3$ thì $\int\limits_0^2\left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 4.
B. 6.
C. 8.
D. 5.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Dung

Ta có: $\int\limits_0^2\left[2f(x)-1\right]dx=\int\limits_0^2 2f(x)dx-\int\limits_0^2 dx=2\int\limits_0^2 f(x)dx-x\Big|_0^2=2.3-(2-0)=4$.

Câu 39. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x-1 & khi\ \ x\geq 1\\ 3x^2-2 & khi\ \ x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 11.
B. 6.
C. 9.
D. 15.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Dung

Ta có: $\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx = \int\limits_{-1}^{1} f(x)dx + \int\limits_{1}^{2} f(x)dx = \int\limits_{-1}^{1} (3x^2-2)dx + \int\limits_{1}^{2} (2x-1)dx$

$= (x^3-2x)\Big|_{-1}^{1} + (x^2-x)\Big|_{1}^{2} = -2+2 = 0$.

Mà $\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx = F(x)\Big|_{-1}^{2} = F(2)-F(-1) = 0 \Rightarrow F(2) = F(-1)$.

Mặt khác: $F(x) = \int f(x)dx = \begin{cases} x^2-x+C_1 & khi \quad x \ge 1 \\ x^3-2x+C_2 & khi \quad x < 1 \end{cases}$.

Khi đó $F(0) = 2 \Leftrightarrow 0^3 - 2.0 + C_2 = 2 \Rightarrow C_2 = 2$.

Suy ra $F(-1) = (-1)^3 - 2.(-1) + 2 = 3 \Rightarrow F(2) = F(-1) = 3$.

Vậy $F(-1) + 2F(2) = 3 + 2.3 = 9$.

Câu 40. **[Mức độ 3]** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2} - 9^x\right)\left[\log_2(x+30) - 5\right] \le 0$?

A. 31. **B.** 30. **C.** Vô số. **D.** 29.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Dung

Điều kiện $x+30 > 0 \Leftrightarrow x > -30 \ (*)$.

TH1: $\begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \ge 0 \\ \log_2(x+30) - 5 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} \ge 9^x \\ \log_2(x+30) \le 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \ge 2x \\ x+30 \le 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \ge 2 \\ x \le 0 \end{array}\right. \\ x \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x \le 0 \end{array}\right. \ (**)$.

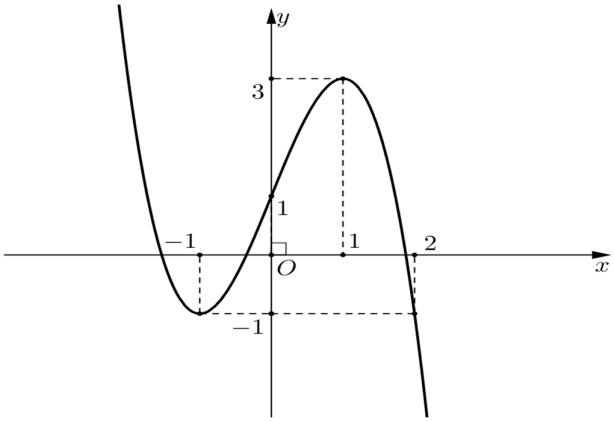
TH2: $\begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \le 0 \\ \log_2(x+30) - 5 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} \le 9^x \\ \log_2(x+30) \ge 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \le 2x \\ x+30 \ge 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ x \ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \ (***)$.

Từ $(*), (**), (***)$ suy ra $\left[\begin{array}{l} -30 < x \le 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-29; -28; ...; 0; 2\}$.

Vậy có 31 giá trị của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41. **[Mức độ 3]** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

FB tác giả: Uyen Nguyen

Từ hình trên ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=1$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ là $a;0;b$ với $a\in(-\infty;-1), b\in(1;2)$.

Do vậy: $f(f(x))=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=a \text{, với } a<-1 \\ f(x)=0 \\ f(x)=b \text{, với } 1<b<2 \end{array}\right.$.

Các đường thẳng $y=a$ với $a<-1$; $y=0$ và $y=b$ với $1<b<2$ lần lượt cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 1 điểm, 3 điểm, 3 điểm và 7 điểm này có hoành độ khác nhau.

Do vậy phương trình $f(f(x))=1$ có 7 nghiệm thực phân biệt.

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{12x}$.

A. 27. **B.** 15. **C.** 12. **D.** 14.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Tuấn

Xét hàm $f(x)=27^{3x^2+xy-12x}-(1+xy)$.

Áp dụng bất đẳng thức: $a^x\geq x(a-1)+1$, ta có

$f(x)=(1+26)^{3x^2+xy-12x}-1-xy\geq 1+26(3x^2+xy-12x)-1-xy$

$=78x^2+(25y-312)x>0,\forall y\geq 13$.

$+y\geq 13\Rightarrow f(x)=27^{3x^2+xy-12x}-1-xy\geq 78x^2+(25y-312)x>78x^2+13x>0\forall x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$.

$+y=0\Rightarrow 27^{3x^2-12x}=1\Leftrightarrow 3x^2-12x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$ (loại).

$+y=-1, y=-2$: thỏa mãn.

$+y>0$ có $f(4)=27^{4y}-(1+4y)\geq 0,\forall y>0$

và $f\left(\frac{1}{3}\right)=f(x)=3^{y-11}-\frac{y}{3}-1<0,\forall y\in\{1;2;3;....;12\}$.

Do phương trình $f(x)=0$ có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};4\right), \forall y\in\{1;2;3;....;12\}$,

Vậy $y\in\{-2;-1;1;2;.....;12\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 2$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $2\ln 2$. **D.** $\ln 6$.

Lời giải

Fb tác giả:Trung Tran

Ta có $g'(x)=f'(x)+f''(x)+6$.

Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm $g(x)$. Ta có $x_1 < x_2 : g'(x_1) = g'(x_2) = 0$.

Vì hệ số bậc 3 của $g(x)$ dương nên suy ra $\begin{cases} g(x_1) = 2 \\ g(x_2) = -4 \end{cases}$.

Xét Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow f'(x) + f''(x) + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2 \end{array}\right.$.

Diện tích $S = \int_{x_1}^{x_2} \left| \frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 \right| dx = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x) + f''(x) + 6}{g(x)+6} dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x)}{g(x)+6} dx \right|$

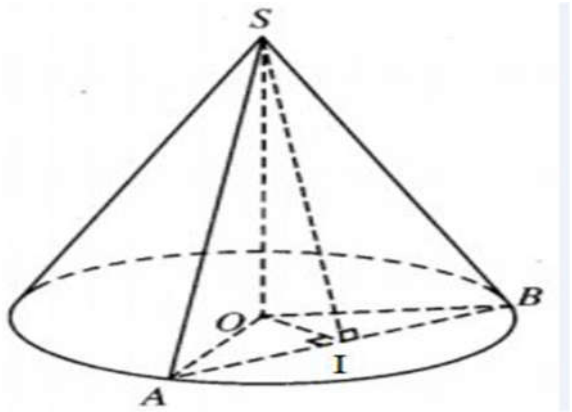
$= \left| \ln|g(x)+6| \Big|_{x_1}^{x_2} \right| = \left| \ln|g(x_2)+6| - \ln|g(x_1)+6| \right| = 2\ln 2 \rightarrow$ Chọn đáp án C

Câu 44. **[Mức độ 3]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60°, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $2\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

FB tác giả: Đ Nghĩa Trần



Xét hình nón như hình vẽ, ta có:

+ ΔSAB đều cạnh $2a$. $SA = 2a = l$.

+ Với I là trung điểm AB, suy ra $SI = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

+ Mặt phẳng (SAB) tạo với mặt đáy một góc 60°, suy ra $\widehat{SIO} = 60^\circ$.

Khi đó $SO = SI.\sin 60^\circ = a\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$; $OI = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \frac{3a}{2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Và $OA = \sqrt{OI^2 + AI^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2} = R$.

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$S_{xq} = \pi rl = \pi \frac{a\sqrt{7}}{2}.2a = \pi\sqrt{7}a^2$.

Câu 45. **[Mức độ 3]** Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\overline{w} + 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

A. 3. **B** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Bình Thuận

Ta có $|z+i\overline{w}+6-8i| \geq -|z+i\overline{w}|+|6-8i| = -|z+i\overline{w}|+10 \geq -|z|-|i\overline{w}|+10 \geq -1-2+10 = 7$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} 6-8i = k(z+i\overline{w}) & (1) \\ z = hi\overline{w} & (2) \end{cases}, h>0, k<0$.

Lấy mô – đun hai vế của (2) ta có $1 = 2|h| \Leftrightarrow |h| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow h = \frac{1}{2}$.

Lấy mô – đun hai vế của (1) ta có $10 = |k|3 \Leftrightarrow |k| = \frac{10}{3} \Leftrightarrow k = \frac{-10}{3}$.

Vậy ta có $\begin{cases} 6-8i = \frac{-10}{3}(z+i\overline{w}) \\ z = \frac{1}{2}i\overline{w} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-8i = \frac{-10}{3}.3z \\ 2z = i\overline{w} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i \\ w = \frac{8}{5}-\frac{6}{5}i \end{cases}$.

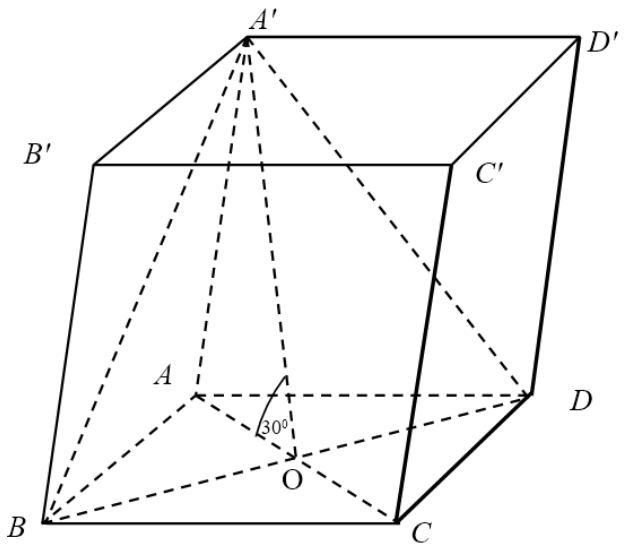
Khi đó $|z-w| = \left|\frac{-11}{5}+2i\right| = \frac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 46. **[Mức độ 3]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30^0. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $16\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $48\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Lê Bình Phương



Ta có: $V = hB = AA'.S_{ABCD}$

Ta có : $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow BD = \sqrt{2}AB \Rightarrow AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}a \Rightarrow S_{ABCD} = \left(2\sqrt{2}a\right)^2 = 8a^2$

Gọi O trung điểm $BD \Rightarrow BO = AO = \frac{BD}{2} = 2a$.

Xét $\Delta A'AO$ vuông tại A có: $\tan 30^0 = \dfrac{A'A}{AO} \Rightarrow A'A = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Vậy : Thể tích của khối hộp chữ nhật: $V = A'A.S_{ABCD} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a.8a^2 = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 47. **[Mức độ 3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{13}$.

B. $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z-1}{13}$.

D. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Trần Luân

Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Đường thẳng d đi qua $M(-1;0;1)$ và có một VTCP là $\overrightarrow{u_d} = (1;1;2)$.

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\overrightarrow{n_P} = (2;1;-1)$.

Gọi (α) chứa d và vuông góc $(P) \Rightarrow (\alpha)$ qua M và có một VTPT $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}\right] = (-3;5;-1)$

$\Rightarrow (\alpha): -3x+5y-z-2=0$.

Khi đó đường thẳng Δ là giao tuyến của (P) và (α) thỏa $\begin{cases} 2x+y-z+3=0 \\ -3x+5y-z-2=0 \end{cases}$

Chọn $x=-1 \Rightarrow y=0; z=1 \Rightarrow \Delta$ qua $M(-1;0;1)$ và có một VTCP là $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_\alpha}\right] = (4;5;13)$

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z-1}{13}$.

Câu 48. **[Mức độ 4]** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 5$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Oanh Nguyen

Phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0 \quad (1)$ có $\Delta' = 2m+1$.

TH1: Khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\dfrac{1}{2}$.

Phương trình (1) có nghiệm là z_0 thì z_0 là số thực và $|z_0| = 5 \Leftrightarrow z_0 = \pm 5$.

+ Phương trình (1) có nghiệm $z_0 = 5$

$\Rightarrow 25 - 10(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 10m + 15 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 5+\sqrt{10} \\ m = 5-\sqrt{10} \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện)

+ Phương trình (1) có nghiệm $z_0 = -5$

$\Rightarrow 25+10(m+1)+m^2=0 \Leftrightarrow m^2+10m+35=0$ (vô nghiệm) .

TH 2 : Khi $\Delta'<0 \Leftrightarrow 2m+1<0 \Leftrightarrow m<-\dfrac{1}{2}$

Phương trình (1) có nghiệm là z_0 thì $\overline{z_0}$ cũng là nghiệm và $|z_0|=|\overline{z_0}|=5$.

Áp dụng định lí Viet ta có : $z_0.\overline{z_0}=m^2 \Leftrightarrow |z_0|^2=m^2 \Leftrightarrow 25=m^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=-5 \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện suy ra $m=-5$ thỏa mãn.

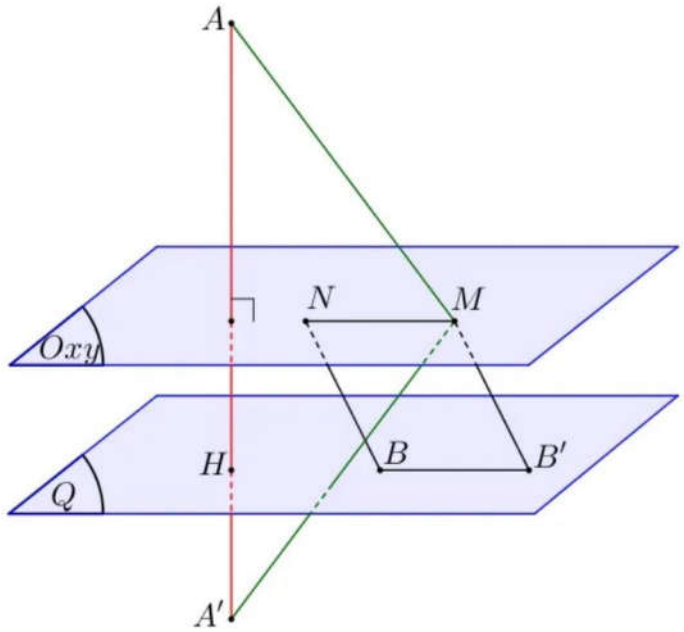
Vậy có ba giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. [Mức độ 4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $\sqrt{41}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Lời giải

FB tác giả: Giáp Văn Khương



Gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy), ta có $A'(1;-3;-2)$.

Dựng $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{NM}$ (1). Khi đó ta có B' thuộc mặt phẳng (Q) đi qua B và song song với mặt phẳng (Oxy). Phương trình của mặt phẳng (Q) là $z=-3$.

Ta có $B'B=MN=1$, do đó B' thuộc đường tròn tâm B bán kính bằng 1 nằm trong mặt phẳng (Q).

Ta có $|AM-BN|=|A'M-B'M| \le A'B'$ (2) (Vì A', B' nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy)).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' trên (Q), ta có $H(1;-3;-3)$

Ta có $A'H=1$, $HB=5$ và $HB' \le HB+BB'=5+1=6$ (3) (Dấu bằng có khi B nằm giữa H và B').

Khi đó $A'B'=\sqrt{A'H^2+HB'^2}=\sqrt{1^2+HB'^2} \le \sqrt{1^2+6^2}=\sqrt{37}$.

Dấu bằng xảy ra khi (1), (2) và (3) cùng thỏa mãn. Khi đó B nằm giữa H và B', $M=A'B' \cap (Oxy)$ và $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{NM}$ (thỏa mãn).

Câu 50. [Mức độ 4] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-8)(x^2-9), \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Fb tác giả: Bùi Nguyễn Phi Hùng

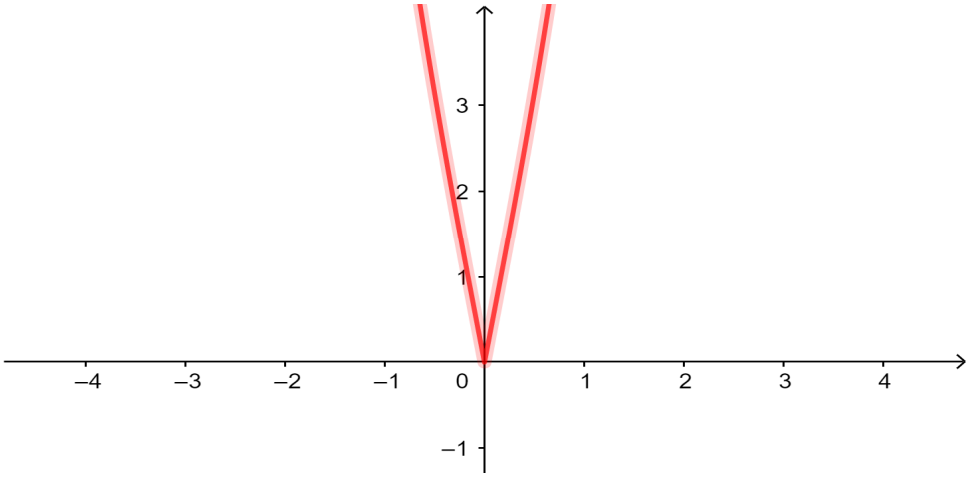
Ta có $f'(x)=(x-8)(x-3)(x+3)\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=8\\x=3\\x=-3\end{array}\right.$.

Đặt $u=\left|x^3+6x\right|+m=\sqrt{\left(x^3+6x\right)^2}+m\Rightarrow u'=\dfrac{2\left(3x^2+6\right)\left(x^3+6x\right)}{2\left|x^3+6x\right|}=\dfrac{x}{|x|}\left(3x^2+6\right).$

$g'(x)=\dfrac{x}{|x|}.\left(3x^2+6\right).f'\left(\left|x^3+6x\right|+m\right).$

Tại điểm $x=0$ hàm số $g(x)$ liên tục và không có đạo hàm.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+6x\right|+m=8\\\left|x^3+6x\right|+m=3\\\left|x^3+6x\right|+m=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+6x\right|=8-m\\\left|x^3+6x\right|=3-m\\\left|x^3+6x\right|=-3-m\end{array}\right.$$



Đồ thị hàm số $y=\left|x^3+6x\right|$.

Nhận thấy $8-m>3-m>-3-m, \forall m\in\mathbb{R}$.

Nếu $8-m<0$ thì $f'\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)=0$ vô nghiệm.

Nếu $8-m=0$ thì $f'\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)=0\Leftrightarrow x=0$ (không thoả).

Từ đó $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow f'\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)=0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow 8-m>0\Leftrightarrow m<8$.

Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.