**ĐỀ 04**

**Câu 1.** (2 điểm)

1. Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn a + b + c = 2023 và Tính giá trị biểu thức

A =

1. Cho biểu thức B = biết x thỏa mãn

Chứng minh 3B là số nguyên.

**Câu 2.** (2 điểm)

1. Giải phương trình:
2. Cho đa thức A = biết rằng a, b là hai số nguyên dương thỏa mãn với x = a; y = b thì giá trị của đa thức A bằng 0. Chứng minh rằng: 6a + b + 1 là bình phương của một số nguyên.

**Câu 3.** (2 điểm)

1. Tìm tất cả các số tự nhiên n để C = là số chính phương.
2. Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn:

**Câu 4.** (3 điểm)

1. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. Gọi M là giao điểm của BF và CE.
2. Chứng minh AB.CF = AC. AE
3. So sánh diện tích tứ giác AEMF và diện tích tam giác BMC.
4. Cho tam giác ABC, điểm D trên cạnh BC sao cho DC = 4BD. Điểm M thay đổi trên đoạn thẳng AD, BM cắt AC tại E, CM cắt AB tại F. Xác định vị trí điểm M trên AD để diện tích tam giác DEF lớn nhất.

**Câu 5.** (1 điểm) Cho a, b, c là các số dương. Tìm gia trị nhỏ nhất của biểu thức:

M =

**--- Hết---**

**LỜI GIẢI**

**Câu 1.**

1. Theo đề bài ta có: =>

=> (vì a + b + c = 2023)

=>

=>

=> = 0

=>

=>

=>

=>

=>

Suy ra A = 0

1. Ta có => 4x =

Ta có

Do đó 3B= 3.

Vậy 3B là số nguyên

**Câu 2.**

1. Điều kiện: x

Với x = 0 không phải là nghiệm của phương trình

Với x (\*)

Đặt y = 2 phương trình (\*) trở thành

=> 7

Với y = 8 thì 2 = 8 =>

Với y = thì 2 = =>

Vô lí vì

Vậy tập nghiệm của phương trình S =

1. Vì x = a, y = b thì giá trị của đa thức A bằng 0 nên ta có

= 0

=>

=>

=> 6a(2a + b) + b(2a + b) + (2a + b) =

=> (6a + b +1)(2a + b) =

Đặt (6a + b +1, 2a + b) = d (d \*)

=>

Vì suy ra = (6a + b +1)(2a + b)

Suy ra => d = 1

Do đó (6a + b +1, 2a + b) = 1

Mà (6a + b +1)(2a + b) = là số chính phương.

Suy ra 6a + b +1 là bình phương của một số nguyên.

**Câu 3.**

1. C =

= (

= -8n + 9

=

=

TH1: = 0 => n - 1 = 0 => n = 1 (thỏa mãn)

TH2: suy ra là số chính phương

Đặt = N)

TH1:

TH2: (không TM k N)

Vậy n = 1; n = 3.

=>

Đặt x + y = a, xy = b ta được

=> + 1 = b(3a + 5)

Vì 3a + 5 a Z suy ra b =

Ta có 0

Suy ra 0 => 0

Nếu a 5 => =

Suy ra < 0 (Loại)

Nếu a > 0 và

Suy ra < 0 (Loại)

Nếu -2 < a < 5 mà a là số nguyên suy ra a

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| b | 0 |  |  |  | 2 |  |
| Kết quả | TM | Loại | Loại | Loại | TM | Loại |

Với a = -1 suy ra b = 0 => x + y = -1, xy = 0 =>

Với a = 3 suy ra b = 2 => x + y = 3, xy = 2 =>

Vậy các cặp số nguyên (x;y) cần tìm (0;-1); (-1;0); (1;2); (2;1)

**Câu 4.**

****

**1a)** Vì HF (cùng vuông góc với AC)

Suy ra (1)

Vì HE (cùng vuông góc với AB)

Suy ra (2)

Từ (1) và (2) suy ra = => AB.CF = AC.AE

**1b)** Ta có

Mà HE => = suy ra

Tương tự ta có

Do đó +

= =>

**2)**



Đặt (x, y, z > 0)

Ta có

=> xyz = . . = 1

Từ , =>

Suy ra

Tương tự

Từ đó ta có:

= 1 - - -

=

=

Vì CD = 4BD suy ra y =

Suy ra

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có x + z = 4

=>

Suy ra => (không đổi)

Dấu “=” xảy ra khi x = z = 2

= 2 (Vì = )

Vậy để diện tích của tam giác DEF lớn nhất thì M thuộc đoạn AD thỏa mãn .

**Câu 5.**

M =

=> M + 43 =

=> M + 43 =

=> M + 43 =

Chứng minh , y, z > 0

Áp dụng ta có

=> M + 43 1

Dấu “=” xảy ra khi

=> = =>

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 21 khi a = 2b = 2c