

Bài 27. Hai mặt phẳng vuông góc

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó:

*a) $((SAB), (ABCD)) = 90^\circ$

b) $((SBC), (ABCD)) = \angle SAB$

c) $((SBC), (ABCD)) = 60^\circ$

d) $((SBD), (ABCD)) \approx 69,43^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	b) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (ABCD)$ hay $((SAB), (ABCD)) = 90^\circ$

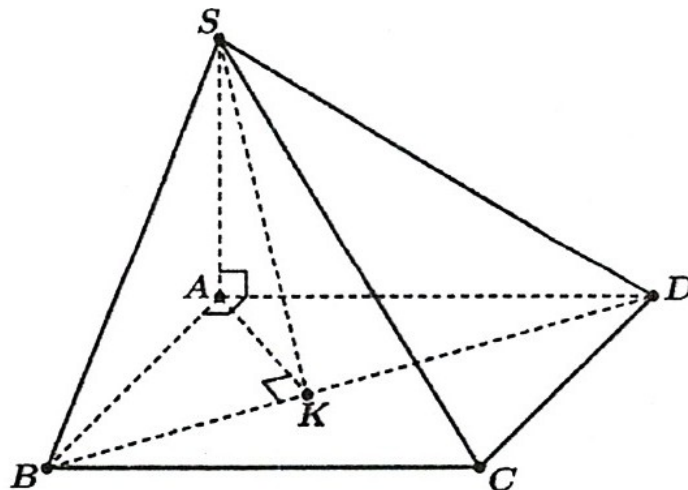
Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Khi đó: $\begin{cases} BC = (SBC) \cap (ABCD) \\ AB \perp BC, SB \perp BC \\ AB \subset (ABCD), SB \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (SB, AB) = \angle SBA$ (góc $\angle SBA$ nhọn vì $\angle SAB = 90^\circ$)

Tam giác SAB vuông tại A có: $\tan \angle SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SBA = 60^\circ$

Vậy $((SBC), (ABCD)) = \angle SBA = 60^\circ$



Kẻ đường cao AK của tam giác ABD .

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AK \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAK) \Rightarrow BD \perp SK$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ AK \perp BD, SK \perp BD \\ AK \subset (ABCD), SK \subset (SBD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = (SK, AK) = \angle SKA \text{ (góc } \angle SKA \text{ nhọn vì } \angle SAK = 90^\circ)$$

Tam giác ABD vuông tại A có đường cao AK nên

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\tan \angle SKA = \frac{SA}{AK} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = 2 \Rightarrow \angle SKA \approx 63,43^\circ$$

Tam giác SAK vuông tại A có:

$$\text{Vậy } ((SBD), (ABCD)) = \angle SKA \approx 63,43^\circ.$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khi đó:

$$\text{*a) } ((SCD), (ABCD)) = 45^\circ.$$

$$\text{*b) } ((SBD), (ABCD)) = \angle SOA$$

$$\text{c) } ((SBD), (ABCD)) \approx 58,74^\circ.$$

$$\text{*d) } (SBD) \perp (SAC)$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	b) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$\text{a) Ta có: } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ AD \perp CD, SD \perp CD \\ AD \subset (ABCD), SD \subset (SCD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (SD, AD) = \angle SDA.$$

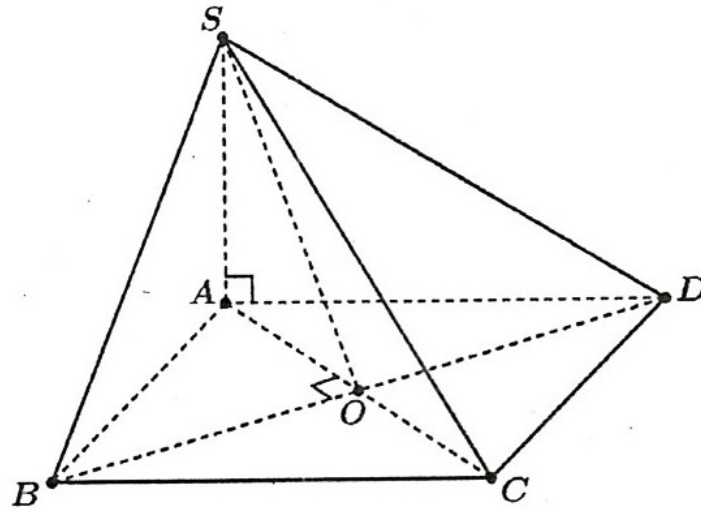
$$\text{Tam giác } SAD \text{ vuông tại } A \text{ có: } \tan \angle SDA = \frac{SA}{AD} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \angle SDA = 45^\circ$$

$$\text{Vậy } ((SCD), (ABCD)) = \angle SDA = 45^\circ.$$

b) Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BD \perp AC \text{ (hai đường chéo trong hình vuông)} \\ BD \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SO.$$



Khi đó
$$\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ OA \perp BD, SO \perp BD \\ OA \subset (ABCD), SO \subset (SBD) \end{cases}$$

 $\Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = \angle SOA$

Hình vuông $ABCD$ có đường chéo $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\tan \angle SOA = \frac{SA}{OA} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow \angle SOA \approx 54,74^\circ$$

Tam giác SAO vuông tại A có:

Vậy $((SBD), (ABCD)) = \angle SOA \approx 54,74^\circ$.

c) Theo câu b) thì $BD \perp (SAC)$, mà $BD \subset (SBD)$ nên $(SBD) \perp (SAC)$.

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O với $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh AD và BC . Khi đó:

*a) $(SMN) \perp (ABCD)$

*b) $(SAD) \perp (SMN)$

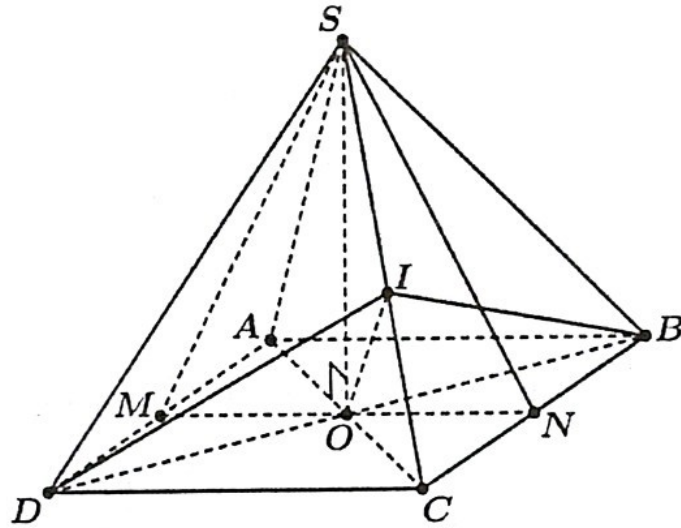
c) $((SBC), (ABCD)) = 30^\circ$

d) $((SBC), (SCD)) \approx 80,52^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có O là tâm của đáy nên $SO \perp (ABCD)$. Mặt khác MN là đường trung bình của hình vuông $ABCD$ nên MN qua O .



Vậy $SO \subset (SMN) \Rightarrow (SMN) \perp (ABCD)$

Ta có: $\begin{cases} AD \perp MN \\ AD \perp SO \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SMN)$

mà $AD \subset (SAD) \Rightarrow (SAD) \perp (SMN)$

Ta có: $\begin{cases} BC \parallel AD \\ AD \perp (SMN) \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp (SMN) \Rightarrow BC \perp MN$

Khi đó: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ ON \perp BC, SN \perp BC \\ ON \subset (ABCD), SN \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (SN, ON) = \angle SNO$

Vì ON là đường trung bình tam giác ABC nên $ON = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$

$$\tan \angle SNO = \frac{SO}{ON} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SNO = 60^\circ$$

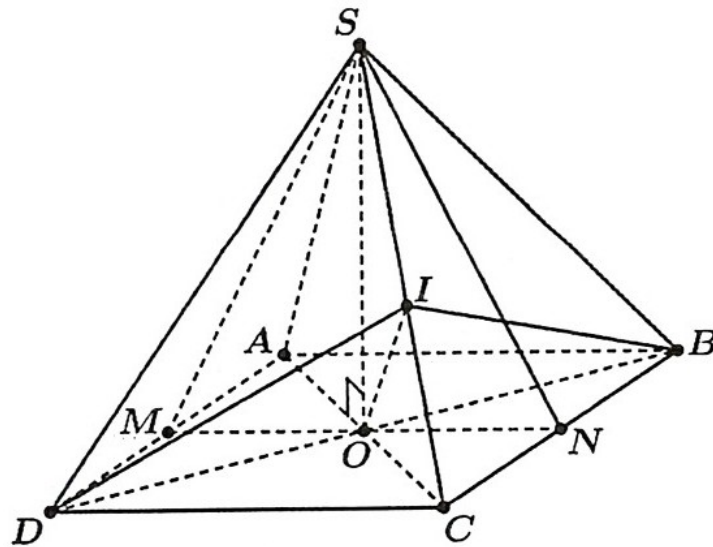
Tam giác SON vuông tại O có:

Vậy $((SBC), (ABCD)) = \angle SNO = 60^\circ$

Kẻ đường cao DI của tam giác SCD .

Ta có: $\begin{cases} SC \perp DI \\ SC \perp BD \text{ (do } BD \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (IBD) \Rightarrow SC \perp BI$

Mặt khác $SC = (SBC) \cap (SCD)$ nên $((SBC), (SCD)) = (ID, IB)$



Ta có $IO \perp BD$ và O là trung điểm BD

nên $\triangle IBD$ cân tại I và $\angle IBD = \angle IDB = \frac{1}{2} \angle BID$

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = OD$

Tam giác SOC có đường cao

$$OI = \frac{SO \cdot OC}{\sqrt{SO^2 + OC^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}$$

Tam giác IOD vuông tại O có:

$$\tan \angle IDO = \frac{OD}{OI} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{30}}{10}} = \frac{\sqrt{15}}{3}; \tan \angle BID = \frac{2 \tan \angle IDO}{1 - \tan^2 \angle IDO} = -\sqrt{15} < 0$$

nên $\angle BID$ là góc tù.

Vậy $((SBC), (SCD)) = (\angle IDB, \angle IBD) = 180^\circ - \angle BID \approx 75,52^\circ$.

Câu 4. Cho lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và $((ACB'), (ABC)) = 60^\circ$. Khi đó:

*a) $AA' \perp (ABC)$

b) $((ACB'), (ABB'A')) = 60^\circ$

*c) $((ACC'A'), (BCC'B')) = 30^\circ$

*d) Tổng diện tích ba mặt bên của hình lăng trụ đã cho bằng $(3\sqrt{3} + 3)a^2$

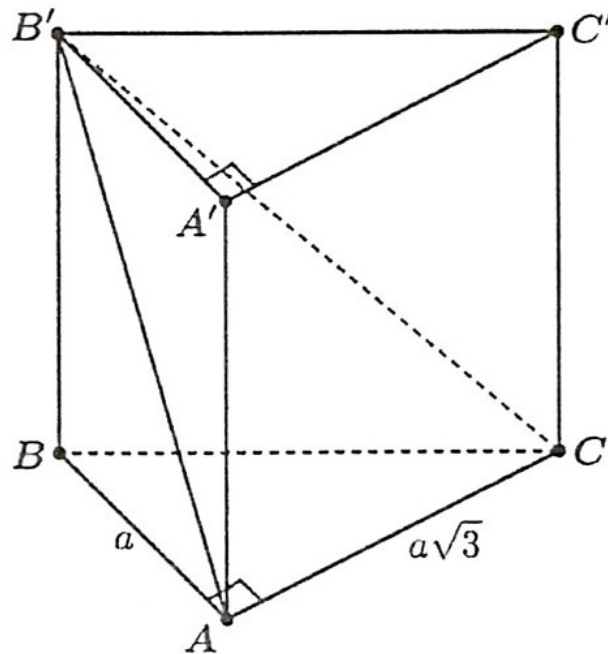
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Vì $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AC$.

Mặt khác $AB \perp AC$.

Vì vậy $AC \perp (ABB'A')$, mà $AC \subset (ACB')$ nên $(ACB') \perp (ABB'A')$.



Ta có:
$$\begin{cases} CC' = (ACC'A') \cap (BCC'B') \\ AC \perp CC', BC \perp CC' \\ AC \subset (ACC'A'), BC \subset (BCC'B') \end{cases}$$

$\Rightarrow ((ACC'A'), (BCC'B')) = (AC, BC) = \hat{ACB}$

Tam giác ABC vuông tại A có: $\tan \hat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \hat{ACB} = 30^\circ$

Vậy $((ACC'A'), (BCC'B')) = \hat{ACB} = 30^\circ$

Ta có:
$$\begin{cases} AC = (ACB') \cap (ABC) \\ AB \perp AC, AB' \perp AC \\ AB \subset (ABC), AB' \subset (ACB') \end{cases}$$

$\Rightarrow ((ACB'), (ABC)) = (AB', AB) = \hat{BAB'} = 60^\circ$

Tam giác ABB' vuông tại B có:

$$BB' = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

Tam giác ABC vuông tại A có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a.$$

Tổng diện tích các mặt bên của hình lăng trụ:

$$a \cdot a\sqrt{3} + 2a \cdot a\sqrt{3} + a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = (3\sqrt{3} + 3)a^2$$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Khi đó:

*a) $((SAC), (SBD)) = 90^\circ$

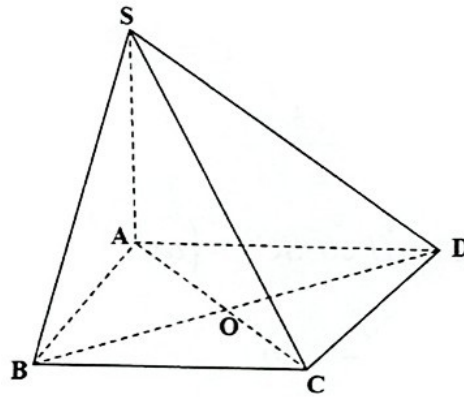
b) $((SAC), (SBD)) = 45^\circ$

*c) $(SAB) \perp (SBC)$

*d) $(SCD) \perp (SAD)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



$$\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (SBD).$$

$$\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (SBC).$$

$$\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \perp (SCD).$$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H và I lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khi đó:

*a) $SH \perp (ABCD)$

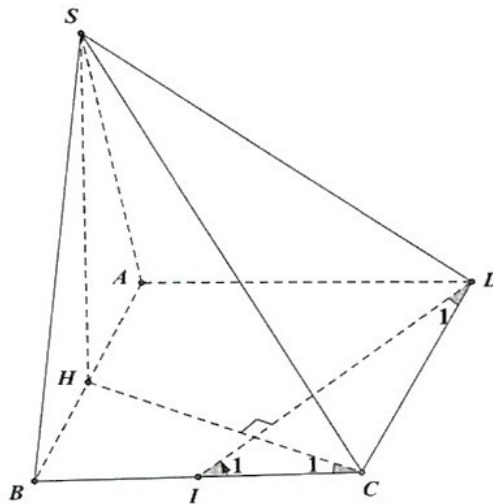
*b) $AD \perp (SAB)$

c) $((SAB), (SAD)) = 90^\circ$

*d) $(SHC) \perp (SDI)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



Ta có
$$\begin{cases} (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Ta có
$$\begin{cases} AD \perp AB(gt) \\ AD \perp SH(SH \perp (ABCD)) \Rightarrow AD \perp (SAB), \\ AB, SH \subset (SAB) \end{cases}$$

mà $AD \subset (SAD) \Rightarrow (SAD) \perp (SAB)$

Ta lại có: $\Delta BCH = \Delta CDI$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle C_1 = \angle D_1$, mà $\angle D_1 + \angle F_1 = 90^\circ \Rightarrow \angle C_1 + \angle F_1 = 90^\circ$
 $\Rightarrow HC \perp DI$

Như vậy $\begin{cases} DI \perp CH \\ DI \perp SH (SH \perp (ABCD)) \Rightarrow DI \perp (SHC), \text{ mà } DI \subset (SDI) \\ CH, SH \subset (SHC) \end{cases}$
 $\Rightarrow (SDI) \perp (SHC)$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A và $SA \perp (ABC)$. Khi đó:

a) $(SAC) \perp (ABC)$.

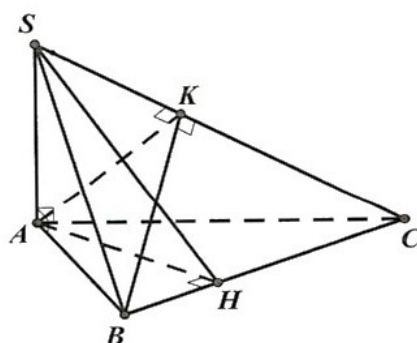
b) Gọi H là hình chiếu của A trên BC . Khi đó: $(SAH) \perp (SBC)$.

c) $(AB, SC) = 60^\circ$

) Gọi K là hình chiếu của A trên SC . Khi đó: $((ABK), (SBC)) = 60^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



Chứng minh: $(SAC) \perp (ABC)$.

$\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ (SAC) \supset SA \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (ABC)$

Dễ thấy $\begin{cases} BC \perp (SAH) \\ (SBC) \supset BC \end{cases} \Rightarrow (SBC) \perp (SAH)$

Do $AK \perp SC$ và $AB \perp (SAC) \Rightarrow AB \perp SC$, nên $SC \perp (ABK)$.

Vậy ta có $\begin{cases} SC \perp (ABK) \\ (SBC) \supset SC \end{cases} \Rightarrow (SBC) \perp (ABK)$

Đáp án: aĐbĐcSdS

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $ABC = 60^\circ$. Tam giác SAC đều, tam giác SBD cân tại S . Khi đó:

*a) $(SAC) \perp (ABCD)$.

b) $((SBD), (ABCD)) = 60^\circ$

c) $SO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

d) $((SCD), (ABCD)) \approx 60,43^\circ$

Lời giải

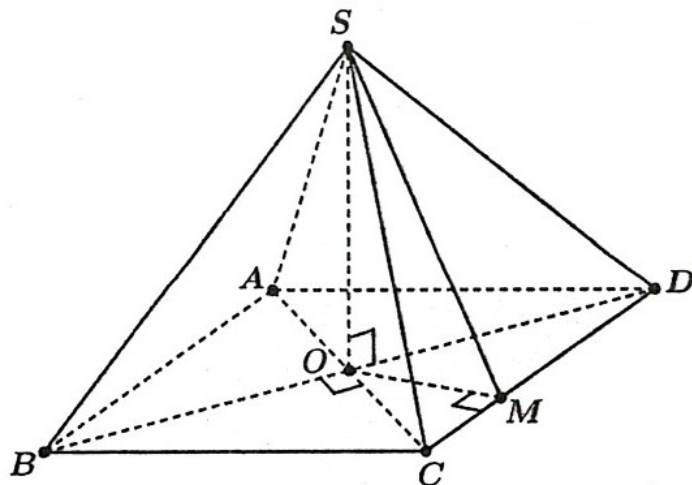
a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Tam giác SAC đều có O là trung điểm AC nên $SO \perp AC(1)$;

tam giác SBD cân tại S có O là trung điểm BD nên $SO \perp BD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Mặt khác SO chứa trong hai mặt phẳng $(SAC), (SBD)$ nên $(SAC) \perp (ABCD)$, $(SBD) \perp (ABCD)$.



Các tam giác ABC, ACD lần lượt cân tại B và D , mà $\angle ABC = \angle ADC = 60^\circ$, nên hai tam giác ABC, ACD đều cạnh a .

Kẻ đường cao OM của tam giác OCD .

Ta có:
$$\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp SM$$

Khi đó:

$$\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ OM \perp CD, SM \perp CD \\ OM \subset (ABCD), SM \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (SM, OM) = \angle SMO.$$

Tam giác SAC đều nên $SO = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có: $OC = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}, OD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác OCD vuông tại O , đường cao OM nên $\frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2}$

$$\Rightarrow OM = \frac{OC \cdot OD}{\sqrt{OC^2 + OD^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\tan \angle SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{4}} = 2 \Rightarrow \angle SMO \approx 63,43^\circ$$

Tam giác SOM vuông tại O có:

Vậy $((SCD), (ABCD)) = \angle SMO \approx 63,43^\circ$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$, $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AB = 2a, AD = DC = a$. Khi đó:

*a) $BC \perp SC$

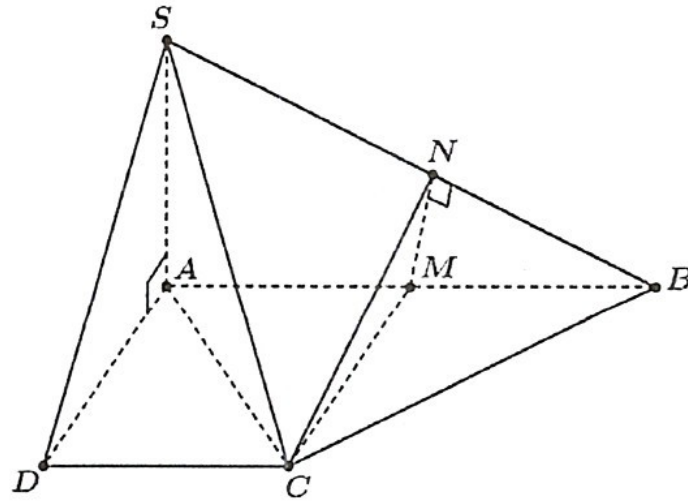
*b) $((SBC), (ABC)) = 45^\circ$

c) $SC = 2a, BC = a\sqrt{3}$

*d) $((SBC), (SAB)) = 60^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



Gọi M là trung điểm AB , khi đó $AMCD$ là hình vuông, đường chéo $AC = a\sqrt{2}$.

Tam giác ACB có trung tuyến CM thỏa mãn $CM = \frac{AB}{2}$ nên ACB là tam giác vuông tại C .

Ta có:
$$\begin{cases} AC \perp BC \\ SA \perp BC \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC$$

Khi đó:
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AC \perp BC, SC \perp BC \\ AC \subset (ABC), SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SC, AC) = \hat{SCA}$$

Tam giác SAC vuông tại A có:
$$\tan \hat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \hat{SCA} = 45^\circ$$

Vậy $((SBC), (ABC)) = \hat{SCA} = 45^\circ$

Trong tam giác SAB , kẻ MN vuông góc với SB tại N .

Ta có:
$$\begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp SA \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAB) \Rightarrow CM \perp SB$$

Vì
$$\begin{cases} SB \perp CM \\ SB \perp MN \end{cases} \Rightarrow SB \perp (CMN) \Rightarrow SB \perp CN$$

Khi đó:
$$\begin{cases} (SBC) \cap (SAB) = SB \\ CN \perp SB, MN \perp SB \\ CN \subset (SBC), MN \subset (SAB) \end{cases}$$

$\Rightarrow ((SBC), (SAB)) = (CN, MN) = \hat{CNM}$

Ta có: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a, BC = \sqrt{BM^2 + CM^2} = a\sqrt{2}$

Tam giác SBC vuông tại C có: $\frac{1}{CN^2} = \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow CN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Tam giác CMN vuông tại M có: $\sin \angle NMC = \frac{CM}{CN} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle NMC = 60^\circ$

Vậy $((SBC), (SAB)) = \angle NMC = 60^\circ$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , đường thẳng SO vuông góc với mặt

phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = SB = a, SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Khi đó:

*a) $AC \perp (SBD)$

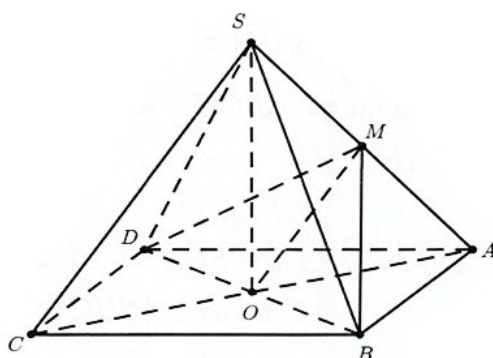
b) $((SAC), (SBD)) = 60^\circ$

*c) $BD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

*d) $(SAB) \perp (SAD)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) Chứng minh $(SAC) \perp (SBD)$

Để thấy $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AC$ (1)

Lại có $ABCD$ là hình thoi, nên $AC \perp BD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SBD)$

Vậy $\begin{cases} AC \perp (SBD) \\ (SAC) \supset AC \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (SBD)$

Do $SO \perp BD \Rightarrow SD = SB = a$

Gọi M là trung điểm của SA . Ta có $\triangle ABD$ cân tại B nên $BM \perp SA$, $\triangle ADS$ cân tại D nên $DM \perp SA$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng hoặc bù với góc $\angle BMD$.

Ta có $OB = \sqrt{SB^2 - SO^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Do $OM \perp SA \Rightarrow \triangle SOA$ vuông cân tại $O \Rightarrow SA = SO\sqrt{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Khi đó $DM = BM = \sqrt{AB^2 - MA^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Lại có $BD^2 = BM^2 + DM^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \triangle MBD$ vuông cân tại M .

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng 90° .

Suy ra $(SAB) \perp (SAD)$

---HẾT---