



## Chương

# Bài 3. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

A

## Lý thuyết

### 1. Biểu thức tọa độ của tổng, hiệu hai vectơ và tích của một số với một vectơ



#### Định nghĩa:

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  và  $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$  và số  $k$ .  
Khi đó:

$$\gg \vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$$

$$\gg \vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$$

$$\gg k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$$

$$\vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases}$$



#### Chú ý

» Từ nay, các bài tập liên quan đến tọa độ đều được xét trong không gian  $Oxyz$

### 2. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng



#### Định nghĩa:

Trong không gian  $Oxyz$ , tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  và  $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$  được xác định bởi công thức

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

### 3. Vận dụng



#### Tọa độ điểm đầu cuối:

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$ .

Ta có:  $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ .



#### Tọa độ trung điểm đoạn thẳng

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$ .

Tọa độ trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  là:  $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$



### Tọa độ trọng tâm tam giác

Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\triangle ABC$  có  $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$  và  $C(x_C; y_C; z_C)$ .

$(x_G; y_G; z_G) = \left( \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right)$



## Các dạng bài tập

### Dạng 1. Tọa độ tổng hiệu vectơ



#### Phương

Trong không gian  $Oxyz$ , hai vectơ  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  và  $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$  và số thực  $k$ .

$$(1) \quad \vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$$

$$(2) \quad \vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$$

$$(3) \quad k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases}$$

$$(4) \quad \vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b}$$



#### Ví dụ 1.1.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (2; -1; 5)$  và  $\vec{b} = (0; -2; -4)$ . Tìm tọa

độ của các vectơ sau:  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $5\vec{a}$ ,  $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

#### Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



#### Ví dụ 1.2.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-1; -3; -2)$ ,  $B(2; 3; 4)$  và  $C(3; 5; 7)$ .

Chứng minh rằng ba điểm  $A, B, C$  tạo thành tam giác.

#### Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



## ▮ Dạng 2. Tọa độ điểm - vectơ thỏa điều kiện



### Phương pháp

- (1) Tích vô hướng của hai vectơ:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2$ .
- (2)  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  vuông góc  $\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$
- (3)  $I$  là trung điểm  $AB$ :  $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$   
 $\rightarrow \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow \forall M: \vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$
- (4)  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC$ :  $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$   
 $\rightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Rightarrow \forall M: \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$
- (5)  $G$  là trọng tâm chóp  $ABCD$ :  $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right)$   
 $\rightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0} \Rightarrow \forall M: \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$



### Ví dụ 2.1.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3;2;1)$ ,  $B(1;-1;2)$  và  $C(1;2;-1)$ . Tìm tọa độ vectơ  $\vec{u}$  thỏa  $\vec{u} = \vec{BC} - 3\vec{AO}$

#### 👉 Lời giải

.....  
 .....  
 .....  
 .....



### Ví dụ 2.2.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;-1)$ ,  $B(2;-1;3)$  và  $C(-3;5;1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $\vec{AB} = 2\vec{DC}$

#### 👉 Lời giải

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



**Ví dụ 2.3.**

Trong không gian  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(0;0;2)$  và  $D(2;2;2)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Xác định Tọa độ trung

**Lời giải**

.....

.....

.....

.....



**Ví dụ 2.4.**

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;-1)$  và  $B(0;-2;3)$ . Tìm tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh  $O$  của tam giác  $OAB$ .

**Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**Ví dụ 2.5.**

Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\triangle ABC$  biết  $A(2;4;-3)$  có trọng tâm  $G(2;1;0)$ . Khi đó xác định tọa độ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

**Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



### ▮ Dạng 3. Độ dài vector



#### Phương

$$(1) \vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) \rightarrow AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

$$(2) \text{Độ dài vector } \vec{a}: |\vec{a}| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2} \rightarrow |\vec{a}|^2 = a^2 = (a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2$$



#### Ví dụ 3.1.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; -1)$  và  $B(0; 3; 1)$ . Tính độ dài đoạn thẳng

➤ **Lời giải**

.....  
.....



#### Ví dụ 3.2.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; 0; -2), B(2; 1; -1), C(1; -2; 2)$ . Tính diện tích của  $\triangle ABC$

➤ **Lời giải**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



#### Ví dụ 3.3.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; -1), B(0; 3; 1); C(3; 2; 0)$ . Tính diện tích  $DABC$  (nếu có).

➤ **Lời giải**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-3;6;4)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc đoạn  $BC$  sao cho  $MC = 2MB$ . Tìm độ dài đoạn  $AM$ .

### **Lời giải**

[illegible]



## ▮ Dạng 4. Sự cùng phương của hai vectơ



### Phương

Xét hai vectơ  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  và  $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$  ta có:

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

(1) Hai vectơ bằng nhau:

$$\vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases}$$

(2) Hai vectơ cùng phương:



### Ví dụ 4.1.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (4; 1; -2)$ ;  $\vec{b} = (1; -2; -1)$ ;  $\vec{c} = (8; 2; -4)$ ;  $\vec{d} = (-4; -1; 2)$ . Vectơ  $\vec{a} = (4; 1; -2)$  cùng phương với vectơ nào đã cho?

👉 **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



### Ví dụ 4.2.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (1; 1; 5)$  và  $\vec{b} = (m+1; 2n; 10)$ . Tìm  $m, n$  để hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.

👉 **Lời giải**

.....

.....

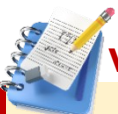
.....

.....

.....

.....

.....



### Ví dụ 4.3.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; -1; 5)$ ,  $B(5; -5; 7)$ ,  $M(x; y; 1)$ . Với giá trị nào của  $x, y$  thì  $A, B, M$  thẳng hàng.

👉 **Lời giải**





.....

.....

.....

.....

.....

.....



**Ví dụ 4.4.**

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 3; 1)$  và  $B(5; 6; 2)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oxz)$  tại điểm  $M$ . Tính tỉ số  $\frac{AM}{BM}$

 **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## Dạng 5. Tích vô hướng và ứng dụng



### Phương pháp

Xét hai vectơ  $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$  và  $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$  ta có:

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b}) \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \end{cases}$$

(1) Tích vô hướng hai vectơ:

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2} \sqrt{(b_1)^2 + (b_2)^2 + (b_3)^2}}$$

→ Góc giữa 2 vectơ:

**Chú ý:** Khi  $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$  thì  $\cos(\vec{a}; \vec{b}) > 0 \Rightarrow (\vec{a}; \vec{b})$  là góc nhọn,  
 Khi  $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$  thì  $\cos(\vec{a}; \vec{b}) < 0 \Rightarrow (\vec{a}; \vec{b})$  là góc tù.

(2) Vectơ  $\vec{a}$  vuông góc vectơ  $\vec{b}$ :  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$

### ► Bài toán liên quan giữa độ dài và tích vô hướng:

Cho hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  có  $|\vec{u}| = m$ ,  $|\vec{v}| = n$  và tạo với nhau một góc  $\alpha$ . Tính  $|\vec{u} + \vec{v}|$  hoặc  $|\vec{u} - \vec{v}|$  hoặc tùy vào yêu cầu bài toán.

#### Hướng giải quyết

» **Bước 1:** Biến đổi  $(\vec{u} + \vec{v})^2 = (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2$

$$\begin{cases} \vec{u}^2 = |\vec{u}|^2 \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b}) \end{cases}$$

» **Bước 2:** Áp dụng:

$$\vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2 = |\vec{u}|^2 + 2|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}; \vec{v}) + |\vec{v}|^2 \quad (*)$$

Để biến đổi.



### Ví dụ 5.1.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ ,  $\vec{b} = (5; 0; 12)$ . Tính cosin của góc giữa

↳ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....



### Ví dụ 5.2.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(-1; -2; 3)$ ,  $B(0; 3; 1)$ ,  $C(4; 2; 2)$ . Cosin của  $\widehat{BAC}$

↳ **Lời giải**

.....

.....



.....

.....

.....

.....

.....



### Ví dụ 5.3.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai véc tơ  $\vec{a} = (2; 1; -2)$ ,  $\vec{b} = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{2})$ . Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hai véc tơ  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$  và  $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$  vuông góc với nhau

#### Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



### Ví dụ 5.4.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{u} = (1; 1; -2)$ ,  $\vec{v} = (1; 0; m)$ . Tìm  $m$  để góc giữa hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  bằng  $45^\circ$

#### Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



### Ví dụ 5.5.

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  tạo với nhau một góc  $120^\circ$  và  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 5$ . Tính  $|\vec{u} + \vec{v}|$ .

#### Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



## Dạng 6. Tâm tỷ cự



### Phương pháp

#### ► Bài toán cực trị độ dài vecto:

Cho  $n$  điểm  $A_1; A_2; \dots; A_n$  và các hệ số  $k_1; k_2; \dots; k_n$  sao cho  $k = k_1 + k_2 + \dots + k_n \neq 0$  và đường thẳng  $d$  hoặc mặt phẳng  $(P)$ . Tìm điểm  $M$  trên đường thẳng  $d$  hoặc mặt phẳng  $(P)$ , sao cho  $|k_1 \vec{MA}_1 + k_2 \vec{MA}_2 + \dots + k_n \vec{MA}_n|$  nhỏ nhất.

#### Hướng giải quyết

» **Bước 1:** Gọi  $I$  là điểm thỏa mãn  $k_1 \vec{IA}_1 + k_2 \vec{IA}_2 + \dots + k_n \vec{IA}_n = \vec{0}$ .

» **Bước 2:** Áp dụng quy tắc ba điểm biến đổi:

$$|k_1 \vec{MA}_1 + k_2 \vec{MA}_2 + \dots + k_n \vec{MA}_n| = |(k_1 + k_2 + \dots + k_n) \vec{MI}| = |k| |\vec{MI}|$$

» **Bước 3:** Tìm độ dài nhỏ nhất của các vecto đã cho xảy ra khi  $M$  xảy ra ở vị trí nào?

#### ► Bài toán cực trị độ dài bình phương vecto:

Cho đa giác  $A_1 A_2 \dots A_n$  và các hệ số  $k_1; k_2; \dots; k_n$  sao cho  $k = k_1 + k_2 + \dots + k_n > 0$ .

Tìm điểm  $M$  trên đường thẳng  $d$  hoặc mặt phẳng  $(P)$ , sao cho tổng

$S = k_1 \cdot MA_1^2 + k_2 \cdot MA_2^2 + \dots + k_n \cdot MA_n^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

#### Hướng giải quyết

» **Bước 1:** Gọi  $I$  là điểm thỏa mãn  $k_1 \vec{IA}_1 + k_2 \vec{IA}_2 + \dots + k_n \vec{IA}_n = \vec{0}$ .

» **Bước 2:** Thấy rằng

$$MA_1^2 = |\vec{MA}_1|^2 = (\vec{MA}_1)^2 = (\vec{MI} + \vec{IA}_1)^2 = (\vec{MI})^2 + 2(\vec{MI} \cdot \vec{IA}_1) + (\vec{IA}_1)^2$$

Áp dụng quy tắc ba điểm biến đổi:

$$\begin{aligned} S &= k_1 \cdot MA_1^2 + k_2 \cdot MA_2^2 + \dots + k_n \cdot MA_n^2 \\ &= k_1 \left[ (\vec{MI})^2 + 2(\vec{MI} \cdot \vec{IA}_1) + (\vec{IA}_1)^2 \right] + \dots + k_n \left[ (\vec{MI})^2 + 2(\vec{MI} \cdot \vec{IA}_n) + (\vec{IA}_n)^2 \right] \\ &= (k_1 + k_2 + \dots + k_n) MI^2 + (k_1 \cdot IA_1^2 + \dots + k_n \cdot IA_n^2) + \dots + 2\vec{MI} \cdot \left( k_1 \vec{IA}_1 + k_2 \vec{IA}_2 + \dots + k_n \vec{IA}_n \right) \\ &= (k_1 + k_2 + \dots + k_n) MI^2 + (k_1 \cdot IA_1^2 + \dots + k_n \cdot IA_n^2) \end{aligned}$$

» **Bước 3:** Do  $k > 0$ , để  $S = k_1 \cdot MA_1^2 + k_2 \cdot MA_2^2 + \dots + k_n \cdot MA_n^2$  đạt giá trị nhỏ nhất thì ta xác định vị trí điểm  $M$  cần tìm.

► **Chú ý:** Cho đa giác  $A_1 A_2 \dots A_n$  và các hệ số  $k_1; k_2; \dots; k_n$  sao cho  $k = k_1 + k_2 + \dots + k_n < 0$ . Tìm điểm  $M$  trên  $d$  hoặc  $(P)$ , sao cho tổng



Trong không gian  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(2;-3;7), B(0;4;1), C(3;0;5)$  và  $D(3;3;3)$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên mặt phẳng  $(Oyz)$  sao cho biểu thức  $|MA| + |MB| + |MC| + |MD|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $|OM|$ .

[illegible]

Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{OA} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}, B(2;2;1)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc trục tung sao cho  $MA^2 + MB^2$  nhỏ nhất.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.



## Luyện tập

### A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (-1; 5; 0)$  và  $\vec{v} = (1; -5; -3)$ , tọa độ của vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$  là  
**A.**  $(2; -10; 3)$       **B.**  $(2; 10; 3)$       **C.**  $(0; 0; -3)$       **D.**  $(2; 0; 3)$
- » **Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (-2; 5; 2)$  và  $\vec{b} = (1; -3; -1)$ , vectơ  $\vec{a} - \vec{b}$  có tọa độ là  
**A.**  $(1; -2; 3)$       **B.**  $(-3; 8; 3)$       **C.**  $(-1; 2; 1)$       **D.**  $(3; -8; -3)$
- » **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{a} = (-2; 6; 2)$ , vectơ  $\frac{3}{2}\vec{a}$  có tọa độ là  
**A.**  $(-6; 9; 6)$       **B.**  $(-3; 9; 3)$       **C.**  $(6; 9; 6)$       **D.**  $(-3; 6; 3)$
- » **Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (2; -1; 0)$ ,  $\vec{b} = (-1; -3; 2)$ ,  $\vec{c} = (-2; -4; -3)$ , tọa độ của  $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$  là  
**A.**  $(5; 3; -9)$       **B.**  $(-5; -3; 9)$       **C.**  $(-3; -7; -9)$       **D.**  $(3; 7; 9)$
- » **Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (3; 0; 1)$ ,  $\vec{c} = (1; 1; 0)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{b}$  thỏa mãn đẳng thức  $\vec{b} - \vec{a} + 2\vec{c} = \vec{0}$ ?  
**A.**  $\vec{b} = (-1; 2; -1)$       **B.**  $\vec{b} = (-2; 1; -1)$       **C.**  $\vec{b} = (1; -2; 1)$       **D.**  $\vec{b} = (1; 2; 1)$
- » **Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là  
**A.**  $(2; 0; 1)$       **B.**  $(2; -2; 0)$       **C.**  $(0; -2; 1)$       **D.**  $(0; 0; 1)$
- » **Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; -2; 2)$  và  $N(1; 0; 4)$ . Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng  $MN$  là  
**A.**  $(1; -1; 3)$       **B.**  $(0; 2; 2)$       **C.**  $(2; -2; 6)$       **D.**  $(1; 0; 3)$
- » **Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vectơ  $\vec{AB}$  có tọa độ là  
**A.**  $(-1; -1; -3)$       **B.**  $(3; 1; 1)$       **C.**  $(1; 1; 3)$       **D.**  $(3; 3; -1)$
- » **Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 5)$ . Tìm tọa độ  $A'$  là điểm đối xứng với  $A$  qua trục  $Oy$ .  
**A.**  $A'(2; 3; 5)$       **B.**  $A'(2; -3; -5)$       **C.**  $A'(-2; -3; 5)$       **D.**  $A'(-2; -3; -5)$



» **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;3;2)$  và  $B(3;-1;4)$ . Tọa độ vector  $\vec{u} = 2\vec{BA} - \vec{OB}$  là  
**A.**  $\vec{u} = (-7; 7; -8)$     **B.**  $\vec{u} = (-7; 3; -8)$     **C.**  $\vec{u} = (-7; 5; -8)$     **D.**  $\vec{u} = (-7; 9; -8)$

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0;2;1)$  và  $B(3;-2;1)$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng  
**A.** 5.    **B.** 3.    **C.** 25.    **D.** 9.

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $MNPQ$  có  $M(-4;3;3), N(4;-4;2)$  và  $P(3;6;-1)$ . Biết chu vi của hình bình hành  $MNPQ$  bằng  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  với  $a, b \in \mathbb{N}^*$  và  $a > b$ . Tính  $a - b$ .  
**A.** 4.    **B.** 8.    **C.** 16.    **D.** 32.

» **Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vector  $\vec{u} = (1; -2; 3)$ . Vector nào sau đây cùng phương với vector  $\vec{u}$ ?  
**A.**  $\vec{a} = (2; 4; 6)$ .    **B.**  $\vec{b} = (-3; 6; -9)$ .    **C.**  $\vec{c} = \left(\frac{1}{2}; -2; \frac{3}{2}\right)$ .    **D.**  $\vec{d} = (-1; 2; -3)$ .

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0;3;-1)$  và  $B(-1;-6;2)$ . Tìm giao điểm  $C$  của đường thẳng  $AB$  và trục  $Ox$ .  
**A.**  $C\left(-\frac{1}{3}; 0; 0\right)$ .    **B.**  $C\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$ .    **C.**  $C(3; 0; 0)$ .    **D.**  $C(-3; 0; 0)$ .

» **Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;3)$  và  $B(-1;4;1)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Tính  $\vec{IA} \cdot \vec{BA}$ .  
**A.** 4.    **B.** 6.    **C.** -4.    **D.** -6.

**B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai**

» **Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2; -1; 3), \vec{b} = (-1; 5; 2)$

|     | Mệnh đề                           | Đúng | Sai |
|-----|-----------------------------------|------|-----|
| (a) | $\vec{a} + \vec{b} = (-3; 6; -1)$ |      |     |
| (b) | $\vec{a} - \vec{b} = (3; -6; 1)$  |      |     |
| (c) | $3\vec{b} = (-3; 15; 6)$          |      |     |
| (d) | $2\vec{a} - \vec{b} = (5; -7; 4)$ |      |     |

» **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2; 1; 0), \vec{b} = (-1; 0; -2), \vec{c} = (m; -2; 4)$ .

|     | Mệnh đề                                       | Đúng | Sai |
|-----|-----------------------------------------------|------|-----|
| (a) | $-2\vec{a} + \vec{b} = (-5; -2; -2)$          |      |     |
| (b) | $\vec{b} \perp \vec{c} \Leftrightarrow m = 8$ |      |     |



|          |                                                |  |  |
|----------|------------------------------------------------|--|--|
| )        |                                                |  |  |
| (c)<br>) | $\cos(\vec{r}_a, \vec{r}_b) = \frac{2}{5}$     |  |  |
| (d)<br>) | $ \vec{c}  = 2 \vec{a}  \Leftrightarrow m = 0$ |  |  |

» Câu 18. Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\triangle ABC$ , biết  $A(-1;0;3), B(4;2;0), C(3;1;-3)$ .

|          | Mệnh đề                                                                                            | Đúng<br>g | Sai |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----|
| (a)<br>) | $G(2;1;0)$ là trọng tâm tam giác $ABC$                                                             |           |     |
| (b)<br>) | $D(-2;-1;0)$ là một đỉnh của hình bình hành $ABCD$                                                 |           |     |
| (c)<br>) | $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\vec{AM} = 3\vec{CB}$ . Khi đó $a+b+c = -13$                                  |           |     |
| (d)<br>) | $M(a;b;c) \in Ox$ sao cho $BM$ vuông góc với đường thẳng $AC$ .<br>Khi đó $4a^2 + b^2 + c^2 = 162$ |           |     |

» Câu 19. Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;3), B(2;5;4), C(0;2;0)$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

|          | Mệnh đề                                                                                          | Đúng<br>g | Sai |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----|
| (a)<br>) | Khi vector $\vec{v} = (1;3;-2n)$ cùng phương với $\vec{AB}$ thì $n$ có giá trị là $-\frac{1}{2}$ |           |     |
| (b)<br>) | Khi $ABCD$ là hình bình hành thì điểm $D(-1;-1;-1)$                                              |           |     |
| (c)<br>) | Với điểm $E(x;y;-2)$ để $A, B, E$ thẳng hàng thì $x+y = -\frac{1}{2}$                            |           |     |
| (d)<br>) | Điểm $M \in (Oxy)$ sao cho $A, B, M$ thẳng hàng có tọa độ là $M(-2;7;0)$                         |           |     |

» Câu 20. Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;-1;1), B(-1;3;-1), C(5;-3;4)$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

|          | Mệnh đề                                                                  | Đúng<br>g | Sai |
|----------|--------------------------------------------------------------------------|-----------|-----|
| (a)<br>) | Tích vô hướng của hai vector $\vec{AB}$ và $\vec{BC}$ bằng $-52$         |           |     |
| (b)<br>) | Góc $\angle ABC$ là góc tù                                               |           |     |
| (c)<br>) | Côsin giữa hai vector $\vec{AB}, \vec{AC}$ bằng $\frac{-23}{\sqrt{638}}$ |           |     |
| (d)<br>) | Điểm $D(1;2;x)$ với $\triangle ABD$ vuông tại $B$ thì giá trị $x = -6$   |           |     |

**C. Câu hỏi - Trả lời ngắn**





» Câu 21. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tọa độ các điểm  $A(1;2;-1), C(3;-4;1), B(2;-1;3), D'(0;3;5)$ . Giả sử tọa độ điểm  $A'(x;y;z)$  thì  $x+y+z$  là

Điền đáp số:

» Câu 22. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $B(1;2;-3)$  và  $C(7;4;-2)$ . Gọi  $E(x;y;z)$  là điểm thỏa mãn đẳng thức  $\vec{CE} = 2\vec{EB}$  khi đó  $x+y+z$  bằng

Điền đáp số:

» Câu 23. Trong không gian  $Oxyz$  cho 3 điểm  $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-3;6;4)$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên đoạn  $BC$  sao cho  $\vec{MC} = 2\vec{MB}$ . Tính độ dài đoạn  $AM$  (Kết quả được làm tròn ở chữ số thập phân thứ nhất)

Điền đáp số:

» Câu 24. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(2;2;1), N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right), E(2;2;3)$ . Gọi  $I(a,b,c)$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $OMN$ . Tính độ dài  $IE$ .

Điền đáp số:

» Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2;3;1)$  và  $B(5;6;2)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oxz)$  tại điểm  $M$ . Tính tỉ số  $\frac{AM}{BM}$

» Câu 26. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{u} = (1;1;-2)$  và  $\vec{v} = (1;0;m)$ . Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị  $m$  để hai vector  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  tạo với nhau một góc  $45^\circ$ . Số phần tử của  $S$  là bao nhiêu?

Điền đáp số:

----- Hết -----

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com  
<https://www.vnteach.com>