H S A

Phần thi thứ nhất: TOÁN HỌC VÀ XỬ LÍ SỐ LIỆU

1. A	2. D	3. 5/2	4. C	5. C	6. -4	7. B	8. A	9. C	10. A
11. A	12. A	13. A	14. 1960	15. C	16. B	17. C	18. A	19. C	20. A
21. B	22. A	23. -2	24. D	25. 1	26. C	27. 28	28. D	29. 20	30. 5
31. B	32. 40538432	33. D	34. 4	35. A	36. C	37. A	38. B	39. B	40. 4
41. D	42. D	43. B	44. A	45. A	46. C	47. 8	48. C	49.C	50. B

ĐỀ THI THAM KHẢO

KỲ THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC

Phần thi thứ nhất: TOÁN HỌC VÀ XỬ LÍ SỐ LIỆU

(Tư duy định lượng)

Thời gian hoàn thành phần thi thứ nhất: 75 phút

Tổng điểm phần thi tư duy định lượng: 50 điểm

Hà Nội, tháng 8 năm 2024

H S A

Phần thi thứ nhất: Toán học và Xử lí số liệu từ câu hỏi số 01 đến 50

Câu 1:

Cho hàm số $y = \begin{cases} x,\ khi: x \geq 0 \\ -x,\ khi: x < 0 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$

B. $y'_{(0)} = 1$

C. $y'_{(0)} = 0$

D. $y'_{(0)} = -1$

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Áp dụng kiến thức về đạo hàm tại 1 điểm của hàm số

Lời giải

Ta có: $y' = \begin{cases} 1,\ khi: x \geq 0 \\ -1,\ khi: x < 0 \end{cases}$

Do $\begin{cases} y'_{(0^+)} = 1 \\ y'_{(0^-)} = -1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$. Chọn A

Câu 2:

Thời gian chạy 50m của 20 học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian (giây)	8,3	8,4	8,5	8,7	8,8
Tần số	2	3	9	5	1

Số trung bình cộng thời gian chạy của học sinh là:

A. 8,54. **B.** 4. **C.** 8,50. **D.** 8,53.

Phương pháp giải

Áp dụng công thức tính số trung bình cộng của mẫu số liệu không ghép nhóm.

Lời giải

Số trung bình cộng thời gian chạy của học sinh là:

$\overline{x} = \dfrac{8,3.2 + 8,4.3 + 8,5.9 + 8,7.5 + 8,8.1}{20} = 8,53.$

Câu 3:

Chu kì của hàm số $y = \sin\left(\dfrac{2}{5}x\right).\cos\left(\dfrac{2}{5}x\right)$ là $k\pi$. Giá trị của k là

Đáp án: ________

Đáp án đúng là "5/2"

Phương pháp giải

Hàm số $A.\sin(ax + b)\,(A.a \neq 0)$ là một hàm số tuần hoàn chu kì $T = \dfrac{2\pi}{|a|}$

Lời giải

$y = \sin\left(\dfrac{2}{5}x\right).\cos\left(\dfrac{2}{5}x\right) = \dfrac{1}{2}\sin\left(\dfrac{4}{5}x\right)$

Hàm số trên có chu kì là $T = \dfrac{2\pi}{|a|} = \dfrac{2\pi}{\frac{4}{5}} = \dfrac{5\pi}{2}$

Câu 4:

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ $\|$ 8	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Lời giải

Số đường tiệm cận ngang: 1

Số đường tiệm cận đứng: 1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng: 2. Chọn C.

Câu 5:

Tìm nguyên hàm $F(t)=\int txdt$.

A. $F(t)=x+t+C$ **B.** $F(t)=\frac{x^2t}{2}+C$ **C.** $F(t)=\frac{xt^2}{2}+C$ **D.** $F(t)=\frac{(tx)^2}{2}+C$

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Coi x là tham số.

Lời giải

$$F(t)=\int txdt=x\int tdt=x.\frac{t^2}{2}+C$$

Câu 6:

Tích tất cả giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x=4+at \\ y=7-2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ và đường thẳng $3x+4y-2=0$ bằng 45° là

Đáp án: _______

Đáp án đúng là "-4"

Phương pháp giải

Sử dụng công thức $\cos(\Delta_1;\Delta_2)=\left|\cos\left(\vec{u_1},\vec{u_2}\right)\right|$ với $\vec{u_1},\vec{u_2}$ lần lượt là VTCP của $\Delta_1;\Delta_2$.

Lời giải

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng đã cho.

Đường thẳng $\begin{cases}x=4+at\\ y=7-2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;-2)$.

Đường thẳng $3x+4y-2=0$ có vectơ chỉ phương là $\vec{v}=(4;-3)$.

Ta có $\cos\varphi=|\cos(\vec{u},\vec{v})|\Leftrightarrow \cos 45^\circ=\dfrac{|\vec{u}.\vec{v}|}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{|4a+6|}{5\sqrt{a^2+4}}$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{a^2+4}=\sqrt{2}\,|4a+6|\Leftrightarrow 25a^2+100=32a^2+96a+72$

$\Leftrightarrow 7a^2+96a-28=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{2}{7}\\ a=-14\end{array}\right.$.

Câu 7:

Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/m^2)	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$	$[26;30)$
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần bằng giá trị nào sau đây?

A. 20,4. **B.** 19,4. **C.** 21,4. **D.** 18,4.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Dựa vào kiến thức phần mốt của mẫu số liệu.

Lời giải

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu là nhóm [18;22).

Do đó: $u_m=84; n_m=24; n_{m-1}=20; n_{m+1}=15; u_{m+1}=86$.

Vậy mốt của mẫu số liệu là:

$$M_0 = 18 + \frac{120 - 78}{(120 - 78) + (120 - 45)}.(22 - 18) \approx 19,4.$$

Câu 8:

Trong mặt phẳng Oxy, điểm M nằm trên đường tròn $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 4$ sao cho độ dài đoạn thẳng OM là ngắn nhất. Hoành độ điểm M là:

A. $-\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $-\frac{21}{5}$. **D.** $\frac{9}{5}$.

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Tìm tâm I và bán kính R của đường tròn.

Viết phương trình đường thẳng OI.

OM ngắn nhất khi $OM = |OI - R|$ với M là giao điểm của OI và đường tròn.

Lời giải

Đường tròn $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 4$ có tâm $I(-3;4)$ và bán kính $R = 2$.

Phương trình đường thẳng OI đi qua $O(0;0)$ và nhận $\overrightarrow{OI} = (-3;4)$ làm VTCP là: $\begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Ta có: $OM \ge |OI - R| = 3$

Để OM ngắn nhất $\Leftrightarrow OM = 3$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OI} \Leftrightarrow M\left(-\frac{9}{5};\frac{12}{5}\right)$.

Câu 9:

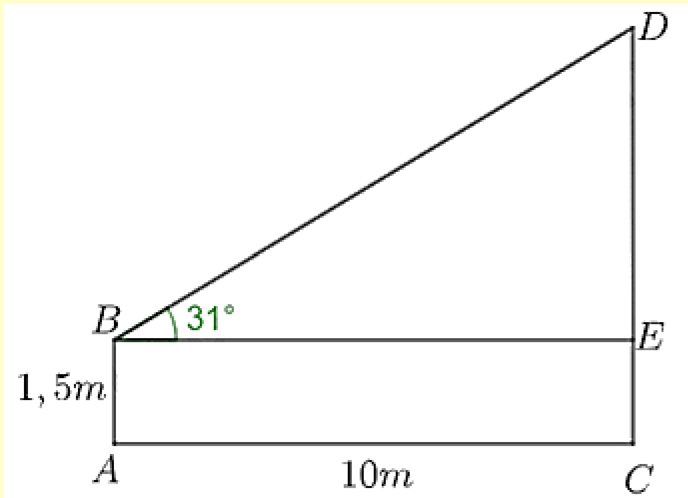
Một học sinh dùng giác kế, đứng cách chân cột cờ 10m rồi chỉnh mặt trước cao bằng mắt của mình để xác định góc nâng (góc tạo bởi tia sáng đi thẳng từ đỉnh cột cờ) với mắt tạo với phương nằm ngang. Khi đó góc nâng đo được 31°. Biết khoảng cách từ mặt sân đến mắt học sinh đó bằng 1,5m. Chiều cao cột cờ gần nhất với giá trị nào?

A. 6m. **B.** 16,6m. **C.** 7,5m. **D.** 5,0m.

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Lời giải



Gọi AB là khoảng cách từ chân đến tầm mắt của học sinh ⇒ AB = 1,5m.

AC là khoảng cách từ chân đến cột cờ ⇒ AC = 10m.

CD là chiều cao cột cờ.

BE là phương ngang của tầm mắt.

Khi đó góc nâng là $\widehat{DBE} = 31^\circ$.

Do ABEC là hình chữ nhật nên $\begin{cases} BE = AC = 10m \\ CE = AB = 1,5m \end{cases}$.

Ta có: $\tan \widehat{DBE} = \frac{DE}{BE} \Rightarrow DE = 10.\tan 31^\circ \approx 6m$.

Vậy chiều cao của cột cờ là: $CD = CE + DE = 6 + 1,5 = 7,5m$.

Câu 10:

Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x - 12 \le 0$ là?

A. $[-3;4]$

B. $(-3;4)$

C. $(-\infty;-3) \cup (4;+\infty)$

D. $(-\infty;-3] \cup [4;+\infty)$

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Giải phương trình $x^2 - x - 12 = 0$ rồi lập bảng xét dấu.

Lời giải

Ta có $f(x) = x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -3 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f(x) \le 0 \Leftrightarrow -3 \le x \le 4$.

Câu 11:

Một tổ chăm sóc khách hàng của một trung tâm điện tử gồm 12 nhân viên. Số cách phân công 3 nhân viên đi đến ba địa điểm khác nhau để chăm sóc khách hàng là

A. 1320. **B.** 1230. **C.** 220. **D.** 1728.

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Phân công 3 nhân viên đi đến ba địa điểm khác nhau thì cần dùng chỉnh hợp.

Lời giải

Số cách xếp 3 nhân viên từ 12 nhân viên vào 3 vị trí khác nhau là: $A_{12}^3 = 1320$ cách.

Câu 12:

Một hộp chứa 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên 3 chiếc thẻ từ hộp. Tính xác suất để tổng các số ghi trên 3 chiếc thẻ được lấy ra là một số lẻ.

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{11}{21}$. **C.** $\frac{5}{21}$. **D.** $\frac{4}{21}$.

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến cố "tổng các số ghi trên 3 chiếc thẻ được lấy ra là một số lẻ".

Ta có $n(A) = C_5^3 + C_4^2.C_5^1 = 40$.

Xác suất để tổng các số ghi trên 3 chiếc thẻ được lấy ra là một số lẻ là:

$p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$.

Câu 13:

$\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 1 . **D.** 0

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Lời giải

Đặt $f(x) = x+1; g(x) = x-1$. Ta có $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 2; \lim\limits_{x \to 1^+} g(x) = 0; g(x) > 0$ khi $x \to 1^+$

Vậy $\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$.

Câu 14:

Một viên đạn được bắn lên với tốc độ ban đầu v=196 m/s từ mặt đất theo phương thẳng đứng. Biết phương trình chuyển động của viên đạn là $y = v_0t - 4,9t^2$ (m), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, trục Oy hướng lên theo phương thẳng đứng và gốc O là vị trí viên đạn được bắn lên. Bỏ qua sức cản của không khí. Hỏi tại thời điểm tốc độ của viên đạn bằng 0, viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét?

Đáp án: _______ (m)

Đáp án đúng là "1960"

Phương pháp giải

Áp dụng đạo hàm tìm ra mối quan hệ giữa vận tốc và quãng đường

Giải phương trình v(t)=0, tìm ra thời điểm t và tính quãng đường viên đạn chuyển động

Lời giải

Ta có vận tốc tại thời điểm t là:

$v = y'(t) = v_0 - 2.4,9.t = v_0 - 9,8t = 196 - 9,8t$

$v = 0 \Leftrightarrow 196 - 9,8t = 0 \Leftrightarrow t = 20(s)$

Từ thời điểm $t = 20s$, viên đạn bắt đầu rơi. Khi đó, viên đạn cách mặt đất:

$y_{(20)} = 196.20 - 4,9.20^2 = 1960(m)$

Câu 15:

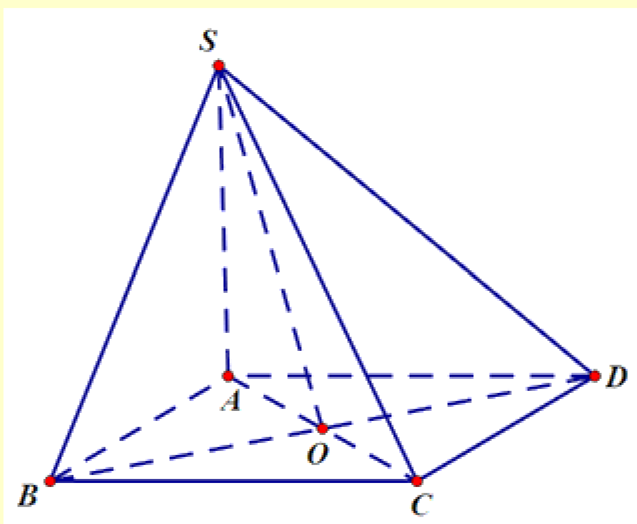
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$. Biết diện tích tam giác SBD bằng a^2. Khi đó SA bằng:

A. $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ **C.** $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ **D.** $SA = \frac{a}{2}$

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Lời giải



Gọi O là tâm của đáy.

H S A

Khi đó $BD\perp (SAC)\Rightarrow BD\perp SO\Rightarrow S_{SBD}=\frac{1}{2}.SO.BD=a^2$

$\Rightarrow SO=\frac{2a^2}{a\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$

$\Rightarrow SA=\sqrt{SO^2-AO^2}=\sqrt{2a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Câu 16:

Mỗi ngày, bạn Chi đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Quãng đường trung bình mà bạn Chi chạy được là?

A. 3,41. **B.** 3,39. **C.** 3,45. **D.** 3,36.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Lập bảng tần số ghép nhóm có giá trị đại diện.

Tính số trung bình của mẫu số liệu.

Tính phương sai, từ đó suy ra độ lệch chuẩn.

Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm chứa giá trị đại diện như sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Cỡ mẫu là: n = 3 + 6 + 5 + 4 + 2 = 20.

Số trung bình của mẫu số liệu là:

$$\overline{x}=\frac{2,85.3+3,15.6+3,45.5+3,75.4+4,05.2}{20}=3,39.$$

Câu 17:

Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{4}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{11}{12}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Sử dụng quy tắc nhân xác suất.

Lời giải

Xác suất để xạ thủ thứ nhất bắn không trúng bia là: $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

Xác suất để xạ thủ thứ hai bắn không trúng bia là: $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

Gọi biến cố A:"Có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia ".

Khi đó biến cố A có 3 khả năng xảy ra:

+) Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia, người thứ hai không bắn trúng bia: $\frac{1}{3}.\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$.

+) Xác suất người thứ nhất không bắn trúng bia, người thứ hai bắn trúng bia: $\frac{2}{3}.\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$.

+) Xác suất cả hai người đều bắn không trúng bia: $\frac{2}{3}.\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

Khi đó $P(A)=\frac{1}{3}.\frac{3}{4}+\frac{2}{3}.\frac{1}{4}+\frac{2}{3}.\frac{3}{4}=\frac{11}{12}$.

Câu 18:

H S A

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình vuông $ABCD,\ B(3;0;8),\ D(-5;-4;0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}|$ bằng:

A. $6\sqrt{10}$ **B.** $10\sqrt{6}$. **C.** $10\sqrt{5}$. **D.** $5\sqrt{10}$.

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

- Tham số hóa điểm A

- Sử dụng điều kiện ABCD là hình vuông để tìm A.

- Tính $|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}|$

Lời giải

Ta có trung điểm BD là $I(-1;-2;4), BD=12$ và điểm A thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $A(a;b;0)$.

ABCD là hình vuông $\Rightarrow \begin{cases} AB^2=AD^2 \\ AI^2=\left(\dfrac{1}{2}BD\right)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2+b^2+8^2=(a+5)^2+(b+4)^2 \\ (a+1)^2+(b+2)^2+4^2=36 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=4-2a \\ (a+1)^2+(6-2a)^2=20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a=\dfrac{17}{5} \\ b=\dfrac{-14}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} A(1;2;0) \\ A\left(\dfrac{17}{5};\dfrac{-14}{5};0\right) \text{ (Loai)} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow A(1;2;0) \Rightarrow C(-3;-6;8) \Rightarrow \overrightarrow{CA}=(4;8;-8); \overrightarrow{CB}=(6;6;0)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=(10;14;-8) \Rightarrow |\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}|=6\sqrt{10}$$

H S A

Câu 19:

Hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $y=f(x)+f(-x)$ đồng biến trên khoảng $(1;5)$. Khi đó hàm số $y=f(x)+f(-x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-3;-1)$. **D.** $(-2;0)$.

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

- Biến đổi y'

- Đặt $x=-t\Rightarrow t\in(-5;-1)$

Lời giải

$y'=f'(x)-f'(-x)>0\ \forall x\in(1;5)$

Đặt $x=-t\Rightarrow t\in(-5;-1)$

$\Rightarrow f'(-t)-f'(t)>0\ \forall t(-5;-1)$

$\Leftrightarrow f'(t)-f'(-t)<0\ \forall t(-5;-1)$

$\Leftrightarrow f'(x)-f'(-x)<0\ \forall x(-5;-1)$

Vậy hàm số $y=f(x)+f(-x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$.

Câu 20:

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=(x-2)^2(x+1)$ là

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** 4 . **D.** 2 .

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

- Tìm hai điểm cực trị.

- Áp dụng công thức khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A;y_A);B(x_B;y_B)$:

$AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$

Tìm cực trị của hàm số

H S A

Lời giải

$f'(x)=2(x-2)(x+1)+(x-2)^2=2x^2-2x-4+x^2-4x+4=3x^2-6x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=4 \\ x=2\Rightarrow y=0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Khoảng cách giữa hai điểm cực trị là $\sqrt{(0-2)^2+(4-0)^2}=2\sqrt{5}$.

Có thể sử dụng máy tính casio 580vnx để tìm cực đại và cực tiểu của hàm bậc 3.

Câu 21:

Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô phỏng bởi công thức $h(t)=29+3\sin\frac{\pi}{12}(t-9)$ với h tính bằng $^{\circ}C$ và t là thời gian trong ngày tính bằng giờ. Thời gian nhiệt độ cao nhất trong ngày là:

A. 13 giờ. **B.** 15 giờ. **C.** 12 giờ. **D.** 14 giờ.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Sử dụng tập giá trị của hàm số **sin** để tìm nhiệt độ cao nhất trong ngày,

Sau đó giải điều kiện để tìm thời gian nhiệt độ cao nhất.

Lời giải

Do $-1\le\sin\frac{\pi}{12}(t-9)\le 1,\forall t$ nên

$-3\le 3\sin\frac{\pi}{12}(t-9)\le 3$

$\Leftrightarrow 26\le 29+3\sin\frac{\pi}{12}(t-9)\le 32$

$\Leftrightarrow 26\le h(t)\le 32$

Do đó nhiệt độ cao nhất trong ngày là $32^{\circ}C$.

Dấu bằng xảy ra

$\Leftrightarrow \sin\frac{\pi}{12}(t-9)=1\Leftrightarrow \frac{\pi}{12}(t-9)=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow t=15+24k(k\in\mathbb{Z})$

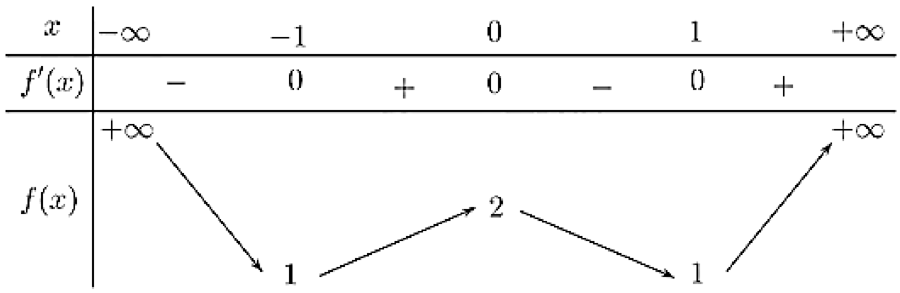
Do $0 \le t \le 24 \Leftrightarrow 0 \le 15 + 24k \le 24 \Leftrightarrow -\dfrac{15}{24} \le k \le \dfrac{9}{24}$. Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Khi đó $t = 15$.

Vậy lúc 15h là thời gian nhiệt độ cao nhất trong ngày.

Câu 22:

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 11 = 0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

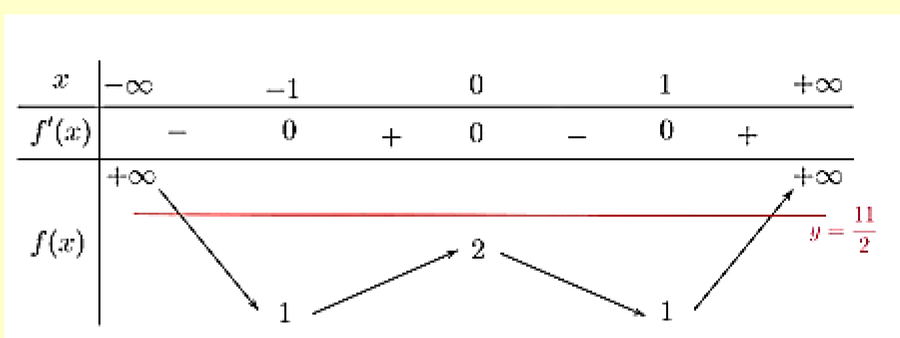
Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Bước 1: Biến đổi $f(x) = a$

Bước 2: Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $f(x) = a$

Lời giải



Ta có: $2f(x) - 11 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{11}{2}$

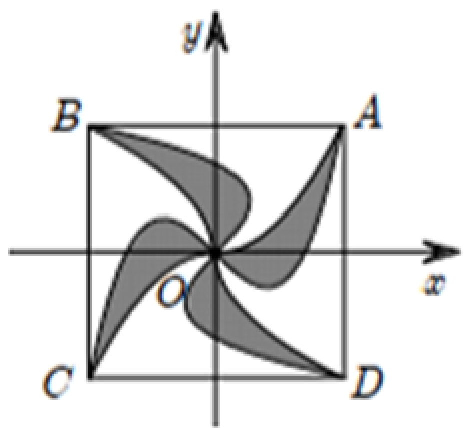
Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{11}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{11}{2}$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x)-11=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 23:

Mặt sàn của một thang máy có dạng hình vuông ABCD cạnh 2m được lát gạch màu trắng và trang trí với một hình 4 cánh giống nhau màu sẫm. Khi đặt trong hệ tọa độ Oxy với O là tâm hình vuông sao cho $A(1;1)$ như hình vẽ bên thì các đường cong OA có phương trình $y=x^2$ và $y=ax^3+bx$. Tính giá trị ab biết rằng diện tích trang trí màu sẫm chiếm $\frac{1}{3}$ diện tích mặt sàn.



Đáp án: ______

Đáp án đúng là "-2"

Phương pháp giải

- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x), y=g(x)$, đường thẳng $x=a, x=b$ là $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$. Từ đó tính diện tích 1 cánh của hình trang trí và suy ra diện tích hình trang trí

- Sử dụng dữ kiện diện tích trang trí màu sẫm chiếm $\frac{1}{3}$ diện tích mặt sàn suy ra 1 phương trình bậc nhất 2 ẩn

- Sử dụng đồ thị hàm số đi qua điểm suy ra thêm 1 phương trình bậc nhất 2 ẩn

- Giải hệ tìm a, b và tính ab

Lời giải

Diện tích 1 cánh của hình trang trí là:

$$S_1 = \int_0^1 (x^2 - ax^3 - bx)dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{ax^4}{4} - \frac{bx^2}{2}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{a}{4} - \frac{b}{2}$$

$\Rightarrow$ Diện tích hình trang trí là: $S = 4S_1 = \frac{4}{3} - a - 2b$

Vì diện tích trang trí màu sẫm chiếm $\frac{1}{3}$ diện tích mặt sàn nên

$\frac{4}{3} - a - 2b = \frac{4}{3} \Leftrightarrow a + 2b = 0$

Khi đó ta có: $\begin{cases} a + b = 1 \\ a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

Vậy $ab = -2$

Câu 24:

Cho hình chóp S.ABC có diện tích đáy bằng 9. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của hình chóp S.ABC tạo bởi (P) bằng

A. 1. **B.** $\frac{16}{9}$. **C.** $\frac{4}{81}$. **D.** 4 .

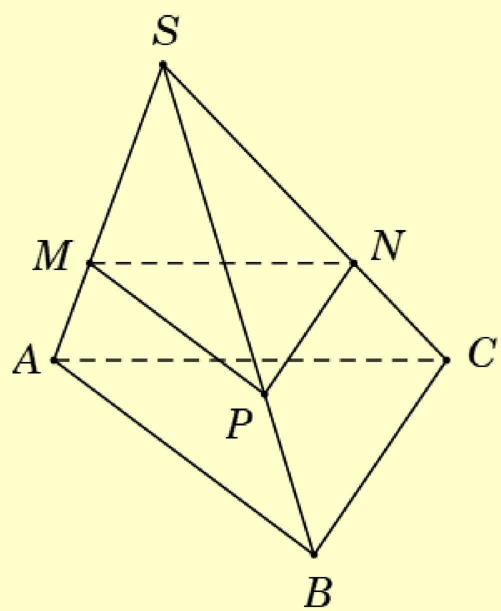
Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

Xác định thiết diện.

Sử dụng tam giác đồng dạng để tính diện tích thiết diện.

Lời giải



Gọi N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) và các cạnh SB, SC.

Vì $(P)//(ABC)$ nên theo định lí Talet, ta có $\frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SB}=\frac{SP}{SC}=\frac{2}{3}$.

Khi đó (P) cắt hình chóp S.ABC theo thiết diện là tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $k=\frac{2}{3}$. Vậy $S_{\Delta MNP}=k^2.S_{\Delta ABC}=\left(\frac{2}{3}\right)^2.9=4$.

Câu 25:

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho i, j, k lần lượt là các vecto đơn vị nằm trên các trục tọa độ $\mathrm{Ox, Oy, Oz}$ và u là một vecto tùy ý khác 0. Tính $\mathrm{T}=\cos^2(u,i)+\cos^2(u,j)+\cos^2(u,k)$?

Đáp án: _______

Đáp án đúng là "1"

Phương pháp giải

Sử dụng công thức tính góc giữa 2 vecto

Lời giải

Giả sử $u=(x,y,z)$. Ta có $i(1,0,0); j(0,1,0); k(0,0,1)$

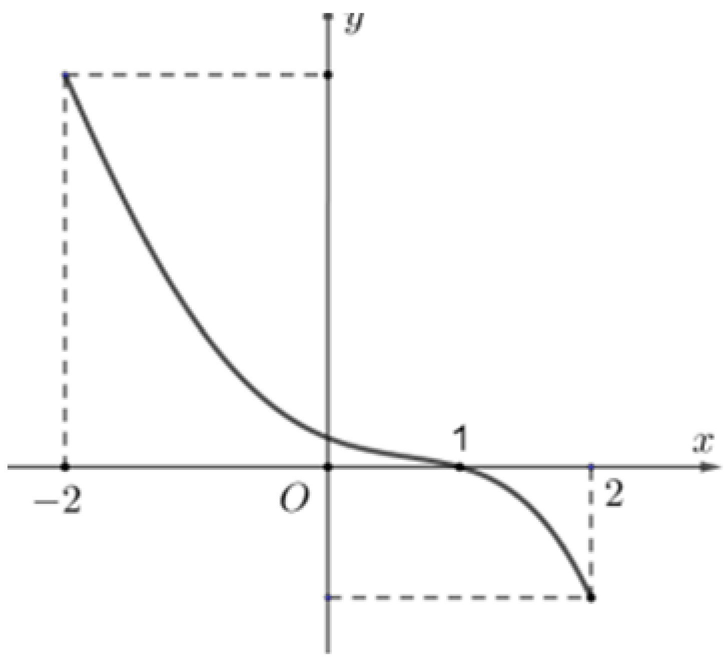
$\cos^2(u,i)+\cos^2(u,j)+\cos^2(u,k)=\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)^2+\left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)^2+\left(\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)^2$

$=\frac{x^2+y^2+z^2}{x^2+y^2+z^2}=1$

Vậy T=1

Câu 26:

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ là đường cong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)$

B. $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$

C. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$

D. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-2)$

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Lời giải

Dựa vào thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ ta thấy $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng BBT:

x	-2		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(-2)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	$f(2)$

Do đó $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$.

Câu 27:

Số giá trị nguyên của tham số $m\in[-25;25]$ để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+2$ có cực đại và cực tiểu?

Đáp án: ______

Đáp án đúng là "28"

Phương pháp giải

Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$ có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

Ta có: $y=x^3-3x^2+mx+2$

$\Rightarrow y'=3x^2-6x+m\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x+m=0$ (*)

Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow 9-3m>0\Leftrightarrow m<3$.

Mà $m\in\mathbb{Z};m\in[-2;25]\Rightarrow m\in\{-25;-24;\cdots;2\}$.

Vậy có 28 giá trị nguyên của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 28:

H S A

Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x+x$ là

A. 2^x+x^2+C.
B. $\frac{2^x}{\ln 2}+x^2+C$.
C. $2^x+\frac{x^2}{2}+C$.
D. $\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{x^2}{2}+C$.

Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

Sử dụng các công thức nguyên hàm cơ bản: $\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C;\ \int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx=\int(2^x+x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 29:

Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 15 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 18 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 21 ghế ngồi ở hàng thứ ba và cứ như vậy (số ghế ngồi ở hàng sau nhiều hơn 3 ghế so với số ghế ngồi ở hàng liền trước nó). Nếu muốn hội trường đó có số sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì kiến trúc sư phải thiết kế tối thiểu bao nhiêu hàng ghế.

Đáp án: _______

Đáp án đúng là "20"

Phương pháp giải

Sử dụng công thức tính tổng cấp số cộng.

Lời giải

Số ghế ở các hàng tạo thành một cấp só cộng có $u_1=15$ và công sai $d=3$.

Giả sử hội trường có n hàng ghế $n\in\mathbb{N}^*$.

Tổng số ghế có trong hội trường là:

$$S_n=\frac{\left[2u_1+(n-1)d\right].n}{2}=\frac{[2.15+(n-1).3]n}{2}=\frac{3n^2+27n}{2}.$$

Để hội trường đó có số sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì $S_n\geq 870$

H S A

$\Leftrightarrow \frac{3n^2+27n}{2} \geq 870 \Leftrightarrow n^2+9n-580 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n \geq 20 \\ n \leq -29 \end{array}\right.$.

Vậy kiến trúc sư phải thiết kế tối thiểu 20 hàng ghế.

Câu 30:

Cho phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-m)+\log_2(3-x)=0$, m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm?

Đáp án: _______

Đáp án đúng là "5"

Phương pháp giải

Bước 1: Tìm ĐKXĐ của phương trình.

Bước 2: Đưa về cùng cơ số 2.

Bước 3: Giải phương trinh logarit: $\log_a f(x)=\log_a g(x) \Leftrightarrow f(x)=g(x)$.

Bước 4: Dựa vào điều kiện của x tìm m để phương trình có nghiệm.

Lời giải

ĐKXĐ: $\begin{cases} 2x-m>0 \\ 3-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-m>0 \\ x<3 \end{cases}$.

Ta có:

$\log_{\frac{1}{2}}(2x-m)+\log_2(3-x)=0 \Leftrightarrow -\log_2(2x-m)+\log_2(3-x)=0$

$\Leftrightarrow \log_2(2x-m)=\log_2(3-x) \Leftrightarrow 2x-m=3-x \Leftrightarrow 3x=m+3$

Để phương trình có nghiệm thì $m+3<9 \Leftrightarrow m<6$.

Kết hợp điều kiện m là số nguyên dương ta có m ∈ {1;2;3;4;5}.

Vậy có 5 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 31:

Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [3f(x) - 2\sin x]dx$.

A. $I = 20$. **B.** $I = 16$. **C.** $I = 8$. **D.** $I = 4$.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Lời giải

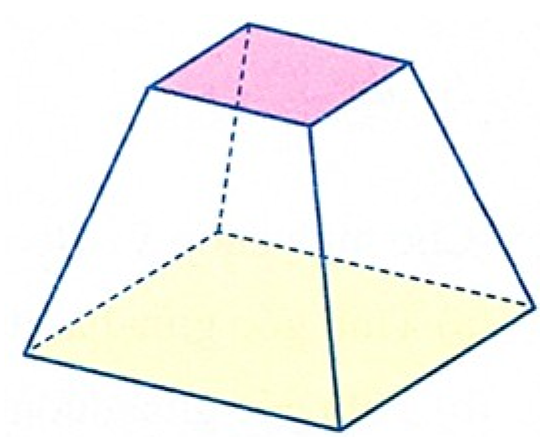
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [3f(x) - 2\sin x]dx$$

$$= 3\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = 3.6 - 2 = 16.$$

Chọn B.

Câu 32:

Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (Hình bên dưới). Cạnh đáy dưới dài 5m, cạnh đáy trên dài 2m, cạnh bên dài 3m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng/m^3. Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị đồng.



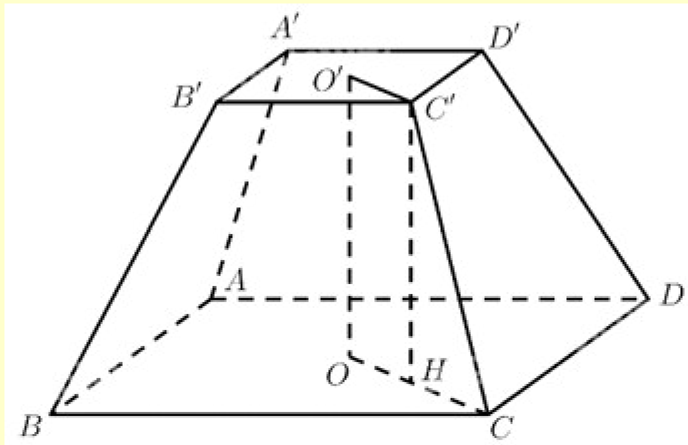
Đáp án: _______

Đáp án đúng là "40538432"

Phương pháp giải

Sử dụng công thức tính thể tích khối chóp cụt đều để tính thể tích bê tông cần dùng.

Lời giải



Mô hình hoá chân tháp bằng cụt chóp tứ giác đều ABCD.A′B′C′D′ với O, O′ là tâm của hai đáy.

Vậy $AB = 5, A'B' = 2, CC' = 3$.

$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5\sqrt{2} \Rightarrow CO = \frac{1}{2}AC = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$A'B'C'D'$ là hình vuông $\Rightarrow A'C' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow C'O' = \frac{1}{2}A'C' = \sqrt{2}$

Kẻ $C'H \perp OC\ (H \in OC)$

$OHC'O'$ là hình chữ nhật

$\Rightarrow OH = O'C' = \sqrt{2}, OO' = C'H \Rightarrow CH = OC - OH = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$\Delta CC'H$ vuông tại $H \Rightarrow C'H = \sqrt{CC'^2 - CH^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OO' = C'H = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Diện tích đáy lớn là: $S = AB^2 = 5^2 = 25\left(m^2\right)$

Diện tích đáy bé là: $S' = A'B'^2 = 2^2 = 4\left(m^2\right)$

Thể tích hình chóp cụt là:

$$V = \frac{1}{3}h\left(S + \sqrt{SS'} + S'\right) = \frac{1}{3}.\frac{3\sqrt{2}}{2}(25 + \sqrt{25.4} + 4) = \frac{39\sqrt{2}}{2}\left(m^3\right)$$

Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là: $\frac{39\sqrt{2}}{2}.1470000 \approx 40538432$ (đồng).

Câu 33:

Tìm m để góc giữa hai vectơ $u=(1;\log_3 5;\log_m 2), v=(3;\log_5 3;4)$ là góc nhọn.

A. $m>\frac{1}{2}, m\neq 1$.
B. $m>1$.
C. $0<m<\frac{1}{2}$.
D. $m>1$ hoặc $0<m<\frac{1}{2}$.

Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

Lời giải

Để $(\vec{u},\vec{v})<90^\circ \Rightarrow \cos(\vec{u},\vec{v})>0$.

$\Rightarrow u.v>0 \Leftrightarrow 3+\log_3 5.\log_5 3+4\log_m 2>0$

$\Leftrightarrow 4+4\log_m 2>0 \Leftrightarrow \log_m 2>-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện $m>0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ 0<m<\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Câu 34:

Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $2(u_3+u_4+u_5)=u_6+u_7+u_8$.

Tính $\frac{u_8+u_9+u_{10}}{u_2+u_3+u_4}$

Đáp án: _______

Đáp án đúng là "4"

Phương pháp giải

Sử dụng công thức $u_n = u_k q^{n-k}$

Lời giải

Giả sử cấp số nhân có công bội là , khi đó theo bài ra ta có:

$$2(u_3 + u_4 + u_5) = u_6 + u_7 + u_8$$

$$\Leftrightarrow 2(u_3 + u_3 q + u_3 q^2) = u_6 + u_6 q + u_6 q^2$$

$$\Leftrightarrow 2u_3(1 + q + q^2) = u_6(1 + q + q^2)$$

$$\Leftrightarrow 2u_3 = u_6 \text{ do } 1 + q + q^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow 2u_3 = u_3 q^3 \Leftrightarrow u_3(2 - q^3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u_3 = 0 \\ q = \sqrt[3]{2} \end{array}\right.$$

Ta có: $\dfrac{u_8 + u_9 + u_{10}}{u_2 + u_3 + u_4} = \dfrac{u_8 + u_8 q + u_8 q^2}{u_2 + u_2 q + u_2 q^2} = \dfrac{u_8(1 + q + q^2)}{u_2(1 + q + q^2)} = \dfrac{u_2 q^6}{u_2} = q^6 = 4$

Câu 35:

Một công ty may mặc có hai hệ thống máy chạy độc lập với nhau. Xác suất để hệ thống máy thứ nhất hoạt động tốt là 95%, xác suất để hệ thống máy thứ hai hoạt động tốt là 85%. Công ty chỉ có thể hoàn thành đơn hàng đúng hạn nếu ít nhất một trong hai hệ thống máy hoạt động tốt. Xác suất để công ty hoàn thành đúng hạn là

A. 0,9925 . **B.** 0,9825 **C.** 0,9725 **D.** 0,9625

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Gọi A là biến cố: "Hệ thống máy thứ nhất hoạt động tốt".

B là biến cố: "Hệ thống máy thứ hai hoạt động tốt".

C là biến cố: "Công ty hoàn thành đúng hạn".

Sử dụng quy tắc nhân xác suất.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Hệ thống máy thứ nhất hoạt động tốt".

B là biến cố: "Hệ thống máy thứ hai hoạt động tốt".

C là biến cố: "Công ty hoàn thành đúng hạn".

Ta có $\overline{A}$ là biến cố: "Hệ thống máy thứ nhất hoạt động không tốt".

$\overline{B}$ là biến cố: "Hệ thống máy thứ hai hoạt động không tốt".

$\overline{C}$ là biến cố: "Công ty hoàn thành không đúng hạn".

$P(A)=0,95; P(B)=0,85; P(\overline{A})=0,05; P(\overline{B})=0,15$

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên $\overline{A}$ và $\overline{B}$ là hai biến cố độc lập

Mà $\overline{C}=\overline{A.B}$

$P(\overline{C})=P(\overline{A}.\overline{B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})=0,0075$.

$\Rightarrow P(C)=1-P(\overline{C})=0,9925.$

Câu 36:

Đợt xuất khẩu gạo của tính B kéo dài trong 20 ngày. Người ta nhận thấy có lượng xuất khẩu gạo tính theo ngày thứ t được xác định bởi công thức $S(t)=t^3-24t^2+144t+2500$. Hỏi trong mấy ngày đó, ngày thứ mấy có số lượng xuất khẩu gạo cao nhất?

A. 1 **B.** 12 . **C.** 20 . **D.** 4 .

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Khảo sát hàm số, tìm giá trị lớn nhất của $S(t)$. Từ đó kết luận ngày xuất khẩu gạo cao nhất.

Lời giải

Xét hàm số $S(t)=t^3-24t^2+144t+2500$ với $1\le t\le 20$.

Ta có: $S'(t)=3t^2-48t+144$

$S'(t)=0\Rightarrow 3t^2-48t+144=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=4\in[1;20] \\ t=12\in[1;20]\end{array}\right.$

Lại có: $S(1)=2621; S(4)=2756; S(12)=2500; S(20)=3780$.

Do đó: $\max\limits_{[1;20]} S(t)=S(20)=3780$.

Vậy ngày thứ 20 là ngày có số lượng gạo xuất khẩu cao nhất.

Câu 37:

Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với các điểm $A(-1;1;2)$, $B(-3;2;1)$, $D(0;-1;2)$ và $A'(2;1;2)$. Tìm tọa độ đỉnh C'.

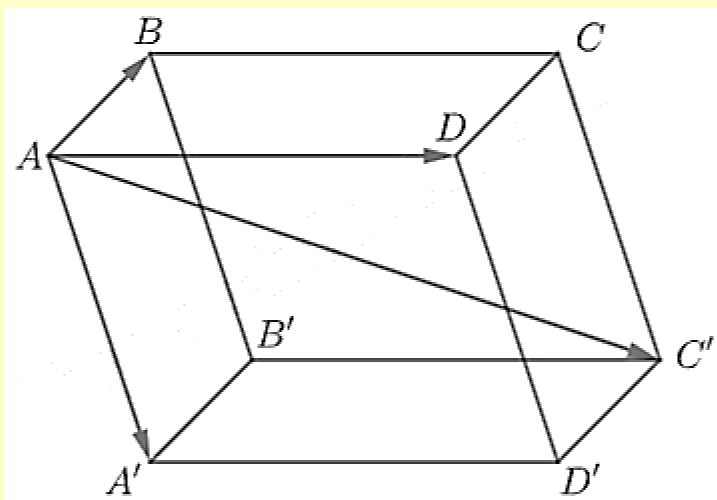
A. $C'(1;0;1)$. **B.** $C'(-3;1;3)$. C. $C'(0;1;0)$. **D.** $C'(-1;3;1)$.

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải



$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-2;1;-1)\\ \overrightarrow{AD}=(1;-2;0)\\ \overrightarrow{AA'}=(3;0;0)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=(2;-1;-1)$$.

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

$$\Rightarrow\begin{cases}x_{C'}+1=2\\ y_{C'}-1=-1\\ z_{C'}-2=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_{C'}=1\\ y_{C'}=0\\ z_{C'}=1\end{cases}\Rightarrow C'(1;0;1).$$

Câu 38:

Trong không gian tọa độ Oxyz, cho ba vectơ $\vec{a}=(2;-1;3), \vec{b}=(1;-3;2), \vec{c}=(3;2;-4)$. Gọi $\vec{x}$ là vectơ thoả mãn: $\begin{cases} \vec{x}.\vec{a}=-5 \\ \vec{x}.\vec{b}=-11 \\ \vec{x}.\vec{c}=20 \end{cases}$. Tọa độ của vectơ $\vec{x}$ là:

A. $(2;3;1)$.
B. $(2;3;-2)$.
C. $(3;2;-2)$.
D. $(1;3;2)$.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Áp dụng công thức tính tích vô hướng của hai vectơ để lập hệ phương trình.

Lời giải

Đặt $\vec{x}=(a;b;c)$.

Ta có: $\begin{cases} \vec{x}.\vec{a}=-5 \\ \vec{x}.\vec{b}=-11 \\ \vec{x}.\vec{c}=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b+3c=-5 \\ a-3b+2c=-11 \\ 3a+2b-4c=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \\ c=-2 \end{cases}$

Vậy $\vec{x}=(2;3;-2)$.

Câu 39:

Một quả bóng bầu dục có khoảng cách giữa 2 điểm xa nhất bằng 10 cm và cắt quả bóng bằng mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng đó thì được đường tròn có diện tích bằng $16\pi\left(cm^2\right)$. Thể tích của quả bóng bằng (Tính gần đúng đến hai chữ số thập phân, đơn vị lít)

A. 0,15 .
B. 0,34 .
C. 0,32 .
D. 1 .

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Sử dụng phương trình chính tắc của Elip: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, với $2a$ là độ dài trục lớn, $2b$ là độ dài trục nhỏ

Lời giải

Quả bóng bầu dục sẽ có dạng elip. Độ dài trục lớn bằng $20\,cm \Rightarrow 2a=20 \Rightarrow a=5\ (cm)$

Ta có diện tích đường tròn thiết diện là

$S=\pi b^2=16\pi \Rightarrow b=4(\text{cm})$

Ta sẽ có phương trình elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

$\Rightarrow V=\pi\int_{-5}^{5}16\left(1-\frac{x^2}{25}\right)dx \approx 335\left(\text{cm}^3\right)=0,34(l).$

Câu 40:

Cho hai mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$ và $(Q):x+my+z-1=0$. Tìm tham số m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

Đáp án: _______

Đáp án đúng là "4"

Phương pháp giải

Xác định vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng $\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}$

Để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau thì $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;2);\overrightarrow{n_Q}=(1;m;1)$

Để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau thì $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}$.

$\Leftrightarrow 2.1-1.m+2.1=0 \Leftrightarrow m=4.$

Câu 41:

Cho tứ diện ABCD có độ dài các cạnh $AB=AC=AD=BC=BD=a$ và $CD=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC.

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

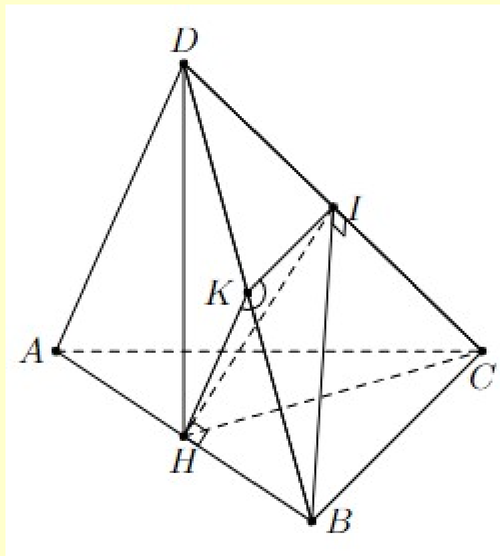
Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

Gọi I, K, H lần lượt là trung điểm các cạnh DC, DB, AB. Chứng minh $(AD,BC)=(KH,KI)$.

Từ đó tính các cạnh HI, KI, KH từ đó suy ra $\widehat{IKH} \Rightarrow (KI,KH)$.

Lời giải



Gọi I, K, H lần lượt là trung điểm các cạnh DC, DB, AB.

Khi đó: $KH//AD, KI//BC \Rightarrow (AD;BC)=(KH;KI)$.

Xét $\Delta BIC, BI=\sqrt{BC^2-AC^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Ta có $\begin{cases} AB\perp DH \\ AB\perp HC \end{cases} \Rightarrow AB\perp(DHC)\Rightarrow AB\perp HI$.

Xét $\Delta BIH, HI=\sqrt{IB^2-HB^2}=\sqrt{\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{4}}=\frac{a}{2}$. (1)

Xét ΔIHK, ta có: $\begin{cases} IK=\frac{BC}{2}=\frac{a}{2} \\ HK=\frac{AD}{2}=\frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow IK=HK=\frac{a}{2}$. (2)

Từ $(1),(2)\Rightarrow HI=IK=HK\Rightarrow \Delta IHK$ là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{IKH}=60^\circ \Rightarrow (KH;KI)=60^\circ$.

Câu 42:

Trong không gian Oxyz, mặt phẳng (P) đi qua điểm $N(3;-2;6)$ và vuông góc với trục Ox có phương trình là:

A. $x=-3$ **B.** $y=-2$ **C.** $z=6$ **D.** $x=3$

Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

- Mặt phẳng $(P)\perp Ox$ nên nhận $\vec{i}=(1;0;0)$ là một VTPT.

- Phương trình mặt phẳng đi qua $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và có VTPT là $\vec{n}=(a;b;c)$ là:

$a\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)+c\left(z-z_0\right)=0.$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{u_{Ox}}=\vec{i}=(1;0;0)$.

Vì $(P)\perp Ox$ nên $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_{Ox}}=(1;0;0)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua $N(3;-2;6)$ và vuông góc với trục Ox có phương trình là:

$x-3=0\Leftrightarrow x=3.$

Câu 43:

Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hú họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. 0,7124 **B.** 0,5256 **C.** 0,7336 **D.** 0,783

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Tìm xác suất để học sinh trả lời câu đúng và câu sai.

Gọi x là câu trả lời đúng. Từ đó tính số điểm học sinh đạt được theo x.

Từ giả thiết học sinh được điểm dưới 1 tìm x

Từ đó sử dụng quy tắc cộng xác suất để tìm xác suất của bài toán

Lời giải

Xác suất để học sinh trả lời đúng 1 câu là $\frac{1}{4}$ và trả lời sai 1 câu là $\frac{3}{4}$.

Gọi x là số câu trả lời đúng $\Rightarrow 10-x$ là số câu trả lời sai.

Số điểm học sinh đạt được là: $5x-2.(10-x)=7x-20$

Học sinh nhận được điểm dưới 1 khi $7x-20<1 \Leftrightarrow x<3$

Mà $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{0;1;2\}$

Gọi $A_i(i=0,1,2)$ là biến cố: "Học sinh trả lời đúng i câu"

A là biến cố "Học sinh nhận điểm dưới 1"

Suy ra $A=A_0\cup A_1\cup A_2$ và $P(A)=P(A_0)+P(A_1)+P(A_2)$

Mà $P(A_i)=C_{10}^i.\left(\frac{1}{4}\right)^i.\left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$ nên $P(A)=\sum_{i=0,}^{2}C_{10}^i.\left(\frac{1}{4}\right)^i.\left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}=0,5256$

Câu 44:

Cho hàm số $y=f(x)$ là một hàm đa thức có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(-2x^2+|x|\right)$.

A. 5 . **B.** 3 . **C.** 1 . **D.** 7 .

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ bằng hai lần số điểm cực trị dương của hàm số $f(x)$ cộng thêm 1.

Lời giải

Ta có $g(x)=f\left(-2x^2+|x|\right)=f\left(-2|x|^2+|x|\right)$. Số điểm cực trị của hàm số $h(|x|)$ bằng hai lần số điểm cực trị dương của hàm số $h(x)$ cộng thêm 1 .

Xét hàm số

$$h(x)=f\left(-2x^2+x\right)\Rightarrow h'(x)=(-4x+1)f'\left(-2x^2+x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{4}\\-2x^2+x=-1\\-2x^2+x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{4}\\x=1\\x=\frac{-1}{2}\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu hàm số $h(x)=f\left(-2x^2+x\right)$:

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	

Hàm số $h(x)=f\left(-2x^2+x\right)$ có 2 điểm cực trị dương.

Vậy hàm số $g(x)=f\left(-2x^2+|x|\right)=f\left(-2|x|^2+|x|\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 45:

Một ô tô đang chạy với vận tốc $10\,m/s$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-2t+10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

A. 55 m. **B.** 50 m. **C.** 25 m. **D.** 16 m.

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Ta sử dụng quãng đường đi được trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 là $S=\int_{t_1}^{t_2}v(t)dt$.

Với $v(t)$ là hàm vận tốc.

Chú ý rằng khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 .

Các bài toán về quãng đường-vận tốc-gia tốc

Lời giải

Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 .

Nên thời gian kể từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn là $-2t+10=0 \Leftrightarrow t=5(s)$

Quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn là

$$S_2=\int_0^5(-2t+10)dt=\left(-t^2+10t\right)\Big|_0^5=25m$$

Như vậy trong 8 giây cuối thì có 3 giây ô tô đi với vận tốc $10\,m/s$ và 5 s ô tô chuyển động chậm dần đều.

Quãng đường ô tô đi được trong 3 giây trước khi đạp phanh là $S_1=3.10=30\,m$

Vậy trong 8 giây cuối ô tô đi được quang đường $S=S_1+S_2=30+25=55m$

Câu 46:

Để theo dõi hành trình của một chiếc một chiếc máy bay, ta có thể lập hệ toạ độ Oxyz có gốc O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Sau khi cất cánh và đạt độ cao nhất định, chiếc máy bay duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ không đổi là 890 km/h trong nửa giờ. Xác định toạ độ của vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong nửa giờ đó đối với hệ toạ độ đã chọn, biết rằng đơn vị đo trong không gian Oxyz được lấy theo km.

A. (0;435;0). **B.** (455;0;0). **C.** (0;455;0). **D.** (435;0;0).

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Tính quãng đường máy bay bay được.

Từ đó suy ra toạ độ.

Lời giải

Quãng đường máy bay bay được với vận tốc 890km/h trong nửa giờ là:

$S = v.t = 890.\frac{1}{2} = 445$ (km).

Vì máy bay duy trì hướng bay về phía nam nên toạ độ của vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong nửa giờ đó với hệ toạ độ đã chọn là (0;445;0).

Câu 47:

Trong một trò chơi điện tử, có 38 con cá đói. Một con cá gọi là no nếu nó ăn được 3 con cá khác (con này có thể no hoặc không no). Một con cá no không ăn thêm con cá nào khác. Trò chơi kết thúc khi không còn con cá nào đói. Hỏi sau khi kết thúc trò chơi thì có tối đa bao nhiêu con cá no?

Đáp án: _______

Đáp án đúng là "8"

Phương pháp giải

Lời giải

Đầu tiên, 9 con cá đói, mỗi con sẽ ăn 3 con cá đói khác để tạo thành 1 con cá no. Khi đó trong trò chơi còn lại 2 con cá đói và 9 con cá no.

Để số con cá no là tối đa thì 1 con cá đói sẽ ăn 1 con cá đói còn lại và 2 con cá no khác.

Khi đó, trong trò chơi sẽ không còn cá đói và có 8 con cá no.

Dựa vào thông tin dưới đây và trả lời các câu hỏi từ câu 48 - 50:

Số lượng của một loại vi khuẩn X trong một phòng thí nghiệm được biểu diễn theo công thức $S(t) = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn tại thời điểm chọn mốc thời gian, r là tỉ lệ tăng trưởng (r > 0), t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Lúc 6 giờ sáng, số lượng vi khuẩn X là 150 con. Sau 3 giờ, số lượng vi khuẩn X là 450 con.

Câu 48:

Tỉ lệ tăng trưởng của vi khuẩn X gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 0,35. **B.** 0,36. **C.** 0,37. **D.** 0,38.

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Giải phương trình mũ cơ bản.

Lời giải

Chọn 6 giờ là mốc thời gian. Khi đó $A = 150$.

Sau 3 giờ, số lượng vi khuẩn là 450 con nên $t = 3; S(3) = 450$.

Từ đó ta có phương trình:

$$150.e^{3r} = 450 \Leftrightarrow e^{3r} = 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{3} \approx 0,37.$$

Câu 49:

Thời điểm số lượng vi khuẩn X gấp 9 lần số lượng vi khuẩn ban đầu là:

A. 3 giờ. **B.** 9 giờ. **C.** 12 giờ. **D.** 15 giờ.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Giải phương trình mũ cơ bản.

Lời giải

Gọi t_1 là thời điểm số lượng vi khuẩn gấp 9 lần ban đầu.

Khi đó: $S(t_1) = 1350$ con.

Ta có phương trình:

$$150.e^{\frac{\ln 3}{3}.t_1} = 1350 \Leftrightarrow e^{\frac{\ln 3}{3}.t_1} = 9 \Leftrightarrow \frac{\ln 3}{3}t_1 = \ln 9 \Leftrightarrow t_1 = 6.$$

Câu 50:

Cùng thời điểm lúc 6 giờ, người ta đo được số lượng vi khuẩn Y là 300 con. Biết rằng số lượng vi

HSA

khuẩn Y tăng 5% mỗi giờ. Hỏi vào lúc mấy giờ, số lượng vi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y.

A. 7 giờ. **B.** 8 giờ. **C.** 9 giờ. **D.** 10 giờ.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Viết công thức tính số lượng vi khuẩn Y.

Giải phương trình mũ.

Lời giải

Gọi sau *x* giờ thì số lượng vi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y.

Khi đó:

Số lượng vi khuẩn X là: $S_X = 150.e^{\frac{\ln 3}{3}x}$.

Số lượng vi khuẩn Y là: $S_Y = 300(1+5\%)^x$.

Để số lượng vi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y thì $S_X = S_Y$.

$\Leftrightarrow 150.e^{\frac{\ln 3}{3}x} = 300.(1+5\%)^x$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{e^{\frac{\ln 3}{3}}}{1+5\%}\right)^x = 2 \Rightarrow x \approx 2,18.$

Vậy sau 2,18 giờ hay vào lúc 8 giờ 11 phút thì số lượng vi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y.

---------- HẾT PHẦN THI THỨ NHẤT ----------