|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **NGHỆ AN** | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC 2018-2019**  **Môn thi: TOÁN CHUYÊN**  **Ngày thi: 03/06/2018** |

**Câu 1.**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 2.**

1. Tìm các số nguyên sao cho 
2. Cho hai số nguyên dương m, n thỏa mãn là một ước nguyên tố của . CMR là số chính phương

**Câu 3.** Cho thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng:



**Câu 4.**

Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn (O) đường cao AH. Gọi D là điểm đối xứng với A qua BC. Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên BD. Qua H kẻ đường thẳng song song với BD cắt AK tại I. Đường thẳng BI cắt đường tròn (O) tại N (N khác B)

1. Chứng minh 
2. Tiếp tuyến của (O) tại D cắt đường thẳng BC tại P. Chứng minh đường thẳng BC tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác ANP
3. Tiếp tuyến của (O) tại C cắt DP tại M. Đường tròn qua D tiếp xúc với CM tại M và cắt OD tại Q (Q khác D). Chứng minh đường thẳng qua Q vuông góc với BM luôn đi qua điểm cố định khi BC cố định và A di động trên đường tròn (O)

**Câu 5** Để phục vụ cho lễ khai mạc World Cung 2018, ban tổ chức giải đấu chuẩn bị 25000 quả bóng, các quả bóng được đánh số từ 1 đến 25000. Người ta dùng 7 màu: Đỏ, Da cam, Vàng, Lục, Lam, Chàm, Tím để sơn các quả bóng (mỗi quả được sơn 1 màu). Chứng minh rằng trong 25000 quả bóng nói trên tồn tại 3 quả bóng cùng màu được đánh số là mà a chia hết cho b, b chia hết cho c và 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. **Giải phương trình : **

Điều kiện xác định: 

Ta có



Vậy phương trình có nghiệm duy nhất 



Hệ đã cho tương đương với



Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm

**Câu 2**



Do là các số nguyên nên



Vậy  là 3 số nguyên cần tìm



Giả sử . Theo bài ra ta có:



Do  là số nguyên tố là ước của 

Mà do đó vô lý

Vậy giả sử sai là số chính phương

Ta có điều phải chứng minh.

**Câu 3.**

Ta có:



Chứng minh hoàn toàn tương tự ta có:



Như vậy



(Áp dụng BĐT Bunhiacopxki cho 3 số)

Lại có



Vậy ta có điều phải chứng minh

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi 

**Câu 4**

****

1. **Chứng minh **

Ta có do cùng chắn cung AB nên 

Suy ra tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau). Do đó: (hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Ta có : 

Do tứ giác là tứ giác nội tiếp (cmt) 





Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ANP, I là trung điểm NP

Vì A; D đối xứng qua BC nên PA cũng là tiếp tuyến của (O)

Ta có: (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung NP của đường tròn )

Lại có: (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung AN của )

Hơn nữa nội tiếp (cmt) nên (cùng phụ với )

Ta có : 

tứ giác nội tiếp nên 

Mặt khác : 

Suy ra BC tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác 



Gọi J là trung điểm OM, G là trung điểm của OC, E là giao điểm của và BM

Dễ thấy MQ là đường kính của đường tròn đi qua D là tiếp xúc với MC (Do . Mà 

Do (so le trong)Tam giác QOM cân tại Q

(trung tuyến đồng thời là đường cao)

(góc có cạnh tương ứng vuông góc)

Mặt khác





(hai góc nội tiếp cùng chắn cung QM)



Vậy đường thẳng qua Q vuông góc với BM luôn đi qua trung điểm G của OC cố định.

**Câu 5:**

Xét tập và tập 

Do 

Tập B có 15 phần tử. Do mỗi quả bóng được sơn một màu mà có 7 màu nên theo nguyên lý Dirichle trong tập B tồn tại 3 quả bóng cùng màu.

Giả sử 3 quả bóng được đánh số thì a chia hết cho b, b chia hết cho c và 

Vậy ta có điều phải chứng minh