## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

## Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; Lớp: 12 - CTST.

Thời gian thực hiện: (4 tiết).

**I. MỤC TIÊU.**

**1. Kiến thức, kĩ năng:** Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

* Ôn tập và hệ thống hoá cách sử dụng đạo hàm để khảo sát hàm số (xét chiều biến thiên, tìm cực trị,...) và vẽ đồ thị hàm số.
* Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn như tính tốc độ tức thời của một đại lượng, giải một số bài toán tối ưu hoá đơn giản trong thực tế.

**2. Năng lực:**

**+ Năng lực chung:**

* Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
* Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
* Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

**+ Năng lực riêng:**

* Bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thông qua việc khảo sát, vẽ đồ thị và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
* Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến đạo hàm và khảo sát hàm số.
* Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.
* Giao tiếp toán học: đọc, hiểu thông tin toán học.
* Sử dụng công cụ, phương tiện học toán: sử dụng máy tính cầm tay, thước kẻ, ...

**3. Phẩm chất:**

* Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân

ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

* Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
* Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

**II. THIÉT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU.**

1. Đối với GV: + KHBD, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, …

+ GV chuẩn bị thông tin về một số hình ảnh liên quan đến các nội dung bài học.

2. Đối vơi HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bàng nhóm.

**III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC.**

**A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)**

***a) Mục tiêu:*** Nhắc lại toàn bộ lí thuyết của chương I.

***b) Nội dung:*** HS thực hành vẽ sơ đồ tư duy để tổng hợp kiến thức.

***c) Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.

***d) Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV chia lớp thành 4 nhóm, HS hoạt động theo nhóm, vẽ sơ đồ tư duy tổng hợp lại toàn bộ lí thuyết chương I: tính đơn điệu, cực trị, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số, đường tiệm cận của đồ thị hàm số, các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

- Sau đó, 4 nhóm sẽ trình bày sản phẩm của nhóm mình trên bảng, các nhóm khác theo dõi, nhận xét

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS thực hiện vẽ sơ đồ tư duy.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

Bước 4: Kết luận, nhận định:

**B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI**

**▶Hoạt động 1: Ôn tập về tính đơn điệu, cực trị và giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số, đường tiệm cận của đồ thị hàm số.**

***a) Mục tiêu:*** Giúp HS rèn luyện kĩ năng xác định chiều biến thiên, tìm được cực trị của hàm số, tìm được giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn, tìm được đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

***b) Nội dung:*** HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương.

***c) Sản phẩm:*** Lời giải của các bài tập.

***d) Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

|  |  |
| --- | --- |
| **HĐ CỦA GV VÀ HS** | **SẢN PHẨM DỰ KIẾN** |
| **Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:****HĐ1** **Trắc nghiệm** - GV tổ chức cho HS làm các câu hỏi trong phần Trắc nghiệm.+ GV cho HS hoạt động cá nhân trong 15 phút, sau đó gọi HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.GV chia lớp thành các nhóm bốn HS, tổ chức cho HS làm việc nhóm trong 3 phút, sau đó các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** - HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vào tập.- HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án.Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét.- GV: quan sát và trợ giúp HS. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** - HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.**Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại Ôn tập cách xét sự biến thiên của hàm số, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn | HS thực hiện bài tập Trắc nghiệm**1. A****2. B****3. B****4. C****5. C****6. A****7. B****8. C** |

**▶Hoạt động 2: Ôn tập về khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.**

***a) Mục tiêu:*** Nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số.

***b) Nội dung:*** HS nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số.

***c) Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.

***d) Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

|  |  |
| --- | --- |
| **HĐ CỦA GV VÀ HS** | **SẢN PHẨM DỰ KIẾN** |
| **Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:****HĐ Ôn tập về khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.**GV đặt câu hỏi cho HS nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số, sau đó gọi đại diện 1 HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.**Bài 9**GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân, sau đó gọiHS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.**Bài 10**GV tổ chức cho HS thực hiện bài 10 theo nhóm đôi trong 7 phút, sau đó đại diện các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.**Bài 12**GV tổ chức cho HS thực hiện bài 12 theo nhóm đôi trong 7 phút, sau đó đại diện các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Mỗi BT GV mời đại diện các nhóm trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các nhóm trên bảng.**Bước 4: Kết luận, nhận định:** - GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.- GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải khi thực hiện giải bài tập. -Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập 1.44  | HS nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số.**HS thực hiện bài tập 9 và ghi bài.**Ta có a + b = 10, suy ra b = 10 – a.Vì a, b ≥ 0 nên 10 – a ≥ 0, suy ra a ≤ 10.a) Ta có ab = a(10 – a) = – a2 + 10a.Xét hàm số H(a) = – a2 + 10a với a ∈ [0; 10].Đạo hàm H*'*(a) = – 2a + 10. Trên khoảng (0; 10), H*'*(a) = 0 khi a = 5.H(0) = 0; H(5) = 25; H(10) = 0.Do đó, $max\_{[0;10]} H(a)=25$ tại $a=5$.Với $a=5$ thì $b=10-5=5$.Vậy biểu thức $ab$ đạt giá trị lớn nhất bằng 25 khi $a=b=5$.b) Ta có $a^{2}+b^{2}=a^{2}+(10-a)^{2}=2a^{2}-20a+100$.Xét hàm số $S(a)=2a^{2}-20a+100$ với $a\in [0;10]$.Đạo hàm $S(a)=4a-20$. Trên khoảng $(0;10),S(a)=0$ khi $a=5$.$S(0)=100;S(5)=50;S(10)=100$.Do đó, $min\_{[0;10]} S(a)=50$ tại a $=5$.Vậy tống các bình phương của hai số $a$ và $b$ đạt giá trị nhở nhất bằng $50khia=b=5$.c) Ta có $ab^{2}=a(10-a)^{2}=a^{3}-20a^{2}+100a$.Xét hàm số $T(a)=a^{3}-20a^{2}+100a$ với với $a\in [0;10]$.Đạo hàm $T(a)=3a^{2}-40a+100$. Trên khoảng $(0;10),S(a)=0$ khi $a=\frac{10}{3}$.$T(0)=0;T\left(\frac{10}{3}\right)=\frac{4000}{27};T(10)=0$.Do đó, $max\_{[0;10]} T(a)=\frac{4000}{27}$ tại $a=\frac{10}{3}$.Với $a=\frac{10}{3}$ thì $b=10-\frac{10}{3}=\frac{20}{3}$.Vậy biếu thức $ab^{2}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{4000}{3}$ tại $a=\frac{10}{3},b=\frac{20}{3}$.**HS thực hiện bài tập 10 và ghi bài.**Bài 10:Giả sử hàm số bậc ba cần tìm có dạng y = f(x) = ax3 + bx2 + cx + d (a ≠ 0).Quan sát Hình 3, ta thấy đồ thị hàm số đi qua các điểm (0; 5), (1; 1) và (3; 5).Với x = 0 thì y = 5, thay vào hàm số ta suy ra d = 5.Khi đó hàm số trở thành y = f(x) = ax3 + bx2 + cx + 5.Với x = 1 thì y = 1, thay vào hàm số ta được a + b + c + 5 = 1 (1).Ta thấy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là (1; 1) và (3; 5), tức là phương trình y*'* = 0 có hai nghiệm là x = 1 và x = 3.Ta có y*'* = 3ax2 + 2bx + c.Với x = 1 thì y*'* = 0 nên ta có 3a + 2b + c = 0 (2).Với x = 3 thì y*'* = 0 nên ta có 27a + 6b + c = 0 (3).Từ (1), (2) và (3) ta suy ra a = – 1; b = 6; c = – 9.Vậy hàm số cần tìm là y = f(x) = – x3 + 6x2 – 9x + 5.**HS thực hiện bài tập 11 và ghi bài.**a) Xét hàm số $y=\frac{1}{3}x^{3}-x^{2}+4$.Tập xác định: $R$.Sự biến thiên:Chiều biến thiên:Đạo hàm $y^{'}=x^{2}-2x;y^{'}=0⇔x=0$ hoặc $x=2$.Trên các khoảng $(-\infty ;0)$ và $(2;+\infty )$, $y^{'}>0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.Trên khoảng (0; 2), y'< 0 nên hàm số nghịch biến trên khoảng đó.Cực trị:Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $y\_{CE}=4$.Hàm số đạt cực tiếu tại $x=2$ và $y\_{CT}=\frac{8}{3}$.Các giới hạn tại vô cực:$$lim\_{x\rightarrow -\infty } y=lim\_{x\rightarrow -\infty } x^{3}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{x}+\frac{4}{x^{3}}\right)=-\infty ;lim\_{x\rightarrow +\infty } y=lim\_{x\rightarrow +\infty } x^{3}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{x}+\frac{4}{x^{3}}\right)=+\infty $$Bảng biến thiên:Bài 11 trang 38 Toán 12 Tập 1 Chân trời sáng tạo | Giải Toán 12Đồ thị:Khi $x=0$ thì $y=4$ nên $(0;4)$ là giao điếm của đồ thị với trục Oy.Ta có $y=0⇔\frac{1}{3}x^{3}-x^{2}+4=0$, phương trình này có 1 nghiệm nên đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại 1 điểm.Điểm $(0;4)$ là cực đại và điếm $\left(2;\frac{8}{3}\right)$ là điếm cực tiếu của đồ thị hàm số.Đồ thị hàm số đi qua điếm $(3;4)$.Đồ thị của hàm số đã cho được biếu diễn như hình dưới đây.Bài 11 trang 38 Toán 12 Tập 1 Chân trời sáng tạo | Giải Toán 12Đồ thị của hàm số có tâm đối xứng là điếm I $\left(1;\frac{10}{3}\right)$.b) Hai điếm cực trị của đồ thị hàm số là $(0;4)$ và $\left(2;\frac{8}{3}\right)$.Khoảng cách giữa hai điếm cực trị của đồ thị hàm số là$d=\sqrt{(2-0)^{2}+\left(\frac{8}{3}-4\right)^{2}}=\frac{4\sqrt{10}}{3}$.**HS thực hiện bài tập 12 và ghi bài.**a) Xét hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$.Tập xác định: $D$ = $R∖\{1\}$.Sự biến thiên:Chiều biến thiên:Đạo hàm $y^{'}=\frac{-3}{(x-1)^{2}}$. Vi $y^{'}<0$ với mọi $x\ne 1$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty ;1)$ và $(1;+$ $\infty $ ).Tiệm cận:Ta có $lim\_{x\rightarrow -\infty } y=lim\_{x\rightarrow -\infty } \frac{2x+1}{x-1}=2;lim\_{x\rightarrow +\infty } y=lim\_{x\rightarrow +\infty } \frac{2x+1}{x-1}=2$. Suy ra đường thắng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.Ta có $lim\_{x\rightarrow 1^{-}} y=lim\_{x\rightarrow 1^{-}} \frac{2x+1}{x-1}=-\infty ;lim\_{x\rightarrow 1^{+}} y=lim\_{x\rightarrow 1^{+}} \frac{2x+1}{x-1}=+\infty $. Suy ra đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.Bảng biến thiên:Bài 12 trang 38 Toán 12 Tập 1 Chân trời sáng tạo | Giải Toán 12Đồ thị:Với $x=0$ thì $y=-1$ nên đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điếm $(0;-1)$.Với $y=0$ thì $x=-\frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số giao với trục $Ox$ tại điểm $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.Đồ thị của hàm số đã cho được biểu diễn như hình dưới đây.Bài 12 trang 38 Toán 12 Tập 1 Chân trời sáng tạo | Giải Toán 12Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điếm I(1;2). Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x=1$ và $y=2$.b) Ta có $A(0;-1),I(1;2)$.Vì B đối xứng với A qua I nên I là trung điếm của AB.Khi đó, tọa độ của điếm $B$ là $\left\{\begin{matrix}x\_{B}=2x\_{I}-x\_{A}=2⋅1-0=2\\y\_{B}=2y\_{I}-y\_{A}=2⋅2-(-1)=5\end{matrix}\right.$. Suy ra $B(2;5)$.Ta có $\frac{2⋅2+1}{2-1}=5$, do đó điểm $B(2;5)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$. |

**▶Hoạt động 3: Luyện tập.**

***a) Mục tiêu:*** Nhắc lại sơ đồ khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.

***b) Nội dung:*** HS nhắc lại sơ đồ khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.

***c) Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.

***d) Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

|  |  |
| --- | --- |
| **HĐ CỦA GV VÀ HS** | **SẢN PHẨM DỰ KIẾN** |
| **Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:****Bài 13**GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân, sau đó gọiHS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.GV nhận xét và tổng kết.**Bài 14**GV tổ chức cho HS thực hiện bài 14 theo nhóm đôi trong 7 phút, sau đó đại diện các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Mỗi BT GV mời đại diện các nhóm trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các nhóm trên bảng.**Bước 4: Kết luận, nhận định:** - GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.- GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải khi thực hiện giải bài tập. -Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập 1 | **HS thực hiện bài tập 13 và ghi bài.**a) Xét hàm số $y=\frac{x^{2}+4x-1}{x-1}$.Tập xác định: $D=R∖\{1\}$.Sự biến thiên:Chiều biến thiên:Đạo hàm $y^{'}=\frac{x^{2}-2x-3}{(x-1)^{2}}$. Ta có $y^{'}=0⇔x=-1$ hoặc $x=3$.Trên các khoảng $(-\infty ;-1)$ và $(3;+\infty )$, y'> 0 nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.Trên các khoảng $(-1;1)$ và $(1;3)$, $y^{'}<0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng đó.Cực trị:Hàm số đạt cực tiếu tại $x=3$ và $y\_{CT}=10$.Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $y\_{CD}=2$.Các giới hạn tại vô cực và tiệm cận:$$lim\_{x\rightarrow -\infty } y=lim\_{x\rightarrow -\infty } \frac{x^{2}+4x-1}{x-1}=-\infty ;lim\_{x\rightarrow +\infty } y=lim\_{x\rightarrow +\infty } \frac{x^{2}+4x-1}{x-1}=+\infty $$Ta có $a=lim\_{x\rightarrow +\infty } \frac{x^{2}+4x-1}{x(x-1)}=1$ và $b=lim\_{x\rightarrow +\infty } \left(\frac{x^{2}+4x-1}{x-1}-x\right)=lim\_{x\rightarrow +\infty } \frac{5x-1}{x-1}=5$.Su suy ra đường thắng $y=x+5$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.Ta có $lim\_{x\rightarrow 1^{-}} y=lim\_{x\rightarrow 1^{-}} \frac{x^{2}+4x-1}{x-1}=-\infty ;lim\_{x\rightarrow 1^{+}} y=lim\_{x\rightarrow 1^{+}} \frac{x^{2}+4x-1}{x-1}=+\infty $. Suy ra đường thắng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.Bảng biến thiên:Bài 13 trang 38 Toán 12 Tập 1 Chân trời sáng tạo | Giải Toán 12Đồ thị:Ta có $y=0⇔\frac{x^{2}+4x-1}{x-1}=0⇔x=-2+\sqrt{5}$ hoặc $x=-2-\sqrt{5}$.Vậy đồ thị hàm số giao với trục $Ox$ tại điếm $(-2-\sqrt{5};0)$ và điểm $(-2+\sqrt{5};0)$.Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điếm (0; 1).Đồ thị của hàm số đã cho được biểu diển như hình dưới đây.Bài 13 trang 38 Toán 12 Tập 1 Chân trời sáng tạo | Giải Toán 12Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điếm I(1; 6).Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x=1$ và $y=x+5$.b) Xét hàm số $y=\frac{x^{2}+4x-1}{x-1}$ với $x\in [2;4]$.Trên khoảng (2;4), $y^{'}=0$ khi $x=3$.Ta có $y(2)=11;y(3)=10;y(4)=\frac{31}{3}$.Vậy $max\_{[2;4]} y=11$ tại $x=2$ và $min\_{[2;4]} y=10$ tại $x=3$**HS thực hiện bài tập 14 và ghi bài.**a) Ta đặt tên các điểm như hình vẽ dưới đây:Bài 14 trang 38 Toán 12 Tập 1 Chân trời sáng tạo | Giải Toán 12Ta có $AO^{'}//$ AO nên $\frac{SO^{'}}{SO}=\frac{SA^{'}}{SA}$.Lại có A C // SO nên $\frac{SA^{'}}{SA}=\frac{OC}{OA}$.Từ đó suy ra $\frac{SO^{'}}{SO}=\frac{OC}{OA}$.Mà $SO=12 cm,OA=5 cm,OC=r,SO^{'}=SO-OO^{'}=12-h$.Do đó, $\frac{12-h}{12}=\frac{r}{5}$. Suy ra $r=\frac{5(12-h)}{12}$.b) Thể tích của khối trụ là $V=πr^{2} h=π⋅\left[\frac{5(12-h)}{12}\right]^{2}⋅h=\frac{25πh(12-h)^{2}}{144}\left( cm^{3}\right)$.Vậy thế tích khối trụ theo h là $V(h)=\frac{25πh(12-h)^{2}}{144}$.c) Rõ ràng h phải thỏa mãn điều kiện $0<h<12$.Xét hàm số $V(h)=\frac{25πh(12-h)^{2}}{144}$ với $h\in (0;12)$.Ta có $V^{'}(h)=\frac{25π(12-h)(12-3h)}{144}$.Trên khoảng (0;12), ta có $V(h)=0$ khi $h=4$.Bảng biến thiên:Bài 14 trang 38 Toán 12 Tập 1 Chân trời sáng tạo | Giải Toán 12Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $(0;12)$, hàm số V(h) đạt giá trị lớn nhất bẳng $\frac{400π}{9}$ tại $h=4$.Vậy $h=4 cm$ thì khối trụ có thế tích lớn nhất. |

##### ▶Hoạt động 4: Vận dụng

**a) Mục tiêu:**

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng thực tế để nắm vững kiến thức.

- HS thấy sự gần gũi toán học trong cuộc sống, vận dụng kiến thức vào thực tế, rèn luyện tư duy toán học qua việc giải quyết vấn đề toán học

**b) Nội dung:**HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức để trao đổi và thảo luận hoàn thành các bài toán theo yêu cầu của GV.

**c) Sản phẩm:**HS hoàn thành các bài tập được giao.

**d) Tổ chức thực hiện:**

|  |  |
| --- | --- |
| **HĐ CỦA GV VÀ HS** | **SẢN PHẨM DỰ KIẾN** |
|  **Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:** - GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 15, 16 (SGK – tr.39)**Bài 15**GV cho HS hoạt động theo bàn trong 10 phút, sau đó gọi HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.**Bài 16**GV cho HS hoạt động theo bàn trong 10 phút, sau đó gọi HSlên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết**Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.**Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** Mỗi BT GV mời đại diện các nhóm trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các nhóm trên bảng.**Bước 4: Kết luận, nhận định:** - GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.- GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải khi thực hiện giải bài tập.  | **HS thực hiện bài 15 và ghi bài.**a) Xét hàm số $‾(x)=2x-230+\frac{7200}{x}$ với $x\in [30;120]$.Tập xác định: $D=[30;120]$.Sự biến thiên:Chiều biến thiên:Đạo hàm $‾^{'}(x)=2-\frac{7200}{x^{2}}$. Trên khoảng $(30;120)$, ta có $‾^{'}(x)=0⇔x=60$.Trên khoảng (30; 60), $‾^{'}(x)<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng đó.Trên khoảng $(60;120),‾^{'}(x)>0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng đó.Cực trị:Hàm số có một điếm cực trị là điếm cực tiếu tại $x=60$ và $‾\_{CT}=10$.Bảng biến thiên:Bài 15 trang 39 Toán 12 Tập 1 Chân trời sáng tạo | Giải Toán 12Đồ thị:Đồ thị hàm số không cắt các trục tọa độ.Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(60;10)$.Đồ thị hàm số đi qua các điếm (30; 70), (40; 30), (80; 20), (90; 30) và (120; 70$)$.Đồ thị của hàm số đã cho được biểu diễn như hình dưới đây.Bài 15 trang 39 Toán 12 Tập 1 Chân trời sáng tạo | Giải Toán 12b) Từ câu a), ta thấy trên đoạn [30; 120], giá trị nhó nhất của hàm số $‾(x)$ bẳng 10 tại $x=60$.Vậy số phần ăn là 60 thì chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất.**HS thực hiện bài 16 và ghi bài.**a) Quan sát đồ thị hàm số ở Hình 6, ta thấy:Trên đoạn (0; + ∞), đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải nên hàm số R(S) nghịch biến trên khoảng đó.Ta có $lim\_{x\rightarrow +\infty } R(S)=0$ nên đường thắng $y=0$ hay trục $Ox$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.Ta có $lim\_{x\rightarrow 0^{+}} R(S)=+\infty $ nên đường thắng $x=0$ hay trục $Oy$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.Vậy tiết diện $S$ càng tăng thì điện trở $R$ càng giảm dần về 0.b) Từ đồ thị Hình 6, ta thấy đồ thị hàm số $R(S)$ cắt đường thẳng $R=0,001$ tại điểm $(0,000169;0,01)$, tức là khi tiết diện $S=0,000169 m^{2}$ thì điện trở $R=0,001Ω$.c) Với $S=0,000169$ thì $R=0,001$ và theo bài ra ta có $l=10$.Do đó, $0,001=ρ⋅\frac{10}{0,000169}$. Suy ra $ρ=1,69⋅10^{-8}$.Vậy dây điện được làm bằng kim loại đồng. |

**HD GIẢI BÀI TẬP CHƯƠNG I**

**Bài 1:**

**Đáp án đúng là: A**

Quan sát Hình 1, ta thấy trên khoảng (5; + ∞), đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải nên hàm số đồng biến trên khoảng đó.

**Bài 2:**

**Đáp án đúng là: B**

Quan sát Hình 1, ta thấy trên khoảng (0; 3), đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải nên hàm số đồng biến trên khoảng đó, suy ra y' > 0 với x ∈ (0; 3); trên khoảng (3; 5) đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải nên hàm số nghịch biến trên khoảng đó, suy ra y*'* < 0 với x ∈ (3; 5), vậy tại điểm x = 3, đạo hàm y*'*đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số đạt cực đại tại điểm x = 3.

**Bài 3:**

Đáp án đúng là: B

Xét hàm số $y=\frac{x^{2}-4x+1}{x-4}$.

Tập xác định: $D=R∖\{4\}$.

Đạo hàm $y^{'}=\frac{(2x-4)(x-4)-x^{2}+4x-1}{(x-4)^{2}}=\frac{x^{2}-8x+15}{(x-4)^{2}}$.

Ta có $y^{'}=0⇔x=3$ hoặc $x=5$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại x = 5, giá trị cực tiểu là y = 6.

**Bài 4:**

**Đáp án đúng là: C**

Quan sát Hình 2, ta thấy trên khoảng (1; 5), đồ thị của hàm số f*'*(x) nằm phía dưới trục Ox, do đó f*'*(x) < 0 với mọi x ∈ (1; 5), vậy hàm số y = f(x) nghịch biến trên khoảng (1; 5).

**Bài 5:**

Đáp án đúng là: C

Xét hàm số $y=\sqrt{x^{2}+2x+3}$.

Tập xác định: $D=R$.

Đạo hàm $y^{'}=\frac{x+1}{\sqrt{x^{2}+2x+3}}$. Trên khoảng $(-2;3),y^{'}=0$ khi $x=-1$.

Ta có $y(-2)=\sqrt{3},y(-1)=\sqrt{2},y(3)=3\sqrt{2}$.

Vậy $min\_{[-2;3]} y=\sqrt{2}$ tại $x=-1$.

**Bài 6:**

Đáp án đúng là: A

Xét hàm số $y=\frac{2x^{2}+3x^{2}-3}{x^{2}-1}$.

Tập xác định: $D=R∖\{-1;1\}$.

Ta có $a=lim\_{x\rightarrow +\infty } \frac{2x^{3}+3x^{2}-3}{x\left(x^{2}-1\right)}=2;b=lim\_{x\rightarrow +\infty } \left(\frac{2x^{3}+3x^{2}-3}{x^{2}-1}-2x\right)=lim\_{x\rightarrow +\infty } \frac{3x^{2}+2x-3}{x^{2}-1}=3$.

Vậy đường thắng $y=2x+3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{2x^{3}+3x^{2}-3}{x^{2}-1}$.

**Bài 7:**

Đáp án đúng là: B

Xét hàm số $y=\frac{-2x+3}{5x+1}$.

Tập xác định $D=R∖\left\{-\frac{1}{5}\right\}$.

Ta có $lim\_{x\rightarrow -\frac{1^{-}}{ }} y=lim\_{x\rightarrow -\frac{1}{5}^{-}} \frac{-2x+3}{5x+1}=-\infty ;lim\_{x\rightarrow -\frac{1^{+}}{ }} y=lim\_{x\rightarrow -\frac{1^{+}}{ }} \frac{-2x+3}{5x+1}=+\infty $.

Vậy đường thắng $x=-\frac{1}{5}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{-2x+3}{5x+1}$

**Bài 9:**

Ta có a + b = 10, suy ra b = 10 – a.

Vì a, b ≥ 0 nên 10 – a ≥ 0, suy ra a ≤ 10.

a) Ta có ab = a (10 – a) = – a2 + 10a.

Xét hàm số H(a) = – a2 + 10a với a ∈ [0; 10].

Đạo hàm H*'*(a) = – 2a + 10. Trên khoảng (0; 10), H*'*(a) = 0 khi a = 5.

H (0) = 0; H (5) = 25; H (10) = 0.

Do đó, $max\_{[0;10]} H(a)=25$ tại $a=5$.

Với $a=5$ thì $b=10-5=5$.

Vậy biểu thức $ab$ đạt giá trị lớn nhất bằng 25 khi $a=b=5$.

b) Ta có $a^{2}+b^{2}=a^{2}+(10-a)^{2}=2a^{2}-20a+100$.

Xét hàm số $S(a)=2a^{2}-20a+100$ với $a\in [0;10]$.

Đạo hàm $S(a)=4a-20$. Trên khoảng $(0;10),S(a)=0$ khi $a=5$.

$S(0)=100;S(5)=50;S(10)=100$.

Do đó, $min\_{[0;10]} S(a)=50$ tại a $=5$.

Vậy tống các bình phương của hai số $a$ và $b$ đạt giá trị nhở nhất bằng $50khia=b=5$.

c) Ta có $ab^{2}=a(10-a)^{2}=a^{3}-20a^{2}+100a$.

Xét hàm số $T(a)=a^{3}-20a^{2}+100a$ với với $a\in [0;10]$.

Đạo hàm $T(a)=3a^{2}-40a+100$. Trên khoảng $(0;10),S(a)=0$ khi $a=\frac{10}{3}$.

$T(0)=0;T\left(\frac{10}{3}\right)=\frac{4000}{27};T(10)=0$.

Do đó, $max\_{[0;10]} T(a)=\frac{4000}{27}$ tại $a=\frac{10}{3}$.

Với $a=\frac{10}{3}$ thì $b=10-\frac{10}{3}=\frac{20}{3}$.

Vậy biếu thức $ab^{2}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{4000}{3}$ tại $a=\frac{10}{3},b=\frac{20}{3}$.

**Bài 10:**

Giả sử hàm số bậc ba cần tìm có dạng y = f(x) = ax3 + bx2 + cx + d (a ≠ 0).

Quan sát Hình 3, ta thấy đồ thị hàm số đi qua các điểm (0; 5), (1; 1) và (3; 5).

Với x = 0 thì y = 5, thay vào hàm số ta suy ra d = 5.

Khi đó hàm số trở thành y = f(x) = ax3 + bx2 + cx + 5.

Với x = 1 thì y = 1, thay vào hàm số ta được a + b + c + 5 = 1 (1).

Ta thấy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là (1; 1) và (3; 5), tức là phương trình y*'* = 0 có hai nghiệm là x = 1 và x = 3.

Ta có y*'* = 3ax2 + 2bx + c.

Với x = 1 thì y*'* = 0 nên ta có 3a + 2b + c = 0 (2).

Với x = 3 thì y*'* = 0 nên ta có 27a + 6b + c = 0 (3).

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra a = – 1; b = 6; c = – 9.

Vậy hàm số cần tìm là y = f(x) = – x3 + 6x2 – 9x + 5.

**Bài 11:**

a) Xét hàm số $y=\frac{1}{3}x^{3}-x^{2}+4$.

Tập xác định: $R$.

Sự biến thiên:

Chiều biến thiên:

Đạo hàm $y^{'}=x^{2}-2x;y^{'}=0⇔x=0$ hoặc $x=2$.

Trên các khoảng $(-\infty ;0)$ và $(2;+\infty )$, $y^{'}>0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên khoảng (0; 2), y'< 0 nên hàm số nghịch biến trên khoảng đó.

Cực trị:

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $y\_{CE}=4$.

Hàm số đạt cực tiếu tại $x=2$ và $y\_{CT}=\frac{8}{3}$.

Các giới hạn tại vô cực:

$$lim\_{x\rightarrow -\infty } y=lim\_{x\rightarrow -\infty } x^{3}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{x}+\frac{4}{x^{3}}\right)=-\infty ;lim\_{x\rightarrow +\infty } y=lim\_{x\rightarrow +\infty } x^{3}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{x}+\frac{4}{x^{3}}\right)=+\infty $$

Bảng biến thiên:



Đồ thị:

Khi $x=0$ thì $y=4$ nên $(0;4)$ là giao điếm của đồ thị với trục Oy.

Ta có $y=0⇔\frac{1}{3}x^{3}-x^{2}+4=0$, phương trình này có 1 nghiệm nên đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại 1 điểm.

Điểm $(0;4)$ là cực đại và điếm $\left(2;\frac{8}{3}\right)$ là điếm cực tiếu của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số đi qua điếm $(3;4)$.

Đồ thị của hàm số đã cho được biếu diễn như hình dưới đây.



Đồ thị của hàm số có tâm đối xứng là điếm I $\left(1;\frac{10}{3}\right)$.

b) Hai điếm cực trị của đồ thị hàm số là $(0;4)$ và $\left(2;\frac{8}{3}\right)$.

Khoảng cách giữa hai điếm cực trị của đồ thị hàm số là

$d=\sqrt{(2-0)^{2}+\left(\frac{8}{3}-4\right)^{2}}=\frac{4\sqrt{10}}{3}$.

**Bài 12:**

a) Xét hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$.

Tập xác định: $D$ = $R∖\{1\}$.

Sự biến thiên:

Chiều biến thiên:

Đạo hàm $y^{'}=\frac{-3}{(x-1)^{2}}$. Vi $y^{'}<0$ với mọi $x\ne 1$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty ;1)$ và $(1;+$ $\infty $ ).

Tiệm cận:

Ta có $lim\_{x\rightarrow -\infty } y=lim\_{x\rightarrow -\infty } \frac{2x+1}{x-1}=2;lim\_{x\rightarrow +\infty } y=lim\_{x\rightarrow +\infty } \frac{2x+1}{x-1}=2$. Suy ra đường thắng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $lim\_{x\rightarrow 1^{-}} y=lim\_{x\rightarrow 1^{-}} \frac{2x+1}{x-1}=-\infty ;lim\_{x\rightarrow 1^{+}} y=lim\_{x\rightarrow 1^{+}} \frac{2x+1}{x-1}=+\infty $. Suy ra đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Bảng biến thiên:



Đồ thị:

Với $x=0$ thì $y=-1$ nên đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điếm $(0;-1)$.

Với $y=0$ thì $x=-\frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số giao với trục $Ox$ tại điểm $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Đồ thị của hàm số đã cho được biểu diễn như hình dưới đây.



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điếm I(1;2). Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x=1$ và $y=2$.

b) Ta có $A(0;-1),I(1;2)$.

Vì B đối xứng với A qua I nên I là trung điếm của AB.

Khi đó, tọa độ của điếm $B$ là $\left\{\begin{matrix}x\_{B}=2x\_{I}-x\_{A}=2⋅1-0=2\\y\_{B}=2y\_{I}-y\_{A}=2⋅2-(-1)=5\end{matrix}\right.$. Suy ra $B(2;5)$.

Ta có $\frac{2⋅2+1}{2-1}=5$, do đó điểm $B(2;5)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$.

**Bài 13:**

a) Xét hàm số $y=\frac{x^{2}+4x-1}{x-1}$.

Tập xác định: $D=R∖\{1\}$.

Sự biến thiên:

Chiều biến thiên:

Đạo hàm $y^{'}=\frac{x^{2}-2x-3}{(x-1)^{2}}$. Ta có $y^{'}=0⇔x=-1$ hoặc $x=3$.

Trên các khoảng $(-\infty ;-1)$ và $(3;+\infty )$, y'> 0 nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên các khoảng $(-1;1)$ và $(1;3)$, $y^{'}<0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng đó.

Cực trị:

Hàm số đạt cực tiếu tại $x=3$ và $y\_{CT}=10$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $y\_{CD}=2$.

Các giới hạn tại vô cực và tiệm cận:

$$lim\_{x\rightarrow -\infty } y=lim\_{x\rightarrow -\infty } \frac{x^{2}+4x-1}{x-1}=-\infty ;lim\_{x\rightarrow +\infty } y=lim\_{x\rightarrow +\infty } \frac{x^{2}+4x-1}{x-1}=+\infty $$

Ta có $a=lim\_{x\rightarrow +\infty } \frac{x^{2}+4x-1}{x(x-1)}=1$ và $b=lim\_{x\rightarrow +\infty } \left(\frac{x^{2}+4x-1}{x-1}-x\right)=lim\_{x\rightarrow +\infty } \frac{5x-1}{x-1}=5$.

Suy ra đường thắng $y=x+5$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Ta có $lim\_{x\rightarrow 1^{-}} y=lim\_{x\rightarrow 1^{-}} \frac{x^{2}+4x-1}{x-1}=-\infty ;lim\_{x\rightarrow 1^{+}} y=lim\_{x\rightarrow 1^{+}} \frac{x^{2}+4x-1}{x-1}=+\infty $. Suy ra đường thắng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Bảng biến thiên:



Đồ thị:

Ta có $y=0⇔\frac{x^{2}+4x-1}{x-1}=0⇔x=-2+\sqrt{5}$ hoặc $x=-2-\sqrt{5}$.

Vậy đồ thị hàm số giao với trục $Ox$ tại điếm $(-2-\sqrt{5};0)$ và điểm $(-2+\sqrt{5};0)$.

Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điếm (0; 1).

Đồ thị của hàm số đã cho được biểu diển như hình dưới đây.



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điếm I(1; 6).

Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x=1$ và $y=x+5$.

b) Xét hàm số $y=\frac{x^{2}+4x-1}{x-1}$ với $x\in [2;4]$.

Trên khoảng (2;4), $y^{'}=0$ khi $x=3$.

Ta có $y(2)=11;y(3)=10;y(4)=\frac{31}{3}$.

Vậy $max\_{[2;4]} y=11$ tại $x=2$ và $min\_{[2;4]} y=10$ tại $x=3$.

**Bài 14:**

a) Ta đặt tên các điểm như hình vẽ dưới đây:



Ta có $AO^{'}//$ AO nên $\frac{SO^{'}}{SO}=\frac{SA^{'}}{SA}$.

Lại có A C // SO nên $\frac{SA^{'}}{SA}=\frac{OC}{OA}$.

Từ đó suy ra $\frac{SO^{'}}{SO}=\frac{OC}{OA}$.

Mà $SO=12 cm,OA=5 cm,OC=r,SO^{'}=SO-OO^{'}=12-h$.

Do đó, $\frac{12-h}{12}=\frac{r}{5}$. Suy ra $r=\frac{5(12-h)}{12}$.

b) Thể tích của khối trụ là $V=πr^{2} h=π⋅\left[\frac{5(12-h)}{12}\right]^{2}⋅h=\frac{25πh(12-h)^{2}}{144}\left( cm^{3}\right)$.

Vậy thế tích khối trụ theo h là $V(h)=\frac{25πh(12-h)^{2}}{144}$.
c) Rõ ràng h phải thỏa mãn điều kiện $0<h<12$.

Xét hàm số $V(h)=\frac{25πh(12-h)^{2}}{144}$ với $h\in (0;12)$.

Ta có $V^{'}(h)=\frac{25π(12-h)(12-3h)}{144}$.

Trên khoảng (0;12), ta có $V(h)=0$ khi $h=4$.

Bảng biến thiên:



Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $(0;12)$, hàm số V(h) đạt giá trị lớn nhất bẳng $\frac{400π}{9}$ tại $h=4$.

Vậy $h=4 cm$ thì khối trụ có thế tích lớn nhất.

**Bài 15:**

a) Xét hàm số $‾(x)=2x-230+\frac{7200}{x}$ với $x\in [30;120]$.

Tập xác định: $D=[30;120]$.

Sự biến thiên:

Chiều biến thiên:

Đạo hàm $‾^{'}(x)=2-\frac{7200}{x^{2}}$. Trên khoảng $(30;120)$, ta có $‾^{'}(x)=0⇔x=60$.

Trên khoảng (30; 60), $‾^{'}(x)<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng đó.

Trên khoảng $(60;120),‾^{'}(x)>0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng đó.

Cực trị:

Hàm số có một điếm cực trị là điếm cực tiếu tại $x=60$ và $‾\_{CT}=10$.

Bảng biến thiên:



Đồ thị:

Đồ thị hàm số không cắt các trục tọa độ.

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(60;10)$.

Đồ thị hàm số đi qua các điếm (30; 70), (40; 30), (80; 20), (90; 30) và (120; 70$)$.

Đồ thị của hàm số đã cho được biểu diễn như hình dưới đây.



b) Từ câu a), ta thấy trên đoạn [30; 120], giá trị nhó nhất của hàm số $‾(x)$ bẳng 10 tại $x=60$.

Vậy số phần ăn là 60 thì chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất.

**Bài 16:**

a) Quan sát đồ thị hàm số ở Hình 6, ta thấy:

Trên đoạn (0; + ∞), đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải nên hàm số R(S) nghịch biến trên khoảng đó.

Ta có $lim\_{x\rightarrow +\infty } R(S)=0$ nên đường thắng $y=0$ hay trục $Ox$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $lim\_{x\rightarrow 0^{+}} R(S)=+\infty $ nên đường thắng $x=0$ hay trục $Oy$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy tiết diện $S$ càng tăng thì điện trở $R$ càng giảm dần về 0.

b) Từ đồ thị Hình 6, ta thấy đồ thị hàm số $R(S)$ cắt đường thẳng $R=0,001$ tại điểm $(0,000169;0,01)$, tức là khi tiết diện $S=0,000169 m^{2}$ thì điện trở $R=0,001Ω$.

c) Với $S=0,000169$ thì $R=0,001$ và theo bài ra ta có $l=10$.

Do đó, $0,001=ρ⋅\frac{10}{0,000169}$. Suy ra $ρ=1,69⋅10^{-8}$.

Vậy dây điện được làm bằng kim loại đồng.

*……………., ngày tháng năm 2024*

***Giáo viên soạn***

 **………………………………………………..**

 **GÓP Ý, RÚT KINH NGHIỆM**

|  |  |
| --- | --- |
| **Duyệt của tổ chuyên môn** | **Duyệt của BGH** |
|   |   |

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

https://www.vnteach.com