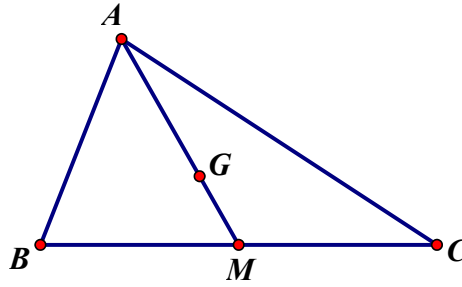


PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Trong các phát biểu sau đây, phát biểu nào là một mệnh đề toán học?
- A. Hình chữ nhật là hình bình hành phải không ?
 - B. Số 1 là số nguyên tố.
 - C. Tam giác cân có một góc 60° có là tam giác đều không ?
 - D. Học, học nữa, học mãi.
- Câu 2.** Trong các phát biểu sau đây, phát biểu nào **không phải** là mệnh đề toán học?
- A. Túi của bạn xinh quá!
 - B. $n(n+1)(n+2)$ chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên n .
 - C. $x^2 - 2x + 1 = 0$ có nghiệm là $x = 2$.
 - D. π là số vô tỉ.
- Câu 3.** Cho mệnh đề A : “Buôn Mê Thuật là một thành phố thuộc tỉnh Đắk Lắk”. Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là
- A. $\bar{A}$: “Buôn Mê Thuật không là một thành phố thuộc tỉnh Đắk Lắk”.
 - B. $\bar{A}$: “Buôn Mê Thuật là một thành phố của nước Việt Nam”.
 - C. $\bar{A}$: “Buôn Mê Thuật không là một thành phố của nước Việt Nam”.
 - D. $\bar{A}$: “Buôn Mê Thuật là một thành phố thuộc Tây Nguyên”.
- Câu 4.** Mệnh đề toán học nào sau đây là một mệnh đề **đúng**
- A. Nếu $a : 3$ thì $a : 9$.
 - B. Nếu $a + b$ chia hết cho 5 thì a và b cùng chia hết cho 5.
 - C. Nếu $1 = 2$ thì $2022 = 2023$.
 - D. Nếu một số tự nhiên chia hết cho 5 thì số đó có chữ số tận cùng là 0.
- Câu 5.** Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \{n \in \mathbb{N} | n = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 4\}$.
- A. $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$
 - B. $A = \{3; 5; 7\}$
 - C. $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$
 - D. $A = \{1; 3; 5; 6; 9\}$

- Câu 6.** Tìm số phần tử của tập hợp $S = \{x \in \mathbb{Z} \mid (3x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2) = 0\}$.
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 7.** Bất phương trình nào sau đây **không** phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?
- A. $x - 5y - 1 \geq 0$ B. $2x - 3y + 5 < 0$
- C. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + 10 < 0$ D. $x + 3y^2 - 2x + 1 \leq 0$
- Câu 8.** Miền nghiệm của bất phương trình: $5(x+1) + 2(y+1) > x + y + 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:
- A. (0; 0) B. (-1; 1)
- C. (1; -2) D. (2; 1)
- Câu 9.** Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?
- A. $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ -3x + 5 \leq 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x^2 - 3y + 1 > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$
- Câu 10.** Giá trị của biểu thức $\sin(90^\circ) + \cos(60^\circ)$ là
- A. $-\frac{1}{2}$ B. 1. C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$
- Câu 11.** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 13, AC = 8, BC = 7$. Tính góc $\widehat{ACB}$.
- A. 30° B. 90° C. 60° D. 120°
- Câu 12.** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6, BC = 8, \widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh AC .
- A. $\sqrt{13}$ B. $2\sqrt{13}$ C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{6}$
- Câu 13.** Cho A, B, C là ba điểm thẳng hàng, B nằm giữa A và C . Có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là một trong ba điểm A, B, C .
- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 14. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC , điểm M bất kỳ... Đẳng thức vector nào sau đây đúng?



A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GM} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{MG}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$.

D. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$.

Câu 15. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.

B. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MB}$.

C. $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Câu 16. Trong các phát biểu dưới đây có bao nhiêu phát biểu đúng

- Hai vector được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng hướng và cùng độ dài.
- Hai vector cùng phương với vector thứ ba thì cùng phương với nhau.
- Hai vector được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
- Hai vector được gọi là đối nhau nếu chúng có cùng hướng và cùng độ dài.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 17. Cho tập hợp $B = \{1; 2; 3; 2023\}$. Có bao nhiêu tập hợp A thỏa mãn $\{1\} \subset A \subset B$

A. 4.

B. 8.

C. 32.

D. 16.

Câu 18. Một quyển sách có 150 trang được đánh số từ 1 đến 150. Tính số các chữ số dùng để đánh số trang của quyển sách này.

A. 343.

B. 342.

C. 344.

D. 340.

Câu 19. Quảng cáo sản phẩm trên truyền hình là một hoạt động quan trọng trong kinh doanh của các doanh nghiệp. Theo Thông báo số 10/2019, giá quảng cáo trên VTV1 là 30 triệu đồng cho 15 giây/1 lần quảng cáo vào khoảng 20h30; là 6 triệu đồng cho 15 giây/1 lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 – 17h00.

A. $x = 12; y = 40$ B. $x = 20; y = 40$
C. $x = 10; y = 40$ D. $x = 20; y = 30$

- A.** 20. **B.** $5\sqrt{57}$. **C.** $10\sqrt{57}$. **D.** 15.

- A. $(1; 2022]$ B. $(1; +\infty)$ C. $\mathbb{R}$ D. $[2022; +\infty)$

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

- A.** 39. **B.** 47. **C.** 3. **D.** 8.

- A. $5x - 2y + 1 \geq 0$. B. $-3x + y + 2 > 0$. C. $2x - 3y \leq 0$. D. $x - 2y < 0$.

- Câu 25.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2(x+1) - 3y \geq 4x + 5(y-1) \\ 5x + 3y < 3(1+2y) \end{cases}$$
 ?

- A. $(2; -3)$. B. $(0; -1)$. C. $(-3; 1)$. D. $(9; 6)$.

Câu 26. Cho tam giác MNP có $MN = 9$, $\hat{P} = 30^\circ$, $\hat{N} = 105^\circ$. Độ dài cạnh PN bằng

- A. $\frac{9\sqrt{6} - 9\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. C. $9\sqrt{2}$. D. $\frac{9\sqrt{6} + 9\sqrt{2}}{2}$.

Câu 27. Cho tam giác ABC có $AB = 2a$; $AC = 4a$ và tổng hai góc B và C bằng 60° . Tính diện tích tam giác ABC ?

- A. $S = 8a^2$. B. $S = 2a^2\sqrt{3}$. C. $S = a^2\sqrt{3}$. D. $S = 4a^2$.

Câu 28. Cho tam giác ABC có M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , BC , CA . Hãy tìm các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của tam giác và M , N , P sao cho bằng với $\overrightarrow{MN}$?

- A. $\overrightarrow{BP}, \overrightarrow{CN}$. B. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BP}$. C. $\overrightarrow{PB}, \overrightarrow{CP}$. D. $\overrightarrow{BP}, \overrightarrow{PC}$.

Câu 29. Cho tam giác ΔABC với $AB \neq AC$. Lấy G là trọng tâm tam giác, H là trực tâm tam giác và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔABC . Lấy D là điểm đối xứng với A qua O . Cho các mệnh đề như sau:

- I. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. II. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GC}$.
 III. $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HG}$. IV. $\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD}$.

Khi đó số mệnh đề đúng là:

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 30. Cho tam giác ΔABC đều cạnh $2a$ với M là trung điểm cạnh AC , G là trọng tâm ΔABC . Khi đó độ dài $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{BA}|$ là:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 31. Cho các tập hợp khác rỗng $A = [0; 2022]$, $B = (2022a; 2023a + 1]$, $a > -1$. Tìm $a \in \mathbb{R}$ để $A \cap B = \emptyset$.

- A. $a \geq -4$. B. $a < -1$. C. $\begin{cases} a \geq 1 \\ -1 < a < \frac{-1}{2023} \end{cases}$. D. $a \geq -1$.

Câu 32. Bạn Minh đạt được danh hiệu Học sinh giỏi nên được mẹ thưởng cho 600 nghìn đồng để mua kem. Minh đến siêu thị dự định mua hai hãng kem Merino và TH. Giá của mỗi chiếc kem Merino là 12 nghìn đồng một chiếc, giá của một chiếc kem TH là 15 nghìn đồng. Do tủ lạnh đã chứa nhiều đồ nên không gian ngăn bảo quản chỉ có thể chứa tối đa 30 chiếc kem. Gọi x, y lần lượt là số kem loại Merino và TH mà Minh có thể mua. Hãy lập hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện ràng buộc của bài toán theo x, y .

- A. $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y < 30 \\ 4x + 5y < 200 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 30 \\ 4x + 5y \leq 200 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y > 30 \\ 4x + 5y > 200 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 30 \\ 4x + 5y \geq 200 \end{cases}$.

Câu 33. Cho tam giác ABC biết điểm M thuộc đoạn BC và thỏa mãn diện tích tam giác ABM gấp hai lần diện tích tam giác ACM . Khi đó ta có đẳng thức $\vec{AM} = \frac{m\vec{AB} + n\vec{AC}}{3}$. Vậy hai số nguyên $m; n$ bằng

- A. $m = n = 1$. B. $m = n = 2$. C. $m = 2; n = 1$. D. $m = 1; n = 2$.

Câu 34. Cho tam giác ABC biết điểm M thỏa mãn đẳng thức $\vec{AM} = 3\vec{AB} + 2\vec{BC} + \vec{CA}$. Vị trí điểm M là

- A. M là trung điểm của BC . B. M là trung điểm của AC .
C. M là đỉnh thứ 3 của hình bình hành $ABMC$. D. M là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $ABCM$

Câu 35. Một người gánh hai thùng, một thùng gạo nặng $300(N)$, một thùng ngô nặng $200(N)$. Đòn gánh AB dài $1,5(m)$. Biết vai người đó phải đặt ở điểm O thì đòn gánh cân bằng (đầu A gánh thùng ngô, bỏ qua trọng lượng của đòn gánh), khoảng cách từ O đến A bằng

- A. $0,9m$. B. $0,6m$. C. $1m$. D. $1,2m$.

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho $A = (2; m^2 - 2)$, $B = \left(\frac{2}{m-1}; \frac{4m}{m-1} \right)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A \in B$ là một khoảng?

Bài 2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2(x+y)+1 > x-y+7 \\ 2x-y < 4 \end{cases}$$
.

Bài 3. Với mọi góc α sao cho $\cos \alpha \neq 0$. Ta luôn có $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ và $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Hãy tính giá trị biểu thức $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin^5 \alpha}$, biết $\tan \alpha = 2$.

Bài 4. Cho hình bình hành $ABCD$ có điểm O là giao điểm hai đường chéo. Gọi điểm E là điểm đối xứng của điểm A qua điểm D , điểm F thuộc cạnh BC sao cho $\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BF}$ và điểm K là trung điểm của đoạn thẳng OD .

a) Biểu thị vectơ $\overrightarrow{EK}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CD}$.

b) Chứng minh rằng ba điểm E , F , K thẳng hàng.

- Hết -



PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các phát biểu sau đây, phát biểu nào là một mệnh đề toán học ?

A. Hình chữ nhật là hình bình hành phải không ?

B. Số 1 là số nguyên tố.

C. Tam giác cân có một góc 60° có là tam giác đều không ?

D. Học, học nữa, học mãi.

Lời giải

Các phát biểu ở câu A và C là câu nghi vấn.

Phát biểu ở câu D không là mệnh đề vì nó không phải câu khẳng định đúng hoặc sai.

Câu 2. Trong các phát biểu sau đây, phát biểu nào **không phải** là mệnh đề toán học ?

A. Túi của bạn xinh quá!

B. $n(n+1)(n+2)$ chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên n .

C. $x^2 - 2x + 1 = 0$ có nghiệm là $x = 2$.

D. π là số vô tỉ.

Lời giải

Câu khẳng định ở đáp án A không phải câu khẳng định về một sự kiện toán học. Do vậy phát biểu này không phải là mệnh đề toán học.

Câu 3. Cho mệnh đề A : “Buôn Mê Thuật là một thành phố thuộc tỉnh Đắk Lắk”. Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là

A. $\bar{A}$: “Buôn Mê Thuật không là một thành phố thuộc tỉnh Đắk Lắk”.

B. $\bar{A}$: “Buôn Mê Thuật là một thành phố của nước Việt Nam”.

C. $\bar{A}$: “Buôn Mê Thuật không là một thành phố của nước Việt Nam”.

D. $\overline{A}$: “Buôn Mê Thuật là một thành phố thuộc Tây Nguyên”.

Lời giải

$\overline{A}$: “Buôn Mê Thuật không là một thành phố thuộc tỉnh Đắk Lắk”.

Câu 4. Mệnh đề toán học nào sau đây là một mệnh đề **đúng**

A. Nếu $a \vdots 3$ thì $a \vdots 9$.

B. Nếu $a + b$ chia hết cho 5 thì a và b cùng chia hết cho 5 .

C. Nếu $1 = 2$ thì $2022 = 2023$.

D. Nếu một số tự nhiên chia hết cho 5 thì số đó có chữ số tận cùng là 0 .

Lời giải

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng, Q sai.

Ta thấy: “ $1 = 2$ ” là mệnh đề sai nên “Nếu $1 = 2$ thì $2022 = 2023$,” là mệnh đề đúng.

Câu 5. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 4\}$.

A. $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

B. $A = \{3; 5; 7\}$.

C. $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$.

D. $A = \{1; 3; 5; 6; 9\}$.

Lời giải

Với $k = 0 \Rightarrow n = 2 \cdot 0 + 1 = 1 \in \mathbb{N}$ (nhận).

Với $k = 1 \Rightarrow n = 2 \cdot 1 + 1 = 3 \in \mathbb{N}$ (nhận).

Với $k = 2 \Rightarrow n = 2 \cdot 2 + 1 = 5 \in \mathbb{N}$ (nhận).

Với $k = 3 \Rightarrow n = 2 \cdot 3 + 1 = 7 \in \mathbb{N}$ (nhận).

Với $k = 4 \Rightarrow n = 2 \cdot 4 + 1 = 9 \in \mathbb{N}$ (nhận).

Do đó: $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$.

Câu 6. Tìm số phần tử của tập hợp $S = \{x \in \mathbb{Z} \mid (3x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2) = 0\}$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

$$(3x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Ta có

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $S = \{1\}$. Do đó số phần tử của S bằng 1.

Câu 7. Bất phương trình nào sau đây **không** phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $x - 5y - 1 \geq 0$

B. $2x - 3y + 5 < 0$

C. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + 10 < 0$

D. $x + 3y^2 - 2x + 1 \leq 0$

Lời giải

Vì bất phương trình chứa y^2 .

Câu 8. Miền nghiệm của bất phương trình: $5(x+1) + 2(y+1) > x + y + 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

A. $(0; 0)$

B. $(-1; 1)$

C. $(1; -2)$

D. $(2; 1)$

Lời giải

Ta có $5(x+1) + 2(y+1) > x + y + 9 \Leftrightarrow 4x + y > 2$

Vì $4 \cdot 2 + 1 > 2$ là mệnh đề đúng nên miền nghiệm của bất phương trình trên chứa điểm có tọa độ D .

Câu 9. Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ -3x + 5 \leq 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x^2 - 3y + 1 > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$

Lời giải

Theo định nghĩa ta có hệ $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất 2 ẩn.

Câu 10. Giá trị của biểu thức $\sin(90^\circ) + \cos(60^\circ)$ là

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\sin(90^\circ) + \cos(60^\circ) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Câu 11. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 13, AC = 8, BC = 7$. Tính góc $\widehat{ACB}$.

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 120° .

Lời giải

Ta có: $\cos \widehat{ACB} = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC} = \frac{8^2 + 7^2 - 13^2}{2 \cdot 8 \cdot 7} = -\frac{1}{2}$.

Suy ra: $\widehat{ACB} = 120^\circ$.

Câu 12. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6, BC = 8, \widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh AC .

A. $\sqrt{13}$.

B. $2\sqrt{13}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Áp dụng định lý cosin, ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 52.$$

Suy ra: $AC = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

Câu 13. Cho A, B, C là ba điểm thẳng hàng, B nằm giữa A và C . Có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là một trong ba điểm A, B, C .

A. 3.

B. 4.

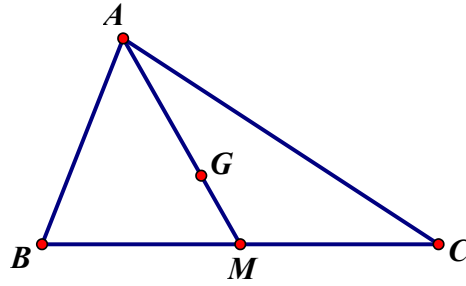
C. 5.

D. 6.

Lời giải

Có 6 vector thỏa mãn gồm: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}$.

Câu 14. Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC , điểm M bất kỳ... Đẳng thức vector nào sau đây đúng?



A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GM} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{MG}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$

D. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{GM} = -2\overrightarrow{MG}$

Câu 15. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Đẳng thức nào sau đây sai?

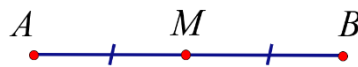
A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$

B. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MB}$

C. $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

Lời giải



Vì M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên ta có: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA} \neq \vec{0}$

Câu 16. Trong các phát biểu dưới đây có bao nhiêu phát biểu đúng

1. Hai vector được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng hướng và cùng độ dài.
2. Hai vector cùng phương với vector thứ ba thì cùng phương với nhau.
3. Hai vector được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
4. Hai vector được gọi là đối nhau nếu chúng có cùng hướng và cùng độ dài.

A. 1.

B. 2

C. 3.

D. 4.

Lời giải

1. Đúng.
2. Sai vì hai vector bất kì luôn cùng phương với vector – không, nhưng chúng chưa chắc cùng phương với nhau.
3. Đúng.

Sai vì hai vectơ được gọi là đối nhau nếu chúng ngược hướng và có cùng độ dài.

- Câu 17.** Cho tập hợp $B = \{1; 2; 3; 2023\}$. Có bao nhiêu tập hợp A thỏa mãn $\{1\} \subset A \subset B$
- A. 4. B. 8. C. 32. D. 16.

Lời giải

Có 8 tập hợp A thỏa mãn $\{1\} \subset A \subset B$:

$$\{1\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{1; 2023\}; \{1; 2; 3\}; \{1; 2; 2023\}; \{1; 3; 2023\}; \{1; 2; 3; 2023\}$$

- Câu 18.** Một quyển sách có 150 trang được đánh số từ 1 đến 150. Tính số các chữ số dùng để đánh số trang của quyển sách này.
- A. 343. B. 342. C. 344. D. 340.

Lời giải

Vì từ trang 1 đến trang 9 có 9 trang gồm một chữ số, từ trang 10 đến trang 99 có 90 trang có hai chữ số, từ trang 100 đến trang 150 có 51 trang có ba chữ số nên số các chữ số dùng để đánh số trang của quyển sách này là:

$$9 + 90.2 + 51.3 = 342 \text{ (trang)}.$$

- Câu 19.** Quảng cáo sản phẩm trên truyền hình là một hoạt động quan trọng trong kinh doanh của các doanh nghiệp. Theo Thông báo số 10/2019, giá quảng cáo trên VTV1 là 30 triệu đồng cho 15 giây/1 lần quảng cáo vào khoảng 20h30; là 6 triệu đồng cho 15 giây/1 lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 – 17h00.

Một công ty dự định chi không quá 600 triệu đồng để quảng cáo trên VTV1 sau: ít nhất 10 lần quảng cáo vào khoảng 20h30 và không quá 40 lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 – 17h00. Gọi x, y lần lượt là số lần phát quảng cáo vào khoảng 20h30 và vào khung giờ 16h00 – 17h00. Tìm x và y sao cho tổng số lần xuất hiện quảng cáo của công ty là nhiều nhất.

- A. $x = 12; y = 40$ B. $x = 20; y = 40$
- C. $x = 10; y = 40$ D. $x = 20; y = 30$

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số lần phát quảng cáo vào khoảng 20h30 và vào khung giờ 16h00 – 17h00.

Theo giả thiết, ta có: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, x \geq 10, 0 \leq y \leq 40$.

Tổng số lần phát quảng cáo là $T = x + y$.

Số tiền công ty cần chi là $30x + 6y$ (triệu đồng).

Do công ty dự định chi không quá 600 triệu đồng nên $30x + 6y \leq 600$ hay $5x + y \leq 100$.

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 5x + y \leq 100 \\ x \geq 10 \\ 0 \leq y \leq 40 \end{cases} \quad (1)$$

Bài toán đưa về tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (1) sao cho $T = x + y$ có giá trị lớn nhất.

Trước hết, ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình (1).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) là miền tứ giác $ABCD$ với $A(20;0)$, $B(12;40)$, $C(10;40)$, $D(10;0)$.

Biểu thức $T = x + y$ đạt được giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$. Tính giá trị của biểu thức $T = x + y$ tại cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh của tứ giác $ABCD$ rồi so sánh các giá trị đó. Ta được T đạt giá trị lớn nhất khi $x = 12, y = 40$ ứng với tọa độ đỉnh B .

Câu 20. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 35 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km , bỏ qua vận tốc dòng nước?

A. 20.

B. $5\sqrt{57}$.

C. $10\sqrt{57}$.

D. 15.

Lời giải

Ta có: Sau $2h$ quãng đường tàu thứ nhất chạy được là: $S_1 = 35.2 = 70 \text{ km}$.

Sau $2h$ quãng đường tàu thứ hai chạy được là: $S_2 = 40.2 = 80 \text{ km}$.

Vậy: sau $2h$ hai tàu cách nhau là: $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1.S_2.\cos 60^\circ} = 10\sqrt{57}$.

Câu 21. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | x - 1 > 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} | x - 2022 \leq 0\}$. Khi đó: $A \cup B$ là

A. $(1; 2022]$

B. $(1; +\infty)$

☒ C. $\mathbb{R}$

D. $[2022; +\infty)$

Lời giải

Ta có $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 > 0\} = (1; +\infty)$ và $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 2022 \leq 0\} = (-\infty; 2022]$

Vậy $A \cup B = \mathbb{R}$.

Câu 22. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (x - 2)(x^2 + 3x - 4) = 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 3| \leq 1\}$. Tập $A \setminus B$ có tất cả bao nhiêu phần tử?

A. 2.

B. 3.

☒ C. 1.

D. 4.

Lời giải

Ta có $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (x - 2)(x^2 + 3x - 4) = 0\} = \{1; 2\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 3| \leq 1\} = \{2; 3; 4\}$

Suy ra $A \setminus B = \{1\}$.

Vậy $A \setminus B$ có 1 phần tử.

Câu 23. Trường THPT Xuân Vân có hai câu lạc bộ thể thao là câu lạc bộ bóng đá và câu lạc bộ bóng chuyền. Để duy trì và phát triển các hoạt động trong năm học mới, hai câu lạc bộ này thông báo tuyển thành viên. Lớp 10A1 có 39 học sinh đăng ký tham gia các câu lạc bộ thể thao của trường, trong đó có 25 học sinh đăng ký tham gia câu lạc bộ bóng đá, có 22 học sinh đăng ký tham gia câu lạc bộ bóng chuyền. Hỏi có bao nhiêu bạn học sinh lớp 10A1 vừa tham gia cả hai câu lạc bộ bóng đá và bóng chuyền?

A. 39.

B. 47.

C. 3.

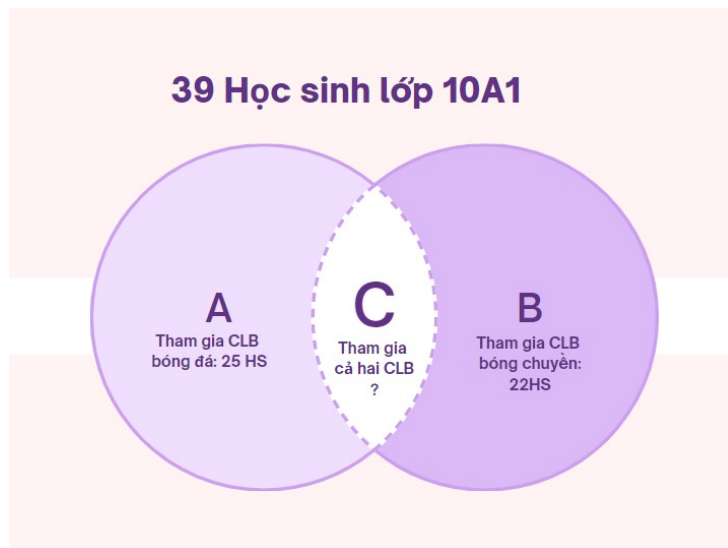
☒ D. 8.

Lời giải

Gọi A là tập hợp các bạn học sinh lớp 10A1 tham gia câu lạc bộ bóng đá.

B là tập hợp các bạn học sinh lớp 10A1 tham gia câu lạc bộ bóng chuyền.

Ta có sơ đồ Ven:



Dựa vào sơ đồ Ven ta thấy?

Số học sinh chỉ tham gia câu lạc bộ bóng chuyền là: $39 - 25 = 14$ (học sinh).

Vậy số học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ là: $22 - 14 = 8$ (học sinh).

Câu 24. Điểm $A(5; -3)$ là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình

- A.** $5x - 2y + 1 \geq 0$. **B.** $-3x + y + 2 > 0$. **C.** $2x - 3y \leq 0$. **D.** $x - 2y < 0$.

Lời giải

$$5x - 2y + 1 \geq 0.$$

Thay tọa độ điểm A vào ta có: $5 \cdot 5 - 2 \cdot (-3) + 1 = 32 > 0$ nên điểm A thuộc miền nghiệm của bất phương trình $5x - 2y + 1 \geq 0$.

Câu 25. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2(x+1) - 3y \geq 4x + 5(y-1) \\ 5x + 3y < 3(1+2y) \end{cases} \quad ?$$

- A.** $(2; -3)$ **B.** $(0; -1)$ **C.** $(-3; 1)$ **D.** $(9; 6)$

Lời giải

Ta có
$$\begin{cases} 2(x+1) - 3y \geq 4x + 5(y-1) \\ 5x + 3y < 3(1+2y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 8y \geq -7 \\ 5x - 3y < 3 \end{cases}$$

Với $x = -3$ và $y = 1$ thỏa hệ bất phương trình nên điểm $(-3; 1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Câu 26. Cho tam giác MNP có $MN = 9$, $\hat{P} = 30^\circ$, $\hat{N} = 105^\circ$. Độ dài cạnh PN bằng

- A. $\frac{9\sqrt{6} - 9\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. **C. $9\sqrt{2}$** D. $\frac{9\sqrt{6} + 9\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\hat{M} = 180^\circ - 30^\circ - 105^\circ = 45^\circ$.

Theo định lí sin trong tam giác MNP , ta có

$$\frac{MN}{\sin P} = \frac{PN}{\sin M} \Rightarrow PN = \frac{MN \cdot \sin M}{\sin P} = \frac{9 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 9\sqrt{2}.$$

Câu 27. Cho tam giác ABC có $AB = 2a$; $AC = 4a$ và tổng hai góc B và C bằng 60° . Tính diện tích tam giác ABC ?

- A. $S = 8a^2$. **B. $S = 2a^2\sqrt{3}$** C. $S = a^2\sqrt{3}$. D. $S = 4a^2$.

Lời giải

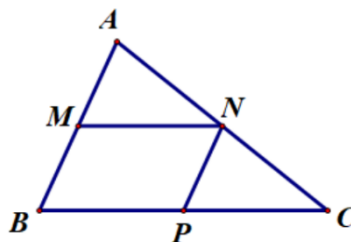
Ta có $\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 120^\circ$.

Diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 4a \cdot \sin 120^\circ = 2a^2\sqrt{3}$ (đvdt).

Câu 28. Cho tam giác ABC có M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , BC , CA . Hãy tìm các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của tam giác và M , N , P sao cho bằng với $\overrightarrow{MN}$?

- A. $\overrightarrow{BP}, \overrightarrow{CN}$. B. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BP}$. C. $\overrightarrow{PB}, \overrightarrow{CP}$. **D. $\overrightarrow{BP}, \overrightarrow{PC}$**

Lời giải



Các vector bằng vector $\overrightarrow{MN}$ là: $\overrightarrow{BP}, \overrightarrow{PC}$.

Câu 29 . Cho tam giác $\triangle ABC$ với $AB \neq AC$. Lấy G là trọng tâm tam giác, H là trực tâm tam giác và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$. Lấy D là điểm đối xứng với A qua O . Cho các mệnh đề như sau:

I. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$.

II. $\vec{GA} + \vec{GB} = 2\vec{GC}$.

III. $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 3\vec{HG}$.

IV. $\vec{HA} \cdot \vec{BC} + \vec{AC} = \vec{CD}$.

Khi đó số mệnh đề đúng là:

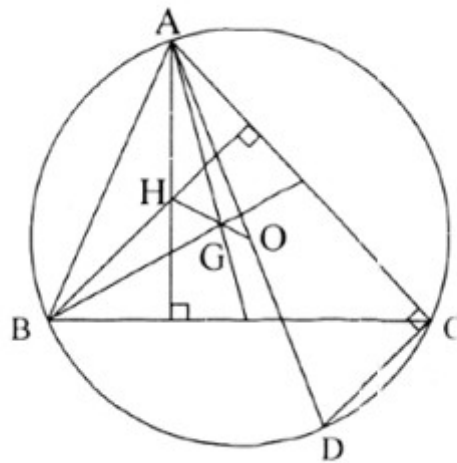
A. 1 .

B. 3 .

C. 4 .

D. 2 !

Lời giải



Vì $AB \neq AC$ nên tam giác $\triangle ABC$ không phải là tam giác đều $\Rightarrow O \neq G$.

Suy ra $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG} \neq \vec{0}$

Vậy mệnh đề I là mệnh đề sai.

Lấy M trung điểm AB nên $\vec{GA} + \vec{GB} = 2\vec{GM} \neq 2\vec{GC}$

Vậy mệnh đề II là mệnh đề sai.

Vì G trọng tâm nên $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 3\vec{HG}$

Vậy mệnh đề III là mệnh đề đúng.

$$\vec{HA} \cdot \vec{BC} + \vec{AC} = \vec{HA} + \vec{CB} + \vec{AC} = \vec{HA} + \vec{AC} + \vec{CB} = \vec{HB}$$

$$\text{Vì } \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{HB}$$

Ta có: $\overrightarrow{DC} \perp \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{DC} \parallel \overrightarrow{BH}$ và $\overrightarrow{DB} \perp \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{DB} \parallel \overrightarrow{CH}$

Suy ra $BHCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{CD}$

Vậy mệnh đề IV là mệnh đề đúng.

Câu 30. Cho tam giác $\triangle ABC$ đều cạnh $2a$ với M là trung điểm cạnh AC , G là trọng tâm $\triangle ABC$. Khi đó

độ dài $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{BA}|$ là:

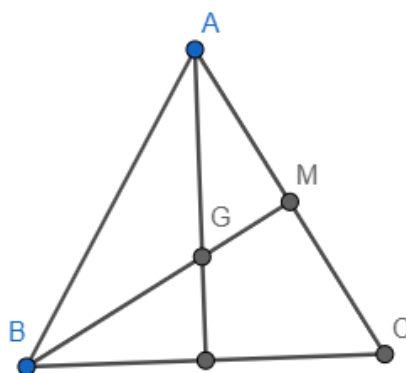
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải



Xét $\triangle ABM$ có $BM = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow GM = \frac{1}{3}BM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{GC}| = |\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}| = |2\overrightarrow{GM}| = 2GM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 31. Cho các tập hợp khác rỗng $A = [0; 2022]$, $B = (2022a; 2023a + 1]$, $a > -1$. Tìm $a \in \mathbb{R}$ để $A \cap B = \emptyset$.

A. $a \geq -4$.

B. $a < -1$.

C. $\begin{cases} a \geq 1 \\ -1 < a < \frac{-1}{2023} \end{cases}$

D. $a \geq -1$.

Lời giải

$$A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} 2022a \geq 202 \\ 2023a + 1 < 0 \\ a > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 1 \\ a < \frac{-1}{2023} \\ a > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 1 \\ -1 < a < \frac{-1}{2023} \end{cases}$$

Ta có

Câu 32. Bạn Minh đạt được danh hiệu Học sinh giỏi nên được mẹ thưởng cho 600 nghìn đồng để mua kem. Minh đến siêu thị dự định mua hai hãng kem Merino và TH. Giá của mỗi chiếc kem Merino là 12 nghìn đồng một chiếc, giá của một chiếc kem TH là 15 nghìn đồng. Do tủ lạnh đã chứa nhiều đồ nên không gian ngăn bảo quản chỉ có thể chứa tối đa 30 chiếc kem. Gọi x, y lần lượt là số kem loại Merino và TH mà Minh có thể mua. Hãy lập hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện ràng buộc của bài toán theo x, y .

A. $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y < 30 \\ 4x + 5y < 200 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 30 \\ 4x + 5y \leq 200 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y > 30 \\ 4x + 5y > 200 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 30 \\ 4x + 5y \geq 200 \end{cases}$

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số kem loại Merino và TH mà Minh có thể mua ($x, y \geq 0; x, y \in \mathbb{N}$).

Do số kem có thể chứa trong tủ lạnh là 30 chiếc nên ta có bất phương trình: $x + y \leq 30$.

Số tiền mua kem không vượt quá 600 nghìn nên ta có bất phương trình:

$$12x + 15y \leq 600 \Leftrightarrow 4x + 5y \leq 200$$

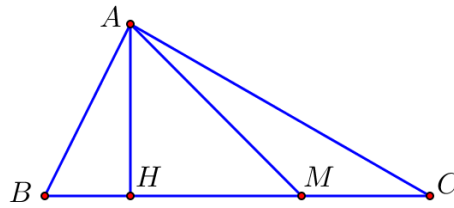
Vậy ta có hệ sau: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 30 \\ 4x + 5y \leq 200 \end{cases}$.

Câu 33. Cho tam giác ABC biết điểm M thuộc đoạn BC và thỏa mãn diện tích tam giác ABM gấp hai lần diện tích tam giác ACM . Khi đó ta có đẳng thức $\frac{m\vec{AB} + n\vec{AC}}{3} = \vec{AM}$. Vậy hai số nguyên $m; n$ bằng

A. $m = n = 1$. B. $m = n = 2$. C. $m = 2; n = 1$. D. $m = 1; n = 2$.

Lời giải

Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC .



Theo bài ra: $S_{\triangle ABM} = 2S_{\triangle ACM} \Leftrightarrow \frac{1}{2}AH.BM = 2.\frac{1}{2}AH.CM$

$$\Leftrightarrow BM = 2CM \Rightarrow \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}}{3}. \text{ Suy ra } m=1; n=2$$

Câu 34. Cho tam giác ABC biết điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. Vị trí điểm M là

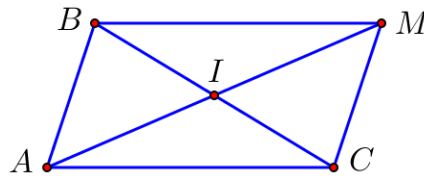
A. M là trung điểm của BC .

B. M là trung điểm của AC .

C. M là đỉnh thứ 3 của hình bình hành $ABMC$ **D.** M là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $ABCM$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của BC .



$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{AB} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AI}. \end{aligned}$$

Vậy vị trí điểm M là đỉnh thứ 3 của hình bình hành $ABMC$.

Câu 35. Một người gánh hai thùng, một thùng gạo nặng $300(N)$, một thùng ngô nặng $200(N)$. Đòn gánh AB dài $1,5(m)$. Biết vai người đó phải đặt ở điểm O thì đòn gánh cân bằng (đầu A gánh thùng ngô, bỏ qua trọng lượng của đòn gánh), khoảng cách từ O đến A bằng

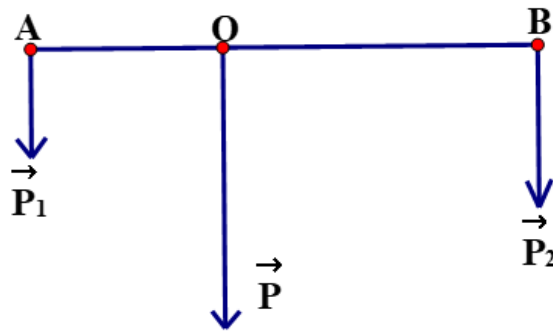
A. $0,9m$.

B. $0,6m$.

C. $1m$.

D. $1,2m$.

Lời giải



Gọi O là điểm đặt của đòn gánh lên vai. Vai người chịu lực bằng tổng hợp trọng lực hai thùng gạo, ngô.

O là tâm tỉ cự của A, B theo bộ số $(300, 200)$ nên $300\vec{OA} + 200\vec{OB} = \vec{0} \Leftrightarrow OA = \frac{2}{3}OB$.

Vậy vai người đó phải đặt cách A một khoảng $0,6(m)$.

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho $A = (2; m^2 - 2)$, $B = \left(\frac{4m}{m-1}; \frac{2m+2}{m-1}\right)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A \in B$ là một khoảng?

Lời giải

$$A \in B \text{ là một khoảng} \quad \begin{cases} m^2 - 2 > 2 \\ \frac{4m}{m-1} > 2 \end{cases} \quad \begin{cases} m^2 > 4 \\ \frac{2m+2}{m-1} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m > 2 \\ 2m+2 > 0 \\ m-1 > 0 \\ 2m+2 < 0 \\ m-1 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \\ m < -1 \end{cases} \quad \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$$

Bài 2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2(x+y)+1 > x-y+7 \\ 2x-y < 4 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} 2(x+y)+1 > x-y+7 \\ 2x-y < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y-6 > 0 & (1) \\ 2x-y-4 < 0 & (2) \end{cases}$$

Vẽ hai đường thẳng $d: x + 3y - 6 = 0$ và $d': 2x - y - 4 = 0$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .

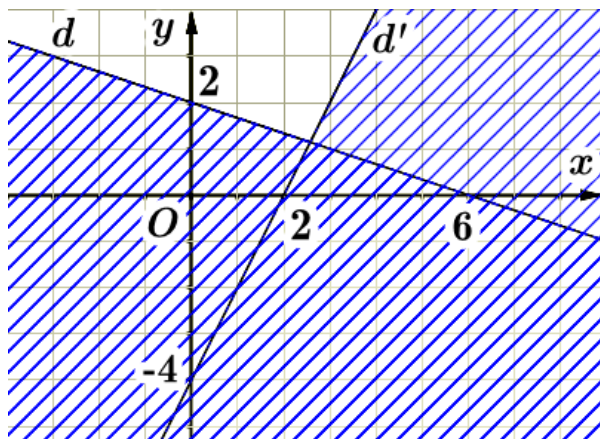
Lấy $O(0;0)$ không thuộc d và thay $x=0, y=0$ vào biểu thức $x + 3y - 6$ ta được $-6 < 0$ (sai).

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình (1) là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d , không chứa điểm O , không kể đường thẳng d .

Lấy $O(0;0)$ không thuộc d' và thay $x=0, y=0$ vào biểu thức $2x - y - 4$ ta được $-4 < 0$ (đúng)

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình (2) là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d' , chứa điểm O , không kể đường thẳng d' .

Vậy miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền không bị gạch chéo, không kể hai đường thẳng d và d' trên hình vẽ.



Bài 3. Với mọi góc α sao cho $\cos \alpha \neq 0$. Ta luôn có $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ và $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Hãy tính giá trị biểu thức $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin^5 \alpha}$, biết $\tan \alpha = 2$.

Lời giải

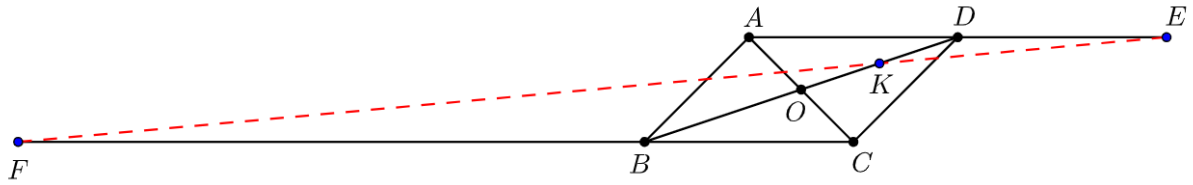
$$\begin{aligned} B &= \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin^5 \alpha} = \frac{\cos \alpha (\tan \alpha - 1)}{\cos^3 \alpha \left(\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan^3 \alpha \cdot \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \right)} \\ &= \frac{(1 + \tan^2 \alpha)(\tan \alpha - 1)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan^3 \alpha \cdot \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{25}{119}. \end{aligned}$$

Bài 4. Cho hình bình hành $ABCD$ có điểm O là giao điểm hai đường chéo. Gọi điểm E là điểm đối xứng của điểm A qua điểm D , điểm F thuộc cạnh BC sao cho $\frac{BF}{BC} = -\frac{1}{3} \frac{BF}{BF}$ và điểm K là trung điểm của đoạn thẳng OD .

a) Biểu thị vectơ $\overrightarrow{EK}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CD}$.

b) Chứng minh rằng ba điểm E , F , K thẳng hàng.

Lời giải



a) Gợi ý. Dựa vào dữ kiện bài toán: hình bình hành $ABCD$ và điểm K là trung điểm của đoạn thẳng OD .

Ta có

$$\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DK}$$

(quy tắc ba điểm E , K , D)

$$= -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DO}$$

(K là trung điểm của đoạn thẳng OD)

$$= -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\left(\frac{\overrightarrow{DA}}{2} + \frac{\overrightarrow{DC}}{2}\right) \quad (\text{quy tắc hình bình hành } ABCD: \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DO})$$

$$= -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{DA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$$

$$= -\overrightarrow{AD} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$$

$$= -\frac{5}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{EK} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$$

Tóm lại,

b) Kiến thức chủ yếu cần chứng minh:

Điều kiện cần và đủ để ba điểm A , B , C thẳng hàng là có số thực k để $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BF}$$

Gợi ý. Sử dụng dữ kiện còn lại, cụ thể là

Ta có $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$ (quy tắc ba điểm E, A, F)

$$= -\overrightarrow{2AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} \quad (\text{quy tắc ba điểm } A, B, F)$$

$$= -\overrightarrow{2AD} - \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{BC} \quad (\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \text{ và } \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BF})$$

$$= -\overrightarrow{2AD} - \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{AD} \quad (\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD})$$

$$= -\overrightarrow{5AD} - \overrightarrow{CD}.$$

Tóm lại, ta có $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{5AD} - \overrightarrow{CD}$. (1)

Mặt khác, ta lại có $\overrightarrow{EK} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$ (kết quả câu a) do đó $\overrightarrow{4EK} = -\overrightarrow{5AD} - \overrightarrow{CD}$. (2)

Từ (1) và (2) ta được $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{4EK}$.

Suy ra ba điểm E, F, K thẳng hàng.

Nhận xét. Ta có thể trực tiếp biến đổi $\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BF}$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FB}$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{EF} = -3\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BE}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{EF} = -3\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AE}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{EF} = -3\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{AD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{5AD} - \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}\overrightarrow{EF} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}.$$

Tuy nhiên, cách làm này tương đối khó khăn đối với học sinh.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>