|  |  |
| --- | --- |
|  | **Bài 23. Đạo hàm**  *Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)*  *-------------------------* |

**Họ tên thí sinh: .................................................................**

**Số báo danh: ......................................................................**

**PHẦN E. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN**

**Câu 1.** Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình , trong đó  là thời gian tính bằng giây và  là quãng đường đi được trong  giây tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại .

**Lời giải**

Lời giải

Vận tốc tức thời của chất điểm tại  là:



Vậy .

**Câu 2.** Một quả bóng được thả rơi tự do từ đài quan sát trên sân thượng của toà nhà Landmark 81 (Thành phố Hồ Chí Minh) cao  xuống mặt đất, với phương trình chuyển động . Tính vận tốc của quả bóng khi nó chạm đất, bỏ qua sức cản không khí. (Đơn vị , kết quả gần đúng làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải**

Lời giải

Với bất kì , ta có:



Do đó, vận tốc của quả bóng tại thời điểm  là .

Mặt khác, vì chiều cao của toà tháp là  nên quả bóng sẽ chạm đất tại thời điểm .

Từ đó, ta có:  (giây).

Vậy vận tốc của quả bóng khi nó chạm đất là:



**Câu 3.** Một người gửi tiết kiệm khoản tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất  năm. Tính tổng số tiền vốn và lãi (làm tròn đến hàng phần nghìn) mà người đó nhận được sau 1 năm, nếu tiền lãi được tính theo thể thức:

Lãi kép với kì hạn 6 tháng;

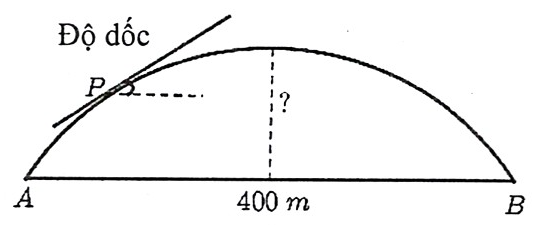
**Lời giải**

Lời giải

Số tiền vốn và lãi người đó nhận được sau một năm theo thể thức lãi kép với kì hạn 6 tháng là:

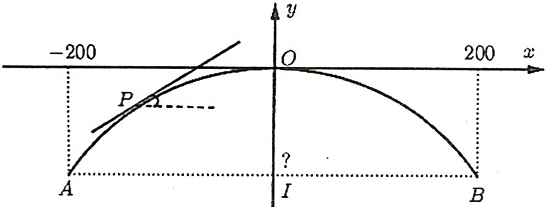
 (triệu đồng)

**Câu 4.** Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là . Độ dốc của mặt cầu không vượt quá  (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chũ số thập phân thứ nhất).



**Lời giải**

Lời giải



Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ, sao cho đỉnh cầu là gốc tọa độ và mặt cắt của cây cầu có hình dạng parabol  (với  là hằng số dương).

Hệ số góc của tiếp tuyến của parabol bằng .

Hệ số góc xác định độ dốc của mặt cầu (độ dốc dương) là .

Vì độ dốc của mặt cầu không vượt quá  nên ta có:



Chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường là đoạn , cũng chính là độ lớn của tung độ điểm  khi a đạt giá trị lớn nhất.

Do đó, .

Vậy chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường là .

**Câu 5.** Cho biết điện lượng truyền trong dây dẫn theo thời gian biểu thị bởi hàm số , trong đó  được tính bằng giây và  được tính theo Culông. Tính cường độ dòng điện tại thời điểm .

**Lời giải**

Lời giải

Ta có:  nên cường độ dòng điện tại thời điểm  là 

**Câu 6.** Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất, biết độ cao  của nó (tính bằng mét) sau  giây được cho bởi phương trình . Tìm vận tốc của vật khi nó chạm đất.

**Lời giải**

Lời giải

Khi vật chạm đất thì .

Ta có:  nên tốc độ của vật tại thời điểm nó chạm đất  là 

**Câu 7.** Cho hàm số  có đồ thị .

Tính hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị  tại điểm có hoành độ bằng 1 ;

**Lời giải**

Lời giải

Ta có:  nên hệ số góc của tiếp tuyến của  tại điểm có hoành độ bằng 1 là: .

**Câu 8.** Cho hàm số  có đồ thị .

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  tại điểm .

**Lời giải**

Lời giải

Ta có:  nên hệ số góc của tiếp tuyến của  tại điểm  là: .

Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm  là:



**Câu 9.** Cho hàm số  có đồ thị .

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại giao điểm của  với trục hoành.

**Lời giải**

Lời giải

Toạ độ giao điểm của  với trục hoành là điểm .

Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm  là:



**Câu 10.** Cho hàm số  có đồ thị .

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại giao điểm của  với đường thẳng .

**Lời giải**

Lời giải

Toạ độ giao điểm của  với đường thẳng  là nghiệm của hệ

phương trình: 



Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm  là:



Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm  là:



**Câu 11.** Tính đạo hàm của hàm số  tại .

**Lời giải**

Lời giải



Vậy 

**Câu 12.** Tính đạo hàm của hàm số  tại .

**Lời giải**

Lời giải



**Câu 13.** Cho hàm số . Tính .

**Lời giải**

Lời giải

Với  xét:



**Câu 14.** Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số .

Tại điểm có hoành độ bằng −2.

**Lời giải**

Lời giải

Ta có: 



Vậy phương trình tiếp tuyến là: .

**Câu 15.** Cho hàm số  có đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tung độ tiếp điểm bằng 3.

**Lời giải**

Lời giải



+ Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: 

**Câu 16.** Cho hàm số  có đồ thị . Tìm hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng −3.

**Lời giải**

Lời giải

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị  tại  là:



**Câu 17.** Một người gửi tiết kiệm 20 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất  / năm theo thể thức lãi kép liên tục. Tính số tiền người đó nhận được sau: 1 tháng;

**Lời giải**

Lời giải

Ta có  tháng  năm.

Công thức tính tổng số tiền lãi và vốn sau  năm là 

Số tiền người đó nhận được sau 1 tháng là  đồng.

**Câu 18.** Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất  năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Tính sau thời gian ngắn nhất (theo năm) để số tiền người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

**Lời giải**

Lời giải

Giả sử số tiền người đó gửi vào ngân hàng là . Sau  năm số tiền người đó nhận được là .

Áp dụng công thức  ta có 

.

Người đó phải gửi ít nhất 10 năm thì số tiền thu được gấp đôi số tiền ban đầu.

**Câu 19.** Số lượng vi khuẩn trong một phòng thí nghiệm  được tính theo công thức , trong đó  là số lượng vi khuẩn  lúc ban đầu,  là số lượng vi khuẩn sau  phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn  là 625 nghìn con. Tính thời gian kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn  là 20 triệu con?

**Lời giải**

Lời giải

Ta có  nghìn con  nghìn con.

Để số lượng vi khuẩn là 20 triệu con 

.

Vậy thời gian để số vi khuẩn đạt 20 triệu con là 8 phút.

**Câu 20.** Người ta sử dụng công thức  để dự báo dân số của một quốc gia, trong đó  là số dân của năm lấy làm mốc tính,  là số dân sau  năm và  là tî lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số của Việt Nam là 78685800 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là . Hãy tính xem dân số nước ta đạt 110 triệu người vào năm nào?

**Lời giải**

Lời giải

Theo công thức tăng trưởng mũ: 



 Sau 28 năm thì dân số Việt Nam đạt 110 triệu người.

Vậy dân số nước ta đạt 110 triệu người vào năm 2029.

**Câu 21.** Tính đạo hàm của hàm số  tại .

**Lời giải**

Lời giải

Ta có: .

Vậy .

**Câu 22.** Cho hàm số  có đồ thị là . Viết phương trình tiếp tuyến của  tại điểm .

**Lời giải**

Lời giải

Ta có: . Do đó .

Phương trình tiếp tuyến tại điểm  là .

**Câu 23.** Cho hàm số  có đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng .

**Lời giải**

Lời giải

Đường thẳng  có hệ số góc là 9 .

Vì tiếp tuyến cần tìm song song với đường thẳng  nên tiếp tuyến có hệ số góc .

Suy ra hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình .

Với , phương trình tiếp tuyến là  (loại vì trùng với đường thẳng ).

Với , phương trình tiếp tuyến là  (thỏa mãn).

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là .

**Câu 24.** Ông Năm gửi tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất  năm. Tính tổng số tiền vốn và lãi mà ông Năm nhận được sau một năm nếu tiền lãi được tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 3 tháng (làm tròn đến chũ số thập phân thứ nhất).

**Lời giải**

Lời giải

Ta có:  và .

Vậy tổng số tiền vốn và lãi mà ông Năm nhận được sau một năm nếu tiền lãi được tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 3 tháng là  triệu đồng.

**Câu 25.** Tính đạo hàm của hàm số  tại .

**Lời giải**

Lời giải

Ta có: 

Nên  và .

Do đó .

Vậy hàm số không có đạo hàm tại điểm .

**Câu 26.** Tính đạo hàm của hàm số  tại .

**Lời giải**

Lời giải

Ta có: ;

Dẫn tới .

Suy ra hàm số không liên tục tại  nên hàm số không có đạo hàm tại .

**Câu 27.** Cho hàm số .

Tìm  để hàm số này có đạo hàm tại .

**Lời giải**

Lời giải

Ta có: .

Hàm số  có đạo hàm tại  thì  liên tục tại 

Với , thì .

Vậy  thì hàm số đã cho có đạo hàm tại .

**----HẾT---**