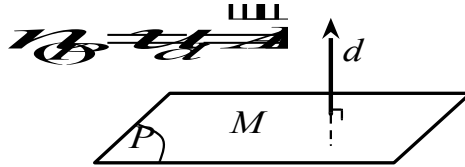


CHỦ ĐỀ 5

LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng d (hoặc vuông góc với đường thẳng AB)

Phương pháp

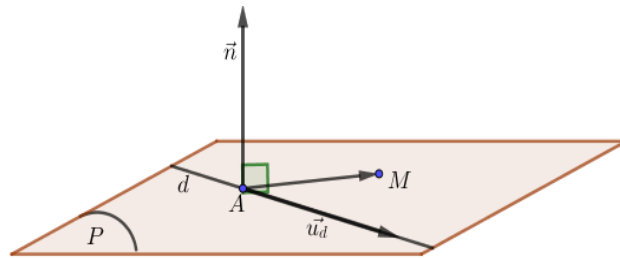


$$(P): \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \vec{AB} \end{cases}$$

Phương pháp.

Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.

Phương pháp



Bước 1: Chọn điểm $A \in d$ và một VTCP $\vec{u}_d$. Tính $[\vec{AM}, \vec{u}_d]$.

Bước 2: Phương trình

$$\text{mp}(P) \begin{cases} \text{qua } M \\ \text{VTPT } \vec{n} = [\vec{AM}, \vec{u}_d] \end{cases}$$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d .

A. $(T): x + y + 2z + 1 = 0$

B. $(P): x - 2y + z + 1 = 0$

C. $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$

D. $(R): x + y + z + 1 = 0$

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu vector chỉ phương của đường thẳng cùng phương với vector pháp tuyến của mặt phẳng.

Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $u = (1; -2; 1)$.

Mặt phẳng (T) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_T = (1; 1; 2)$. Do $\frac{1}{1} \neq \frac{-2}{1} \neq \frac{1}{2}$ nên u không cùng phương với $\vec{n}_T$. Do đó d không vuông góc với (T) .

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -2; 1)$. Do $\frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{1}{1}$ nên u cùng phương với $\vec{n}_P$. Do đó d vuông góc với (P) .

Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (1; -2; -1)$. Do $\frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} \neq \frac{1}{-1}$ nên u không cùng phương với $\vec{n}_Q$. Do đó d không vuông góc với (Q) .

Mặt phẳng (R) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_R = (1; 1; 1)$. Do $\frac{1}{1} \neq \frac{-2}{1} \neq \frac{1}{1}$ nên u không cùng phương với $\vec{n}_R$. Do đó d không vuông góc với (R) .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng

$(d): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ là:

A. $x + y + z + 1 = 0$

B. $x - y - z = 1$

C. $x + y + z = 1$

D. $x + y + z = 0$

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ nên nhận vector chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 1; 1)$ làm vector pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x + y + z + D = 0$, mặt khác (P) đi qua gốc tọa độ nên $D = 0$.

Vậy phương trình (P) là: $x + y + z = 0$.

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases} \quad \text{Phương}$$

Câu 3. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng d là

A. $2x - y + z - 3 = 0$ **B.** $2x - y + 2z - 6 = 0$ **C.** $2x - y + z + 3 = 0$ **D.** $2x - y - z + 3 = 0$

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(0;0;3)$ và vuông góc với đường thẳng d nên nhận véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $u = (2; -1; 1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Do đó phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x - y + z - 3 = 0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $m = 2$ **B.** $m = -52$ **C.** $m = 52$ **D.** $m = -2$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ có vector chỉ phương $u = (5; 1; 1)$

Mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$ có vector pháp tuyến $n = (10; 2; m)$

Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì u phải cùng phương với n

$$\Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \frac{1}{m} \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O , song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + z = 0$ **B.** $x - 2y + z = 0$ **C.** $x + 2y + z - 4 = 0$ **D.** $x - 2y + z + 4 = 0$

Lời giải

Chọn A

Δ có VTCP $u = (-1; 2; -3)$ và (P) có VTPT là $n = (1; -1; 1)$.

(α) qua O và nhận $\vec{n}' = - \left[\vec{u}; \vec{n} \right] = (1; 2; 1)$

Suy ra (α): $x + 2y + z = 0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; -2)$ và

đi qua điểm $M(1; -3; 2)$, $d_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Giá trị $a + 2b + 3c$ bằng

- A. - 42. B. - 32. C. 11. D. 20.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (1; -2; 3)$ và đi qua điểm $N(-3; 1; -4)$

Ta có: $\vec{e}, \vec{u} = (4; 5; 2)^T \cdot 0$; $\vec{MN} = (-4; 4; -6)$; $\vec{e}, \vec{u} \cdot \vec{MN} = -16 + 20 - 12 = -8 \neq 0$

$\Rightarrow d_1$ và d_2 chéo nhau.

Mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 nên (P) nhận $\vec{e}, \vec{u} = (4; 5; 2)$ làm một vector pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(-1; -1; -1)$ của đoạn MN

Suy ra phương trình của (P) : $4(x+1) + 5(y+1) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y + 2z + 11 = 0$

$\Rightarrow a = 4; b = 5; c = 2 \Rightarrow a + 2b + 3c = 20$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

- A. $-2x - y + 9z - 36 = 0$ B. $2x - y - z = 0$
C. $6x + 9y + z + 8 = 0$ D. $6x + 9y + z - 8 = 0$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ đi qua điểm $M(1; -2; 4)$, có một VTCP là $\vec{u}_1 = (-2; 1; 3)$.

Đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có một VTCP là $\vec{u}_2 = (1; -1; 3)$.

Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau $d_1, d_2 \Rightarrow (P)$ qua điểm $M(1; -2; 4)$, có một VTPT là

$\vec{n} = \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] = (6; 9; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

$(P): 6(x-1) + 9(y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0$.

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q): x + y - 4z - 6 = 0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x=3 \\ y=3+t \\ z=5-t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A , song song với d và vuông góc với (Q) là :
A. $3x + y + z - 1 = 0$. **B.** $3x - y - z + 1 = 0$. **C.** $x + 3y + z - 3 = 0$. **D.** $x + y + z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n}_Q = (1; 1; -4)$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (0; 1; -1)$.

Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P$.

Ta có: $\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q$ và $\vec{n}_P \perp \vec{u}_d$ nên chọn $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{u}_d] = (3; 1; 1)$.

(P) đi qua điểm $A(0;1;0)$, VTPT $\vec{n}_P = (3; 1; 1)$ có phương trình là: $3x + y + z - 1 = 0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và

$d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

- A.** $(P): x + 5y + 8z - 16 = 0$. **B.** $(P): x + 5y + 8z + 16 = 0$.
C. $(P): x + 4y + 6z - 12 = 0$. **D.** $(P): 2x + y - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -2; 1)$.

Đường thẳng d_2 có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 3; -2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; 5; 8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 5; 8)$ là $x + 5y + 8z - 16 = 0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A , O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Vector nào trong các vector dưới đây là một vector pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

- A.** $\vec{n} = (1; -1; -1)$. **B.** $\vec{n} = (1; -1; -3)$. **C.** $\vec{n} = (1; -1; 5)$. **D.** $\vec{n} = (1; -1; -5)$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ z=0 \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng qua hai điểm A, O có dạng

Gọi (P) là mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O nên $(P): m(x-y)+nz=0, m^2+n^2>0$. Khi đó véc-tơ pháp tuyến của (P) có dạng $\vec{n}=(m;-m;n)$.

Ta có $d(B,(P))=\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|m+2n|}{\sqrt{m^2+m^2+n^2}}=\sqrt{3} \Leftrightarrow 2m^2-4mn-n^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{n}=1 \\ \frac{m}{n}=\frac{1}{5} \end{cases}$

Vậy một véc-tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó là $\vec{n}=\left(\frac{1}{5}n;-\frac{1}{5}n;n\right)=\frac{n}{5}(1;-1;5)$.

Câu 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d ?

A. $(P): 5x+2y+4z-5=0$

B. $(P): 2x+1y+2z-1=0$

C. $(P): 5x-2y-4z-5=0$

D. $(P): 2x+1y+2z-2=0$

Lời giải

Chọn C

VTCP của d là $\vec{a}=(2;1;2)$ và $B(1;-2;1) \in d$.

Khi đó: $\vec{AB}=(0;-2;1)$

Do đó véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=[\vec{AB}, \vec{a}]=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}=(5;-2;-4)$

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $5(x-1)-2(y-0)-4(z-0)=0$ hay $5x-2y-4z-5=0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1; d_2$ là:

A. $2y-2z+1=0$

B. $2y-2z-1=0$

C. $2x-2z+1=0$

D. $2x-2z-1=0$

Lời giải

Chọn A

Ta có: Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ có VTCP là $\vec{u}_1 = (-1; 1; 1)$ và đường thẳng d_2 đi qua điểm $A(0;1;2)$ có VTCP là $\vec{u}_2 = (-2; 1; 1)$

Mặt phẳng (P) song song $d_1; d_2$ nên (P) có VTPT là $\vec{n} = \begin{bmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \end{bmatrix} = (0; -1; 1)$

Do đó: Mặt phẳng (P) có dạng $y - z + m = 0$

Mặt khác: (P) cách đều hai đường thẳng $d_1; d_2$ nên

$$d(d_1; (P)) = d(d_2; (P)) \Leftrightarrow d(A; (P)) = d(B; (P)) \Leftrightarrow |m| = |m - 1| \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

Vậy $(P): y - z + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 2y - 2z + 1 = 0$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d .

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $3x + 2y - z + 1 = 0$

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d .

Ta có: $\vec{n}_P = \vec{u}_d = (3; 2; -1)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Phương trình mặt phẳng (P) là: $3(x - 2) + 2(y + 2) - 1(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - z + 1 = 0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0; 1; 0)$ và chứa đường thẳng

$$(\Delta): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $3x + y - 2z - 1 = 0$

Ta lấy điểm $M(2; 1; 3) \in (\Delta) \Rightarrow \begin{cases} \vec{AM} = (2; 0; 3) \\ \vec{v}_{tcp} u_{(\Delta)} = (1; -1; 1) \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\vec{AM}, u_{(\Delta)}] = (3; 1; -2)$

Mặt phẳng cần tìm qua $A(0; 1; 0)$ và nhận $\vec{n} = (3; 1; -2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là:

$$3.(x - 0) + 1.(y - 1) - 2.(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 2z - 1 = 0$$

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; 2)$ và đường thẳng d có phương

$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases} \text{ trình lập phương trình mặt phẳng } (P) \text{ chứa điểm } A \text{ và vuông góc đường thẳng } d.$$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $-3x - 2y - 10z + 23 = 0$.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 0; 2)$ và có vector chỉ phương $u = (-4; 1; 1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (2; -3; 0)$, $[\overrightarrow{AM}, u] = (-3; -2; -10)$.

Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có vector pháp tuyến $[\overrightarrow{AM}, u] = (-3; -2; -10)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $-3(x+1) - 2(y-3) - 10(z-2) = 0 \Leftrightarrow -3x - 2y - 10z + 23 = 0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều

hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} (P): 2y - 2z + 1 = 0$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $(P): 2y - 2z + 1 = 0$

Ta có: d_1 đi qua điểm $A(2; 0; 0)$ và có VTCP $u_1 = (-1; 1; 1)$

d_2 đi qua điểm $B(0; 1; 2)$ và có VTCP $u_2 = (2; -1; -1)$

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $n = [u_1, u_2] = (0; 1; -1)$

Khi đó (P) có dạng $y - z + D = 0$ loại đáp án A và C

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$ của AB

Do đó $(P): 2y - 2z + 1 = 0$

$$(d): \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 3t - 1 \\ z = 2t + 1 \end{cases} \text{ và}$$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng:

$$(\Delta): \begin{cases} x = m + 3 \\ y = 3m - 2 \\ z = 2m + 1 \end{cases} \text{ có dạng } x + ay + bz + c = 0. \text{ Tính } P = a + 2b + 3c.$$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $P=0$

Ta có $d // \Delta$.

Chọn $A(2; -1; 1) \in (d), B(3; -2; 1) \in (\Delta)$.

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 0)$$

Phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng (d) và (Δ) qua $A(2; -1; 1)$ và có VTPT

$$n = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u_{(d)}}] = (-2; -2; 4) = -2(1; 1; -2) \text{ là:}$$

$$1(x-2) + 1(y+1) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z + 1 = 0$$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ cắt nhau. Lập phương trình mặt phẳng chứa d và d' .

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $6x + 9y + z + 8 = 0$

d có VTCP $\vec{u} = (-2; 1; 3)$ và đi qua $M(1; -2; 4)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (1; -1; 3)$ và đi qua $M'(-1; 0; -2)$

Từ đó ta có

$$\overrightarrow{MM'} = (-2; 2; -6)$$

$$[\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1) \neq 0 \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0$$

Suy ra d cắt d' .

Mặt phẳng (P) chứa d và d' đi qua giao điểm của d và d' ; có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{u}']$

Từ phương trình đường thẳng d và d' , ta có:

$$\begin{aligned} \frac{-1+t-1}{-2} &= \frac{-t+2}{1} = \frac{-2+3t-4}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{-2+t}{-2} &= \frac{-t+2}{1} = \frac{-6+3t}{3} \\ \Leftrightarrow t &= 2 \end{aligned}$$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1; -2; 4)$.

Khi đó ta có (P) đi qua $I(1; -2; 4)$ và có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1)$

Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow P=a+2b+3c=1+2.(-2)+3.1=0$$

$$6(x-1)+9(y+2)+(z-4)=0 \Leftrightarrow 6x+9y+z+8=0$$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7), B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM .

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $OM = 2\sqrt{2}$

* Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 4; -6) = 2(1; 2; -3)$

Gọi $I(4; 3; 4)$ là trung điểm của AB

Phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của AB là: $(x-4) + 2(y-3) - 3(z-4) = 0$

$$\Leftrightarrow x + 2y - 3z + 2 = 0$$

Gọi $d = (P) \cap (Q)$. Đường thẳng d có 1 vcp là $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; 1; 1)$ và đi qua điểm $N(-2; 0; 0)$, có

$$d: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

phương trình là

* Gọi $M \in (P): MA = MB$. Khi đó $M \in d$ và $M(-2+t; t; t)$

Theo giả thiết, ta có: $MA = \sqrt{35} \Leftrightarrow \sqrt{(t-5)^2 + (t-1)^2 + (t-7)^2} = \sqrt{35}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{20}{3} \\ t = 2 \Rightarrow M(0; 2; 2) \end{cases}$$

Vậy $OM = 2\sqrt{2}$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}, \Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1},$

$\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho

độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h; k; 1)$. Tính giá trị $h - k$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $h - k = 0$

$$H \in \Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t; t; 1+t)$$

$$K \in \Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m; 2+2m; m)$$

Ta có $\overrightarrow{HK} = (m-2t-2; 2m-t+2; m-t-1)$

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}_d = (1; 1; -2)$

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d} \cdot \overrightarrow{HK} = 0 \Leftrightarrow m-t+2=0 \Leftrightarrow m=t-2 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-t-4; t-2; -3).$$

Ta có $HK^2 = (-t-4)^2 + (t-2)^2 + (-3)^2 = 2(t+1)^2 + 27 \geq 27, \forall t \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \min HK = \sqrt{27}, \text{ đạt được khi } t = -1.$$

Khi đó ta có $\overrightarrow{HK} = (-3; -3; -3)$, suy ra $\vec{u}(1; 1; 1) \Rightarrow h=k=1 \Rightarrow h-k=0$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 2)$, $B(-3; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) .

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $d(M, (Oxy)) = 4$

Gọi $M(x; y; z)$ là điểm cần tìm.

$$\overrightarrow{AM} = (x-3; y-1; z-2), \overrightarrow{BM} = (x+3; y+1; z)$$

Vì ΔMAB vuông tại M nên $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) + (y-1)(y+1) + z(z-2) = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9 + y^2 - 1 + z^2 - 2z = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 11$$

$$\Rightarrow M \text{ thuộc mặt cầu } (S) \text{ có tâm } I(0; 0; 1) \text{ và bán kính } R = \sqrt{11}.$$

Nhận xét thấy $d(I, (P)) = \frac{|0+0+3 \cdot 1 - 14|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 3^2}} = \sqrt{11} = R$

$$\Rightarrow (P) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ tại } M$$

$$\Rightarrow M \text{ là hình chiếu vuông góc của } I \text{ trên } (P)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ \vec{IM} \perp \vec{n}_{(P)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+3z=14 \\ \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow M(1; 1; 4)$$

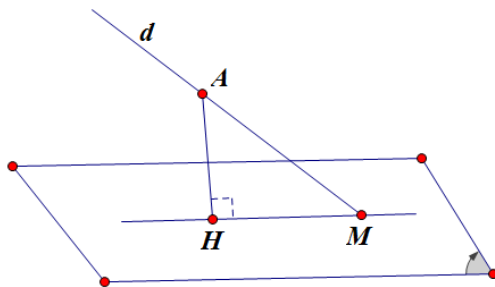
Vậy $d(M, (Oxy)) = |4| = 4$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α) , A thuộc d sao cho $AM = \sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) .

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng 3.



Đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ có một vector chỉ phương là $u = (2; 2; -1)$.

Mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$ có một vector pháp tuyến là $n = (1; 2; -3)$.

$$\sin(d; (\alpha)) = \frac{|\vec{u_d} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u_d}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{3\sqrt{14}}{14}$$

Ta có:

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (α) .

Khi đó tam giác $\triangle MAH$ vuông tại H nên $\sin(d; (\alpha)) = \sin \angle AMH = \frac{AH}{AM}$.

$$\Rightarrow AH = AM \cdot \sin(d; (\alpha)) = 3$$

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng 3.