c) Điều kiện xác định: $x \geq 0, y > 0$. Đặt $\sqrt{x} = a, \frac{1}{\sqrt{y}} = b \, (a \geq 0,\ b > 0)$.

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} a + 2b = 4 \\ 2a - b = 3 \end{cases}$.

Giải hệ này tìm được $a = 2,\ b = 1$ (thoả mãn điều kiện).

Từ đó suy ra $\begin{cases} \sqrt{x} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} = 1 \end{cases}$, dẫn đến $x = 4, y = 1$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (4; 1)$.

Bài 8. Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$

(2).
(1);

b) $\begin{cases} 2x = y^2 + y \\ 2y = x^2 + x \end{cases}$

Giải.

a) Từ (1) suy ra $y = 3 - x$ thay vào (2) ta có $x^2 + (3 - x)^2 = 5$ hay $2x^2 - 6x + 4 = 0$.

Giải phương trình này tìm được $x_1 = 1; x_2 = 2$.

Hệ có hai nghiệm là $(x; y) = (1; 2), (2; 1)$.

b) Trừ từng vế các phương trình (1) và (2) của hệ ta được $2x - 2y = y^2 - x^2 + y - x$, do đó $(x - y)(x + y + 3) = 0$.

- $x - y = 0$ suy ra $x = y$, thay vào (2) ta được $x^2 - x = 0$. Phương trình có hai nghiệm $x_1 = 0, x_2 = 1$ nên hệ phương trình có hai nghiệm $(x; y) = (0; 0), (1; 1)$.
- $-x + y + 3 = 0$ hay $y = -3 - x$, thay vào (2) ta được $x^2 + 3x + 6 = 0$.
- Ta có $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 6 = -15 < 0$, phương trình vô nghiệm.
- Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (0; 0), (1; 1)$.
- Bài 9. Một người đầu tư 100 triệu đồng vào hai khoản: gửi tiết kiệm và đầu tư vào chứng khoán. Sau một năm, số tiền lãi thu được từ việc gửi tiết kiệm bằng 6% số tiền gốc. Số tiên lãi thu được từ đầu tử chưng khoán bằng 10% số tiền gốc. Tổng

số tiền lãi người đó thu được là 7 triệu 600 nghìn đồng. Tính số tiền người đó gửi tiết kiệm và đầu tư vào chứng khoán.

Giải.

Gọi x và y (triệu đồng) lần lượt là số tiền người đó gửi tiết kiệm và đầu tư vào chứng khoán ($x, y>0$).

Theo đề bài ta có phương trình: $x+y=100$.

Số tiền lãi thu được từ việc gửi tiết kiệm là: $\frac{6}{100}x=0,06x$ (triệu đồng).

Số tiên lãi thu được từ đầu tư chứng khoán là: $\frac{10}{100}y=0,1y$ (triệu đồng).

Ta có phương trình: $0,06x+0,1y=7,6$.

Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=100 \\ 0,06x+0,1y=7,6 \end{cases}$

hay $\begin{cases} x+y=100 & \backslash(3\backslash) \\ 0,6x+y=76 & \backslash(4\backslash) \end{cases}$

Trừ từng vế các phương trình (3) và (4) ta được $0,4x=24$ suy ra $x=60$ (thoả mãn điều kiện). Khi đó $y=40$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy người đó gửi tiết kiệm 60 triệu đônng và đầu tư vào chứng khoán 40 triệu đông.

Bài 10. Quãng đường AB dài 200 km . Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi từ B về A , vận tốc của ô tô giảm 10 km/h so với lúc đi vì vậy thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi là 1 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc đi từ A đến B .

Giải.

Gọi vận tốc lúc đi của ô tô là $x(km/h)(x>10)$, vận tốc lúc về là $x-10(\ km/h)$.

Thời gian lúc đi của ô tô là $\frac{200}{x}$ (giờ), thời gian lúc về của ô tô là $\frac{200}{x-10}$ (giờ).

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{200}{x-10}-\frac{200}{x}=1$ hay $x^2-10x-2000=0$.

Có $\Delta'=(-5)^2-1\cdot(-2000)=2025, \sqrt{\Delta'}=45$. Phương trình có hai nghiệm $x_1=5-45=-40$ (loại), $x_2=5+45=50$ (thoả mãn điều kiện). Vậy vận tốc của ô tô lúc đi từ A đến B là 50 km/h.

Bài 11. Một mảnh đất dạng hình chữ nhật có chu vi là 54 m , diện tích của mảnh đất là 180 m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

Giải.

Gọi chiều dài của mảnh đất là $x(m)$, chiều rộng là $27-x(m)(13,5\leq x<27)$.

Vì diện tích của mảnh đất là 180 m^2 nên ta có phương trình:

$x(27-x)=180$ hay $x^2-27x+180=0$ suy ra $(x-15)(x-12)=0$.

Giải phương trình tìm được $x_1=12$ (loại) và $x_2=15$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy chiều dài của mảnh đất là 15 m , chiều rộng của mảnh đất là $27-15=12(\ m)$.

Bài 12. Hai người làm chung một công việc thì sau 4 giờ sẽ xong. Nếu làm một mình thì thời gian người thứ nhất làm xong việc nhanh hơn người thứ hai là 6 giờ. Tính thời gian mỗi người làm một mình xong toàn bộ công việc.

Giải.

Gọi x và y (giờ) lần lượt là thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc ($x,y>4$).

Ta có $x+6=y$.

Trong 1 giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc), cả hai làm được $\frac{1}{4}$ (công việc).

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}$.

Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+6=y \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4} \end{cases}$ hay $\begin{cases} x+6=y \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{x+6}=\frac{1}{4} \end{cases}$

Khử mẫu phương trình (4) ta được $x^2-2x-24=0$.

Có $\Delta'=(-1)^2-(-24)=25, \sqrt{\Delta'}=5$. Phương trình có hai nghiệm $x_1=-4$ (loại), $x_2=6$ (thoả mãn điều kiện).

Với $x=6$ suy ra $y=12$ thoả mãn điều kiện.

Vậy người thứ nhất làm một mình xong việc trong 6 giờ, người thứ hai làm một minh xong việc trong 12 giờ.

Bài 13. Người ta hoà lẫn 4 kg chất lỏng I với 3 kg chất lỏng II thì thu được một hỗn hợp có khối lượng riêng là $700\ kg/m^3$. Biết rằng khối lượng riêng của chất lỏng I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng II là $200\ kg/m^3$. Tính khối lượng riêng của mỗi loại chất lỏng.

Giải.

Gọi khối lượng riêng của chất lỏng I là $x\left(kg/m^3\right)$, khối lượng riêng của chất lỏng II là $x-200\left(\ kg/m^3\right)$. Điều kiện $x>200$.

Thể tích của chất lỏng I là $\frac{4}{x}\left(\ m^3\right)$, thể tích của chất lỏng II là $\frac{3}{x-200}\left(\ m^3\right)$.

Thể tích của hỗn hợp là $\frac{7}{700}=\frac{1}{100}\left(\ m^3\right)$.

Ta có phương trình $\frac{4}{x}+\frac{3}{x-200}=\frac{1}{100}$. Suy ra $x^2-900x+8000=0$

hay $(x-100)(x-800)=0$.

Giải phương trình này tìm được $x_1=100$ (loại) và $x_2=800$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy khối lượng riêng của chất lỏng I là $800\ kg/m^3$, khối lượng riêng của chất lỏng II là $800-200=600\ kg/m^3$.

Bài 14. Bể chứa nước của một chung cư chứa được $80\ m^3$ nước. Biết rằng nhu cầu sử dụng nước trong một ngày của một người sống trong chung cư là 180 lít nước. Hỏi lượng nước trong bể đủ cung cấp cho nhiều nhất bao nhiêu người ở chung cư trong một ngày?

Giải.

Gọi x là số người nhiều nhất ở chung cư mà bể có thể cung cấp nước đủ trong một ngày, $x\in N^{¿}$ và $0,18x\le 180$. Khi đó $x\le\frac{80}{0,18}$, hay $x\le 444,44$. Vậy lượng nước trong bể cung cấp đủ cho nhiều nhất là 444 người ở chung cử trong một ngày.

3. Bài tập tự luyện

Bài 1. Cho phương trình $x^2-(m+1)x+m=0\,(1)$, m là tham số.

Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{5}$ nhận x_1,x_2 là độ dài của hai cạnh kê của nó. Tính diện tích của hình chữ nhật đó.

Bài 2. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2-19x+9=0$.

Tính giá trị của tổng $S=\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$.

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} ¿x\vee+2y=6 \\ 3\vee x\vee-y=4 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 \\ 3x+y=6 \end{cases}$.

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a) $x^2+4x+7=(x+4)\sqrt{x^2+7}$;

(Đêt thi vào lớp 10, thành phố Hà Nội, năm học 2010-2011)

b) $2(x+1)\sqrt{x+1}=(\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x})(2-\sqrt{1-x^2})$.

Bài 5. Cho phương trình $x^2-2x-1=0(1)$. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1). Hãy lập phương trình bậc 2 có hai nghiệm là $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$.

Bài 6. Hằng tuần, bà Mai sẽ mua hai loại quả là cam và bưởi ở siêu thị. Tổng số tiền mua hai loại quả là 300000 đồng và khối lượng cam, bưởi mà bà Mai mua trong mỗi tuần coi nhử không thay đổi. Tuần này, siêu thị tăng giá cam thêm 20% và giảm giá bưởi 10% so với các tuần trước. Vì vậy, trong tuần này bà Mai phải trả 306000 đồng khi mua quả trong siêu thị. Tính số tiền mà nhửng tuần trước bà Mai dùng để mua mỗi loại cam và bưởi.

Bài 7. Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một khoảng thời gian. Sau khi đi nửa quãng đường đâuu, ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h trên quãng đường còn lại nên đã đến B sớm hơn dự định 30 phút. Biết quãng đường AB dài 200 km , tính vận tốc ban đầu của ô tô.

Bài 8. Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở hết 100 tấn hàng ủng hộ đông bào vùng núi khó khăn. Lúc sắp khởi hành, có 5 xe được điều đi làm việc khác nên mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng. Hỏi lúc đầu, đội có bao nhiêu xe?

Bài 9. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ 50 phút bể sẽ đầy. Nếu mở cả hai vòi trong 5 giờ sau đó khoá vòi I lại thì vòi II chảy tiếp 2 giờ nửa mới đầy bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài 10. Một mảnh đất có dạng hình chữ nhật với độ dài đường chéo là 13 m , chiều dài hơn chiều rộng 7 m . Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh đất.

Bài 11. Một người kinh doanh bỏ ra 200 triệu đồng để mua hai loại hàng hoá. Số tiền lãi sau khi bán loại hàng thứ nhất bằng 10% giá gốc, số tiền lãi sau khi bán loại hàng thử hai bằng 20% giá gốc. Tổng số tiền cả gốc và lãi thu được của cả hai loại hàng là 228 triệu đông. Tính số tiền mà người đó bỏ ra để mua mỗi loại hàng.

Bài 12. Một phòng họp có 300 ghế ngôi được xếp thành các hàng với số ghế trong mỗi hàng như nhau. Để có đủ chỗ cho 357 người tham gia một cuộc họp, ban tổ chức phải kê thêm một hàng ghế và mỗi hàng phải kê thêm hai ghế. Hỏi lúc đầu có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng có bao nhiêu ghế?

Hướng dẫn - Lời giải - Đáp số

Bài 1. Xét phương trình $x^2-(m+1)x+m=0$.

Có $\Delta=(m+1)^2-4m=m^2-2m+1=(m-1)^2\geq 0$ với mọi m nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2.

Theo định lí Viète ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m+1 \\ x_1x_2=m \end{cases}$.

Do x_1, x_2 là độ dài của hai cạnh kề của hình chữ nhật nên $\begin{cases} x_1>0 \\ x_2>0 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x_1+x_2=m+1>0 \\ x_1x_2=m>0 \end{cases}$

hay $\begin{cases} m>-1 \\ m>0 \end{cases}$. Do đó $m>0$.

Mặt khác, theo định lí Pythagore $x_1^2+x_2^2=5$, suy ra $(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=5$.

Do đó $(m+1)^2-2m=5$ hay $m^2+2\ \ m+1-2\ \ m=5$ suy ra $m^2=4$ mà $m>0$ nên $m=2$.

Vậy diện tích của hình chữ nhật là 2 (đơn vị diện tích).

Bài 2. Có $\Delta=(-19)^2-4\cdot 9=325>0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1, x_2. Theo định lí Viète ta có $\begin{cases} x_1+x_2=19>0 \\ x_1x_2=9>0 \end{cases}$ nên $x_1>0, x_2>0$.

$S=\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$ suy ra $S^2=(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2})^2$ hay $S^2=x_1+x_2+2\sqrt{x_1x_2}$.

Suy ra $S^2=19+2\sqrt{9}=25$ mà $S>0$ nên $S=5$.

Bài 3. a) Xét hệ $\begin{cases} ¿x\vee+2y=6 \\ \text{\(1\)} \\ 3\vee x\vee-y=4\ \ \text{\(2\)} \end{cases}$ hay $\begin{cases} 3\vee x\vee+6y=18(3) \\ 3\vee x\vee-y=4\ \ \text{\(4\)} \end{cases}$.

Trừ từng vế các phương trình (3) và (4) ta được $7y=14$ suy ra $y=2$.

Thay vào (1) ta được $¿x\vee+4=6$ hay $¿x\vee¿2$, suy $x=\pm 2$.

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x;y)=(2;2),(-2;2)$.

b) Xét hệ $\begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 \\ 3x+y=6 \end{cases}$

Phương trình (1) có dạng $x^2-xy-2xy+2y^2=0$ hay $(x-y)(x-2y)=0$.

- $x-y=0$ hay $x=y$, thay vào (2) được $4y=6$, suy ra $y=\frac{3}{2}$ do đó $x=\frac{3}{2}$.
- $x-2y=0$ hay $x=2y$, thay vào (2) được $7y=6$ suy ra $y=\frac{6}{7}$ do đó $x=\frac{12}{7}$.

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x;y)=\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right),\left(\frac{12}{7};\frac{6}{7}\right)$.

Bài 4. a) Điều kiện: $x^2+7>0$ với mọi x.

Đặt $a=\sqrt{x^2+7}\,(a>0)$. Ta có phương trình $a^2+4x=(x+4)a$ hay

$$a^2-4a+4x-ax=0$$

$(a-4)(a-x)=0$.

- $a-4=0$ hay $a=4$ suy ra $\sqrt{x^2+7}=4$, do đó $x=\pm 3$.
- $a-x=0$ hay $a=x$ suy ra $\sqrt{x^2+7}=x$, do đó $x^2+7=x^2$ hay $7=0$, vô lí.

Vậy phương trình có nghiệm $x\in\{-3;3\}$.

b) Điều kiện: $-1\le x\le 1$.

Đặt $a=\sqrt{x+1},\ b=\sqrt{1-x}\,(a,b>0)$ suy ra $a^2+b^2=2$.

Phương trình đã cho trở thành:

$2a^3=(a+b)\left(a^2+b^2-ab\right)$ hay $2a^3=a^3+b^3$

Khi đó $a^3=b^3$ suy ra $a=b$.

Từ đó suy ra $\sqrt{x+1}=\sqrt{1-x}$ hay $x+1=1-x$, suy rax $x=0$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy phương trình có nghiệm $x=0$.

Bài 5. Xét phương trình $x^2-2x-1=0$ có $\Delta'=(-1)^2-(-1)^2-(-1)=2>0$, phương trình (1) có hai nghiệm x_1,x_2.

Theo định lí Viète ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=-1 \end{cases}$.

Khi đó $S=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=-2, P=\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}=-1$. Ta có $S^2-4P=8>0$.

Vậy $\frac{1}{x_1},\frac{1}{x_2}$ là hai nghiệm của phương trình $x^2+2x-1=0$.

Bài 6. Gọi x và y (nghìn đồng) lần lượt là số tiền bà Mai dùng để mua cam và bưởi trong những tuần trước $(0<x,y<300)$.

Ta có phương trình: $x+y=300$.

Số tiền bà Mai mua cam trong tuần này là $\frac{120}{100}x=1,2x$ (nghìn đồng), mua bưởi trong tuần này là $\frac{90}{100}y=0,9y$ (nghìn đồng).

Ta có phương trình: $1,2x+0,9y=306$.

Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=300 \\ 1,2x+0,9y=306 \end{cases}$

Giải hệ phương trình này tìm được $x=120, y=180$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy nhửng tuần trước bà Mai dùng 120000 đồng để mua cam và 180000 đồng để mua bưởi.

Bài 7. Gọi vận tốc ban đầu của ô tô là $x(\ km/h)(x>0)$. Khi đó, thời gian ô tô dự định đi hết quãng đường là $\frac{200}{x}$ (giờ), thời gian ô tô đi hết nửa quãng đường đầu là $\frac{100}{x}$ (giờ).

Đổi: 30 phút ¿ $\frac{1}{2}$ giờ.

Vận tốc của ô tô trên nửa quãng đường còn lại là $x+10(\ km/h)$. Do đó thời gian ô tô đi hết nửa quãng đường sau là $\frac{100}{x+10}$ (giờ).

Ta có phương trình: $\frac{200}{x}-\frac{100}{x}-\frac{100}{x+10}=\frac{1}{2}$.

Giải phương trình này tìm được $x_1=40$ (thoả mãn điều kiện), $x_2=-50$ (loại).

Vậy vận tốc ban đầu của ô tô là 40 km/h.

Bài 8. Gọi số xe lúc đầu của đội là x chiếc $\left(x \in N^{¿}, x>5\right)$. Khi đó, khối lượng hàng mỗi xe phải chở là $\frac{100}{x}$ (tấn). Sau khi 5 xe được điều đi làm việc khác, mỗi xe phải chở khối lượng hàng là $\frac{100}{x-5}$ (tấn). Ta có phương trình: $\frac{100}{x-5}-\frac{100}{x}=1$. Giải phương trình này tìm được $x_1=25$ (thoả mãn điều kiện), $x_2=-20$ (loại). Vậy lúc đầu đội có 25 xe.

Bài 9. Đổi: 5 giờ 50 phút ¿ $\frac{35}{6}$ giờ.

Gọi thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là x (giờ), thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là y (giờ). Điều kiện: $x, y>\frac{35}{6}$.

Trong 1 giờ, vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ (bể), vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ (bể), cả hai vòi chảy được $\frac{6}{35}$ (bể). Ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{6}{35}$.

Sau 5 giờ, vòi I chảy được $\frac{5}{x}$ (bể) và sau 7 giờ, vòi II chảy được $\frac{7}{y}$ (bể).

Ta có phương trình: $\frac{5}{x}+\frac{7}{y}=1$.

Khi đó có hệ phương trình $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{6}{35} & (1) \\ \frac{5}{x}+\frac{7}{y}=1 & (2)\end{cases}$.

Giải hệ này tìm được $x=10, y=14$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy vòi I chảy một mình sau 10 giờ đầy bể, vòi II chảy một mình sau 14 giờ đây bể.

Bài 10. Gọi chiều dài của mảnh đất là $x(m)(7<x<13)$, khi đó chiều rộng của mảnh đất là $x-7(\ m)$. Theo định lí Pythagore, ta có phương trình: $x^2+(x-7)^2=13^2$. Giải phương trình này tìm được $x_1=-5$ (loại), $x_2=12$ (thoả mãn điêu kiện). Vậy chiều dài của mảnh đất là 12 m, chiều rộng của mảnh đất là $12-7=5(\ m)$.

Bài 11. Gọi số tiền người đó bỏ ra để mua loại hàng thứ nhất và thứ hai lần lượt là x và y (triệu đồng). Điều kiện: $0<x, y<200$.

Ta có phương trình: $x+y=200$.

Số tiền thu được (cả gốc và lãi) khi bán loại hàng thứ nhất là $\frac{110}{100}x=1,1x$ (triệu đông).

Số tiền thu được (cả gốc và lãi) khi bán loại hàng thứ hai là $\frac{120}{100}y=1,2y$ (triệu đồng).

Ta có phương trình: $1,1x+1,2y=228$.

Ta có phương trình: $1,1x+1,2y=228$.

Khi đó có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=200 \\ 1,1x+1,2y=228 \end{cases}$

Giải hệ này tìm được $x=120, y=80$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy số tiền người đó bỏ ra để mua hai loại hàng lần lượt là 120 triệu đônng và 80 triệu đông.

Bài 12. Gọi số ghế trong một hàng lúc đầu là x (ghế) $\left(x \in N^{¿}\right)$. Khi đó, số hàng ghế là $\frac{300}{x}$ (hàng). Sau khi kê thêm thì số hàng ghế là $\frac{300x}{x}+1$ (hàng) và mỗi hàng có $x+2$ (ghê). Ta có phương trình: $\left(\frac{300}{x}+1\right)(x+2)=357$. Giải phương trình này tìm được $x_1=15$ (thoả mãn điều kiện) và $x_2=40$ (thay vào số hàng ghế thì không là số nguyên nên không thoả mãn). Vậy lúc đầu phòng họp có 300 : 15=20 hàng ghế và mỗi hàng có 15 ghế.

Chủ đê 4

HÀM SỐ VÀ ĐỐ TH! CỦA HÀM SỐ

1. Kiến thức cần nhớ

- Hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$ xác định với mọi $x\in R$.
- Đồ thị của hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$ là một đường parabol có đỉnh là điểm $O(0;0)$, có trục đối xứng là trục Oy .
- Đồ thị nằm phía trên trục Ox nếu $a>0$, nằm phía dưới trục Ox nếu $a<0$.

2. Bài tập minh hoạ

Bài 1. Cho hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$.

a) Tìm a biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(\sqrt{2};4)$.

b) Trong các điểm $E(1;1), F(-1;2), K(-\sqrt{2};2)$, điểm nào thuộc đồ thị của hàm số ưng với a tìm được ở câu a?

Giải.

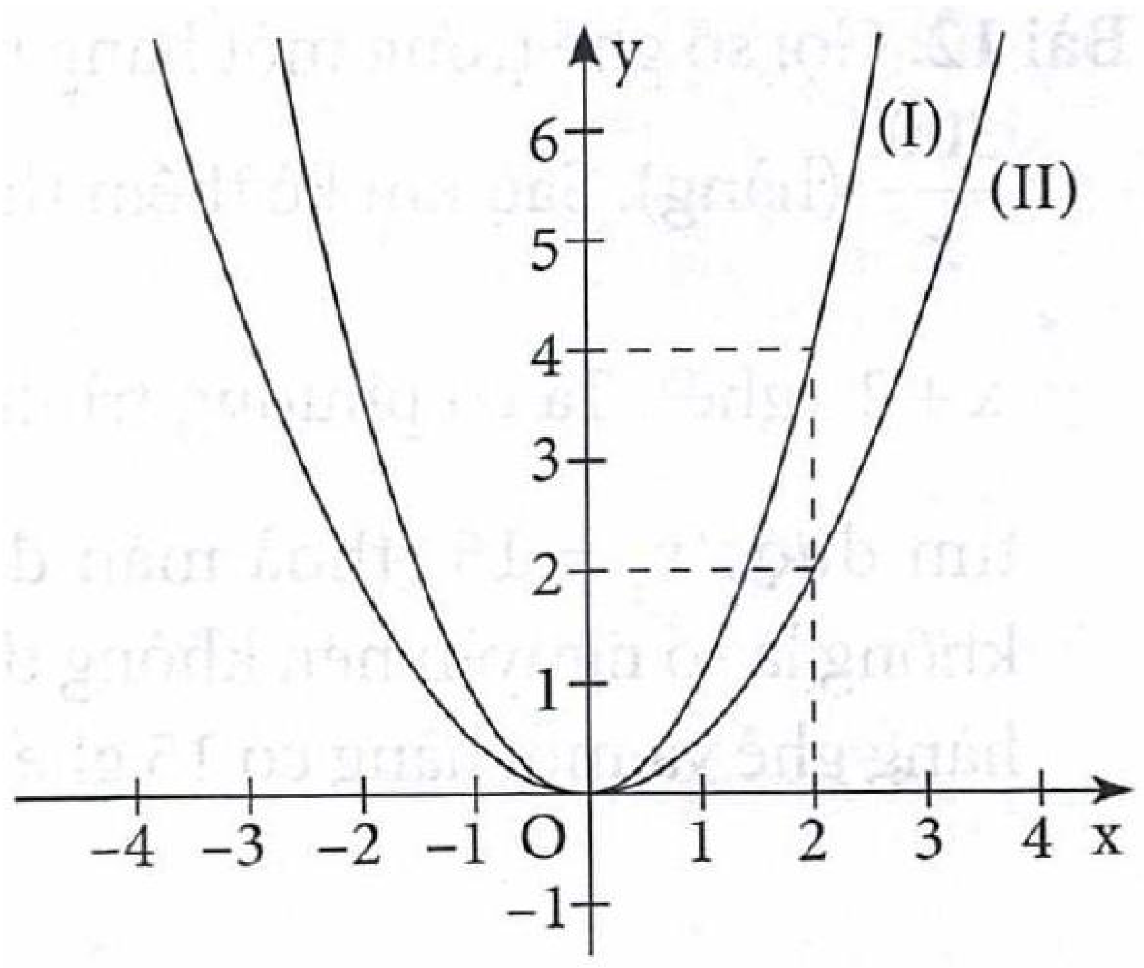
a) Xét hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$. Vì đồ thị của hàm số đi qua điểm M nên toạ độ điểm M thoả mãn hệ thức $y = ax$.

Do đó $4 = a \cdot (\sqrt{2})^2$ suy raa ¿2.

b) Với $a = 2$, hàm số có dạng $y = 2x^2$.

- Thay toạ độ điểm E vào biểu thức $y = 2x^2$ ta thấy $1 \neq 2 \cdot 1 = 2$. Vậy E không thuộc đồ thị của hàm số.
- Thay toạ độ điểm F vào biểu thức $y = 2x^2$ ta thấy $2 = 2 \cdot (-1)^2$. Vậy F thuộc đồ thị của hàm số.
- Thay toạ độ điểm K vào biểu thức $y = 2x^2$ ta thấy $2 \neq 2 \cdot (-\sqrt{2})^2 = 4$. Vậy K không thuộc đồ thị của hàm số.

- Bài 2. Trong Hình 1 có hai đồ thịi (I) và (II) của hai hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = x^2$. Hãy cho biết đồ thị nào là đồ thị của mỗi hàm số đã cho.
- Giải. (h.1)
- Đồ thị (I) đi qua điểm ($2; 4$) mà $4 = 1 \cdot 2^2$ nên thoả mãn biểu thức $y = x^2$. Vậy đồ thị (I) là đô thị của hàm số $y = x^2$.
- Đô thị (II) đi qua điểm $(2; 2)$ mà $2 = \frac{1}{2} \cdot 2^2$ nên thoả mãn biểu thức $y = \frac{1}{2}x^2$. Vậy đồ thị
- (II) là đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.
-



Hình 1

Bài 3. Một vật được thả rơi tự do từ độ cao 100 m so với mặt đất (bỏ qua sức cản của không khí), quãng đường đi của vật được tính bởi công thức $S=4,5t^2(m), t$ (giây) là thời gian chuyển động của vật. Hỏi sau 4 giây, vật cách mặt đất bao nhiêu mét?

Giải.

Sau 4 giây, vật rơi được quãng đường là $S=4,5\cdot 4^2=72(m)$.

Do đó sau 4 giây, vật ở cách mặt đất $100-72=28(m)$.

Bài 4. Một cổng vòm được thiết kế có dạng parabol $y=ax^2(a\neq 0)$ như Hình 2. Biết chiều rộng của chân cổng $AB=4\ m$, chiều cao $OI=4\ m$.

a) Tìm hệ số a theo các dữ kiện trên.

b) Để vận chuyển hàng qua cổng, người ta định dùng một xe tải rộng 2 m và có chiều cao $2,5\ m$. Hỏi xe tải này có qua được cổng không?

Giải. (h.2)

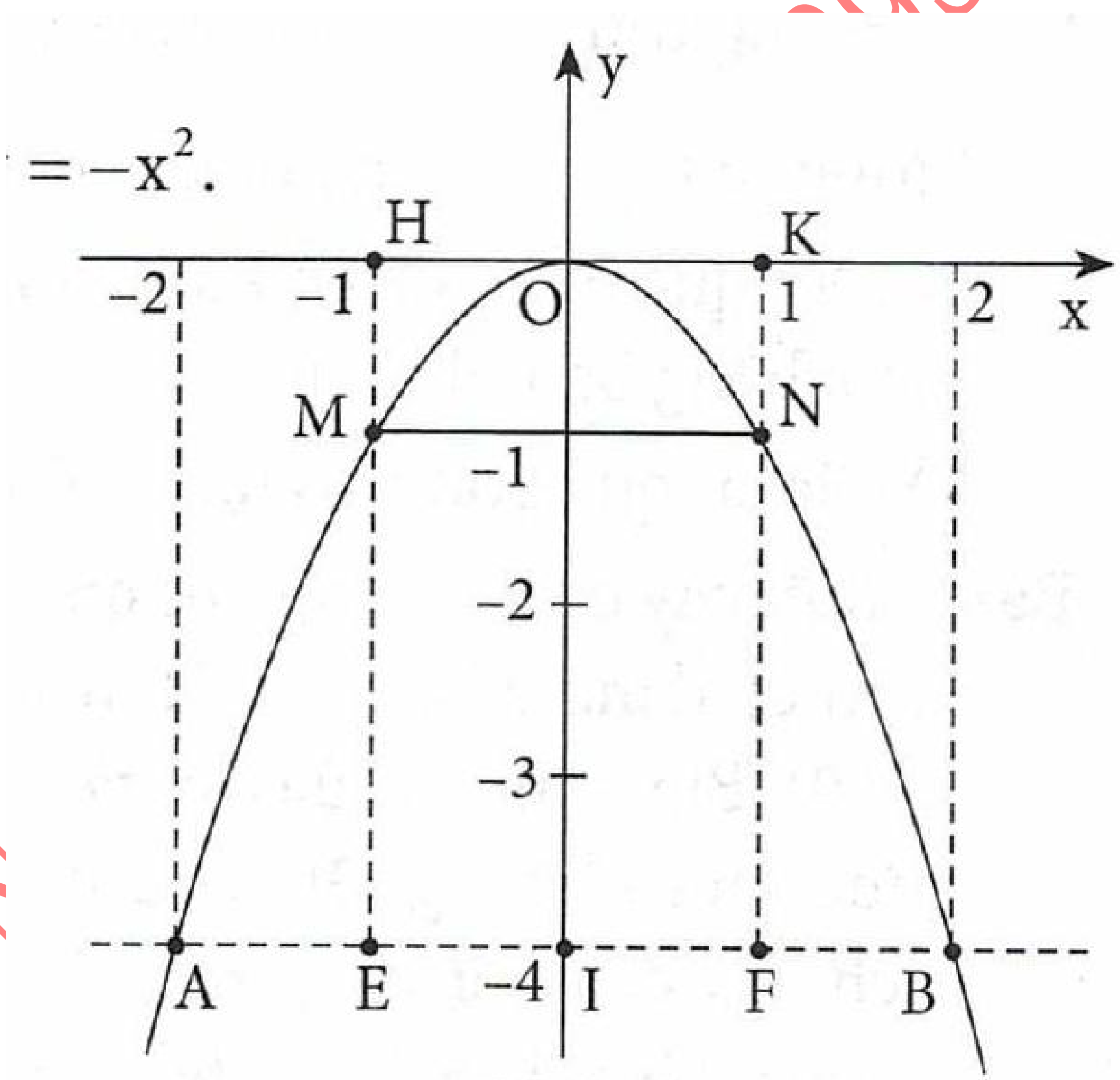
a) Điểm $A(-2;-4)$ thuộc parabol nên $-4=a\cdot(-2)^2$ suy ra $-4=4a$. Vậy $a=-1$.

Parabol trong Hình 2 là đồ thị của hàm số $y=-x^2$.

b) Gọi EF là chiều rộng của xe trong đó $E(-1;-4), F(1;-4)$. Gọi H và K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ E và F đến Ox . EH cắt parabol tại M, FK cắt parabol tại N . Khi đó, tìm được $M(-1;-1), N(1;-1)$.

Ta có $HM=KN=1, HE=KF=4$ nên $EM=FN=3(\ m)$.

Mà chiều cao của xe là $2,5\ m$ do đó xe qua được cổng.



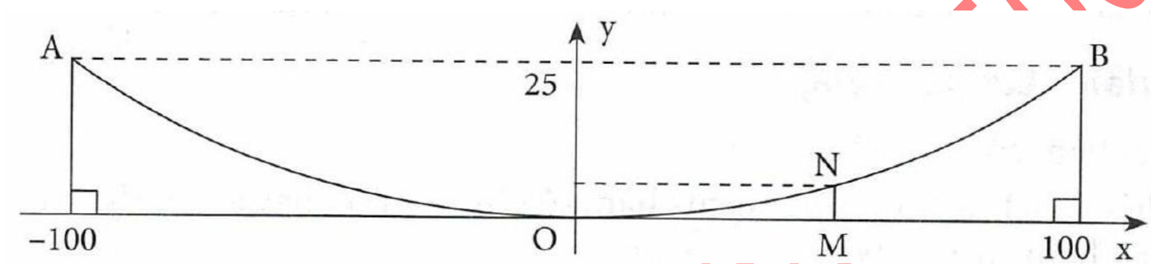
Hình 2

Bài 5. Một cây cầu treo có hai trụ cao 25 m so với mặt cây cầu và cách nhau 200 m , các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$ và được treo trên đỉnh hai trụ như Hình 3 . Giả sử mặt cầu bằng phẳng.

a) Căn cứ vào các dữ kiện, hãy xác định hệ số a .

b) Tính chiều cao MN của dây cáp nếu M cách tâm O của cây cầu 50 m .

Giải. (h.3)



Hình 3