

ĐỀ SỐ 6- A1K75 THPT NGUYỄN XUÂN ÔN

Câu 1. (5,0 điểm)

1. Tính tổng các nghiệm của phương trình sau trên $[0; 100\pi]$

$$\frac{2 \sin 2x - \cos 2x - 5 \sin x + 2 \cos x - 2}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0.$$

2. Cho hàm số $y = \sqrt{\frac{2(\sin^4 x + \cos^4 x) - \cos^2 x - m}{2 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x - 3}}$, (m là tham số thực).

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số trên xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Cho $n > 3, n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn

$$\frac{C_{n+1}^{n+1}}{n(n+1)} + \frac{C_{n+2}^{n+1}}{(n+1)(n+2)} + \dots + \frac{C_{n+2018}^{n+1}}{(n+2017)(n+2018)} = \frac{C_{2026}^9}{90}.$$

Tìm hệ số của số hạng chứa x^n trong khai triển biểu thức $(1+2x)^{n+3} \left(\frac{1}{4} + x + x^2 \right)^3$ thành đa thức.

2. Cho X là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau mà tổng các chữ số bằng 18. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp X , tính xác suất để số được chọn là số chẵn.

Câu 3. (2,0 điểm) Cho dãy số (u_n) được xác định như sau

$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ 9u_{n+1} = u_n + 4 + 4\sqrt{1 + 2u_n}, n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$$

Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Câu 4. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp trong đường tròn (C) có tâm O và điểm G sao cho $3\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AO}$. Gọi D là điểm thay đổi trên đường tròn (C) . Gọi M, I lần lượt là trung điểm của AD và OM . Tìm tập hợp điểm I khi D thay đổi trên đường tròn (C) .

Câu 5. (5,0 điểm) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm là G , $AB = AD = AA' = a$ và $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $\widehat{DAA'} = 90^\circ$, $\widehat{BAA'} = 60^\circ$.

1. Một mặt phẳng (α) đi qua điểm M thuộc cạnh BC (M khác B và C), song song với mặt phẳng $(A'BD)$ và cắt hình hộp theo thiết diện là đa giác có diện tích bằng $\frac{3a^2\sqrt{2}}{4}$.

Tìm vị trí điểm M .

2. Trên các đoạn $C'A'$, $C'B$, $C'D$ lần lượt lấy các điểm A_1 , B_1 , D_1 (khác C') sao cho bốn điểm A_1 , B_1 , D_1 , G luôn đồng phẳng. Đặt $C'A' = x.C'A_1$, $C'B = y.C'B_1$, $C'D = z.C'D_1$. Tính chu vi của tam giác $A_1B_1D_1$ theo a khi biểu thức $P = xy + yz + zx$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 6. (2,0 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $xyz + x + z = y$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2}{x^2 + 1} - \frac{2}{y^2 + 1} - \frac{4z}{\sqrt{z^2 + 1}} + \frac{3z}{(z^2 + 1)\sqrt{z^2 + 1}}$.

---HẾT---