**BÀI 6. BÀI TOÁN VỂ ĐƯỜNG THANG VÀ PARABOL**

**I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

Cho đường thẳng d : y = mx + n và parabol (P): y = ax2 (a ≠ 0). Khi đó số giao điểm cùa ả và (P) bằng đúng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm:

ax2 = mx + n.

Ta có bảng sau đây:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Số giao điểm của d và (P)** | **Biệt thức Δ của phương trình hoành độ giao điểm của d và (P)** | **Vị trí tương đối của của d và (P)** |
| 0 | ∆ < 0 | d không cắt (P) |
| 1 | ∆ = 0 | d tiếp xúc với (P) |
| 2 | ∆ > 0 | d cắt (P) tại hai điểm phân biệt |

**II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

1A. Cho parabol (P): y =  và đường thẳng d : y = 

a) Với n = 1, hãy:

i) Vẽ (P) và d trên cùng một mặt phang tọa độ;

ii) Tìm tọa độ các giao điểm A và B của (P) và d;

iii) Tính diện tích tam giác AOB.

b) Tìm các giá trị của n để:

i) d và (P) tiếp xúc nhau.

ii) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt;

iii) d cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía đôi của trục Oy.

1B. Cho parabol (P): y = x2 và đường thẳng d:y = -2x + m.

a) Với m = 3, hãy:

i) Vẽ (P) và d trên cùng một mặt phẳng tọa độ;

ii) Tìm tọa độ các giao điểm M và N của (P) và d;

iii) Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b) Tìm các giá trị của m để:

i) d và (P) tiếp xúc nhau.

ii) d cắt (P) không cắt nhau;

iii) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.

2A. Viết phương trình đường thẳng d, biết:

a) d đi qua hai điểm A, B thuộc (P): y = và có hoành độ lần lượt là -2; 4;

b) d song song với đường thẳng d': 2y + 4x = 5 và tiếp xúc với (P):y = x2;

c) d tiếp xúc với (P): y =  tại điểm C(3; 3).

2B. Viết phương trình đường thẳng d, biết:

a) d đi qua gốc tọa độ và điểm M thuộc (P): y = 2x2 có hoành độ là ;

b) d vuông góc với đường thẳng d': x - 3y + l = 0 và tiếp xúc với (P) : y = 

c) d tiếp xúc với (P): y = 3x2 tại điểm N( 1; 3).

3A. Cho parabol (P): y = -x2 và đường thẳng d đi qua điểm M(0; -1) có hệ số góc là k.

a) Viết phương trình đường thẳng d và chứng minh với mọi giá trị của k thì d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi hoành độ của A,B lần lượt là x1,x2. Chứng minh |xx -x2| ≥ 2.

c) Chứng minh tam giác OAB vuông.

3B. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho M(1;2) và đường thẳng d:y = -3x + l.

a) Viết phương trình đường thẳng d' đi qua M và song song với d.

b) Cho parabol (P) : y = mx2 (m ≠ 0). Tìm các giá trị của tham số ra để d và (P) cắt nhau tại hai điếm phân biệt A, B nằm cùng phía đối với trục tung.

4A. Cho parabol (P) : y = (2m – 1)x2 với ra 

a) Xác định tham số ra biết đồ thị hàm số đi qua A(3; 3). Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được.

b) Một đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm có tung độ là 4, cắt (P) trên tại 2 điểm A và B. Tính diện tích tam giác AOB.

4B. Cho parabol (P) :y = ax2 (a ≠ 0) và đường thẳng d : y - 2mx-m + 2.

a) Xác định tham số a biết (P) đi qua A(1;-1);

b) Biện luận số giao điểm của (P) và d theo tham số ra.

**III. BÀI TẬP VỂ NHÀ**

5. Trong cùng mặt phẳng tọa độ cho parabol (P) : y = ax2 a ≠ 0 (a là tham số) và hai đường thẳng d1 : y = x +1 và d2 : x + 2y + 4 = 0.

a) Tìm tọa độ giao điểm A của dl và d2.

b) Tìm giá trị của a để (P) đi qua A. Vẽ (P) với a vừa tìm được.

c) Viết phương trình đường thẳng d biết d tiếp xúc với (P) tại A.

6. Trong cùng mặt phẳng tọa độ, cho parabol: (P) : y =  và đường thẳng d : y = mx – 2m -1.

a) Vẽ (P).

b) Tìm giá trị của tham số ra sao cho d tiếp xúc với (P).

c) Chứng tỏ d luôn luôn đi qua một điểm cố định A thuộc (P).

7. Cho parabol (P): y = và đường thăng d: mx + y = 2.

a) Chứng minh (P) và d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Xác định m để AB nhỏ nhất. Tính diện tích A AOB với m vừa tìm được.

8. Cho (P): y =  và đường thăng d đi qua 7(0; 2) có hệ số góc k.

a) Chứng minh (P) và d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi H và K lần lượt là hình chiêu vuông góc của A và B trên trục Ox. Chứng minh tam giác IHK vuông tại I.

9. Cho parabol (P): y = x2 và đường thẳng d: y – mx - m +1. Tìm các giá trị của tham số m để d cắt (P) tại hai điếm phân biệt A và B có hoành độ x1 và x2 thỏa mãn:

a) |x1| + |x2| = 4; b)xl = 9x2.

10. Cho parabol (P) có đồ thị đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm

a) Viết phương trình của (P).

b) Tìm các giá trị nào của tham số m đẻ đường thẳng d:y =  x + m cắt (P) tại hai điểm có hoành độ x1,x2 thoả mãn 3xl + 5x2 = 5.

11. Cho parabol (P) :y - x2 và đường thẳng d:y - 2 mx - 2 m + 3.

a) Tim tọa độ các điểm thuộc (P) biết tung độ của chúng bằng 2.

b) Chứng minh với mọi giá trị của tham số m, thì đường thẳng d luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

c) Gọi y1,y2 là tung độ các giao điểm của d và (P). Tìm các giá trị của tham số m để y1 + y2 < 9.

**BÀI 6. BÀI TOÁN VỀ ĐƯỜNG THẲNG PARABOL**

**1A.** a) Với , ta được 

i) HS tự làm.

ii) Xét PT hoành độ giao điểm của d và (P): 

Giải ra ta được x1 = -1 và x2 = 2.

Từ đó tìm được 

iii) Tính được  bằng một trong các cách sau:

Cách 1. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuônggóc của A, B trên trục Ox. Khi đó

SAOB = SAHKB - SAHO- SBKO

Cách 2. Gọi I là giao điểm của d và Oy, M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên trục Oy. Khi đó



Cách 3. Gọi T là hình chiếu vuông góc của O trên d. Khi đó: 

b) PT hoành độ giao điểm của d và (P): x2 - x - 2n = 0.

i) d tiếp xúc với (P) . Từ đó tìm được 

ii) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt 

Từ đó tìm được 

iii) d cắt (P) tại hai điểm nằm ở hai phía trục . Từ đó tìm được n > 0.

**1B.** a) Với m = 3, ta được d : y = -2x + 3

i) HS tự làm.

ii) Xét PT hoành độ giao điểm của d và (P): x2 + 2x - 3 = 0.

Giải ra ta được xM = -3 và xN =1.

Từ đó tìm được M(-3; 9), N(1; 1)

iii) Độ dài 

b) PT hoành độ giao điểm của d và (p): x2 + 2x - m = 0.

i) d tiếp xúc với (P) ⇔ Δ = 0. Từ đó tìm được m = -1.

ii) d cắt không cắt nhau ⇔ Δ < 0. Từ đó tìm được m < -1.

iii) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm

. Từ đó tìm được .

**2A.** a) Gọi PT đường thẳng d có dạng y = ax + b.

Theo đề bài ta có: 

Do 

b) PT đường thẳng d có dạng: với 

PT hoành độ giao điểm của d và (P) là: x2 + 2x - b = 0.

d tiếp xúc với 

c) Gọi PT đường thẳng d có dạng y = ax + b

PT hoành độ giao điểm của d và (p) là:

, với 

Để d tiếp xúc với (P) tại điểm C(3;3)



**2B.**Gọi PT đường thẳng d có dạng y = ax + b

a) Vì 

Do . Tìm được 

Từ đó d : y = x

b) Vì  nên d có dạng: y = -3x + b.

PT hoành độ giao điểm của d và (P) là x2 + 6x - 2b = 0

Vì d tiếp túc với (P) nên 

Từ đó tìm được 

c) PT hoành độ giao điểm của d và (P) là 3x2 - ax - b = 0.

Vì d tiếp xúc với (P) tại điểm N (1; 3) nên 

Từ đó tìm được d : y = kx - 1.

**3A.** a) Ta có d : y = kx - 1

PT hoành độ giao điểm của d và 

Ta có:  với mọi ĐPCM.

b) Ta có: 

c) Sử dụng định lý Pitago đảo

**3B.** a) Tìm được  b) Tìm được 

**4A.** a) Thay tọa độ điểm A vào PT của (P) tìm được . Khi đó ta được parabol 

b) Tìm được  và 

Từ đó (đvdt)

**4B.** a) Tìm được y = -x2

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là x2 + 2mx - m + 2 = 0 có Δ = m2 + m - 2.

Với  hoặc m < -2 thì d cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

- Với  hoặc m = -2 thì d tiếp xúc (P).

- Với  thì d không cắt (P).

**5.** a)  b)  và  c) 

**6.** a) HS tự vẽ hình

b) Tìm được m = -1.

c) d luôn đi qua A(2; -1) thuộc (P)

**7.** a) PT hoành độ giao điểm của d và (P): 

Vì a, c trái dấu (hoặc )  nên ta có ĐPCM.

b) Gọi x1, x2 là hai nghiệm của PT hoành độ giao điểm

và 



 tại m = 0

Từ đó SAOB = 4

**8.** a) PT hoành độ giao điểm của d và (P) có a, c trái dấu.

b) Sử dụng định lý Pitago đảo.

**9.** a) m = -2 hoặc m = 4 b) m = 10 hoặc m = 

**10.** a) b) 

**11.** a)  và 

 b) 

 c) 