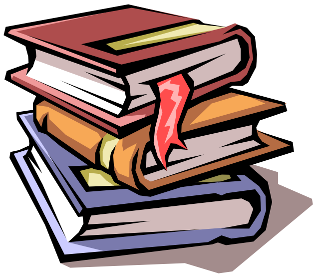
Tailieumontoan.com

Tài liệu sưu tầm



TÀI LIỆU LUYỆN THI VÀO 10 MÔN TOÁN

Tài liệu sưu tầm, ngày 24 tháng 8 năm 2020

NGUYỄN VĂN SƠN

Học sinh trường THCS Bình Sơn, Lục Nam, Bắc Giang khóa 2011 – 2015

(Tuyển chọn và biên soạn)

TÀI LIỆU

LUYỆN THI VÀO LỚP 10

MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2018 – 2019

BÌNH SƠN 7/2018

PHẦN 1. ĐẠI SỐ

CHỦ ĐỀ 1

BIẾN ĐỔI CÁC BIỂU THỨC CHỨA CĂN

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Các hằng đẳng thức đáng nhớ

Với $A \ge 0, B \ge 0; A, B$ có nghĩa thì

$$\left(\sqrt{A}+\sqrt{B}\right)^2 = A + 2\sqrt{AB} + B; \left(\sqrt{A}-\sqrt{B}\right)^2 = A - 2\sqrt{AB} + B;$$

$$A - B = \left(\sqrt{A}+\sqrt{B}\right)\left(\sqrt{A}-\sqrt{B}\right);$$

$$A\sqrt{A} + B\sqrt{B} = (A+B)\left(A - \sqrt{AB} + B\right); A\sqrt{A} - B\sqrt{B} = (A-B)\left(A + \sqrt{AB} + B\right);$$

$$\left(\sqrt{A}+\sqrt{B}\right)^3 = \left(\sqrt{A}\right)^3 + 3A\sqrt{B} + 3\sqrt{A}B + \left(\sqrt{B}\right)^3; \left(\sqrt{A}-\sqrt{B}\right)^3 = \left(\sqrt{A}\right)^3 - 3A\sqrt{B} + 3\sqrt{A}B - \left(\sqrt{B}\right)^3.$$

2. Các công thức biến đổi về căn bậc hai

- $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2 = a \end{cases}$
- $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$ $(a, b \ge 0)$
- $\sqrt{A}$ xác định $\Leftrightarrow$ A ≥ 0
- $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \ge 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$
- $\sqrt{A.B} = \sqrt{A}.\sqrt{B}$ ($A \ge 0$ và $B \ge 0$)
- $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ ($A \ge 0$ và $B > 0$)
- $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$ $(B \ge 0)$

$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{A^2B} = A\sqrt{B} & (A \ge 0, B \ge 0) \\ \sqrt{A^2B} = -A\sqrt{B} & (A < 0, B \ge 0) \end{cases}$

- $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = |A|$
- $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{AB}}{|B|}$ ($A.B \ge 0$ và $B \ne 0$)
- $\dfrac{A}{\sqrt{B}} = \dfrac{A\sqrt{B}}{B}$ $(B > 0)$
- $\dfrac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \dfrac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2}$
  ($A \ge 0$ và $A \ne B^2$)
- $\dfrac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \dfrac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$
  ($A \ge 0, B \ge 0$ và $A \ne B$).

3. Căn bậc ba

Căn bậc ba của một số a là số x sao cho $x^3 = a$.

Với mọi a ta luôn có: $(\sqrt[3]{a})^3 = \sqrt[3]{a^3} = a$

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

II.1. DẠNG 1: TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

Định hướng phương pháp giải toán

- Khi tìm điều kiện của biến để biểu thức xác định (tồn tại, có nghĩa) ta cần nhớ:

$\dfrac{f(x)}{g(x)}$ xác định $\Leftrightarrow g(x)\neq 0$; $\sqrt{f(x)}$ xác định $\Leftrightarrow f(x)\geq 0$; $\dfrac{f(x)}{\sqrt{g(x)}}$ xác định $\Leftrightarrow g(x)>0$.

- Định lí xét dấu nhị thức bậc nhất $ax+b\left(a\neq 0\right)$ dung để giải một số bất phương trình dạng $A(x).B(x)\geq 0; A(x).B(x)\leq 0; \dfrac{A(x)}{B(x)}\geq 0; \dfrac{A(x)}{B(x)}\leq 0$.

x		$\dfrac{-b}{a}$	
$ax+b$	Trái dấu với a	0	Cùng dấu với a

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tìm điều kiện của x *để* các biểu thức sau xác định

1. $A=\sqrt{3-8x}$; 2. $B=\dfrac{x^2+3}{\sqrt{6x-24}}$; 3. $C=\dfrac{\sqrt{x-1}+8}{2\sqrt{3x-6}}$; 4. $D=\sqrt{12-3x}-\sqrt{5x-10}$.

Lời giải

1. $A=\sqrt{3-8x}$ xác định $\Leftrightarrow 3-8x\geq 0\Leftrightarrow 8x\leq 3\Leftrightarrow x\leq\dfrac{3}{8}$

Vậy $x\leq\dfrac{3}{8}$ thì biểu thức $A=\sqrt{3-8x}$ xác định.

2. $B=\dfrac{x^2+3}{\sqrt{6x-24}}$ xác định $\Leftrightarrow 6x-24>0\Leftrightarrow x>4$

Vậy $x>4$ thì biểu thức B đã cho xác định.

3. $C=\dfrac{\sqrt{x-1}+8}{2\sqrt{3x-6}}$ xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x-1\geq 0\\ 3x-6>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\ x>2\end{cases}\Leftrightarrow x>2.$

Vậy $x>2$ thì biểu thức C đã cho xác định.

4. $D=\sqrt{12-3x}-\sqrt{5x-10}$ xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}12-3x\geq 0\\ 5x-10>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 4\\ x\geq 2\end{cases}\Leftrightarrow 2\leq x\leq 4.$

Vậy $2\leq x\leq 4$ thì biểu thức D đã cho xác định.

Ví dụ 2. Tìm điều kiện của x *để* các biểu thức sau xác định

1. $P=\sqrt{2x^2+1}-\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}-1}$; 2. $Q=2019\sqrt{x^2+x+2}+\sqrt{\dfrac{3x-6}{7-x}}+\dfrac{x-1}{x+2\sqrt{x}-3}$.

Lời giải

1. Nhận thấy $2x^2+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $\sqrt{2x^2+1}$ luôn xác định $\forall x\in\mathbb{R}$;

Do vậy, để P xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x+2\geq 0\\ x-1\geq 0\\ \sqrt{x-1}-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 2\\ x\geq 1\\ \sqrt{x-1}\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 2\\ x\geq 1\\ x-1\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 2\\ x\geq 1\\ x\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow x>2.$

2. Nhận thấy $x^2+x+2\left(x^2+2x.\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)+\frac{7}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $\sqrt{x^2+x+2}$ xác định $\forall x\in\mathbb{R}$

Do vậy, để Q xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{3x-6}{7-x}\ge 0(1)\\ x\ge 0\\ x+2\sqrt{x}-3\ne 0(2)\end{cases}\quad(*)$ Ta tiến hành đi giải điều kiện (1) và (2) như sau

- Đối với (1) ta tiến hành lập bảng xét dấu nhị thức (Tự lập) thu được điều kiện là $2\le x<7$;

- Đối với (2) ta có, (2) $\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)\ne 0\Leftrightarrow\sqrt{x}-1\ne 0\Leftrightarrow x\ne 1$;

Tóm lại, $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}2\le x<7\\ x\ge 0\\ x\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\le x<7\\ x\ne 1\end{cases}$.

Chú ý: $A^2+m\ge 0$ với $m\ge 0$.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Tìm điều kiện của x để các biểu thức sau xác định

1. $A=\sqrt{2x-6}+\dfrac{\sqrt{25-5x}}{x-3}+\sqrt{2x^2+2019}$;

2. $B=\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}-3}+\dfrac{2}{x\sqrt{x}-1}$;

3. $C=\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}+\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$;

4. $D=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}+\dfrac{2\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6}$.

Bài 2. Tìm điều kiện của x để các biểu thức sau xác định

1. $A=\sqrt{4-x^2}$
2. $B=\sqrt{\dfrac{4-2x}{x-3}}$
3. $C=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{5x^2-3}}$
4. $\dfrac{1}{x\sqrt{x}-1}+\sqrt{x^2+x-2}$.

II.2. DẠNG 2: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC

Định hướng phương pháp giải toán

- Sử dụng các công thức biến đổi ở I.2
- Chú ý thứ tự thực hiện phép tính; phân tích đa thức thành nhân tử;…

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Tính giá trị của biểu thức

1. $A=2\left(\sqrt{25}+3\sqrt{12}-2\sqrt{27}\right)$;
2. $B=\left(5\sqrt{2}-\sqrt{8}+2\sqrt{72}\right):\sqrt{2}$;
3. $C=2\sqrt{\dfrac{1}{2}}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}-\sqrt{8}$;
4. $D=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{10}}{\sqrt{5}}+\sqrt{2}$;
5. $E=\sqrt{5}\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}\right)$;
6. $F=\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{18}$.

Lời giải

1. $A=2\left(\sqrt{25}+3\sqrt{12}-2\sqrt{27}\right)=2\left(5+3\sqrt{4.3}-2\sqrt{9.3}\right)=2\left(5+6\sqrt{3}-6\sqrt{3}\right)=10$;

2. $B=\left(5\sqrt{2}-\sqrt{8}+2\sqrt{72}\right):\sqrt{2}=\left(5\sqrt{2}-\sqrt{4.2}+2\sqrt{36.2}\right):\sqrt{2}=\left(5\sqrt{2}-2\sqrt{2}+12\sqrt{2}\right):\sqrt{2}=15\sqrt{2}:\sqrt{2}=15$

3. $C=2\sqrt{\dfrac{1}{2}}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}-\sqrt{8}=2.\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{2\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}=0$;

4. $D=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{10}}{\sqrt{5}}+\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{5}\left(1-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{5}}+\sqrt{2}=1-\sqrt{2}+\sqrt{2}=1.$

5. $E=\sqrt{5}\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}\right)=\sqrt{5}\left(\dfrac{\sqrt{5}+2}{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)}+\dfrac{\sqrt{5}-2}{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)}\right)=\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2\right)$

$=\sqrt{5}.2\sqrt{5}=10;$

6. $F=\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{18}=\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{9.2}=\sqrt{2}+\sqrt{2}-3\sqrt{2}=-\sqrt{2}.$

Ví dụ 2. Tính giá trị của biểu thức

1. $A=\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)+\sqrt{4+2\sqrt{3}};$ 2. $B=\dfrac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{1+\sqrt{2}}+\sqrt{18.\left(9^2-7^2\right)}.$

Lời giải

1. $A=\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)+\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\left[1^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\right]+\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}+1}=2+\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}=2+\left|\sqrt{3}+1\right|$

$=2+\sqrt{3}+1=3+\sqrt{3};$ (Chú ý, do $\sqrt{3}+1>0\Rightarrow\left|\sqrt{3}+1\right|=\sqrt{3}+1$. Tùy vào bài toán, ví dụ khi gặp $1-\sqrt{3}<0\Rightarrow\left|1-\sqrt{3}\right|=-\left(1-\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}-1,\ldots$ Tương tự khi làm bài phải hết sức chú ý).

2. $B=\dfrac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{1+\sqrt{2}}+\sqrt{18.\left(9^2-7^2\right)}=\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{2}+1}}{1+\sqrt{2}}+\sqrt{18.(9-7).(9+7)}=\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}}{1+\sqrt{2}}+\sqrt{36.16}$

$=\dfrac{\left|\sqrt{2}+1\right|}{1+\sqrt{2}}+6.4=1+24=25.$

Bài tập vận dụng

Bài 1. Tính giá trị của biểu thức

a) $\sqrt{2}\left(\sqrt{8}-2\sqrt{3}\right)+2\sqrt{6}$ b) $\sqrt{4{,}9.2{,}5.100}$ c) $\left(2\sqrt{27}+5\sqrt{12}-\sqrt{75}\right):\sqrt{3}$

d) $\left(3\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)\sqrt{6-3\sqrt{3}}$ e) $(2\sqrt{18}-3\sqrt{8}+\sqrt{50}):\sqrt{2}$ f) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-1)-2\sqrt{2}$

g) $2\sqrt{6}-3\sqrt{12}-\sqrt{24}+6\sqrt{3}$ h) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$ i) $\sqrt{(3-\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$

Bài 2. Tính giá trị của biểu thức

a) $2\sqrt{\dfrac{1}{2}}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}-\sqrt{8};$ b) $\left(\dfrac{\sqrt{21}-\sqrt{7}}{\sqrt{7}}+1\right):\sqrt{3};$ c) $\left(\sqrt{4}.\sqrt{25}-\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}\right):\sqrt{64};$

d) $5\sqrt{\dfrac{1}{5}}-\sqrt{20}+\sqrt{45};$ e) $3\sqrt{\dfrac{1}{3}}-4\sqrt{27}+3\sqrt{75};$ f) $\dfrac{\sqrt{9+4\sqrt{5}}}{5+\sqrt{20}};$

g) $\dfrac{\left(2+\sqrt{3}\right)\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}};$ h) $\left(2-\sqrt{3}\right)\sqrt{26+15\sqrt{3}}-\left(2+\sqrt{3}\right)\sqrt{26-15\sqrt{3}};$

Bài 3. Tính giá trị của biểu thức

a) $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}-2\sqrt{2}$ b) $\dfrac{1}{3-\sqrt{7}}-\dfrac{1}{3+\sqrt{7}}$ c) $\left(\sqrt{\dfrac{8}{3}}-\sqrt{24}+\sqrt{\dfrac{50}{3}}\right).\sqrt{6}$

d) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{12}}{\sqrt{5}-2}$ e) $\dfrac{3}{2+\sqrt{3}}+\dfrac{13}{4-\sqrt{3}}+\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ f) $\left(2+\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right).\left(2-\dfrac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\right)$

Bài 4. Tính giá trị của biểu thức

1) $A=\left(3\sqrt{45}-2\sqrt{125}+3\sqrt{5}\right):4\sqrt{\dfrac{1}{5}}-2017^0\dfrac{1}{\sqrt{25}}$; 2) $B=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}:\sqrt{\dfrac{8}{4-2\sqrt{3}}}+3\sqrt{\dfrac{1}{3}}+5\sqrt{27}-6\sqrt{3}-1$;

3) $C=\left(1+\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}\right).\left(1-\dfrac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}\right)$; 4) $D=\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}-\dfrac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}\right)-3\sqrt{\dfrac{1}{5}}-\dfrac{\sqrt{80}}{5}$;

5) $E=\sqrt{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}-\dfrac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}}-2.\sqrt{2017^0}$; 6) $F=\dfrac{1}{2}\sqrt{48}-2\sqrt{75}-\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+5\sqrt{1\dfrac{1}{3}}$;

II.3. DẠNG 3: PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỈ CƠ BẢN

Định hướng phương pháp giải toán

- Đối với các phương trình và bất phương trình đơn giản ta sẽ xét ở dưới đây, nhìn chung ta sẽ có phương pháp làm đó là: thứ nhất ta sẽ phải đặt điều kiện để các căn thức xác định; thứ hai, tiến hành chuyển hết các căn thức chứa ẩn về một vế, thường chuyển về vế trái (VT) (người ta còn gọi công việc này là "cô lập căn thức"); thứ ba, đặt điều kiện cho vế còn lại (VP) không âm rồi bình phương hai vế của phương trình, bất phương trình.
- Ta sẽ có các dạng cụ thể như sau:

(1) $\sqrt{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}g(x)\ge 0\\ f(x)=\left[g(x)\right]^2\end{cases}$ **(2)** $\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}g(x)\ge 0\\ f(x)\ge 0\end{array}\right.\\ f(x)=g(x)\end{cases}$

(3) $\sqrt{f(x)}<\sqrt{g(x)}\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\ge 0\\ f(x)<g(x)\end{cases}$ **(4)** $\sqrt{f(x)}<g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}g(x)>0\\ f(x)<\left[g(x)\right]^2\end{cases}$

(5) $\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)}=0\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)=0\\ g(x)=0\end{cases}$

(6) Đôi khi cần chú ý $\sqrt{\left[f(x)\right]^2}=g(x)\Leftrightarrow\left|f(x)\right|=g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}g(x)\ge 0\\ \left[\begin{array}{l}f(x)=g(x)\\ f(x)=-g(x)\end{array}\right.\end{cases}$

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Giải các phương trình sau

a) $2+\sqrt{2x-1}=x$ (1) b) $\sqrt{x^2-2x-4}=\sqrt{6-3x}$ (2) c) $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-2}=1$ (3)

Lời giải

a) - Điều kiện để căn thức xác định: $2x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq \frac{1}{2}$.

- Cô lập căn thức: $(1)\Leftrightarrow \sqrt{2x-1}=x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2\geq 0 \\ 2x-1=(x-2)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ 2x-1=x^2-4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ x^2-6x+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ (x-1)(x-5)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 2 \\ \left[\begin{array}{l} x=1(L) \\ x=5(N) \end{array}\right. \end{cases}$$

(Chú ý viết "L" là loại; "N" là nhận, nhưng tuyệt đối đi thi không được viết tắt như thế)

Vậy phương trình (1) có một nghiệm duy nhất $x=5$.

b) - Điều kiện để căn thức xác định: $\begin{cases} x^2-2x+4\geq 0 \\ 6-3x\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+3\geq 0 \forall x\in\mathbb{R} \\ x\leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x\leq 2$

- Do $x^2-2x+4\geq 0$ (đã chứng minh ở trên) nên

$$(2)\Leftrightarrow x^2-2x+4=6-3x \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1(N) \\ x=-2(L) \end{array}\right.$$

Vậy phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $x_1=1; x_2=-2$.

c) - Điều kiện để căn thức xác định: $x\geq 2$.

- Phương trình (3) $\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=\sqrt{x-2}+1$(*), với điều kiện $x\geq 2$ hai vế của phương trình (*) không âm nên ta tiến hành bình phương 2 vế (*) ta được

$x+1=x-2+2\sqrt{x-2}+1 \Leftrightarrow \sqrt{x-2}=1 \xleftrightarrow{x\geq 2} x-2=1 \Leftrightarrow x=3$ (TMĐK $x\geq 2$)

Vậy phương trình (1) có một nghiệm duy nhất $x=3$.

Ví dụ 2. Giải các bất phương trình

a) $\frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-1}<0$ (1) b) $\sqrt{x^2+1}<x+1$ (2)

Lời giải

a) Điều kiện để căn thức xác định: $x\geq 0$;

Điều kiện để biểu thức xác định: $2\sqrt{x}-1\neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}\neq \frac{1}{2} \xleftrightarrow{x\geq 0} x\neq \frac{1}{4}$;

Do $x\geq 0$ nên $\frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-1}<0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x}-1<0 \Leftrightarrow \sqrt{x}<\frac{1}{2} \Leftrightarrow x<\frac{1}{4}$ kết hợp với điều kiện $x\geq 0$ ta thu được nghiệm của (1) là: $0\leq x<\frac{1}{4}$. Vậy nghiệm của (1) là $0\leq x<\frac{1}{4}$.

b) Do $x^2+1>0\forall x\in\mathbb{R}$ nên căn thức $\sqrt{x^2+1}$ luôn xác định;

Ta có $(2)\Leftrightarrow \begin{cases} x+1\geq 0 \\ x^2+1<(x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -1 \\ -2x<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -1 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>0.$

Vậy nghiệm của (2) là $x>0$.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Giải các phương trình sau

1) $\sqrt{4x+4}-3=7;$ 2) $2\sqrt{9x-18}-4=8;$ 3) $\sqrt{3x+6}-x=2$ 4) $3\sqrt{2x+1}-x=3;$

4) $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x-1}=2;$ 5) $\sqrt{4x^2-12x+9}+x=6;$ 6) $\sqrt{2x^2+x+1}=\sqrt{x+3};$

7) $\sqrt{x^2-9}+\sqrt{x^2-6x+9}=0;$ 8) $\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{4x^2-4x+1}=4;$ 9) $\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2}=x-8.$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau

1) $5-2\sqrt{x}>1;$ 2) $\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}<0;$ 3) $\dfrac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}+1<0;$ 4) $\dfrac{2}{\sqrt{x}+2}>\dfrac{1}{2};$

5) $\sqrt{3x^2+13}+2x<1;$ 6) $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-6}>2;$ 8) $\dfrac{1-\sqrt{8x-3}}{4x}\ge 4.$

II.4. DẠNG 4: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Định hướng phương pháp giải toán

1. Yêu cầu kiến thức: Chắc chắn là phải học thuộc long các hằng đẳng thức đã được học ở lớp 8 và các hằng đẳng thức được chuyển thể ở dạng chứa căn ở mục I.1. Và tất nhiên muốn làm được các bài tập ở dạng này thì phải biết quy đồng các phân thức và các phép tính phân thức, hơn nữa các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử tỏ ra rất hiệu quả trong dạng toán này.

2. Các chú ý khi giải bài tập rút gọn biểu thức

Bước 1. Tìm ĐKXĐ nếu đề chưa cho, nếu đề đã cho ĐKXĐ thì ta không cần tìm nhưng vẫn phải viết vào bài làm.

Bước 2. Xét xem các phân thức có mặt trong biểu thức cần rút gọn đã "tối giản" chưa? Nếu chưa hãy phân tích cả tử và mẫu của phân thức thành nhân tử để rút gọn phân thức đó.

Bước 3. Thực hiện phép quy đồng với mẫu thức chung thích hợp nhất.

Bước 4. Thực hiện các phép biến đổi đại số (cộng, trừ, nhân, chia, khai phương,…)

Bước 5. Kết luận (kèm theo ĐKXĐ)

3. Các công thức hay dùng trong bài tập rút gọn

(1) $x\sqrt{x}+1=\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right);$ **(2)** $x\sqrt{x}-1=\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right);$

(3) $x-k^2=\left(\sqrt{x}-k\right)\left(\sqrt{x}+k\right);$

(4) $ax^2+bx+c=a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$ (với x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$ chỉ cần giải trên máy tính là ra nghiệm, đây là "cứu tinh" cho các bạn yếu phần phân tích đa thức thành nhân tử). Ví dụ, để phân tích đa thức $2x^2-3x+1$ thành nhân tử, ta làm như sau:

+) Ta giải phương trình $2x^2-3x+1=0$ trên máy tính Casio, máy báo X1 = 1; X2 = $\dfrac{1}{2}$;

+) Áp dụng **(4)** ta được $2x^2-3x+1=2.\left(x-1\right).\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=\left(x-1\right).\left[2.\left(x-\dfrac{1}{2}\right)\right]=\left(x-1\right).\left(2x-1\right).$

4. Các bài toán liên quan

Sau khi rút gọn xong biểu thức đã cho, kí hiệu là *P*, người ta có thể đưa ra các yêu cầu như:

- Tìm *x* để $P = k; P > k; P < k; ...$ trong đó k là một hằng số;
- Tìm các giá trị nguyên của *x* để *P* nhận giá trị nguyên;
- Tìm GTLN, GTNN của *P*;
- Tính giá trị của *P* tại *x* = *k*, trong đó k là một hằng số.

Ngoài ra, còn một số dạng khác. Phương pháp giải của từn dạng ta sẽ xét trong các ví dụ cụ thể sau.

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho biểu thức $B = \left(\dfrac{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} - \dfrac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}}\right).\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}$ (với $x \ge 0; x \ne 1; x \ne \dfrac{1}{4}$).

Tìm tất cả các giá trị của *x* để *B* < 0.

(*Trích đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT Năm học 2017 – 2018 tỉnh Bắc Giang*)

Nhận xét: *Câu rút gọn biểu thức năm 2017 đã có sự thay đổi so với các năm trước đó là đề bài không chỉ hỏi đơn thuần là "Rút gọn biểu thức" mà đã xuất hiện bài toán liên quan đó là tìm x để biểu thức đã cho thỏa mãn điều kiện cho trước. Nên từ nay ta sẽ phải để tâm hơn vào các bài toán liên quan. Sau đây là lời giải MẪU cho dạng này*

Lời giải

Với $x \ge 0; x \ne 1; x \ne \dfrac{1}{4}$ ta có

$$B = \left(\frac{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}}\right).\frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}\right).\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}\right).\frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-1}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}.\frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-1} = \frac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-1}.$$

Yêu cầu bài toán $B < 0 \Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-1} < 0$ (1). Do điều kiện $x \ge 0$ nên $2\sqrt{x}+3 > 0$ nên

(1) $\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-1 < 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} < \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \le x < \dfrac{1}{4}$

Vậy khi $0 \le x < \dfrac{1}{4}$ thì *B* < 0.

➢ **Lưu ý**

1) Trong lời giải trên có 2 chỗ chắc sẽ có một số bạn mới học sẽ thắc mắc đó là

Thứ nhất, "tại sao $-\dfrac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}} = \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$???". Câu trả lời là, tôi đã sử dụng hình thức đổi dấu phân thức với mục đích làm cho mẫu thức giống với mẫu thức của phân thức bên trái nó. Nó được đổi như sau:

$$-\frac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}} = -\frac{\sqrt{x}+3}{-\left(\sqrt{x}-1\right)} = \frac{-\left(\sqrt{x}+3\right)}{-\left(\sqrt{x}-1\right)} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}.$$

Thứ hai, tại sao phân tích được $2x+\sqrt{x}-1 = \left(\sqrt{x}+1\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)$???. Câu trả lời là:

$$2x+\sqrt{x}-1=x+x+\sqrt{x}-1=\left(x+\sqrt{x}\right)+\left(x-1\right)=\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)+\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)=\left(\sqrt{x}+1\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)$$

HOẶC có thể sử dụng Casio như đã giới thiệu ở phần Định hướng phương pháp giải:

- Đặt $\sqrt{x}=t \Rightarrow \left(\sqrt{x}\right)^2=t^2 \Leftrightarrow x=t^2$ lúc này $2x+\sqrt{x}-1$ biến thành $2t^2+t-1$
- Ta giải phương trình $2t^2+t-1=0$ trên máy tính Casio, máy báo X1 = -1; X2 = $\frac{1}{2}$;
- Áp dụng công thức **(4)** ta được

$$2t^2+t-1=2.\left(t-(-1)\right).\left(t-\frac{1}{2}\right)=2.(t+1).\left(t-\frac{1}{2}\right)=(t+1)(2t-1)\xrightarrow{\sqrt{x}=t}\left(\sqrt{x}+1\right).\left(2\sqrt{x}-1\right).$$

2) Với bài toán này người ta có thể thay yêu cầu "Tìm tất cả các giá trị của *x* để *B* < 0" bằng một yêu cầu khác như "Tìm tất cả các giá trị nguyên của *x* để *B* có giá trị nguyên".

Yêu cầu được giải quyết dễ dàng như sau:

Với $x \ge 0; x \ne 1; x \ne \frac{1}{4}$ ta có $B=\frac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-1}=\frac{\left(2\sqrt{x}-1\right)+4}{2\sqrt{x}-1}=1+\frac{4}{2\sqrt{x}-1}$

Để $B\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow B=\frac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-1}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow 1+\frac{4}{2\sqrt{x}-1}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\frac{4}{2\sqrt{x}-1}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-1\in \text{Ư}(4);$

mà Ư(4) = $\left\{-4;-2;-1;1;2;4\right\}$ nên ta có:

$$\left[\begin{array}{l}2\sqrt{x}-1=-4\\2\sqrt{x}-1=-2\\2\sqrt{x}-1=-1\\2\sqrt{x}-1=1\\2\sqrt{x}-1=2\\2\sqrt{x}-1=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2\sqrt{x}=-3(VN)\\2\sqrt{x}=-1(VN)\\2\sqrt{x}=0\\2\sqrt{x}=2\\2\sqrt{x}=3\\2\sqrt{x}=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=0\\\sqrt{x}=1\\\sqrt{x}=3/2\\\sqrt{x}=5/2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(N)\\x=1(N)\\x=9/4(L)\\x=25/4(L)\end{array}\right.$$

Vậy $x\in\left\{0;1\right\}$ là các giá trị cần tìm.

➢ **Chú ý:** $\frac{m}{A}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow A\in \text{Ư}(m)$ với *m* là hằng số nguyên.

Ví dụ 2. Cho biểu thức $P=\left(\sqrt{x}-\frac{x+2}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}-4}{1-x}\right)$

1) Rút gọn biểu thức *P*;
2) Tìm các giá trị của *x* thỏa mãn *P* > 0;
3) Tìm GTNN của *P*.

Lời giải

1) ĐKXĐ của *P* là: $x\ge 0; x\ne 1$. Ta có

$$P=\left(\sqrt{x}-\frac{x+2}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}-4}{1-x}\right)$$

$$P=\left(\frac{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}-\frac{x+2}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\right)$$

$$P=\left(\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{x+2}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{x-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\right)$$

$$P=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}:\frac{x-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\left(x\neq 4\right)$$

$$P=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}.\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$P=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy $P=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ với $x\geq 0; x\neq 1; x\neq 4.$

2) Với điều kiện $x\geq 0; x\neq 1; x\neq 4$ ta có

$$P=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}<0\Leftrightarrow \sqrt{x}-1<0\left(do\sqrt{x}+2>0\right)\Leftrightarrow x<1.$$

Kết hợp với điều kiện $x\geq 0; x\neq 1; x\neq 4$ ta được $0\leq x<1.$

Vậy với $0\leq x<1$ thì $P<0$.

3) Ta có $P=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ với $x\geq 0; x\neq 1; x\neq 4.$

- Với $x = 0$, ta có $P=-\frac{1}{2};(1)$

- Với $x > 0$, ta so sánh $P=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ với $-\frac{1}{2}$.

Xét bất đẳng thức $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}>-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{2}>0\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{x}}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}>0$ luôn đúng với mọi $x > 0$, do đó

$P>-\frac{1}{2}$ với $x>0$ (2).

- Từ (1) và (2) suy ra, $\min P=-\frac{1}{2}$ đạt được tại $x = 0$. Vậy $\min P=-\frac{1}{2}$ khi $x = 0$.

➢ **Chú ý:** Để tìm GTLN hay GTNN của một biểu thức có rất nhiều cách các bạn có thể tham khảo cuốn "Nâng Cao và phát triển toán 8, 9" của Vũ Hữu Bình. Sau đây là một số cách thông dụng:

- **Cách 1.** Sử dụng phương pháp đánh giá (tham khảo ví dụ trên).
- **Cách 2.** Sử dụng bất đẳng thức **AM – GM** (hay người ta nhầm lẫn vẫn còn gọi là bất đẳng thức Cauchy) hay bất đẳng thức Cauchy – Schwart (hay người ta còn gọi là bất đẳng thức Bunhiakovski). Sau đây là BĐT AM – GM
- BĐT **AM – GM** cho 2 số không âm $a+b\geq 2\sqrt{ab}$ ($a,b\geq 0$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b$).

BĐT AM – GM (BĐT Côsi) Với $a_1, a_2, \ldots, a_n$ là các số không âm ta luôn có :

$\dfrac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1.a_2\ldots a_n}$. Đẳng thức xảy ra khi $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$

BĐT Cauchy – schwart (BĐT Bunhiacốpxki)

Cho $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ và $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$ là 2 bộ số bất kì, ta có

$(a_1b_1+a_2b_2+\ldots+a_nb_n)^2 \leq (a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2)(b_1^2+b_2^2+\ldots+b_n^2)$

Đẳng thức xảy ra khi $\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \ldots = \dfrac{a_n}{b_n}$ (với quy ước $b_i = 0$ thì $a_i = 0$)

Một số BĐT quen thuộc

$x^2+y^2 \geq 2xy$; $(x+y)^2 \geq 4xy$; $2(x^2+y^2) \geq (x+y)^2$;

$\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x} \geq 2$; $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y} \geq \dfrac{4}{x+y}$

Chú ý: $P = \dfrac{k}{Q} \xrightarrow{k>0} \begin{cases} P \min \Leftrightarrow Q \max \\ P \max \Leftrightarrow Q \min \end{cases}$

Cùng xét ví dụ sau về ứng dụng của **AM – GM** trong câu hỏi liên quan của bài toán rút gọn

1) Giả sử rằng, sau khi rút gọn 1 biểu thức ta được $C = \sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-1 \quad (x>0)$. Sau đó đề yêu cầu so sánh $C = \sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-1 \quad (x>0)$ với 1. Ta làm như sau:

Lời giải: $x>0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}>0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}}>0 \end{cases}$ nên áp dụng BĐT AM – GM ta được $\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}} \Leftrightarrow \sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}} \geq 2$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x} = \dfrac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x=1$ (TMĐK)

$\Rightarrow C \geq 2-1 \Leftrightarrow C \geq 1$

2) Giả sử rằng, sau khi rút gọn 1 biểu thức ta được $S = \dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}(x>1)$ sau đó đề yêu cầu tìm GTNN của S ta làm như sau:

Lời giải:

$S = \dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \dfrac{(x-1)+\sqrt{x}-1+2}{\sqrt{x}-1} = \dfrac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)+\sqrt{x}-1+2}{\sqrt{x}-1} = \dfrac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)+2}{\sqrt{x}-1}$

$= \sqrt{x}+2+\dfrac{2}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x}-1+\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}+3$

Do $x>1 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-1>0 \\ \dfrac{2}{\sqrt{x}-1}>0 \end{cases}$ nên áp dụng BĐT AM – GM ta được

$\sqrt{x}-1+\dfrac{2}{\sqrt{x}-1} \geq 2.\sqrt{(\sqrt{x}-1).\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow S = \sqrt{x}-1+\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}+3 \geq 2\sqrt{2}+3$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$\sqrt{x}-1=\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)^2=2\Leftrightarrow\sqrt{x}-1=\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{x}=\sqrt{2}+1\Leftrightarrow x=3+2\sqrt{2}>1$ (TMĐK)

Vậy $\min S=2\sqrt{2}+3\Leftrightarrow x=2\sqrt{2}+3$.

▪ **Cách 3.** Đưa biểu thức đã cho về dạng $S=A^2+m\left(m>0\right)\Leftrightarrow S\ge M\Rightarrow\min S=m$ dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $A=0$. Các bạn sẽ sử dụng phương pháp này nhiều trong chủ đề Phương trình bậc hai và định lí vi-ét bởi đề thi hay cho vào.

MỞ RỘNG YÊU CẦU: Cũng với đề bài **Ví dụ 2**, yêu cầu bạn đọc tự làm thêm các yêu cầu sau:

4) Tính giá trị của P tại $x=4+2\sqrt{3}$;
5) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên;
6) Tìm các giá trị của x thỏa mãn $x+4P=5$;
7) Có tồn tại hay không giá trị của x thỏa mãn điều kiện $1-2P>0$.

Ví dụ 3. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}\right):\left(2-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)$

a) Rút gọn P;

b) Tìm các giá trị của x để $\dfrac{1}{P}\le-\dfrac{5}{2}$.

(Trích đề thi tuyển sinh lớp 10 Trường THCS Chu Văn An – Amstersdam Hà Nội năm 2001 – 2002)

Lời giải

a) ĐKXĐ của P là: $x\ge0;x\ne4;x\ne9$.

$$P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}\right):\left(2-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)$$

$$P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}+\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}\right):\left(\dfrac{2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)$$

$$P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}+\dfrac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\dfrac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\right):\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

$$P=\dfrac{\sqrt{x}+2+\left(x-9\right)-\left(x-4\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}.\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}.\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}==\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-4}.$$

Vậy $P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-4}$ với $x\ge0;x\ne4;x\ne9$.

b) Với điều kiện $x\ge0;x\ne4;x\ne9$ ta có

$$\dfrac{1}{P}\le-\dfrac{5}{2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-4}}\le-\dfrac{5}{2}\Leftrightarrow\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{5}{2}\le0\Leftrightarrow\dfrac{2\left(x-4\right)}{2\left(\sqrt{x}+1\right)}+\dfrac{5\left(\sqrt{x}+1\right)}{2\left(\sqrt{x}+1\right)}\le0$$

$$\Leftrightarrow\dfrac{2x+5\sqrt{x}-3}{2\left(\sqrt{x}+1\right)}\le0\Leftrightarrow\dfrac{\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{2\left(\sqrt{x}+1\right)}\le0\Leftrightarrow2\sqrt{x}-1\le0\Leftrightarrow\sqrt{x}\le\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x\le\dfrac{1}{4}$$

Kết hợp với điều kiện $x\ge0;x\ne4;x\ne9$ ta được $0\le x\le\dfrac{1}{4}$. Vậy $0\le x\le\dfrac{1}{4}$ thì $\dfrac{1}{P}\le-\dfrac{5}{2}$.

✓ Qua 3 ví dụ trên ta thấy, việc phân tích đa thức thành nhân tử thực sự cần thiết cho bài toán rút gọn, và hiện nay họ đang khai thác dạng câu hỏi này dưới dạng các bài toán liên quan với độ phức tạp hơn trước, thay cho bài định lí vi-et với biểu thức đối xứng, đơn giản vì nhiều năm khai thác cũng hết ý tưởng hay – khó nên họ chuyển sang hướng mới. Do đó các em cần luyện tập nâng cao nhiều các bài toán liên quan.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau :

1) $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right).\dfrac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}}$ (với $x>0, x\neq 4$)

2) $P=\dfrac{1-\sqrt{a}}{a-2\sqrt{a}+1}+\dfrac{a-2\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\sqrt{a}+1$ (với $a\geq 0$, $a\neq 1$)

3) $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{6\sqrt{x}}{x-9}\right).\dfrac{x-3\sqrt{x}}{x-1}$ (với $x\geq 0, x\neq 1, x\neq 9$)

4) $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{x-1}\right)$ (với $x>0, x\neq 1$)

5) $P=\dfrac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}+1-\dfrac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (với $x>0$)

6) $P=\left(\dfrac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1-\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$ (với $x\geq 0$, $x\neq 1$)

7) $P=\left(\dfrac{2}{1+x}+\sqrt{1-x}\right):\left(\dfrac{2}{\sqrt{1-x^2}}+1\right)$ (với $-1< x<1$)

8) $P=\left(\dfrac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1+\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}\right)$ (với $x\geq 0, x\neq 1$)

9) $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2}{x-2\sqrt{x}}\right).\left(\dfrac{x-3\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}+1\right)$ (với $x>0, x\neq 4$)

10) $P=\left(\dfrac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\sqrt{xy}\right):(x-y)+\dfrac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ (với $x>0, y>0, x\neq y$)

Bài 2. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{3x+3}{9-x}\right):\left(\dfrac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}-1\right)(x>0, x\neq 9)$

1) Rút gọn P;

2) Tìm các giá trị nguyên của x để P nguyên;

3) Tìm x sao cho $P=-\dfrac{1}{2}$;

4) Tìm các giá trị của x để $P<-\dfrac{1}{3}$;

Bài 3. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-1}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}\right):\left(\dfrac{2}{x^2-2x+1}\right)$ với $x\geq 0; x\neq 1$.

1) Rút gọn P;

2) Tìm các giá trị của x để $P>0$;

3) Tính giá trị của P khi $x=7-4\sqrt{3}$;

4) Tìm GTLN của P.

Bài 4. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{a}+2}{a+2\sqrt{a}+1}-\dfrac{\sqrt{a}-2}{a-1}\right).\left(2+\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}\right)$ (với $a>0$ và $a\neq 1$)

1) Rút gọn P ; 2) Tìm a để P nhận giá trị âm.

Bài 5. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2}{x-4}\right).\left(\sqrt{x}-1+\dfrac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}}\right)$ (với $x>0$ và $x\neq 4$)

1) Chứng minh rằng $P-\sqrt{x}=3$;

2) Tính giá trị của biểu thức P tại $x=18-6\sqrt{15}$;

3) Tìm các giá trị của x sao cho $P=x+3$.

Bài 6. Cho biểu thức $P=\dfrac{1}{x^2-\sqrt{x}}:\dfrac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}$ (với $x>0, x\neq 1$)

1) Rút gọn P;

2) Tính giá trị của biểu thức $Q=P-\sqrt{2}$ tại $x=\sqrt{2}$;

3) Tìm các giá trị của x sao cho $3P=1+x$.

Bài 7. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right):\dfrac{2x-4\sqrt{x}+2}{x-1}$ (với $x>0, x\neq 1$)

1) Rút gọn P; 2) Tìm các số nguyên x để P có giá trị nguyên;

3) Tìm các giá trị của x để $P<0$. 4) Tìm x để $P-2\sqrt{x}=0$.

Bài 8. Cho biểu thức $P=1+\left(\dfrac{2a+\sqrt{a}-1}{1-a}-\dfrac{2a\sqrt{a}-\sqrt{a}+a}{1-a\sqrt{a}}\right).\dfrac{a-\sqrt{a}}{2\sqrt{a}-1}$ (với $x>0, x\neq 1, x\neq \dfrac{1}{2}$)

1) Rút gọn P; 2) Tìm giá trị của a để $P=\dfrac{\sqrt{6}}{1+\sqrt{6}}$

3) Chứng minh rằng $P>\dfrac{2}{3}$.

Bài 9. Cho biểu thức: $P=\dfrac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\dfrac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\dfrac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$ $(x>0, x\neq 1)$

1) Rút gọn P; 2) Tìm giá trị lớn nhất của P;

3) Tìm x để biểu thức $Q=\dfrac{2\sqrt{x}}{P}$ nhận giá trị là số nguyên.

Bài 10. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{x+\sqrt{x}}{x-1}\right).\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$ $\left(x>0; x\neq 1; x\neq \dfrac{1}{2}\right)$

1) Tìm x để P có nghĩa; 2) Rút gọn biểu thức P;

3) Tìm x nguyên để P nhận giá trị nguyên; 4) Chứng minh rằng $P<1$ với mọi x;

5) Tìm GTLN của $A=P.\dfrac{5\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}}$;

6) Tìm các giá trị của m để với mọi giá trị của $x>2$ ta có $P\left(x+\sqrt{x}+1\right)-3>m\left(x-1\right)+\sqrt{x}$.

Bài 11. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{3-\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}-\dfrac{4x}{x-9}\right):\left(\dfrac{5}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{4\sqrt{x}+2}{3\sqrt{x}-x}\right)$

1) Tìm điều kiện của x để biểu thức P đã cho xác định;
2) Rút gọn biểu thức P;
3) Tìm các giá trị của x để $|P| > -P$;
4) Tìm các giá trị của x để $P^2 = 40P$.

Bài 12. Cho biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{x}(1-x)^2}{1+\sqrt{x}} : \left[\left(\dfrac{1-x\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \sqrt{x}\right).\left(\dfrac{1+x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right)\right]$ $(x > 0, x \neq 1)$

1) Rút gọn P;
2) Xác định giá trị của x để $(x+1).P = x-1$;
3) Biết $Q = \dfrac{1}{P} - \dfrac{x+3}{\sqrt{x}}$. Tìm x để P đạt giá trị lớn nhất.

III. THỬ SỨC TRƯỚC BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC CHỦ ĐỀ

ÔN THI VÀO LỚP 10

ĐỀ THI THỬ CHÍNH THỨC

(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC LẦN I HƯỚNG ĐẾN KỲ THI TSL10
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (2.0 *điểm*)**.** Tìm các giá trị của *x* để các biểu thức sau có nghĩa

1) $A=\sqrt{5-3x}$;

2) $B=\dfrac{4\sqrt{x}}{\sqrt{2x-1}}$;

3) $C=-\dfrac{1}{2}\sqrt{3+2x^2}+\dfrac{1-2\sqrt{x}}{3\sqrt{x}-1}$;

4) $D=\dfrac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3}+\dfrac{\sqrt{x}}{2-2\sqrt{x}}-2018\sqrt{\dfrac{1}{x^2+2}}$.

Câu 2 (3.5 *điểm*)**.** Tính giá trị của các biểu thức sau

1) $A=2\left(6\sqrt{16}-4\sqrt{36}\right)-3\sqrt{64}$;

2) $B=\left(3\sqrt{12}-5\sqrt{27}+2\sqrt{48}\right):\sqrt{25}$;

3) $C=\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}-\sqrt{20}$;

4) $D=\left(12\sqrt{\dfrac{1}{6}}-\dfrac{1}{2}\sqrt{24}+\sqrt{96}\right).\sqrt{6}:\sqrt{25}$;

5) $E=2.\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)-\sqrt{18+8\sqrt{2}}$;

6) $F=\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}+\sqrt{\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$;

7) $G=21\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2-6\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2-15\sqrt{15}$.

Câu 3 (1.0 *điểm*)**.**

1) Giải phương trình $3-\sqrt{12x+4}+x=0$;

2) Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}\right):\left(\dfrac{2}{x}-\dfrac{2-x}{x\sqrt{x}+x}\right)$ với $x>0, x\neq 1$. Tìm tất cả các giá trị của *x* để biểu thức $P>2$.

Câu 4 (3 *điểm*)**.** Cho biểu thức $Q=\left(1-\dfrac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\dfrac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}-\dfrac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}\right)$ $\left(x>0, x\neq 9, x\neq 4\right)$

1) Rút gọn biểu thức *Q*;

2) Tính giá trị của biểu thức *Q* tại $x=7-4\sqrt{3}$;

3) Tìm số nguyên *x* sao cho biểu thức *Q* có giá trị là một số nguyên dương;

4) Tìm các giá trị của *x* thỏa mãn $\left|P-1\right|=2$;

5) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức *Q*.

Câu 5 (0.5 *điểm*)**.** Cho $\left(x+\sqrt{x^2+2017}\right).\left(y+\sqrt{y^2+2017}\right)=2017$.

Tính giá trị của biểu thức $S=2018x+2018y$.

------------------------ HẾT ------------------------

CHỦ ĐỀ 2

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng $\begin{cases} ax+by=0 \\ a'x+b'y=0 \end{cases}$ (I)

Với $a,b,a',b' \in \mathbb{R}$; *a*, *b* không đồng thời bằng 0 và a',b' không đồng thời bằng 0.

2. Cặp số $(x_0;y_0)$ được gọi là nghiệm của hệ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} ax_0+by_0=0 \\ a'x_0+b'y_0=0 \end{cases}$

3. Điều kiện về số nghiệm của hệ (I)

- Hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \dfrac{a}{a'} \neq \dfrac{b}{b'} \Leftrightarrow ab'-a'b \neq 0$ ($a'.b' \neq 0$);
- Hệ phương trình (I) vô nghiệm $\Leftrightarrow \dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} \neq \dfrac{c}{c'} \Leftrightarrow \begin{cases} ab'-a'b=0 \\ ac'-a'c \neq 0 \end{cases}$ ($a'.b'.c' \neq 0$);
- Hệ phương trình (I) có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'} \Leftrightarrow \begin{cases} ab'-a'b=0 \\ ac'-a'c=0 \end{cases}$ ($a'.b'.c' \neq 0$).

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

II.1. DẠNG 1: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Định hướng phương pháp giải toán

Có hai cách để giải một hệ phương trình:
- **Cách 1:** Sử dụng phương pháp thế;
- **Cách 2:** Sử dụng phương pháp cộng đại số.

Để hiểu hơn ta theo dõi các ví dụ sau

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} 3x-y=1 \\ 2x+3y=8 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x\sqrt{2}-y\sqrt{3}=1 \\ 2x+y\sqrt{3}=1+\sqrt{2} \end{cases}$.

Lời giải

a) **Cách 1:** Sử dụng phương pháp thế

$$\begin{cases} 3x-y=1 \\ 2x+3y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-1 \\ 2x+3(3x-1)=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-1 \\ 11x-3=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-1 \\ 11x=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-1 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=(1;2)$.

Cách 2: Sử dụng phương pháp cộng đại số

$$\begin{cases} 3x-y=1 \\ 2x+3y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x-3y=3 \\ 2x+3y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=11 \\ 2x+3y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2x+3y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2.1+3y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 3y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=(1;2)$.

b) **Cách 1:** Sử dụng phương pháp thế

$$\begin{cases} x\sqrt{2}-y\sqrt{3}=1 \\ 2x+y\sqrt{3}=1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+y\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ 2x+y\sqrt{3}=1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+y\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ 2.\dfrac{1+y\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+y\sqrt{3}=1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+y\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ \sqrt{2}\left(1+y\sqrt{3}\right)+y\sqrt{3}=1+\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+y\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ \sqrt{2}\left(1+y\sqrt{3}\right)+y\sqrt{3}=1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+y\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ \sqrt{2}+y\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)=1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+y\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ y\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+y\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ y=\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}.\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ y=\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1+\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}.\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ y=\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)} \\ y=\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} \end{cases} \begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)}{\sqrt{2}\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)} \\ y=\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\left(x;y\right)=\left(1;\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}\right)$.

Cách 2: Sử dụng phương pháp cộng đại số

$$\begin{cases} x\sqrt{2}-y\sqrt{3}=1 \\ 2x+y\sqrt{3}=1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y\sqrt{6}=\sqrt{2} \\ 2x+y\sqrt{3}=1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y\sqrt{6}=\sqrt{2} \\ 2x+y\sqrt{3}=1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)=1 \\ 2x+y\sqrt{3}=1+\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} \\ 2x+\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}=1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} \\ 2x+\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}=1+\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} \\ 2x+\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}=1+\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} \\ 2x=1+\sqrt{2}-\dfrac{1}{1+\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3} \\ 2x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3} \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\left(x;y\right)=\left(1;\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}\right)$.

✓ Khi làm bài giải hệ phương trình trong đề thi tuyển sinh lớp 10 Bắc Giang cách 2 hay được học sinh dùng, nó nhanh và không cồng kềnh như cách 1.
Khi đề bài yêu cầu giải hệ phương trình mà hệ nhìn cồng kềnh nhưng lại có chứa những thành phần giống nhau thì ta nghĩ ngay đến việc đặt ẩn phụ cho các thành phần giống nhau đó để đưa về dạng cơ bản. Xét ví dụ sau

Ví dụ 2. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} \dfrac{8}{x-1}+\dfrac{10}{y+2}=-14 \\ \dfrac{3}{x-1}-\dfrac{5}{y+2}=21 \end{cases}$; b) $\begin{cases} \dfrac{10}{\sqrt{12x-3}}+\dfrac{5}{\sqrt{4y+1}}=1 \\ \dfrac{7}{\sqrt{12x-3}}+\dfrac{8}{\sqrt{4y+1}}=1 \end{cases}$

Lời giải

a) Điều kiện xác định $\begin{cases} x-1\neq 0 \\ y+2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ y\neq -2 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} \dfrac{1}{x-1}=u \\ \dfrac{1}{y+2}=v \end{cases}$, khi đó hệ đã cho trở thành $\begin{cases} 8u+10v=-14 \\ 3u-5v=21 \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} 8u+10v=-14 \\ 3u-5v=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8u+10v=-14 \\ 6u-10v=42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14u=28 \\ 6u-10v=42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ v=-3 \end{cases}$

Từ đó suy ra

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x-1}=2 \\ \dfrac{1}{y+2}=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ y=\dfrac{-7}{3} \end{cases} (TMDK)$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{7}{3}\right)$.

b) Điều kiện xác định $\begin{cases} 12x-3>0 \\ 4y+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{4} \\ y>-\dfrac{1}{4} \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{12x-3}}=u \\ \dfrac{1}{\sqrt{4y+1}}=v \end{cases}$, khi đó hệ đã cho trở thành $\begin{cases} 10u+5v=1 \\ 7u+8v=1 \end{cases}$ giải ra ta được $\begin{cases} u=\dfrac{1}{15} \\ v=\dfrac{1}{15} \end{cases}$

Từ đó suy ra $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{12x-3}}=\dfrac{1}{15} \\ \dfrac{1}{\sqrt{4y+1}}=\dfrac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{12x-3}=15 \\ \sqrt{4y+1}=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x-3=225 \\ 4y+1=225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=19 \\ y=56 \end{cases}$ (TMĐK)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=(19;56)$.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau

1) $\begin{cases} 3x+y=5 \\ x-2y=-3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 3x+4y=-1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-3y=-1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2(x-1)+y=3 \\ x-3y=-8 \end{cases}$

5) $\begin{cases}4x+y=5\\3x-2y=-12\end{cases}$ 6) $\begin{cases}4x+7y=18\\3x-y=1\end{cases}$ 7) $\begin{cases}3x+2y=6\\x-3y=2\end{cases}$ 8) $\begin{cases}x-y=4\\2x+3=0\end{cases}$

9) $\begin{cases}3(x-y)+2y=\dfrac{143}{4}\\9x+7y=\dfrac{439}{4}\end{cases}$ 10) $\begin{cases}9x-\dfrac{2}{5}y=\dfrac{1253}{50}\\\dfrac{7}{12}x+5y=\dfrac{203}{60}\end{cases}$ 11) $\begin{cases}\sqrt{2}x+3y=3\sqrt{3}-1\\x+\sqrt{2}y=\sqrt{6}\end{cases}$

12) $\begin{cases}3\sqrt{5}x-4y=15-\sqrt{7}\\8\sqrt{7}y-2\sqrt{5}=18\end{cases}$ 13) $\begin{cases}\sqrt{2}x+2\sqrt{3}y=5\\3\sqrt{2}x-\sqrt{3}y=\dfrac{9}{2}\end{cases}$ 14) $\begin{cases}x+\left(\sqrt{2}+1\right)y=1\\\left(\sqrt{2}-1\right)x-y=\sqrt{2}\end{cases}$

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau

1) $\begin{cases}x-y=-1\\\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=2\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x+y=\dfrac{4x-3}{5}\\x+3y=\dfrac{15-9y}{14}\end{cases}$ 3) $\begin{cases}|x-1|+y=0\\2x-y=0\end{cases}$

4) $\begin{cases}(x+2)(y-2)=xy\\(x+4)(y-3)=xy+6\end{cases}$ 6) $\begin{cases}(x-1)(y-2)-(x+1)(y-3)=4\\(x-3)(y+1)-(x-3)(y-5)=18\end{cases}$

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau

1) $\begin{cases}\dfrac{5}{x-1}+\dfrac{1}{y-1}=10\\\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{3}{y-1}=18\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\dfrac{4}{x+2y}-\dfrac{1}{x-2y}=1\\\dfrac{20}{x+2y}+\dfrac{3}{x-2y}=1\end{cases}$ 3) $\begin{cases}\dfrac{2}{x}+\dfrac{5}{x+y}=2\\\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x+y}=1,7\end{cases}$

4) $\begin{cases}\dfrac{3}{x+y-3}-\dfrac{2}{x-y-1}=8\\\dfrac{3}{x+y-3}+\dfrac{1}{x-y+1}=1,5\end{cases}$ 5) $\begin{cases}\dfrac{4}{\sqrt{x}}+\dfrac{3}{\sqrt{y}}=\dfrac{13}{36}\\\dfrac{6}{\sqrt{x}}+\dfrac{10}{\sqrt{y}}=1\end{cases}$ 6) $\begin{cases}\dfrac{7}{\sqrt{x-7}}-\dfrac{4}{\sqrt{y+6}}=\dfrac{5}{3}\\\dfrac{5}{\sqrt{x-7}}+\dfrac{3}{\sqrt{y+6}}=\dfrac{13}{6}\end{cases}$

Bài 4*. Giải các hệ phương trình sau

1) $\begin{cases}|x-1|+|y-2|=1\\|x-1|+3y=3\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x+y+xy+1=0\\x^2+y^2-x-y=22\end{cases}$

3) $\begin{cases}2x=y^2-4y+5\\2y=x^2-4x+5\end{cases}$ 4) $\begin{cases}2\sqrt{xy}+\sqrt{1-2y}\le\sqrt{2y}\\2005\sqrt{2xy-y}+2006y=1003\end{cases}$

II.2. DẠNG 2: HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

Định hướng phương pháp giải

Đây là một dạng toán Tỉnh Bắc Giang ít khi cho học sinh thi trong đề học kì cũng như đề tuyển sinh trong mấy năm gần đây, nhưng từ năm 2010 trở lại trước bài toán hệ chứa tham số đã xuất hiện trong các đề thi. Dù sao, thì cũng nên học cho biết và rèn luyện kĩ năng them. Ta chỉ xét một số bài toán đơn giản sau

Bài toán 1. Tìm *m* để hệ có nghiệm $(x;y)=(x_0;y_0)$ với $x_0;y_0$ là các số thực cho trước.

- Cách giải: Thay $x_0;y_0$ vào hệ để tìm *m*.

Bài toán 2. Tìm *m* để hệ phương trình thỏa mãn số nghiệm cho trước

- Cách giải: Vận dụng "Điều kiện về số nghiệm của hệ" đã nêu ở I.3

Bài toán 3. Tìm *m* để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn một hệ thức cho trước

- Cách giải: Thông thường ta đi giải hệ để tìm ra nghiệm $(x;y)$ rồi thay vào hệ thức để tìm ra *m*

Hoặc có thể coi hệ thức đề bài cho là một phương trình thứ 3 của hệ, kết hợp nó với 1 phương trình khác để tìm $(x;y)$ sau đó thay vào phương trình còn lại. Tùy bài mà ta chọn 1 trong 2 hướng để làm. Nhưng "khuyến cáo" nên sử dụng hướng 1, vì nó ứng dụng được cho mọi bài và "an toàn" hơn.

Bài toán 4. Tìm m để hệ có nghiệm sao cho các nghiệm phải thỏa mãn lớn hơn hay nhỏ hơn 1 số, nghiệm nguyên,…

- Cách giải: Trước tiên cũng đi tìm nghiệm $(x;y)$ rồi xây dựng điều kiện theo yêu cầu bài toán cụ thể (Nói rõ hơn ở ví dụ)

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m \\ 2x-my=0 \end{cases}$ (I)

1) Tìm *m* để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$;
2) Tìm *m* để hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất;
3) Tìm *m* để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho $x+y=1$;
4) Tìm *m* để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases} x\ge 0 \\ y<2 \end{cases}$.

Lời giải

1) Thay $(x;y)=(5;5)$ vào hệ (I) ta được

$$\begin{cases} \frac{9}{2}+\frac{3}{2}=m \\ 2.\frac{9}{2}-m.\frac{3}{2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ 9-\frac{3}{2}m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ m=6 \end{cases} \Leftrightarrow m=6$$

Vậy *m* = 6 là giá trị cần tìm.

2) Hệ (I) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \frac{1}{2}\ne\frac{1}{-m} \Leftrightarrow -m-2\ne 0 \Leftrightarrow m\ne -2$

Vậy $m\ne -2$ thì hệ (I) có nghiệm duy nhất.

3) Theo 2) điều kiện để hệ có nghiệm duy nhất là $m\ne -2$.

$\begin{cases} x+y=m \\ 2x-my=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y=2m \\ 2x-my=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)y=2m \\ 2x-my=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{2m}{m+2} \\ 2x-my=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{2m}{m+2} \\ 2x-\dfrac{2m^2}{m+2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{2m}{m+2} \\ x=\dfrac{m^2}{m+2} \end{cases}$

Yêu cầu bài toán

$x+y=1 \Leftrightarrow \dfrac{m^2}{m+2}+\dfrac{2m}{m+2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{m^2+2m}{m+2}=1 \Leftrightarrow m^2+m-2=0 \Leftrightarrow (m-1).(m+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1(N) \\ m=-2(L) \end{array}\right.$

Vậy $m = 1$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho $x+y=1$.

4) Ta có $\begin{cases} x\ge 0 \\ y<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m^2}{m+2}\ge 0 \\ \dfrac{2m}{m+2}<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2>0 \\ \dfrac{2m}{m+2}-2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-2 \\ \dfrac{-4}{m+2}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-2 \\ m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow m>-2$ (TMĐK)

Vậy $m>-2$ là các giá trị cần tìm.

Ví dụ 2. Tìm các giá trị nguyên của m để hệ phương trình $\begin{cases} mx+2y=m+1 \\ 2x+my=2m-1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với $x,y\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Điều kiện hệ có nghiệm duy nhất: $\dfrac{m}{2}\ne\dfrac{2}{m} \Leftrightarrow m^2-4\ne 0 \Leftrightarrow (m-2)(m-2)\ne 0 \Leftrightarrow m\ne\pm 2$;

Ta có $\begin{cases} mx+2y=m+1 \\ 2x+my=2m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2mx+4y=2m+2 \\ 2mx+m^2y=2m^2-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2mx+4y=2m+2 \\ (m^2-4)y=2m^2-3m-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2mx+4y=2m+2 \\ y=\dfrac{2m^2-3m-2}{m^2-4} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2mx+4.\dfrac{2m+1}{m+2}=2m+2 \\ y=\dfrac{2m+1}{m+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{m-1}{m+2} \\ y=\dfrac{2m+1}{m+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{(m+2)-3}{m+2}=1-\dfrac{3}{m+2} \\ y=\dfrac{2(m+2)-3}{m+2}=2-\dfrac{3}{m+2} \end{cases}$

Để $x,y\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow m+2\in$ Ư(3) mà Ư(3) = $\{\pm1;\pm3\}$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m+2=-3 \\ m+2=-1 \\ m+2=1 \\ m+2=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow m\in\{-5;-3;-1;1\}$ (TMĐK). Vậy $m\in\{-5;-3;-1;1\}$ là các giá trị cần tìm.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x\ +\ y\ =\ m+2 \\ 2x+\ 4y\ =9-m \end{cases}$ (I)

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m = 1$;
2. Tìm giá trị của m để hệ phương trình (I) có nghiệm là $(x; y) = (–8;7)$;
3. Tìm m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $x+y=-4$;
4. Tìm m đê hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho $\begin{cases} x>1 \\ y<2 \end{cases}$.

Bài 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3m+1 \\ 3x + 2y = 2m-3 \end{cases}$ (I)

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m = -1$;
2. Tìm m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x; y) = (13; -19)$;
3. Tìm m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho $S = x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?
4. Với giá trị nào của m thì hệ (I) có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} x < 1 \\ y < 6 \end{cases}$.

Bài 3. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$ (I)

1. Giải hệ (I) khi $m = 1$;
2. Xác định giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa: $x - y = 2$.
3. Cho $m > 0$. Tìm m để biểu thức $S = my - x + 2018$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu? *(Gợi ý: Áp dụng BĐT AM – GM cho 2 số dương)*

Bài 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - ay = 1 \\ ax + y = 2 \end{cases}$ (I)

1. Giải hệ phương trình (I) khi $a = 2$;
2. Chứng minh (I) luôn có nghiệm. Xác định a để hệ có nghiệm dương.

Bài 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3m - 2 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ (I)

Tìm giá trị của m để hệ có nghiệm $(x; y)$ sao cho $\dfrac{x^2 - y - 5}{y+1} = 4$.

Bài 6. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2y - x = m+1 \\ 2x - y = m-2 \end{cases}$ (I).

Tìm giá trị của m để hệ phương trình (1) có nghiệm $(x ; y)$ sao cho biểu thức $P = x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 7. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m-3)x + y = 2 \\ mx + 2y = 8 \end{cases}$

Tìm các giá trị nguyên dương của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y)$ duy nhất sao cho $x, y \in \mathbb{Z}$.

Bài 8. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x - 2y = m-1 \\ m^2x - y = m^2 + 2m \end{cases}$ (I)

Tìm các giá trị nguyên của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên.

III. THỬ SỨC TRƯỚC BÀI KIỂM TRA KIẾN THỨC CHỦ ĐỀ

ÔN THI VÀO LỚP 10

ĐỀ THI THỬ CHÍNH THỨC

(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC LẦN 2 HƯỚNG ĐẾN KỲ THI TSL10
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (3,0 *điểm*)**.** Giải các hệ phương trình sau

1) $\begin{cases}2x+y=1\\3x-2y=12\end{cases}$ **2)** $\begin{cases}2x+3y=13\\x-2y=-4\end{cases}$;

3) $\begin{cases}3x-y=5\\5x+2y=23\end{cases}$; **4)** $\begin{cases}x\sqrt{2}-y\sqrt{3}=1\\x+y\sqrt{3}=\sqrt{2}\end{cases}$.

Câu 2 (3,0 *điểm*)**.** Giải các hệ phương trình sau

1) $\begin{cases}(x-3)(2y+5)=(2x+7)(y-1)\\(4x+1)(3y-6)=(6x-1)(2y+3)\end{cases}$; **2)** $\begin{cases}\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{1}{y-3}=5\\\dfrac{3}{x+1}-\dfrac{2}{y-3}=4\end{cases}$;

3) $\begin{cases}\dfrac{3}{\sqrt{2x-1}}+\dfrac{5}{\sqrt{3x+3}}=\dfrac{8}{3}\\\dfrac{6}{\sqrt{2x-1}}-\dfrac{3}{\sqrt{3x+3}}=1\end{cases}$ **4)** $\begin{cases}x+3|y|=1\\x+y=-3\end{cases}$.

Câu 3 (1 *điểm*)**.** Cho hệ phương trình $\begin{cases}mx-ny=5\\2x+y=m\end{cases}$

Tìm các giá trị m và n biết hệ phương trình trên có nghiệm $(x;y)=(-4;9)$.

Câu 4 (2,5 *điểm*)**.** Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+my=m+1\\mx+y=3m-1\end{cases}$ (I)

1) Tìm *m* để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho $\begin{cases}x>3\\y<1\end{cases}$;

2) Tìm các giá trị nguyên âm của *m* để hệ phương trình (I) có nghiệm nguyên duy nhất;

3) Tìm *m* để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho biểu thức $S=xy+2017^{2018}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (0,5 *điểm*)**.** Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+2y^2-3xy-2x+4y=0\\(x^2-5)^2=2x-2y+5\end{cases}$

(Ghi chú: Câu 5 trong đề kiểm tra trích từ đề thi tuyển sinh lớp 10 tỉnh Hưng Yên năm học 2014 – 2015)

------------------------ HẾT ------------------------

CHỦ ĐỀ 3
PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN
ĐỊNH LÍ VI-ÉT ĐỐI VỚI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phương trình bậc hai bậc nhất một ẩn có dạng $ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0;a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ (1).

2. Công thức nghiệm của phương trình bậc hai

$$\Delta=b^2-4ac$$

- $\Delta>0$: Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt
$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a};x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$
- $\Delta=0$: Phương trình (1) có nghiệm kép
$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$$
- $\Delta<0$: Phương trình (1) vô nghiệm

$$\Delta'=b'^2-ac\quad\left(b=2b'\Leftrightarrow b'=\frac{b}{2}\right)$$

- $\Delta'>0$: Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt
$$x_1=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a};x_2=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$$
- $\Delta'=0$: Phương trình (1) có nghiệm kép
$$x_1=x_2=-\frac{b'}{a}$$
- $\Delta'<0$: Phương trình (1) vô nghiệm
- **Lưu ý:** chỉ sử dụng công thức nghiệm Δ' khi hệ số *b* là một số nguyên chẵn

Chú ý: Khi nhìn vào một phương trình bậc hai nếu thấy hệ số *a* và *c* trái dấu nhau, hay $ac<0$ thì chắc chắn phương trình đó có 2 nghiệm phân biệt

(Bởi vì $\begin{cases}\Delta=b^2-4ac\\ ac<0\end{cases}\Rightarrow -4ac>0\Rightarrow\Delta=b^2-4ac>0$; lí giải tương tự đối với biệt thức $\Delta'=b'^2-ac$).

3. Định lí Vi-ét

a) Định lí: Nếu x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) thì $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}\\ x_1.x_2=\dfrac{c}{a}\end{cases}$.

b) Hệ quả: Nếu $\begin{cases}u+v=S\\ u.v=P\end{cases}\Rightarrow$ *u*, *v* là 2 nghiệm của phương trình:

$$X^2-SX+P=0\ (\text{với } S^2-4P\geq 0).$$

4. Tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai (Ứng dụng của định lí Vi-ét)

- Nếu phương trình (1) có $a+b+c=0$ thì (1) có 2 nghiệm $x_1=1;x_2=\dfrac{c}{a}$;
- Nếu phương trình (1) có $a-b+c=0$ thì (1) có 2 nghiệm $x_1=-1;x_2=-\dfrac{c}{a}$.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

II.1 .DẠNG 1: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC HAI CƠ BẢN

Định hướng phương pháp giải toán

1) Giải phương trình bậc hai có dạng cơ bản $ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0;a,b,c\in\mathbb{R}\right)$

- Xác định các hệ số a,b,c của phương trình cần giải;
- Tính Δ (hoặc Δ');
- Áp dụng công thức nghiệm hoặc công thức nghiệm thu gọn đã nêu ở I.2

➢ **Chú ý:** Đôi khi ta có thể dung cách nhẩm nghiệm cho nhanh nếu $a+b+c=0$ hoặc $a-b+c=0$.

2) Các dạng phương trình quy về bậc hai

➢ **Dạng 1.** *Phương trình bậc bốn trùng phương* $ax^4+bx^2+c=0\ \left(a\neq 0\right)$

Phương pháp: Đặt $t=x^2\left(t\geq 0\right)$ đưa về phương trình bậc hai $at^2+bt+c=0$

➢ **Dạng 2.** *Phương trình chứa ẩn ở mẫu thức*

Phương pháp:

- Bước 1: Tìm ĐKXĐ của phương trình;
- Bước 2: Quy đồng mẫu thức hai vế rồi khử mẫu;
- Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được;
- Bước 4: Đối chiếu điều kiệnđể loại các nghiệm không TMĐKXĐ rồi kết luận.

➢ **Dạng 3.** *Phương trình tích*

Phương pháp: $A\left(x\right).B\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}A\left(x\right)=0\\B\left(x\right)=0\end{array}\right.$

➢ **Dạng 4.** *Phương trình vô tỉ* (các dạng và cách giải cụ thể đã nói ở chủ đề 1)

➢ **Dạng 5.** *Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối*

Phương pháp: Có thể áp dụng 1 trong các cách sau

- Đặt ẩn phụ;
- Bỏ dấu trị tuyệt đối theo định nghĩa $\left|A\right|=\begin{cases}A & \text{khi } A\geq 0\\-A & \text{khi } A<0\end{cases}$
- *Chú ý*: Tổng quát $\left|f\left(x\right)\right|=g\left(x\right)\Leftrightarrow\begin{cases}g\left(x\right)\geq 0\\f\left(x\right)=\pm g\left(x\right)\end{cases}$; $\left|f\left(x\right)\right|=\left|g\left(x\right)\right|\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}f\left(x\right)=g\left(x\right)\\f\left(x\right)=-g\left(x\right)\end{array}\right.$

➢ **Dạng 6.** Phương trình vô tỉ (Đã trình bày ở Chủ đề 1)

Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Giải các phương trình sau

1) $x^2 - 3x + 1 = 0$; **2)** $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

Lời giải

1) Ta có: $\Delta = (-3)^2 - 4.1 = 9 - 4 = 5 > 0$.

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$.

b) Phương trình có a + b + c = 2 + (−3) + 1 = 0

Do đó phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = c/a = 1/2$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = 1/2$.

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau

1) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ (1); **2)** $\left(2x^2 - x\right)^4 + 3\left(2x^2 - x\right)^2 - 4 = 0$ (2).

Lời giải

1) Đặt $x^2 = t\left(t \ge 0\right)$ phương trình (1) trở thành $t^2 + 3t - 4 = 0\,(*)$

Nhận thấy phương trình (*) có $a + b + c = 1 + 3 + \left(-4\right) = 0$ nên phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $t_1 = 1$ (Thỏa mãn điều kiện $t \ge 0$); $t_2 = -4$ (Loại do không thỏa mãn điều kiện $t \ge 0$).

Từ đó suy ra $x^2 = t \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy phương trình (1) đã cho có 2 nghiệm phân biệt là $x_{1,2} = \pm 1$.

(Lời giải hơi lắm chữ nhỉ? Nhưng tôi muốn nói chi tiết cho các bạn hiểu ,phần 2 sẽ gắn gọn hơn, cùng theo dõi ngay sau đây)

2) Đặt $\left(2x^2 - x\right)^2 = t\left(t \ge 0\right)$ phương trình (2) đã cho trở thành $t^2 + 5t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = 1 & \text{(N)} \\ t = -6 & \text{(L)} \end{array}\right.$

Với $t = 1$, ta có $\left(2x^2 - x\right)^2 = t \Leftrightarrow \left(2x^2 - x\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2 - x = 1 \\ 2x^2 - x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2 - x - 1 = 0\,(*) \\ 2x^2 - x + 1 = 0\,(**) \end{array}\right.$

(*) $\Leftrightarrow x_1 = 1; x_2 = -\dfrac{1}{2}$ (do $a + b + c = 2 + (-1) + (-1) = 0$);

(**) vô nghiệm do $\Delta = \left(-1\right)^2 - 4.2.1 = -7 < 0$.

Vậy phương trình (2) đã cho c 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x_1 = 1; x_2 = -\dfrac{1}{2}$.

✓ **Để nhớ rõ cách làm, các bạn cùng điểm qua 3 phương trình sau đây:**

1) $x^2 - \left(\sqrt{3} + 1\right)x + \sqrt{3} = 1$;

2) $10x^4 + 9x - 1 = 0$;

3) $\left(3x^2 - 2x\right)^4 - 7\left(3x^2 - 2x\right)^2 + 6 = 0$.

Ví dụ 3. Giải các phương trình sau

1) $\frac{10}{x}+\frac{30}{x+5}+\frac{1}{2}=\frac{40}{x}$;

2) $\frac{x+2}{x-1}=\frac{4x^2-11x-2}{(1-x)(x+2)}$.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x\neq 0, x\neq 5$

$$\frac{10}{x}+\frac{30}{x+5}+\frac{1}{2}=\frac{40}{x}\Leftrightarrow\frac{20(x+5)}{2x(x+5)}+\frac{60x}{2x(x+5)}+\frac{x(x+5)}{2x(x+5)}=\frac{80(x+5)}{2x(x+5)}$$

$\Rightarrow 20(x+5)+60x+x(x+5)=80(x+5)\Leftrightarrow x^2+5x-300=0$ (*)

Phương trình (*) có $\Delta=5^2-4.(-300)=1225>0\Rightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$x_1=\frac{-5+\sqrt{1225}}{2}=15\,(\text{TMĐK});\; x_1=\frac{-5-\sqrt{1225}}{2}=-20\,(\text{TMĐK})$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là $x_1=15, x_2=-20$.

2) ĐKXĐ: $x\neq -2, x\neq 1$

$$\frac{x+2}{x-1}=\frac{4x^2-11x-2}{(1-x)(x+2)}\Leftrightarrow\frac{(x+2)^2}{(x-1)(x+2)}=-\frac{4x^2-11x-2}{(x-1)(x+2)}\Rightarrow(x+2)^2=-(4x^2-11x-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+4=-4x^2+11x+2\Leftrightarrow 5x^2-7x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\,(\text{KTMDK})\\ x=\frac{2}{5}\,(\text{TMDK})\end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm duy nhất $x=\frac{2}{5}$.

Ví dụ 4. Giải phương trình $\left|x^2+5x-2\right|=x+3$.

Lời giải. Không có gì phức tạp, áp dụng công thức đã nêu ở Định hướng PPG là làm được.

$$\left|x^2+5x-2\right|=x+3\Leftrightarrow\begin{cases}x+3\geq 0\\ \left[\begin{array}{l}x^2+5x-2=x+3\\ x^2+5x-2=-(x+3)\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -3\\ \left[\begin{array}{l}x^2+4x-5=0\\ x^2+6x+1=0\end{array}\right.\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -3\\ \left[\begin{array}{l}x=1\vee x=-5\\ x=-3+2\sqrt{2}\vee x=-3-2\sqrt{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=1\vee x=-3+2\sqrt{2}.$$

(*Chú ý: Kí hiệu $\vee$ có nghĩa là "hoặc"*)

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1=1, x_2=-3+2\sqrt{2}$.

Ngoài ra, các bạn có thể xét hai trường hợp là biểu thức trong dấu trị tuyệt đối không âm hoặc âm sau đó giải từng trường hợp, hiển nhiên nếu làm cách này bạn phải tìm ra được điều kiện của x để biểu thức trong trị tuyệt đối dương hoặc âm mà điều đó lại khá khó đối với 1 số bạn học sinh,… do đó khuyên các bạn nên dùng cách tôi vừa làm.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Giải các phương trình bậc hai sau:

1) $x^2 - 6x + 14 = 0$; 2) $4x^2 - 8x + 3 = 0$;
3) $3x^2 + 5x + 2 = 0$; 4) $-30x^2 + 30x - 7,5 = 0$;
5) $x^2 - 4x + 2 = 0$; 6) $x^2 - 2x - 2 = 0$;
7) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 4 = 3(x + \sqrt{2})$; 8) $2\sqrt{3}x^2 + x + 1 = \sqrt{3}(x + 1)$;
9) $x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 2\sqrt{3} = 0$.

Bài 2. Giải các phương trình bậc hai:

1) $3x^2 - 11x + 8 = 0$; 2) $5x^2 - 17x + 12 = 0$;
3) $x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$; 4) $(1 - \sqrt{2})x^2 - 2(1 + \sqrt{2})x + 1 + 3\sqrt{2} = 0$;
5) $3x^2 - 19x - 22 = 0$; 6) $5x^2 + 24x + 19 = 0$;
7) $(\sqrt{3} + 1)x^2 + 2\sqrt{3}x + \sqrt{3} - 1 = 0$; 8) $x^2 - 11x + 30 = 0$;
9) $x^2 - 12x + 27 = 0$. 10) $x^2 - 10x + 21 = 0$.

Bài 3. Giải các phương trình bậc bốn trùng phương sau:

1) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ 2) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 3) $2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$
4) $2x^4 + 3x^2 - 5 = 0$ 5) $9x^4 - 4x^2 - 6 = 0$ 6) $3x^4 + 5x^2 - 8 = 0$

Bài 4. Giải các phương trình:

1) $\dfrac{x}{x-1} + \dfrac{-2}{x+1} = \dfrac{4}{x^2-1}$ 2) $\dfrac{x^2 - 3x + 5}{(x+2)(x-3)} = \dfrac{1}{x-3}$ 3) $(x^2 - 2x)^2 + 3(x^2 - 2x) + 2 = 0$

4) $x^2 - |x - 1| = 2x + 1$ 5) $|3x^2 + 2x - 1| = x + 3$ 6) $x - \sqrt{2x + 3} = 0$

7) $\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} = \dfrac{1}{2}$ 8) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$ 9) $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{x-1}$

Bài 5. Giải phương trình:

a) $\sqrt{x^2 - 16x + 64} + \sqrt{x^2} = 10$ b) $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 28$

II.2. DẠNG 2: ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LÍ VI-ÉT ĐỐI VỚI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

1) Định lí Vi-ét cho phương trình bậc hai có 2 nghiệm x_1, x_2: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$;

Đương nhiên muốn áp dụng được định lí Vi-ét thì ta phải tìm điều kiện để PT bậc hai đã cho có nghiệm.

2) Một số hệ thức đối xứng giữa các nghiệm quen mắt.

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$; $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$; $\dfrac{1}{x_1^2} + \dfrac{1}{x_2^2} = \dfrac{x_1^2 + x_2^2}{(x_1x_2)^2} = \dfrac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$;

$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$; $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$ $x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)^3 + 3x_1x_2(x_1 - x_2)$

$A = |x_1| \pm |x_2| \Leftrightarrow A^2 = x_1^2 + x_2^2 \pm 2|x_1x_2| \Leftrightarrow A^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \pm 2|x_1x_2|$

➢ **Một số hệ thức mới:** 01) $\begin{cases} |x_1 - x_2| = \left|\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right| = \left|\dfrac{2\sqrt{\Delta}}{2a}\right| = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \\ |x_1 - x_2| = \left|\dfrac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} - \dfrac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}\right| = \left|\dfrac{2\sqrt{\Delta'}}{a}\right| = \dfrac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|} \end{cases}$

$$02)P=\left|\sqrt{x_1}\pm\sqrt{x_2}\right|\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\ge 0\\ x_1+x_2\ge 0\\ x_1x_2\ge 0\\ P^2=x_1+x_2\pm 2\sqrt{x_1x_2}\end{cases};Q=\left\|\sqrt{x_1}\right|\pm\left|\sqrt{x_2}\right\|\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\ge 0\\ x_1+x_2\ge 0\\ x_1x_2\ge 0\\ P^2=x_1+x_2\pm 2\sqrt{x_1x_2}\end{cases}$$

$$03)P=\frac{1}{\sqrt{x_1}}\pm\frac{1}{\sqrt{x_2}}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\ge 0\\ x_1+x_2>0\\ x_1x_2>0\\ P=\frac{1}{\sqrt{x_1}}\pm\frac{1}{\sqrt{x_2}}=\frac{\sqrt{x_1}\pm\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1x_2}}\Leftrightarrow P^2=\frac{x_1+x_2\pm 2\sqrt{x_1x_2}}{x_1x_2}\end{cases}$$

$$04)P=\left|\frac{1}{\sqrt{x_1}}\right|\pm\left|\frac{1}{\sqrt{x_2}}\right|=\frac{1}{\sqrt{x_1}}\pm\frac{1}{\sqrt{x_2}}$$

Ngoài ra còn 1 số hệ thức đề cho nhìn vào không thấy tính đối xứng, lúc đó ta phải đi thêm bớt, biến đổi nhiều cách, cùng xét ở ví dụ sau.

Sau đây là kinh nghiệm giải 1 số dạng toán

*** Dạng 1:** ***Chứng minh phương trình bậc hai luôn có 2nghiệm phân biệt với mọi m***

Phương pháp:

- Lập biệt thức Δ' (hoặc Δ).
- Biến đổi Δ' đưa về dạng : $\Delta' = (A \pm B)^2 + c > 0, \forall m$ (với $c > 0$)
- Kết luận: phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

*** Dạng 2:** ***Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m***

Phương pháp:

- Lập biệt thức Δ' (hoặc Δ).
- Biến đổi Δ' đưa về dạng: $\Delta' = (A \pm B)^2 \ge 0, \forall m$.
- Kết luận: Vậy phương trình đã cho luôn nghiệm với mọi tham số m.

*** Dạng 3:** ***Tìm m để PT có 2 nghiệm (phân biệt) thỏa mãn một hệ thức K nào đó.***

Phương pháp:

- Tính Δ' (hoặc Δ), từ đó tìm ra m để PT có nghiệm (có 2 nghiệm phân biệt)
- Viết hệ thức giữa tổng và tích của 2 nghiệm theo hệ thức Vi-ét (1)
- Biến đổi hệ thức K sao cho chỉ chứa $(x_1 + x_2)$ v à $(x_1.x_2)$ (1’)
- Thay (1) vào (1’) để tìm ra m , đối chiếu với ĐK của m ở bước 1 → KL.

*** Dạng 4:** ***Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 không phụ thuộc vào m.***

Phương pháp:

- Tìm ĐK để PT đã cho có nghiệm ($\Delta' \ge 0 ; \Delta \ge 0$ hoặc a.c < 0).
- Lập hệ thức Vi-ét cho PT: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và $P = x_1.x_2 = \frac{c}{a}$
- Khử tham số (bằng phương pháp cộng đại số) tìm hệ thức liên hệ giữa
  S và P $\rightarrow$ Đó là hệ thức độc lập với tham số m.

*** Dạng 5:** ***GTLN, GTNN của hệ thức chứa hai nghiệm***

- Tìm GTNN:

- Tìm ĐK của m để PT có nghiệm, viết hệ thức Viét cho PT
- Đưa biểu thức P cần tìm về dạng: $P = (A \pm B)^2 + c \ge$ **c**.

- GTNN P: P_{min} = **c** khi A $\pm$ B = 0 $\rightarrow$ giải PT $\rightarrow$ tìm ra m, KL

- Tìm GTLN:

- Tìm ĐK của m để PT có nghiệm, viết hệ thức Vi-ét cho PT
- Đưa biểu thức Q cần tìm về dạng: $Q = c - (A \pm B)^2 \leq$ **c**
- GTLN Q: Q_{max} = **c** khi A $\pm$ B = 0 $\rightarrow$ Giải PT $\rightarrow$ Tìm ra m $\rightarrow$ Kết luận.

Dạng 6:** ***Xét dấu các nghiệm: Phương trình có hai nghiệm:

Trái dấu	Cùng dấu	Cùng dấu dương	Cùng dấu âm
$P < 0$	$\Delta \geq 0, P > 0$	$\Delta \geq 0, P > 0, S > 0$	$\Delta \geq 0, P > 0, S < 0$

*** Dạng 7:** ***Giải và biện luận phương trình bậc hai theo tham số m .***

TH1: Xét a = 0: PT đã cho là phương trình bậc nhất có nghiệm duy nhất x= - b/a

TH2: Xét a khác 0 : Tính Δ hoặc Δ'. Xét từng trường hợp $\Delta < 0$; $\Delta = 0$; $\Delta > 0$ để tìm ra m trong từng trường hợp, rồi tìm ra nghiệm tương ứng.

*** Dạng 8:** ***Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng – Lập phương trình bâc hai khi biết hai nghiệm của nó.***

Phương pháp: dùng định lí Vi-ét đảo.

Ví dụ mẫu. *Trong các ví dụ và bài tập ở dưới đây ta hiểu x là ẩn và m là tham số thực.*

Ví dụ 1. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0$ (1)

1) Giải phương trình (1) với $m = -3$

2) Tìm *m* để phương trình (1) có 2 nghiệm thoả mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

3) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của *m*.

Giải:

1) Với m = – 3, phương trình (1) trở thành: $x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(x+8) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -8 \end{array}\right.$

Vậy khi m = – 3 phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1 = 0$; $x_2 = -8$.

2) Phương trình (1) có 2 nghiệm khi: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 + (m+3) \geq 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + m + 3 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - m + 4 > 0 \Leftrightarrow (m - \frac{1}{2})^2 + \frac{15}{4} > 0\ \forall m$.

Chứng tỏ phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt $\forall$ m.

Theo hệ thức Vi ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = -m - 3 & (2) \end{cases}$

Ta có $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10 \Leftrightarrow 4(m-1)^2 + 2(m+3) = 10$

$\Leftrightarrow 4m^2 - 6m + 10 = 10 \Leftrightarrow 2m(2m - 3) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = 3/2$.

Vậy $m_1 = 0$, $m_2 = 3/2$ thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

3) Từ (2) ta có $m = -x_1x_2 - 3$ thế vào (1) ta có: $x_1 + x_2 = 2(-x_1x_2 - 3 - 1) = -2x_1x_2 - 8$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2x_1x_2 + 8 = 0$ là hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc m.

Ví dụ 2. a) Lập phương trình bậc hai nhận a = $\sqrt{3}$ +1 và b = 3 – $\sqrt{3}$ là nghiệm.

b) Tìm 2 số u, v biết u + v = 11 và u.v = 28.

Giải:

a) Ta có : S=a + b = $(\sqrt{3}+1) + (3 - \sqrt{3}) = 4$; P=a.b = $(\sqrt{3}+1).(3-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$.

Theo định lí Vi-et đảo thì a, b là 2 nghiệm của phương trình: $x^2 - Sx + P = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 2\sqrt{3} = 0$. Đây là phương trình cần lập.

b) Từ giả thiết $\Rightarrow$ u, v là hai nghiệm của phương trình: $\Leftrightarrow x^2 - 11x + 28 = 0$(*)

Giải (*) ta được: $x_1 = 7$; $x_2 = 4$.

Vậy (u; v) $\in$ {(7 ; 4); (4 ; 7)}.

Ví dụ 3. Tìm m để phương trình $x^2 + 2(m + 1)x + m^2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm bằng – 2.

Giải:

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 > 0$

$\Leftrightarrow 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-1}{2}$ (*)

Phương trình có nghiệm x = - 2 $\Leftrightarrow$ $4 - 4(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 4 \end{array}\right.$ (TMĐK (*)). Vậy m = 0 hoặc m = 4 là các giá trị cần tìm.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho phương trình $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (x là ẩn; m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

Bài 2. Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (1)

1) Giải phương trình (1) khi m = 2.

2) Tìm giá trị của m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 5(x_1 + x_2)$.

Bài 3. Cho phương trình $x^2 - (m + 5)x - m + 6 = 0$ (1)

a) Giải phương trình với m = 1

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có một nghiệm x = - 2

c) Tìm các giá trị của m để (1) có nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = 24$

Bài 4. Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x + m - 1 = 0$ với m là tham số.

1) Giải phương trình khi $m = 2$.

2) Tìm m để PT có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1$.

Bài 5*. Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ với m là tham số.

1) Giải phương trình khi $m = 3$.

2) Tìm giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn điều kiện: $x_1^2 - 2x_2 + x_1x_2 = -12$.

Bài 6. Cho phương trình $x^2 + (3-m)x + 2(m-5) = 0$ với m là tham số.

1) Chứng minh rằng với mọi m phương trình luôn có nghiệm $x = 2$.

2) Tìm giá trị của m để phương trình trên có nghiệm $x = 5 - 2\sqrt{2}$.

Bài 7. Cho phương trình ẩn x, tham số m: $x^2 – x + m = 0$ (1)

1) Tìm m để PT (1) có 2 nghiệm phân biệt cùng lớn hơn 0.

2) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $(x_1x_2 – 1)^2 = 9(x_1 + x_2)$.

Bài 8*. Cho phương trình $2x^2 - (m+3)x + m = 0$ (1) với m là tham số.

1) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu; 2 nghiệm cùng dấu.

2) Chứng tỏ phương trình (1) có nghiệm với mọi giá trị của m. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất (GTNN) của biểu thức sau:

$$A = |x_1 - x_2|.$$

Bài 9. Cho phương trình $x^2 + (2m + 1)x + m^2 + 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi m = 1

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm; có hai nghiệm đối nhau.

Bài 10. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 1 = 0$ (1) m là tham số

a) Tìm tất cả các giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm lớn hơn 1.

b) Gọi x_1, x_2 là nghiệm (1) tìm hệ thức liên hệ x_1; x_2 không phụ thuộc m.

Bài 11. Cho phương trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

Bài 12. Cho phương trình $x^2 + (m^2 + 1)x + m - 2 = 0$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng với mọi m phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt

b) Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của PT tìm tất cả các giá trị của m sao cho:

$$\frac{2x_1 - 1}{x_2} + \frac{2x_2 - 1}{x_1} = x_1x_2 + \frac{55}{x_1x_2}.$$

Bài 13. Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 = 0$ (1).

Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của (1). Chứng minh $(x_1 - x_2)^2 + 4(x_1 + x_2) + 4 = 0$.

Bài 14. Cho phương trình: $x^2 - (m - 1)x + 2m - 7 = 0$ (1).

1. Giải phương trình (1) khi $m = -1$.
2. CMR: Với mọi m, phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.
3. Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu.
4. Thiết lập mối quan hệ giữa 2 nghiệm x_1, x_2 không phụ thuộc và m.

Bài 15. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$ (1).

1. Giải phương trình (1) khi $m = -2$.
2. Chứng minh rằng: $\forall m$, phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt
3. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Chứng minh biểu thức:

$A = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$ không phụ thuộc vào m.

Bài 16. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$

a) Chứng tỏ rằng phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ với mọi m.

b) Đặt A= $2(x_1^2 + x_2^2) - 5x_1x_2$. Tìm m sao cho A= 27.

c) Tìm m sao cho phương trình có nghiệm này bằng hai lần nghiệm kia.

Bài 17. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$ (với m là tham số)

a) Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1; x_2$; hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa $x_1; x_2$ mà không phụ thuộc vào m

b) Tìm giá trị của m để $10x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 18. Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$ với m là tham số

a) CMR phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m \neq 1$

b) Xác định giá trị của m dể phương trình có tích hai nghiệm bằng 5, từ đó hãy tính tổng hai nghiêm của phương trình

c) Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m

d) Tìm m để phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn hệ thức: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{5}{2} = 0$

Bài 19. Cho phương trình: $(m - 1)x^2 - 4mx + 4m + 1 = 0$ (1).

a) Giải phương trình (1) khi m = 2 .

b) Tìm m để (1) có 2 nghiệm phân biệt. Khi đó tìm hệ thức hệ thức liên hệ giữa 2 nghiệm độc lập với tham số m.

c) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1.x_2 = 17$.

d) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt; 2 nghiệm âm phân biệt.

e) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm trái dấu.

f) Tìm m khi phương trình có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2\sqrt{7}$.

Bài 20. Cho phương trình: $mx^2 - (4m - 2)x + 3m - 2 = 0$ với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi m = 2;
b) Tìm giá trị nguyên của m để phương trình có các nghiệm là nghiệm nguyên.

Bài 21. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 2)x + 6m + 1 = 0$ với m là tham số.
a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m;
b) Tìm điều kiện của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 2.

Bài 22.
1) Cho phương trình $x^2 - 5mx - 4m = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Chứng minh $x_1^2 + 5mx_2 - 4m > 0$.
2) Chứng minh rằng phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ luôn có nghiệm với mọi m.
Tìm m để phương trình trên có một nghiệm lớn hơn 2012.
3) Tìm m để phương trình $x^2 - 2(1 - m)x - 3 - m = 0$ có hai nghiệm đối nhau.

Bài 23. Cho phương trình: $x^2 + (m + 1)x + m = 0$ (1)
a) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m. Tìm các nghiệm đó?
b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của (1). Tìm GTNN của $M = x_1^2 + x_2^2$.
c) Tìm m để tổng lập phương các nghiệm bằng 9; bình phương của hiệu hai nghiệm bằng 4.
d) Chứng minh tồn tại hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m.
e) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu; hai nghiệm cùng dấu; hai nghiệm đối nhau; hai nghiệm cùng dương; hai nghiệm cùng âm.
f) Tìm m để (1) có hai nghiệm cùng lớn hơn 1; hai nghiệm cùng nhỏ hơn 2.
g) Tìm m để phương trình (1) thỏa mãn hệ thức $N = |x_1 - x_2|$
h) Tìm m để trị tuyệt đối của thương hai nghiệm x_1, x_1 có giá trị bằng 4.

Bài 24. Cho phương trình: $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$ (2)
a) Tìm m để phương trình (2) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = 17$.
b) Tìm m để biểu thức $A = (x_1 - x_2)$ đạt GTNN.
c) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m.

Bài 25. Cho phương trình: $x^2 + mx + 25 = 0$. *CMR* trị tuyệt đối của tổng hai nghiệm lớn hơn 10.

Bài 26. Cho phương trình: $x^2 + mx + m - 1 = 0$. Tìm m để PT có hai nghiệm lớn hơn m.

Bài 27. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - m - 6 = 0$ (với m là tham số).Tìm các giá trị của m để PT có nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn: $B = x_1 + x_2 - 2x_1x_2 - x_1^2 - 4x_2^2$ đạt giá trị lớn nhất?

28. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình: $3x^2 + 5x - 6 = 0$. Không giải PT hãy lậpphương trình bậc hai ẩn y có các nghiệm: $y_1 = x_1 + \frac{1}{x_2}$; $y_2 = x_2 + \frac{1}{x_1}$

29. Cho phương trình: $x^2 + (2m - 1)x - m = 0$

a. Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m
b. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất

30. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $2x^2 + 2(m + 1)x + m^2 + 4m + 3 = 0$
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = |x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2|$

31. Cho phương trình: $x^2 - mx + m - 1 = 0$

a. Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m
b. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$

32. Cho phương trình: $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m = 0$

a. Biết rằng phương trình có một nghiệm $x_1 = 2$,tìm m rồi tìm nghiệm còn lại
b. Tìm các giá trị của m để các nghiệm của PT TMĐK: $-2 < x_1 < x_2 < 4$

33. Biết số đo độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông là nghiệm của phương trình bậc hai: $(m - 2)x^2 - 2(m - 1)x + m = 0$. Tìm m để số đo chiều cao ứng với cạnh huyền là $\frac{2}{\sqrt{5}}$

34.Tìm giá trị của m để hai phương trình sau có ít nhất một nghiệm chung:
$x^2 + (m - 2)x + 3 = 0$ và $2x^2 + mx + m + 2 = 0$.

35. Tìm m để phương trình $x^2 + mx + 2m - 4 = 0$ có ít nhất một nghiệm không âm.

36. Tìm m để PT: $3x^2 - 4x + 2(m - 1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn 2.

37. Tìm m để phương trình $(m - 1)x^2 - (m - 5)x + (m - 1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

38. Với giá trị nào của m thì hai nghiệm của PT $x^2 + x + m = 0$ đều lớn hơn m?

39. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$.

1. Xác định m để phương trình có 2 nghiệm không âm.
2. Khi đó hãy tính giá trị của biểu thức: $E = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ theo m.

40. Cho phương trình: $x^2 + ax + 1 = 0$. Xác định a để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 > 7$.

ÔN THI VÀO LỚP 10

ĐỀ THI THỬ CHÍNH THỨC

(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC LẦN 3 HƯỚNG ĐẾN KỲ THI TSL10
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+5=0$ (1), với x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) khi $m=2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn đẳng thức sau:

$$2x_1x_2-5(x_1+x_2)+8=0.$$

Tìm các giá trị m để phương trình $x^2+2(m+1)x+m^2+2m-1=0$ (m là tham số) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức $\dfrac{1}{x_1-1}+\dfrac{1}{x_2-1}=2$.

Cho phương trình $x^2-2\left(m+1\right)x+2m-3=0$ (với x là ẩn) (1)

c.1) Giải phương trình (1) với $m=0$.

c.2) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ sao cho biểu thức $\left|\dfrac{x_1+x_2}{x_1-x_2}\right|$ đạt giá trị lớn nhất.

Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-4=0$ (với x là ẩn) (1)

c.1) Giải phương trình với $m=0$.

c.2) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ sao cho biểu thức $|x_1+x_2|-|x_1.x_2|$ đạt giá trị lớn nhất.

Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-1=0$ (1), với m là tham số.

1) Giải phương trình (1) khi $m=2$.

2) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), lập phương trình bậc hai nhận $x_1^3-2mx_1^2+m^2x_1-2$ và $x_2^3-2mx_2^2+m^2x_2-2$ là nghiệm.

Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-4=0$ (1), với m là tham số.

1) Giải phương trình (1) khi $m=3$.

2) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), lập phương trình bậc hai nhận $x_1^3-2mx_1^2+m^2x_1-8$ và $x_2^3-2mx_2^2+m^2x_2-8$ là nghiệm.

CHỦ ĐỀ 4
HÀM SỐ $y = ax + b$. HÀM SỐ $y = ax^2$

Nhắc lại định nghĩa hàm số: Nếu đại lượng *y* phụ thuộc vào đại lượng thay đổ *x*, sao cho với mỗi giá trị của *x* ta luôn xác định được một giá trị của *y* thì *y* được gọi là hàm số của *x* và *x* được gọi là biến số. Kí hiệu *y* = f(*x*).

A. Hàm số *y*= ax + b (a ≠ 0)

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tập xác định: Hàm số xác định với mọi x thuộc tập **R**.
Hàm số: đồng biến trên **R** khi a > 0; Nghịch biến trên **R** khi a < 0
Đồ thị: là một đường thẳng đi qua hai điểm A(0;b) và B(-b/a;0).
2. Cho hai đường thẳng (d): *y* = ax + b (a $\neq 0$) và (d’): *y* = a’*x* + b’ (a’$\neq 0$). Khi đó:

$+\ d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$ $\qquad + \ d' \cap d' = \{A\} \Leftrightarrow a \neq a'$

$+\ d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$ $\qquad + \ d \perp d' \Leftrightarrow a.a' = -1$.

3. Hoành độ giao điểm của (d): *y* = ax + b (a $\neq 0$) và (d’): *y* = a’*x* + b’ (a’$\neq 0$) là nghiệm của phương trình:
ax + b = a’*x* + b (ta gọi là *phương trình hoành độ giao điểm)*

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Ví dụ 1. Với giá trị nào của k, hàm số y = (3 - k) x + 2 nghịch biến trên **R**.

Giải: Hàm số nghịch biến khi trên **R** khi và chỉ khi 3 - k < 0 $\Leftrightarrow$ k > 3.
Vậy k > 3 là giá trị cần tìm.

Ví dụ 2. Biết đường thẳng (d) y = ax + b đi qua điểm M (2; $\frac{1}{2}$) và song song với đường thẳng (d’) y = – 2x + 3. Lập phương trình đường thẳng (d).

Giải: Vì đường thẳng (d) y = ax + b song song với đường thẳng (d’), suy ra a = - 2 (1)
Vì đường thẳng (d) y = ax + b đi qua điểm M (2; $\frac{1}{2}$) nên ta có: $\frac{1}{2}$ = 2a + b (2)
Từ (1) và (2) suy ra a = - 2 và b = 9/2. Vậy PT (d) là: y = – 2x + 9/2.

Ví dụ 3. Biết đường thẳng (d) y = ax + b đi qua điểm A(2; 3) và điểm B(-2;1). Lập PT đường thẳng (d).

Giải: Vì đường thẳng (d): y = ax + b đi qua điểm A(2; 3) nên thay x = 2 và y = 3 vào phương trình đường thẳng ta được: 3 = 2a + b (1).
Tương tự: 1 = -2a + b (2). Từ đó ta có hệ:

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ -2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 4 \\ 2a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}.$$ Vậy PT (d): $y = \frac{1}{2}x + 2$.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho hàm số: $y = (2m + 1)x + 5$ (*m* là tham số).
a) Xác định m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất. Vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi *m* = 2.
b) Khi nào hàm số đã cho đồng biến, nghịch biến trên **R.**
c) Tìm m biết đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm A (1; 0).
d) Xác định m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
e) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng – 5.

g) Tìm m để đường thẳng đã cho song song với đường thẳng (d’) : $y = -2x + 1$.
h) Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho đi qua với mọi giá trị của *m*.

Bài 2. Cho hai hàm số bậc nhất: $y = (3m - 1)x + 2$ và $y = (m + 1)x - 7$ (*m* là tham số).
Tìm m để đồ thị 2 hàm số đã cho là hai đường thẳng cắt nhau; song song với nhau trùng nhau; vuông góc với nhau.

Bài 3. Cho 3 đường thẳng: $y = (k - 3)x - 3k + 3$ (d_1) và $y = (2k + 1)x + k + 5$ (d_2). Tìm *k* để:
(d_1) và (d_2) cắt nhau; cắt nhau tại một điểm trên trục tung; song song với nhau; vuông góc với nhau ; trùng nhau.

Bài 4. Tìm tọa độ giao điểm của 2đường thẳng:(d): $y = (3m - 1)x + 2$ và (d′): $y = -m + 1$ khi $m = -2$.

Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = (m - 1)x + n$
a) Lập PT đường thẳng (d) biết (d) đi qua hai điểm A(1;2) và B(2;5).
b) Lập PT đường thẳng (d) biết (d) trùng với đường thẳng (d’): $y = -2x + 2 - n$.

Bài 6. Lập PT đường thẳng (d) biết (d) song song với (d’): $y = 1 - x$ và đi qua A(2; 1).

Bài 7. Tìm giá trị của k để 3 đường thẳng đã cho đồng quy trên mặt phẳng tọa độ:
(d_1) $y=2x + 5$; (d_2) $y= x + 2$; (d_3) $y=kx - 12$.

B. Hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tập xác định: Hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ xác định với mọi x thuộc **R**.
- Nếu a > 0 thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$, đồng biến khi $x > 0$
- Nếu a < 0 thì hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$

2. Đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ là một Parabol (P) đi qua gốc tọa độ Ovà nhận trục Oy làm trục đối xứng.

3. Ví trí tương đối giữa *(d)* $y = mx + n$ $(m \neq 0)$ và *(P)* $y = ax^2$ $(a \neq 0)$
- *Tọa độ giao điểm* của (*P*) và (*d*) là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} y = ax^2 \\ y = mx + n \end{cases}$
- *Hoành độ giao điểm* (P) và (d) là nghiệm của phương trình
  $ax^2 = mx + n$ (*****) (ta gọi đây là *phương trình hoành độ giao điểm*)

Số giao điểm của (P) và (d) bằng số nghiệm của phương trình (*****)
+ Nếu (*****) vô nghiệm thì (P) và (d) không cắt nhau.
+ Nếu (*****) có nghiệm kép thì (P) và (d) tiếp xúc nhau.
+ Nếu (*****) có hai nghiệm phân biệt thì (P) và (d) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Ví dụ 1. Cho Parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = 2x + m$. Tìm m để (P) và (d) tiếp xúc nhau, cắt nhau tại hai điểm phân biệt, không giao nhau.

Giải: Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình
$x^2 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 - 2x - m = 0$ (1) có biệt thức $\Delta' = 1 - m$
+) Để (P) và (d) tiếp xúc nhau khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm kép
$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$
+) Để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 1$
+) Để (P) và (d) không giao nhau khi và chỉ khi (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow m > 1$

Ví dụ 2. Cho hai hàm số: $y = x^2$ và $y = x + 2$. Tìm toạ độ các giao điểm M, N của hai đồ thị trên bằng phép tính.

Giải:

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của PT: $x + 2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$.

PT này có a – b + c =1 – (- 1) – 2 = 0 nên có 2 nghiệm là $x_1 = -1$; $x_2 = 2$.

+ Với x = -1 thì y = 1, ta có giao điểm A (1;1)

+ Với x = 2 thì y = 4, ta có giao điểm B (- 2; 4)

Vậy (d) giao với (P) tại 2 điểm có tọa độ là A(1;1) và B (- 2; 4)

Ví dụ 3. Biết đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm M $(-2; \frac{1}{4})$. Tìm hệ số a.

Giải: Thay x = - 2 và $y = \frac{1}{4}$ vào hàm số $y = ax^2$ ta được:

$\frac{1}{4} = a.(-2)^2 \Leftrightarrow 4a = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{16}$. Vậy a = 1/16 là giá trị cần tìm.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho đường thẳng (d): $y = mx - 3$ và Parabol (P): $y = x^2$.

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(1; 0).

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

Bài 2. Cho hai hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ có đồ thị (P) và $y = -x + m$ có đồ thị (d).

1) Xác định tọa độ các giao điểm của (P) và (d)
2) Xác định giá trị của m để:
   a) (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng 1.
   b) (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
   c) (d) tiếp xúc (P). Xác định tọa độ tiếp điểm.

Đáp số: 1) Tọa độ giao điểm: (2 ; 2) và (– 4 ; 8).

2 a). $m = \frac{3}{2}$; b) $\Delta' = 1 + 2m > 0 \Rightarrow m > -\frac{1}{2}$; c) $m = -\frac{1}{2}$, tiếp điểm $(-1 ; \frac{1}{2})$.

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy, cho hai điểm A(1; –2) và B(–2; 3).

a) Viết phương trình đường thẳng (d): y = ax + b đi qua 2 điểm A và B.

b) Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = -2x^2$. Xác định tọa độ các giao điểm của (P) và (d).

Đáp số: 1. (AB): $y = -\frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$; 2. Tọa độ giao điểm: (1; –2) và $(-\frac{1}{6}; -\frac{1}{18})$.

Bài 4. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^2$ có đồ thị (P) và $y = x + \frac{5}{3}$ có đồ thị (D).

1. Xác định tọa độ các giao điểm của (P) và (D).

2. Gọi A là điểm $\in$ (P) và B là điểm $\in$ (D) sao cho $\begin{cases} x_A = x_B \\ 11y_A = 8y_B \end{cases}$ Xác định tọa độ của A và B.

Bài 5. Cho đường thẳng (d): y = - x + 2 và parabol (P): $y = x^2$.

a) Vẽ (d) và (P) trên cung một hệ trục tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng đồ thị vừa vẽ và bằng phép tính.

c) Tìm hàm số y = ax + m biết độ thị (d’) của nó song song với (d) và cắt (P) tại một điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 6. Cho parabol (P) có đỉnh ở gốc tọa độ và đi qua điểm A $(1; -\frac{1}{4})$.

1) Viết PT của parabol (P).

2) Viết PT đường thẳng (d) song song với đường thẳng x + 2y = 1 và đi qua điểm B(0; m) với m là tham số.

3) Với giá trị nào của m thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 để:

a) $3x_1 + 5x_2 = 5$; b) $|x_1| + |x_2| = 6$;

c) $|x_1| = 2|x_2|$; d) $x_1^3 + x_2^3 = -8$.

Bài 7. Cho Parabol (P): $y = -\frac{1}{4}x^2$ và điểm M(0; – 2). Gọi (d) là đường thẳng đi qua M và (d) có hệ số góc là m.

a) Lập PT của (d). Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) khi m = 7/4.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m.

b) Tìm m để khoảng cách giữa A và B nhỏ nhất.

CHỦ ĐỀ 5
GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH HOẶC HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A. PHƯƠNG PHÁP CHUNG

Các bước để giải một bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

1. *Lập phương trình (hoặc hệ phương trình)*:

- Chọn ẩn số và xác định điều kiện, đơn vị thích hợp cho ẩn;
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và qua các đại lượng đã biết;
- Lập phương trình (hoặc hệ phương trình) biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng

2. *Giải phương trình (hoặc hệ phương trình) vừa lập được*.
3. *Nhận định kết quả và trả lời*: Chỉ nhận nghiệm thỏa ĐK của ẩn và trả lời yêu cầu của bài.

<u>Kinh nghiệm giải toán:</u>

+ Cần đọc thật kĩ đề, tóm tắt các dữ kiện đã cho và cần tìm tránh bị sa đà vào các “bẫy ngây nhiễu” trong đề như các câu văn dài dòng,…

+ Khi đặt ĐK nhớ: nếu gọi *x* là số người, con vật, đồ vật thì *x* phải là số tự nhiên khác 0.

+ Đưa các dữ kiện đã cho và cần tìm vào *bảng phân tích* cho dễ hiểu để lập được PT, HPT.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

❖ Dạng 1: Toán tìm số, toán có nội dung hình học, toán thay đổi

Chú ý:

+ Biểu diễn số có hai chữ số $\overline{ab} = 10a + b$ (với $0<a \le 9;\ 0 \le b \le 9; a, b \in N$) ;

+ Biểu diễn số có ba chữ số $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ (với $0<a \le 9;\ 0 \le b,c \le 9; a, b, c \in N$) .

Ví dụ 1: Tổng các chữ số của 1 số có hai chữ số là 9. Nếu thêm vào số đó 63 đơn vị thì số thu được cũng viết bằng hai chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại. Hãy tìm số đó?

Giải:Gọi chữ số hàng chục là $x\ (0 < x \le 9, x \in N)$, Chữ số hàng đơn vị là y $(0<y \le 9, y \in N)$

Vì tổng 2 chữ số là 9 ta có x + y = 9 (1)

Số đó là $\overline{xy} = 10x + y$; Số viết ngược lại là $\overline{yx} = 10y + x$

Vì thêm vào số đó 63 đơn vị thì được số viết theo thứ tự ngược lại ta có

$\overline{xy} + 63 = \overline{yx} \Rightarrow 10x + y + 63 = 10y + x$

$\Leftrightarrow 9x - 9y = -63 (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 9 \\ 9x - 9y = -63 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2 \\ x + y = 9 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases}$ (TMDK). Vậy số phải tìm là 18.

Ví dụ 2: Có hai số tự nhiên, biết rằng: tổng của hai số bằng 59; hai lần số này bé hơn ba lần số kia là 7. Tìm hai số đó.

HD: Gọi x, y là hai số cần tìm (x, y∈ **N**)

Theo đề bài ta có hệ PT: $\begin{cases} x + y = 59 \\ 2x + 7 = 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 59 \\ 2x - 3y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 34 \\ y = 25 \end{cases}$ (TMĐK)

Ví dụ 3: Một sân trường hình chữ nhật có chu vi là 340m. Ba lần chiều dài hơn 4 lần chiều rộng là 20m. Tính diện tích của sân trường.

HD: Gọi x, y (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng sân trường ($0 < x, y < 170$)
Vì sân trường có chu vi 340m nên ta có PT: $2(x + y) = 340 \Leftrightarrow x + y = 170$ (1).
Vì ba lần chiều dài hơn 4 lần chiều rộng là 20m nên ta có pt: $3x – 4y = 20$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ PT: $\begin{cases} x + y = 170 \\ 3x - 4y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 70 \end{cases}$ (TMĐK).

Ví dụ 4: Một xe lửa cần vận chuyển một lượng hàng. Người lái xe tính rằng nếu xếp mỗi toa 15 tấn hàng thì còn thừa lại 5 tấn, còn nếu xếp mỗi toa 16 tấn thì có thể chở thêm 3 tấn nữa. Hỏi xe lửa có mấy toa và phải chở bao nhiêu tấn hàng.

HD: Gọi x là số toa xe lửa và y là số tấn hàng phải chở.ĐK: $x \in N^*$, $y > 0$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 15x = y - 5 \\ 16x = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 8, y = 125$ (thỏa mãn)

Vậy xe lửa có 8 toa và cần phải chở 125 tấn hàng.

Bài tập vận dụng

1. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng chục lớn hớn chữ số hàng đơn vị là 2 và nếu viết thêm chữ số bằng chữ số hàng chục vào bên phải thì được một số lớn hơn số ban đầu là 682.
2. Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Tổng của hai chữ số của nó bằng 10; tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 12. Tìm số đã cho.
3. Tính các kích thước của hình chữ nhật có diện tích 40 cm^2 , biết rằng nếu tăng mỗi kích thước thêm 3 cm thì diện tích tăng thêm 48 cm^2.
4. Nếu tăng các cạnh góc vuông lên 4cm và 5cm thì diện tích tam giác sẽ tăng thêm 110cm^2. Nếu giảm cả hai cạnh này đi 5cm thì diện tích sẽ giảm đi 100cm^2. Tình hai cạnh góc vuông của tam giác.
5. Một phòng họp có 240 ghế được xếp thành các dãy có số ghế bằng nhau. Nếu mỗi dãy bớt đi một ghế thì phải xếp thêm 20 dãy mới hết số ghế. Hỏi phòng họp lúc đầu được xếp thành bao nhiêu dãy ghế.

6. Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi là 32m. Nếu ta bớt chiều rộng đi 3 m và tăng chiều dài thêm 2m thì diện tích giảm đi 24m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của miếng đất.

7. Một đội xe dự định chở 200 tấn thóc. Nếu tăng thêm 5 xe và giảm số thóc phải trở 20 tấn thì mỗi xe chở nhẹ hơn dự định 1 tấn thóc. Hỏi lúc đầu đội xe có bao nhiêu chiếc xe.

9. Thực hiện kế hoạch mùa hè xanh, lớp 9B được phân công trồng 420 cây xanh. Lớp dự định chia đều số cây cho mỗi học sinh trong lớp. Đến buổi lao động có 5 bạn nghỉ ốm, vì vậy mỗi bạn có mặt phải trồng thêm 2 cây nữa mới hết số cây cần trồng. Tính tổng số học sinh của lớp 9B.

10. Trong năm học 2017 – 2018, trường THPT chuyên A tuyển 80 học sinh (HS) vào hai lớp 10 chuyên toán và chuyên tin. Biết rằng nếu chuyển 20 HS từ lớp chuyên toán sang lớp chuyên tin thì số HS hai lớp bằng nhau. Tính số HS ban đầu mỗi lớp ?

Hướng dẫn giải – đáp số

1. Gọi x là chữ số hàng chục ($x \in N^*$; $x \le 9$);y là chữ số hàng đ.vị ($y \in N$, $x \le 9$)

Số cần tìm có dạng $\overline{xy} = 10x + y$

Vì chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 nên ta có: x – y = 2

Khi thêm chữ số bằng chữ số hàng chục vào bên phải thì được số mới:

$\overline{xyx} = 100x + 10y + x = 101x + 10y$

Vì số mới lớn hơn số ban đầu là 682 nên ta có phương trình:

$(101x + 10y) - (10x + y) = 682 \Leftrightarrow 91x + 9y = 682$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ PT $\begin{cases} x - y = 2 \\ 91x + 9y = 682 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$ (thỏa ĐK) $\Rightarrow$ số cần tìm là 75.

2. Gọi x là chữ số hàng chục của số đã cho ($x \in N$, $0 < x \le 9$)

Chữ số hàng đơn vị: 10 – x

Số đã cho có dạng:$10.x + (10 - x) = 9x + 10$; tích của 2 chữ số ấy: $x(10 - x)$

Theo đề bài ta có phương trình: $(9x + 10) - x(10 - x) = 12 \Leftrightarrow x^2 - 2 = 0$

Giải pt trên ta được: $x_1 = -1$(loại); $x_2 = 2$ (nhận) Vậy số cần tìm là 28.

3. Gọi các kích thước của hình chữ nhật là x (cm) và y (cm) (x; y > 0).

Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} xy = 40 \\ (x+3)(y+3) = xy + 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 40 \\ x + y = 13 \end{cases}$.

Suy ra x, y là hai nghiệm của phương trình: $t^2 - 13t + 40 = 0$ (1).

Giải phương trình (1) ta được hai nghiệm là 8 và 5.

4. Gọi x (cm), y (cm) là độ dài hai cạnh góc vuông (x > 5, y > 5).

Theo đề bài ta có hệ pt: $\begin{cases} 5x + 4y = 200 \\ x + y = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 25 \end{cases}$ (thỏa ĐK).

5. 60 ghế.

❖ Dạng 2: Toán Chuyển động đường bộ, đường sông

Chú ý: Nếu gọi quảng đường là S; Vận tốc là v; thời gian là t thì:

$$S = v.t;\ v = \frac{s}{t};\ t = \frac{s}{v}$$

Gọi vận tốc thực của ca nô là v_1 vận tốc dòng nước là v_2 tì vận tốc ca nô khi xuôi dòng nước là $v = v_1 + v_2$. Vân tốc ca nô khi ngược dòng là $v = v_1 - v_2$.

Ví dụ 1: Một ô tô đi trên quảng đường dai 520 km. Khi đi được 240 km thì ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h nữa và đi hết quảng đường còn lại. T ính vận tốc ban đầu của ô tô biết thời gian đi hết quảng đường là 8 giờ.

Giải: Gọi vận tốc ban đầu của ô tô là x (km/h), ĐK: x>0.

Vận tốc lúc sau của ô tô là x+10 (km/h).

Thời gian ô tô đi hết quảng đường đầu là $\frac{240}{x}$ (giờ)

Thời gian ô tô đi hết quảng đường đầu là $\frac{280}{x+10}$ (giờ)

Vì thời gian ô tô đi hết quảng đường là 8 giờ nên ta có phương trình

$$\frac{240}{x}+\frac{280}{x+10}=8\Rightarrow x^2-55x-300=0$$

$\Delta=b^2-4ac=(-55)^2-4.(-300)=4225>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{4225}=65$

Phương trình có hai nghiệm $x_1=\frac{55+65}{2}=60(\text{TMDK});x_2=\frac{55-65}{2}=-5(\text{loai})$

Vậy vận tốc ban đầu của ô tô là 60 km/h.

Ví dụ 2: Một chiếc thuyền chạy xuôi dòng từ bến sông A đến bên sông B cách nhau 24km. Cùng lúc đó, từ A một chiếc bè trôi về B với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi về đến B thì chiếc thuyền quay lại ngay và gặp chiếc bè tại địa điểm C cách A là 8km. Tính vận tốc thực của chiếc thuyền.

Giải: Gọi x (km/h) là vận tốc thực của chiếc thuyền (x > 4).

Vận tốc của chiếc thuyền khi xuôi dòng là x + 4 (km/m).

Vận tốc của chiếc thuyền khi ngược dòng là x – 4 km.

Thời gian thuyền đi từ A đến B là $\frac{24}{x+4}$; Thời gian thuyền quay về từ B đến C là $\frac{16}{x-4}$.

Thời gian chiếc bè đi được $\frac{8}{4}=2$ (giờ).

Ta có phương trình: $\frac{24}{x+4}+\frac{16}{x-4}=2\Leftrightarrow 12(x-4)+8(x+4)=\left(x-4\right)\left(x+4\right)$

$\Leftrightarrow x^2-20x=0 \Leftrightarrow x(x-20)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\left(L\right)\\x=20\left(N\right)\end{array}\right.$

Vậy vận tốc thực của chiếc thuyền là 20km/h.

Bài tập vận dụng

➢ **Chuyển động đường bộ**

1. Một ô tô dự định đi từ A đền B trong một thời gian nhất định . Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ . Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đòng AB và thời gian dự định đi lúc đầu.

2. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B cách nhau 300 km . Ô tô thứ nhất mỗi giờ chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 10 km nên đến B sớm hơn ô tô thứ hai 1 giờ . Tính vận tốc mỗi xe ô tô .

3. Một xe tải và một xe con cùng khởi hành từ A đi đến B. Xe tải đi với vận tốc 40km/h, xe con đi với vận tốc 60km/h. Saukhi mỗi xe đi đcợc nửa đường thì xe con nghỉ 40 phút rồi chạy tiếp đến B; xe tải trên quãng đường còn lại đã tăng vân tốc thêm 10km/h nhưng vẫn đến B chậm hơn xe con nửa giờ. Hãy tính quãng đường AB.

4. Một người đi xe đạp từ A và dự định đến B vào một giờ đã định. Khi còn cách B 30km, người đó nhận thấy rằng sẽ đến muộn nủa giờ nếu giữ nguyên vận tốc đang đi. Do đó, người ấy tăng vận tốc thêm 5 km/h và đến B sớm hơn nửa giờ so với giờ dự định. Tính vận tốc lúc đầu của người đi xe đạp.

5. Một ô tô đi qua quãng đường dài 150 km với vận tốc dự định. Nhưng khi đi được 2/3 quãng đường xe bị hỏng máy phải dừng lại sửa 15 phút. Để đến đúng giờ dự định xe phải tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định đi.

6. Một ô tô dự định đi từ tỉnh A đến tỉnh B cách nhau 165 km trong một thời gian xác định. Sau khi đi được một giờ ô tô phải dừng lại 10 phút để mua xăng, do vậy để đến B đúng hẹn xe phải tăng vận tốc lên thêm 5km/h. Tính vận tốc ban đầu và thời gian dự định của ô tô.

7. Một ô tô đi từ Hải Phòng về Hà Nội, đường dài 100km. Người lái xe tính rằng nếu tăng vận tốc thêm 10 km/h thì về đến Hà Nội sớm hơn nửa giờ. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô ?

8. Một người đi xe máy từ A tới B cách nhau 120km với vận tốc dự định trước. Khi đi được $\frac{2}{3}$ quãng đường AB, người đó dừng lại nghỉ 12 phút. Để đảm bảo đến B đúng

thời gian dự định, người đó đã tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định của người đó?

9. Hai tỉnh A và B cách nhau 90 km. Hai mô tô khởi hành đồng thời, xe thứ nhất từ A và xe thứ hai từ B đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ chúng gặp nhau. Tiếp tục đi, xe thứ hai tới A trước xe thứ nhất tới B là 27 phút. Tính vận tốc mỗi xe.
Đáp số: Xe I: 40 km/h; Xe II: 50 km/h

➢ **Chuyển động đường sông**

1. Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 50 km. Một ca nô xuôi từ A đến B rồi ngược từ B về A. Thời gian cả đi lẫn về hết 4 giờ 10 phút. Tính vận tốc canô khi nước yên lặng? Biết vận tốc dòng nước là 5km/h.

2. Một tầu thuỷ chạy xuôi dòng từ bến A đến bến B rồi chạy ngược dòng từ bến B trở về A mất tổng cộng 5 giờ 20 phút. Tính vận tốc của tàu thuỷ khi nước yên lặng. Biết quãng sông AB dài 40 km và vận tốc của dòng nước là 4km/h.

3. Một ca nô chạy trên một dòng sông đang chảy. Nếu ca nô chạy xuôi dòng 5km rồi ngược dòng 9km thì mất 1giờ. Nếu ca nô chạy xuôi dòng 10km rồi ngược dòng 6km thì cũng mất 1 giờ. Tính vận tốc thực của ca nô và vận tốc của dòng chảy.

4. Một ca nô xuôi một khúc sông dài 100 km rồi ngược về 45 km. Biết thời gian xuôi dòng nhiều hơn thời gian ngược dòng là 2 giờ và vận tốc lúc xuôi dòng hơn vận tốc lúc ngược dòng là 5km/h. Hỏi vận tốc canô lúc xuôi dòng và cả lúc ngược dòng
5. Một canô chạy trên sông trong 8h, xuôi dòng 81km và ngược dòng105km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, canô này chay trong 4h, xuôi dòng 54km và ngọc dòng 42km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vân tốc dòng nước và vận tốc riêng của canô không đổi.

❖ Dạng 3: Toán làm chung làm riêng, vòi nước chảy

Chú ý: Nếu một đội làm xong công việc trong x ngày (hoặc giờ) thì một ngày (hoặc một giờ) đội đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc. Coi toàn bộ công việc là 1. Toán vòi nước chảy tương tự.

Ví dụ 1: Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ, người thứ hai làm 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc.Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

Giải: Ta có 25%= $\frac{1}{4}$.

Gọi thời gian một mình người thứ nhất hoàn thành công việc là x (x > 0; giờ)
Gọi thời gian một mình người thứ hai hoàn thành công việc là y (y > 0; giờ)

Trong một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Trong một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Hai người cùng làm thì xong trong 16 giờ. Vậy trong 1 giờ cả hai người cùng làm được $\frac{1}{16}$ công việc. Ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}(1)$

Người thứ nhất làm trong 3 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì 25%= $\frac{1}{4}$ công việc. Ta có phương trình $\frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}(2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}\\ \frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3}{x}+\frac{3}{y}=\frac{3}{16}\\ \frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}\\ \frac{3}{y}=\frac{1}{16}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=24\\ y=48\end{cases}$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy nếu làm riêng thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong 24 giờ. Người thứ hai hoàn thành công việc trong 48 giờ.

Ví dụ 2. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn chưa có nước thì sau 18 giờ đầy bể. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất sẽ chảy đầy bể chậm hơn vòi thứ hai 27 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi mất bao lâu mới chảy đầy bể?

Giải: Gọi x (h) là thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể (x > 27).
Thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể: x – 27 (h).

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể); vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{x-27}$ (bể).

Vì hai vòi cùng chảy thì sau 18 h bể đầy, nên trong 1h hai vòi cùng chảy được $\frac{1}{18}$ bể, do đó nên ta có

PT: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-27}=\frac{1}{18}\Leftrightarrow x^2-63x+486=0\Leftrightarrow x_1=54$ (nhận); $x_2=9$ (loại).

Vậy: Vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể trong 54h, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể trong 27h.

Ví dụ 3. Hai thợ cùng đào một con mương thì sau 2giờ 55 phút thì xong việc. Nếu họ làm riêng thì đội 1 hoàn thành công việc nhanh hơn đội 2 là 2 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu giờ thì xong công việc?

Giải :Gọi thời gian đội 1 làm một mình xong công việc là x (x > 0; giờ)
Gọi thời gian đội 2 làm một mình xong công việc là x + 2 (giờ)

Mỗi giờ đội 1 làm được $\frac{1}{x}$ công việc; Mỗi giờ đội 2 làm được $\frac{1}{x+2}$ công việc

Vì cả hai đội thì sau 2 giờ 55 phút $=2\frac{11}{12}=\frac{35}{12}$ (giờ) xong.

Trong 1 giờ cả hai đội làm được $\frac{12}{35}$ công việc

Theo bài ra ta có phương trình $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{12}{35}\Leftrightarrow 35x+70+35=12x^2+24x$

$\Leftrightarrow 12x^2-46x-70=0\Leftrightarrow 6x^2-23x-35=0$

$\Delta=(-23)^2-4.6.(-35)=529+840=1369>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{1369}=37$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1=\frac{23+37}{12}=5$(thoa mãn); $x_2=\frac{23-37}{12}=-2$(loại)

Bài tập vận dụng

➢ **Toán làm chung, làm riêng.**

1. Hai thợ cùng đào một con mương thì sau 2giờ 55 phút thì xong việc. Nếu họ làm riêng thì đội 1 hoàn thành công việc nhanh hơn đội 2 là 2 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu giờ thì xong công việc?

HD: Theo bài ra ta có phương trình : $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{12}{35} \Leftrightarrow 35x+70+35=12x^2+24x$

Giải ra ta được : x= 5 hoặc x= -2 (loại)

Vậy đội I hoàn thành công việc trong 5h. Đội II hoàn thành công việc trong 7 giờ.

2. Để hoàn thành một công việc hai tổ phải làm trong 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm việc khác. Tổ một đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thhì bao lâu xong công việc đó? (ĐS : 10 và 15 h)

3. Hai đội công nhân cùng đào một con mương. Nếu họ cùng làm thì trong 2 ngày sẽ xong công việc. Nếu làm riêng thì đội haihoàn thành công việc nhanh hơn đội một là 3 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để xong công việc? (ĐS : 6 và 3 h)

4. Hai tổ HS tham gia lao động, nếu làm chung sẽ hoàn thành công việc sau 4h.Nếu mỗi tổ làm một mình thì tổ một cần ít thời gian hơn tổ hai là 6 giờ .Tính xem mỗi tổ làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

5. Hai tổ cùng làm một công việc trong 6 giờ thì xong. Nếu tổ I làm trong 2 giờ, tổ II làm trong 3giờ thì cả hai tổ làm được 40% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ cần bao nhiêu thời gian để hoàn thành công việc đó.

6. Hai tổ công nhân làm chung trong 12 giờ sẽ hoàn thành xong công việc đã định . Họ làm chung với nhau trong 4 giờ thì tổ thứ nhất được điều đi làm việc khác , tổ thứ hai làm nốt công việc còn lại trong 10 giờ . Hỏi tổ thứ hai làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

7. Hai tổ sản xuất cùng nhận chung một mức khoán . Nếu làm chung trong 4 giờ thì hoàn thành được 2/3 mức khoán . Nếu để mỗi tổ làm riêng thì tổ này sẽ làm xong mức khoán thì mỗi tổ phải làm trong bao lâu ?

8. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong . Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì họ làm được 25% côngviệc . Hỏi mỗi người làm công việc đó trong mấy giờ thì xong .

➢ **Toán vòi nước chảy.**

1.Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không chứa nước đã làm đầy bể trong 5 giờ 50 phút . Nếu chảy riêng thì vòi thứ hai chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 4 giờ . Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy trong bao lâu sẽ đầy bể ?

2. Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể chứa không có nước thì sau 1 giờ 30 phút sẽ đầy bể . Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khoá lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì sẽ được 1/5 bể . Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu sẽ đầy bể ?

3. Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể cạn thì sau 24/5giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất và 9 giờ sau mới mở thêm vòi thứ hai thì sau 6/5 giờ nữa mới bể nước. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ hai thì sau bao lâu mới đầy bể?

4. Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể thì sau 6 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 5 giờ và vòi thứ hai trong 2 giờ thì được 8/15 bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể?

❖ Dạng 4: Toán năng suất, dự định - thực tế, phần trăm.

*** Chú ý khi giải toán:** ***Sản phẩm = năng suất × thời gian***

Ví dụ 1: Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch là 18% và tổ II vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ là bao nhiêu.

Giải: Gọi x là số sản phẩm tổ I hoàn thành theo kế hoạch (sản phẩm),

ĐK $0 < x < 600$; $x \in \mathbf{N^*}$.

Số sản phẩm tổ II hoàn thành theo kế hoạch là $600 - x$ (sản phẩm).

Số sản phẩm vượt mức của tổ I là $x.\frac{18}{100}$ (sản phẩm).

Số sản phẩm vượt mức của tổ II là $(600 - x).\frac{21}{100}$ (sản phẩm).

Vì số sản phẩm vượt mức kế hoạch của hai tổ là 120 sản phẩm ta có PT:

$$\frac{18x}{100} + \frac{21(600 - x)}{100} = 120 \Leftrightarrow x = 20 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số sản phẩm theo kế hoạch của tổ I là 200 sản phẩm,Tổ II 400 là sản phẩm.

Bài tập vận dụng

1.Một xí nghiệp đóng giầy dự định hoàn thành kế hoạch trong 26 ngày . Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày đã vượt mức 6000 đôi giầy do đó chẳng những đã hoàn thành kế hoạch đã định trong 24 ngày mà còn vượt mức 104 000 đôi giầy . Tính số đôi giầy phải làm theo kế hoạch.

2. Một cơ sở đánh cá dự định trung mỗi tuần đánh bắt được 20 tấn cá , nhưng đã vượt mức được 6 tấn mỗi tuần nên chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm 1 tuần mà còn vượt mức kế hoạch 10 tấn.Tính mức kế hoạch đã định

3. Một đội xe cần chuyên chở 36 tấn hàng.Trước khi làm việc đội xe đó được bổ xung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu xe? Biết rằng số hàng chở trên các xe bằng nhau.

4. Một xí nghiệp sản xuất được 120 sản phẩm loại I và 120 sản phẩm loại II trong thời gian 7 giờ. Mỗi giờ sản xuất được số sản phẩm loại I ít hơn số sản phẩm loại II là 10 sản phẩm. Hỏi mỗi giờ xí nghiệp sản xuất được bao nhiêu sản phẩm mỗi loại.

5. Một người bán 5 quần bò và 3 áo bò được 270 000 đồng. Sau khi quyết định hạ giá 20% cho một chiếc quần và 25% cho một chiếc áo, người ấy đã bán tất cả được gấp 3 lần số quần và số áo so với trước (trong đo số quần gấp đôi số áo) và thu được tất cả 624 000 đồng. Hỏi giá một áo và một quần trước khi hạ giá là bao nhiêu?

ÔN THI VÀO LỚP 10

ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC LẦN 4 HƯỚNG ĐẾN KỲ THI TSL10
NĂM HỌC 2019 – 2020
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1.

Hai đội công nhân đắp đê ngăn triều cường. Nếu hai đội cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu làm riêng thì đội I hoàn thành công việc chậm hơn đội II là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội đắp xong đê trong bao nhiêu ngày?

Câu 2.

Hai thành phố A và B cách nhau 450 km. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc không đổi trong một thời gian dự định. Khi đi, ô tô tăng vận tốc hơn dự kiến 5 km/giờ nên đã đến B sớm hơn 1 giờ so với thời gian dự định.
Tính vận tốc dự kiến ban đầu của ô tô.

Câu 3.

Để chuẩn bị cho năm học mới, học sinh hai lớp $9A$ và $9B$ ủng hộ thư viện 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó mỗi học sinh lớp $9A$ ủng hộ 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo; mỗi học sinh lớp $9B$ ủng hộ 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa ủng hộ nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh mỗi lớp.

Câu 4.

Một hiệu sách A có bán hai loại sách: Hướng dẫn học tốt môn Toán lớp 11 và Hướng dẫn học tốt môn Ngữ Văn lớp 11. Trong một ngày, hiệu sách A bán được 60 cuốn mỗi loại trên theo giá bìa, thu được số tiền là 3 300 000 đồng và lãi được 420 000 đồng. Biết rằng mỗi cuốn sách Hướng dẫn học tốt môn Toán lớp 11 lãi 10% giá bìa, mỗi cuốn sách Hướng dẫn học tốt môn Ngữ Văn lớp 11 lãi 15% giá bìa. Hỏi giá bìa mỗi cuốn sách đó là bao nhiêu.

Câu 5.

Một phòng họp có 250 chỗ ngồi được chia thành từng dãy, mỗi dãy có số chỗ ngồi như nhau. Vì có đến 308 người dự họp nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế, mỗi dãy ghế phải kê thêm 1 chỗ ngồi nữa thì vừa đủ. Hỏi lúc đầu ở phòng họp có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy ghế có bao nhiêu chỗ ngồi?

Câu 6.

Người ta hòa 8kg chất lỏng loại I với 6kg chất lỏng loại II thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng là 700kg/m^3. Tính khối lượng riêng của mỗi chất lỏng. Biết rằng khối lượng riêng của chất lỏng loại I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng loại II là 200kg/m^3.

PHẦN 2. HÌNH HỌC

A. NỘI DUNG KIẾN THỨC ÔN TẬP

I. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Xét tam giác ABC vuông tại A, AH vuông góc với BC, BC = a, CA = b, AB = c, BH = c’, CH = b’, AH = h.

1. Các hệ thức lượng trong tam giác vuông

$a^2 = b^2 + c^2$	$b^2 = a.b'$	$c^2 = a.c'$
$h^2 = b'.c'$	$a.h = b.c$	$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

2. Tỉ số lượng giác của góc nhọn α

a) Định nghĩa: $\sin\alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$; $\cos\alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$; $\tan\alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}$; $\cot\alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$

b) Tính chất: nếu $\alpha + \beta = 90^0$ thì $\sin\alpha = \cos\beta$ và $\tan\alpha = \cot\beta$

c) Chú ý: $\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 1$; $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $\tan\alpha.\cot\alpha = 1$.

3. Các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

b = a.sinB = a.cosC = c.tanB = c.cotC và c = a.sinC = a.cosB = b.tanC = b.cotB

II. ĐƯỜNG TRÒN

1. **Đường tròn và dây cung:** Trong một đường tròn ta có:
- Đường kính là dây cung lớn nhất;
- Đường kính vuông góc với dây thì đi qua trung điểm của dây ấy;
- Đường kính đi qua trung điểm của dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy;
- Hai dây bằng nhau khi và chỉ khi chúng cách đều tâm;
  Dây lớn hơn khi và chỉ khi nó gần tâm hơn.

2. **Tiếp tuyến của đường tròn**

a) Đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O;R) tại tiếp điểm M khi a $\perp$ OM tại M.

b) Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau: Nếu hai tiếp tuyến cắt nhau tại một điểm thì:
- Điểm đó cách đều hai tiếp điểm;
- Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi 2 tiếp tuyến;
- Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua hai tiếp điểm.

3. **Liên hệ giữa cung và dây**

Trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau ta có:
- Dây AB = dây CD $\Leftrightarrow$ cung AB = cung CD;
- Đường kính vuông góc với dây thì đi qua điểm chính giữa của cung căng dây;
- Hai cung chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau.

4. **Tứ giác nội tiếp đường tròn**
- **Định nghĩa:** Tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn gọi là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

- **Các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp (Phương pháp chứng minh):**
  - Tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180 độ thì tứ giác đó nội tiếp;
  - Tứ giác có hai đỉnh liền kề cùng nhìn một cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc α không đổi thì tứ giác đó nội tiếp;
  - Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện thì tứ giác đó nội tiếp.

5. Góc trong đường tròn

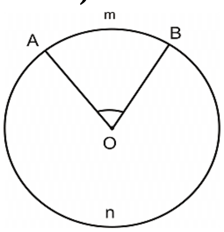
a) *Góc ở tâm*: là góc có đỉnh trùng với tâm của đường tròn. Số đo (sđ) của góc ở tâm bằng số đo của cung bị chắn. (H.1)

b) *Góc nội tiếp*: là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó. Sđ của góc nội tiếp bằng một nửa sđ của cung bị chắn. (H.2)

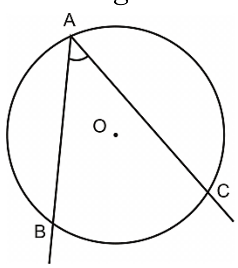
c) *Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung*: là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh của góc tạo bởi một dây cung và một tiếp tuyến. Sđ của góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung bằng nửa sđ cung bị chắn. (H.3)

d) *Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn*: có sđ bằng nửa tổng sđ của hai cung bị chắn. (H.4)

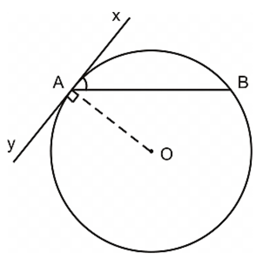
e) *Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn*: có sđ bằng nửa hiệu số đo của hao cung bị chắn. (H.5)



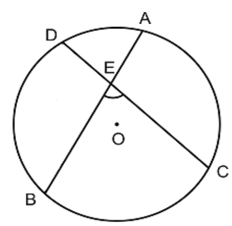
H.1



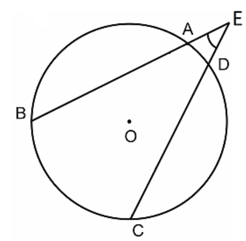
H.2



H.3



H.4



H.5

B. VÍ DỤ GIẢI TOÁN

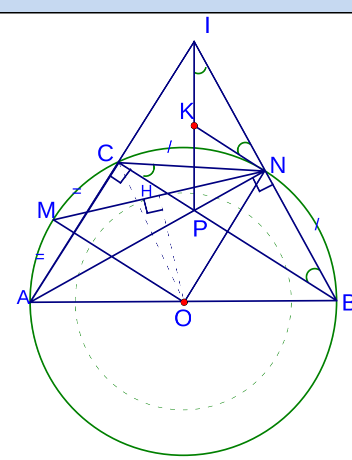
Bài 1: Cho đường tròn (O;R) đường kính AB.Gọi C là điểm bất kỳ thuộc đường tròn đó (C≠ A,B). M, N lần lượt là điểm chính giữa của các cung nhỏ AC và BC. Các đường thẳng BN và AC cắt nhau tại I, các dây cung AN và BC cắt nhau ở P. Chứng minh:

a) Tứ giác ICPN nội tiếp.

b) KN là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

c) Chứng minh rằng khi C di động trên đường tròn (O;R) thì đường thẳng MN luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Lời giải:



a) Có $\widehat{ACB} = \widehat{ANB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

Do đó: $\widehat{ICP} = \widehat{INP} = 90^0$

Tứ giác ICPN có $\widehat{ICP} + \widehat{INP} = 180^0$ mà đây là 2 góc đối nhau

Vậy ICPN nội tiếp đường tròn đường kính IP.

b) Tam giác INP vuông tại N, K là trung điểm IP nên

$$KN = KI = \frac{1}{2}IP$$

Vậy tam giác IKN cân ở K . Do đó $\widehat{KIN} = \widehat{KNI}$ (1).

Mà $\widehat{NKP} = \widehat{NCP}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn 1 cung) (2)

Vì N là trung điểm cung CB nên $\overset{\frown}{CN} = \overset{\frown}{BN} \Rightarrow CN = NB$.

Vậy ΔNCB cân tại N.

Do đó : $\widehat{NCB}=\widehat{NBC}$ (3). Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{INK}=\widehat{IBC}$,
mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên KN // BC.
Mà ON $\perp$ BC nên KN $\perp$ ON. Vậy KN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

➢ Chú ý: * Có thể chứng minh $\widehat{KNI}+\widehat{ONB}=90^0 \Rightarrow \widehat{KNO}=90^0$

hoặc chứng minh $\widehat{KNA}+\widehat{ANO}=90^0 \Rightarrow \widehat{KNO}=90^0$.

c) Ta có cung AM=MC(gt) nên $\widehat{AOM}=\widehat{MOC}$ =>OM là phân giác của $\widehat{AOC}$.

Tương tự ON là phân giác của $\widehat{COB}$, mà $\widehat{AOC}$ và $\widehat{COB}$ kề bù nên $\widehat{MON}=90^0$.

Vậy tam giác MON vuông cân ở O.

Kẻ OH $\perp$ MN, ta có OH = OM.sinM = R. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ = $\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$ không đổi.

Vậy khi C di động trên đường tròn (O) thì đường thẳng MN luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định (O; $\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$).

Bài 2: Cho tam giác ABC ($\widehat{BAC}<45^0$) nội tiếp trong nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Dựng tiếp tuyến với đường tròn (O) tại C và gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến tiếp tuyến đó. AH cắt đường tròn (O) tại M (M $\neq$ A). Đường vuông góc với AC kẻ từ M cắt AC tại K và AB tại P.

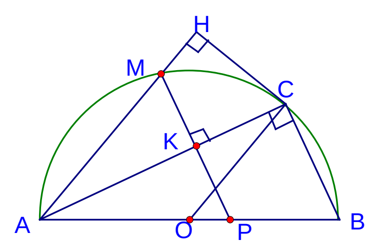
a) Chứng minh tứ giác MKCH nội tiếp.

b) Chứng minh ΔMAP cân.

c) Tìm điều kiện của ΔABC để ba điểm M, K, O thẳng hàng.

Lời giải:

a) Chứng minh tứ giác MKCH nội tiếp:



Ta có : $\widehat{MHC}=90^0$ (gt), $\widehat{MKC}=90^0$ (gt)

Tứ giác MKCH có tổng hai góc đối nhau bằng 180^0 nên nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác MAP cân:

AH // OC (cùng vuông góc CH) nên $\widehat{MAC}=\widehat{ACO}$ (so le trong)

ΔAOC cân ở O (vì OA = OC = R) nên $\widehat{ACO}=\widehat{CAO}$. Do đó: $\widehat{MAC}=\widehat{CAO}$. Vậy AC là phân giác của $\widehat{MAB}$. Tam giác MAP có AK là đường cao (do AC $\perp$ MP), đồng thời là đường phân giác nên tam giác MAP cân ở A (đpcm).

Cách 2 Tứ giác MKCH nội tiếp nên $\widehat{AMP}=\widehat{HCK}$ (cùng bù $\widehat{HMK}$). $\widehat{HCA}=\widehat{CBA}$ (cùng bằng $\dfrac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AC}$), $\widehat{CBA}=\widehat{MPA}$ (hai góc đồng vị của MP// CB).

Suy ra: $\widehat{AMP}=\widehat{APM}$. Vậy tam giác AMP cân tại A.

c) Tìm điều kiện cho tam giác ABC để ba điểm M; K; O thẳng hàng:

Ta có M; K; P thẳng hàng. Do đó M; K; O thẳng hàng nếu P $\equiv$ O hay AP = PM. Kết hợp với câu b tam giác MAP cân ở A suy ra tam giác MAP đều.

Do đó $\widehat{CAB}=30^0$. Đảo lại: $\widehat{CAB}=30^0$ ta chứng minh P $\equiv$ O:

Khi $\widehat{CAB}=30^0 \Rightarrow \widehat{MAB}=60^0$ (do AC là phân giác của $\widehat{MAB}$) . Tam giác MAO cân tại O có $\widehat{MAO}=60^0$ nên ΔMAO đều. Do đó: AO = AM. Mà AM = AP (do ΔMAP cân ở A) nên AO = AP. Vậy P $\equiv$ O.

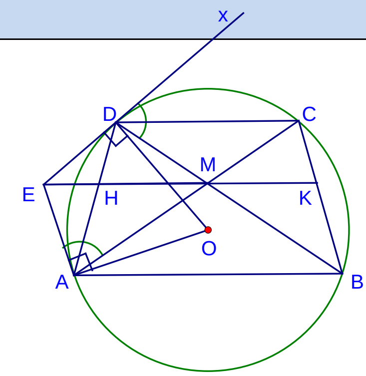
Trả lời: Tam giác ABC cho trước có $\widehat{CAB}=30^0$ thì ba điểm M; K và O thẳng hàng.

Bài 3: Cho hình thang cân ABCD (AB > CD, AB // CD) nội tiếp trong đường tròn (O). Kẻ các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và D chúng cắt nhau ở E. Gọi M là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

1. Chứng minh tứ giác AEDM nội tiếp được trong một đường tròn.
2. Chứng minh AB // EM.
3. Đường thẳng EM cắt cạnh bên AD và BC

của hình thang lần lượt ở H và K. Chứng minh M là trung điểm HK.

4. Chứng minh $\frac{2}{HK}=\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}$



Hình 01

Lời giải:1. Chứng minh tứ giác AEDM nội tiếp.

Ta có : $\widehat{EAC}=\frac{1}{2}$sđ $\overparen{AC}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến AE và dây AC của đường tròn (O))

Tương tự: $\widehat{xDB}=\frac{1}{2}$sđ $\overparen{DB}$ (Dx là tia đối của tt DE)

Mà AC = BD (do ABCD là hình thang cân) nên $\overparen{AC}=\overparen{BD}$.

Do đó $\widehat{EAC}=\widehat{xDB}$.

Vậy tứ giác AEDM nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh AB // EM.

Tứ giác AEDM nội tiếp nên $\widehat{EAD}=\widehat{EMD}$ (cùng chắn cung ED). Mà $\widehat{EAD}=\widehat{ABD}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung với góc nội tiếp cùng chắn cung AD).Suy ra: $\widehat{EMD}=\widehat{ABD}$. Do đó EM // AB.

3. Chứng minh M là trung điểm HK.

ΔDAB có HM // AB $\Rightarrow\frac{HM}{AB}=\frac{DH}{DA}$. ΔCAB có MK // AB $\Rightarrow\frac{MK}{AB}=\frac{CK}{CB}$. Mà $\frac{DH}{DA}=\frac{CK}{CB}$ (định lí Ta let cho hình thang ABCD). Nên $\frac{HM}{AB}=\frac{MK}{AB}$.

Do đó MH = MK. Vậy M là trung điểm HK.

4. Chứng minh $\frac{2}{HK}=\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}$.

Áp dụng hệ quả định lí Ta let cho tam giác ADB có HM // AB

$\Rightarrow\frac{HM}{AB}=\frac{DM}{DB}$ (1). Áp dụng hệ quả định lí Ta let cho tam giác BCD có :

KM // CD ta được: $\frac{KM}{CD}=\frac{BM}{BD}$ (2).

Cộng(1),(2) vế theo vế ta được: $\frac{HM}{AB}+\frac{KM}{CD}=\frac{DM}{DB}+\frac{BM}{BD}=\frac{DM+BM}{BD}=\frac{BD}{BD}=1$.

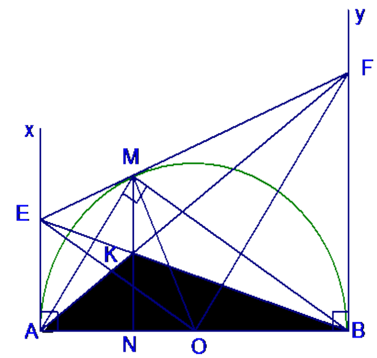
Suy ra: $\frac{2HM}{AB}+\frac{2KM}{CD}=2$, mà MH = MK nên 2HM = 2KM = HK.

Do đó: $\frac{HK}{AB}+\frac{HK}{CD}=2$. Suy ra: $\frac{2}{HK}=\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}$ (đpcm).

Bài 4: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB = a. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (O) (M khác A và B) kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O); nó cắt Ax, By lần lượt ở E và F.

1. Chứng minh: $\widehat{EOF} = 90^0$
2. C/m: AEMO nội tiếp; ΔMAB và Δ OEF đồng dạng.
3. Gọi K là giao điểm của AF và BE, cm $MK \perp AB$.
4. Khi MB = $\sqrt{3}$.MA, tính diện tích ΔKAB theo a.

Lời giải: 1. Chứng minh: $\widehat{EOF} = 90^0$.



EA, EM là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) cắt nhau ở E

nên OE là phân giác của $\widehat{AOM}$.

Tương tự: OF là phân giác của $\widehat{BOM}$.

Mà $\widehat{AOM}$ và $\widehat{BOM}$ kề bù nên: $\widehat{EOF} = 90^0$ (đpcm)

2. Chứng minh tứ giác AEMO nội tiếp; ΔMAB và Δ OEF đồng dạng.

Ta có: $\widehat{EAO} = \widehat{EMO} = 90^0$ (tính chất tiếp tuyến)

Tứ giác AEMO có $\widehat{EAO} + \widehat{EMO} = 180^0$ nên nội tiếp được trong một đường tròn.

- Tam giác AMB và tam giác EOF có: $\widehat{AMB} = \widehat{EOF} = 90^0$, $\widehat{MAB} = \widehat{MEO}$ (cùng chắn cung MO của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEMO. Vậy Tam giác AMB và tam giác EOF đồng dạng (g.g).

3. Gọi K là giao điểm của AF và BE, chứng minh $MK \perp AB$.

Tam giác AEK có AE // FB nên: $\frac{AK}{KF} = \frac{AE}{BF}$. Mà : AE = ME và BF = MF (tính chất chất hai tiếp tuyến cắt nhau). Nên $\frac{AK}{KF} = \frac{ME}{MF}$. Do đó MK // AE (định lí đảo của định lí Ta- let). Lại có: AE $\perp$ AB (gt) nên MK $\perp$ AB.

4. Khi MB = $\sqrt{3}$.MA, tính diện tích tam giác KAB theo a**.**

Gọi N là giao điểm của MK và AB, suy ra MN $\perp$ AB.

ΔFEA có MK//AE nên $\frac{MK}{AE} = \frac{FK}{FA}$ (1). ΔBEA có NK//AE nên $\frac{NK}{AE} = \frac{BK}{BE}$ (2).

Mà $\frac{FK}{KA} = \frac{BK}{KE}$ (do BF // AE) nên $\frac{FK}{KA+FK} = \frac{BK}{BK+KE}$ hay $\frac{FK}{FA} = \frac{BK}{BE}$ (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{MK}{AE} = \frac{KN}{AE}$. Vậy MK = NK.

Tam giác AKB và tam giác AMB có chung đáy AB nên: $\frac{S_{AKB}}{S_{AMB}} = \frac{KN}{MN} = \frac{1}{2}$.

Do đó $S_{AKB} = \frac{1}{2} S_{AMB}$.

Tam giác AMB vuông ở M nên tan A = $\frac{MB}{MA} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{MAB} = 60^0$.

Vậy AM = $\frac{a}{2}$ và MB = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow \Rightarrow S_{AKB} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{16}a^2\sqrt{3}$ (đvdt).

Bài 5: Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tia AB lấy điểm D nằm ngoài đoạn AB và kẻ tiếp tuyến DC với đường tròn (O) (C là tiếp điểm). Gọi E là chân đường vuông góc hạ từ A xuống đường thẳng CD và F là chân đường vuông góc hạ từ D xuống đường thẳng AC. Chứng minh:

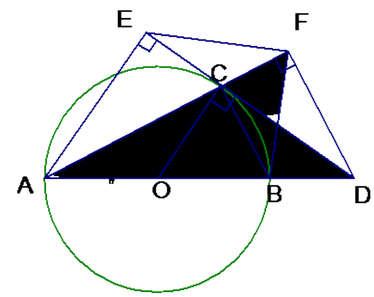
a) Tứ giác EFDA nội tiếp.

b) AF là phân giác của $\widehat{EAD}$.

c) EF.FA = BD.DC

d) Các tam giác ACD và ABF có cùng diện tích.

Lời giải a) Chứng minh tứ giác EFDA nội tiếp:



Ta có: $\widehat{AED} = \widehat{AFD} = 90^0$ (gt). Hai đỉnh E và F cùng nhìn AD dưới góc 90^0 nên tứ giác EFDA nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh AF là phân giác của góc EAD:

Ta có: $\begin{cases} AE \perp CD \\ OC \perp CD \end{cases} \Rightarrow AE // OC$. Vậy $\widehat{EAC} = \widehat{CAD}$ (so le trong)

Tam giác AOC cân ở O (vì OA = OC = R) nên $\widehat{CAO} = \widehat{OCA}$. Do đó: $\widehat{EAC} = \widehat{CAD}$. Vậy AF là phân giác của góc EAD (đpcm).

c) Chứng minh tam giác EFA và tam giác BDC đồng dạng:

ΔEFA và ΔBDC có:

$\widehat{\text{EFA}} = \widehat{CDB}$ (hai góc nt cùng chắn $\overset{\frown}{AE}$ của đường tròn ngoại tiếp EFDA)

$\begin{cases} \widehat{EAC} = \widehat{CAB} \\ \widehat{CAB} = \widehat{DCB} \end{cases} \Rightarrow \widehat{EAF} = \widehat{BCD}$. Vậy ΔEFA ~ ΔBDC (g.g) ⇔ EF.FA = BD.DC

d) Chứng minh các tam giác ACD và ABF có cùng diện tích:

$S_{ACD} = \dfrac{1}{2}DF.AC$ và $S_{ABF} = \dfrac{1}{2}BC.AF$. (1)

BC // DF (cùng $\perp$ AF) nên $\dfrac{BC}{DF} = \dfrac{AC}{AF}$ hay DF. AC = BC.AF (2).

Từ (1) và (2) suy ra : $S_{ACD} = S_{ABF}$ (đpcm)

Bài 6: Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Gọi E là một điểm bất kỳ trên cạnh BC. Qua B vẽ đường thẳng vuông góc với tia DE tại H, đường thẳng này cắt tia DC tại F.

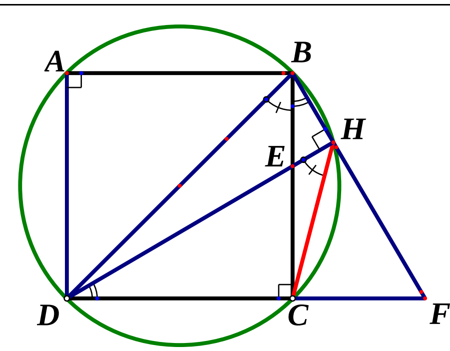
a) CMR: A, B, H, C, D cùng nằm trên một đường tròn.

b) CMR: DE.HE = BE.CE.

c) Tính độ dài đoạn DH theo a khi E là trung điểm của BC.

d) CMR: HC là tia phân giác của $\widehat{DHF}$.

Lời giải:



a) Ta có$\angle \widehat{BAD} = \angle \widehat{BHD} = \angle \widehat{BCD} = 90^0$

$\Rightarrow$ A , H, C cùng nhìn BD dưới 1 góc vuông

$\Rightarrow$A, H, C $\in$ đường tròn đường kính BD

$\Rightarrow$ A, H, C, B, D cùng thuộc 1 đường tròn.

b) Xét ΔDEC và ΔBEH có: $\left.\begin{matrix} \widehat{DEC} = \widehat{BEH} \ (\text{đối đỉnh}) \\ \widehat{DCE} = \widehat{BHE} = 90^0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta DEC \sim \Delta BEH$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{DE}{BE} = \dfrac{EC}{EH} \Leftrightarrow$ DE.HE = BE.CE.

c) Khi E là trung điểm của BC $\Rightarrow EB = EC = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2}$.

- ΔDEC vuông tại C $\Rightarrow DE = \sqrt{EC^2 + CD^2} \Rightarrow$ DE = $\sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Từ: DE.HE = BE.CE (cmt) $\Rightarrow EH = \dfrac{BE.CE}{DE} \Rightarrow EH = \left(\dfrac{a}{2}.\dfrac{a}{2}\right) : \dfrac{a\sqrt{5}}{2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{10}$.

DH = DE + EH = $\dfrac{a\sqrt{5}}{2} + \dfrac{a\sqrt{5}}{10} = \dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.

d) Xét Đường tròn đường kính BD có:

$\left.\begin{matrix} \widehat{CHD}\ n.\text{tiếp chắn}\ \overset{\frown}{CD} \\ \widehat{CBD}\ n.\text{tiếp chắn}\ \overset{\frown}{CD} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \widehat{CHD} = \widehat{CBD}$ Mà: $\left.\widehat{CBD} = \dfrac{1}{2}\widehat{ABC} = 45^0\right\} \Rightarrow \widehat{CHD} = 45^0$ (1)

+ Mặc khác: $\widehat{CHD} + \widehat{CHF} = \widehat{DHF} = 90^0$ (2)

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{CHD} = \widehat{CHF} = \dfrac{1}{2}\widehat{DHF} \Rightarrow$ HC là tia phân giác của $\widehat{DHF}$.

Bài 7: Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại D và E (D nằm giữa A và E , dây DE không qua tâm O).

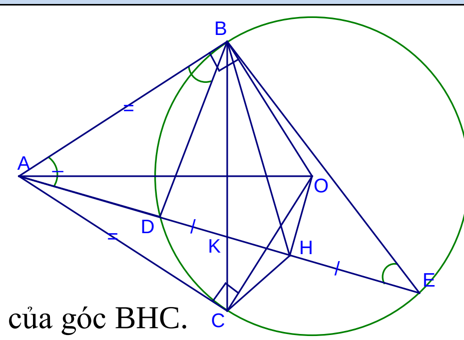
Gọi H là trung điểm của DE, AE cắt BC tại K . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn .

b) HA là tia phân giác của $\widehat{BHC}$

c) $\dfrac{2}{AK} = \dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{AE}$.

Lời giải: a) Xét tứ giác ABOC có :



$\angle ABO = 90^0$ (AB là tiếp tuyến của (O))

$\angle ACO = 90^0$ (AC là tiếp tuyến của (O))

Do đó: $\angle ABO + \angle ACO = 180$ mà đây là 2 góc đối

Vậy tứ giác ABOC nội tiếp được trong một đường tròn.

b) AB = AC (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

Suy ra $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC}$. Do đó $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$. Vậy HA là tia phân giác của góc BHC.

c) * Xét ΔABD và ΔAEB có:

$\widehat{BAE}$ chung, $\widehat{ABD} = \widehat{AEB}$ (cùng bằng $\dfrac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{BD}$)

Suy ra : ΔABD ~ ΔAEB (g.g) Do đó: $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AD}{AB} \Rightarrow AB^2 = AD.AE$ (1)

* Xét Δ ABK và Δ AHB có:

$\widehat{BAH}$ chung, $\widehat{ABK} = \widehat{AHB}$ (do $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC}$) nên chúng đồng dạng.

Suy ra: $\dfrac{AK}{AB} = \dfrac{AB}{AH} \Rightarrow AB^2 = AK.AH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: AE.AD = AK. AH

$$\Rightarrow \frac{1}{AK} = \frac{AH}{AE.AD} \Rightarrow \frac{2}{AK} = \frac{2AH}{AE.AD} = \frac{2(AD+DH)}{AE.AD} = \frac{2AD+2DH}{AE.AD} = \frac{AD+AD+ED}{AE.AD} = \frac{AE+AD}{AE.AD} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}$$ (do AD + DE = AE và DE = 2DH).

Vậy: $\dfrac{2}{AK} = \dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{AE}$ **(**đpcm).

Bài 8: Cho đường tròn (O) đường kính AB bằng 6cm . Gọi H làđiểm nằm giữa A và B sao cho AH = 1cm. Qua H vẽ đường thẳng vuông góc với AB , đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại C và D. Hai đường thẳng BC và DA cắt nhau tại M. Từ M hạ đường vuông góc MN với đường thẳng AB (N thuộc thẳng AB).

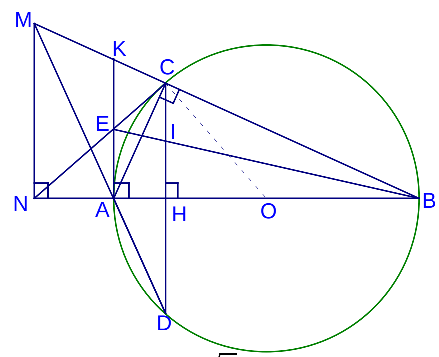
a) Chứng minh MNAC là tứ giác nội tiếp.

b) Tính độ dài đoạn thẳng CH và tính tg $\widehat{ABC}$.

c) Chứng minh NC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt NC ở E. Chứng minh đường thẳng EB đi qua trung điểm của đoạn thẳng CH.

Lời giải :



a) $\widehat{ACB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

=> $\widehat{MCA} = 90^0$. Mà $\angle$MNA = 90^0

Tứ giác MNAC có $\widehat{N} + \widehat{C} = 180^0$

nên nội tiếp được trong một đường tròn.

b) AB = 6 (cm) ; AH = 1 (cm) $\Rightarrow$ HB = 5 (cm).

Tam giác ACB vuông ở C, CH $\perp$ AB $\Rightarrow$

CH^2 = AH . BH = 1 . 5 = 5 $\Rightarrow CH = \sqrt{5}$ (cm). Do đó tg ABC = $\dfrac{CH}{BH} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

c)Ta có $\widehat{NCA} = \widehat{NMA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN của đường tròn ngoại tiếp tứ giác MNAC). $\widehat{NMA} = \widehat{ADC}$ (so le trong của MN // CD)

và $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$) Nên $\widehat{NCA} = \widehat{ABC}$. Do $\widehat{ABC} = \dfrac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{AC}$ $\Rightarrow \widehat{NCA} = \dfrac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{AC}$. Suy ra CN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d) Gọi K là giao điểm của AE và BC; I là giao điểm của CH và EB. KE//CD (cùng $\perp$ với AB) $\Rightarrow \widehat{AKB} = \widehat{DCB}$ (đồng vị). $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ (cùng chắn cung BD). $\widehat{DAB} = \widehat{MAN}$ (đối đỉnh) và $\widehat{MAN} = \widehat{MCN}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{MN}$).

Suy ra: $\widehat{EKC} = \widehat{ECK} \Rightarrow \Delta KEC$ cân ở E. Do đó EK = EC. Mà EC = EA (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên EK = EA.

ΔKBE có CI // KE $\Rightarrow \dfrac{CI}{KE} = \dfrac{BI}{BE}$ và ΔABE có IH // AE $\Rightarrow \dfrac{IH}{AE} = \dfrac{BI}{BE}$.

Vậy $\frac{CI}{KE} = \frac{IH}{AE}$ mà KE = AE nên IC = IH (đpcm).

Bài 9: Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O và hai tiếp tuyến MA và MB đến đường tròn (O), ở đây A, B là các tiếp điểm và C nằm giữa M, D.

a) Chứng minh : MA^2 = MC. MD.

b) Gọi I là trung điểm của CD. CMR: 5 điểm M, A, O, I, B cùng nằm trên một đường tròn.

c) Gọi H là giao điểm của AB và MO. CMR: Tứ giác CHOD nội tiếp được đường tròn. Suy ra AB là phân giác của $\widehat{CHD}$.

d) Gọi K là giao điểm của các tiếp tuyến tại C và D của đường tròn (O). CMR: 3 điểm A, B, K thẳng hàng.

Hướng dẫn d) Gọi K là giao điểm của 2 tiếp tuyến tại C và D của (O) ;

OCK = ODK = 90 độ

$\Rightarrow$ Tứ giác OCKD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{OKC} = \widehat{ODC}\,(cùng\ chắn\ \widehat{OC})$ mà MHC=MDO

$\Rightarrow$ OKC = MHC mà MHC + OHC = 180 $\Rightarrow$ OKC + OHC = 180 $\Rightarrow$ OKHC nt

$\Rightarrow$ OHK=OCK=90 (góc nt chắn nửa đờng tròn) $\Rightarrow$ HK vuông góc MO mà AB vuông góc MO $\Rightarrow$ H, K, B thẳng hàng (đpcm).

Bài 10: Cho đường trong (O, R) và đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm A, B. Lấy một điểm M trên tia đối của tia BA kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của AB.

1) Chứng minh rằng các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

2) Đoạn OM cắt đường tròn tại I. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD.

3) Đường thẳng qua O, vuông góc với OM cắt các tia MC, MD thứ tự tại P và Q. Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích tam giác MPQ bé nhất.

Lời giải : 1) Vì H là trung điểm của AB nên $OH \perp AB$ hay $\widehat{OHM} = 90^0$. Theo tính chất của tiếp tuyến ta lại có $OD \perp DM$ hay $\widehat{ODM} = 90^0$. Suy ra các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

2)Theo tính chất tiếp tuyến, ta có MC = MD ⇒ ΔMCD cân tại M

⇒ MI là một đường phân giác của $\widehat{CMD}$.

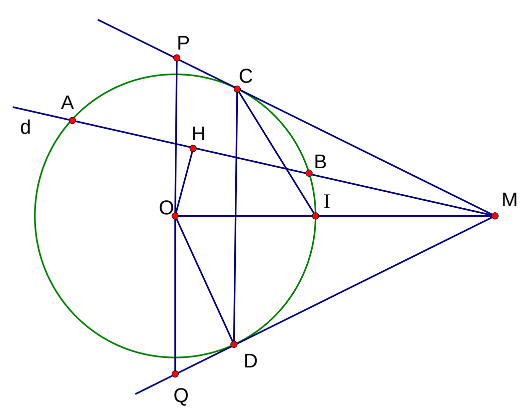
Mặt khác I là điểm chính giữa cung nhỏ $\overset{\frown}{CD}$ nên $\widehat{DCI} = \frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{DI}$ = $\frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{CI}$ = $\widehat{MCI}$ $\Rightarrow$ CI là phân giác của $\widehat{MCD}$.

Vậy I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD.

3) Ta có tam giác MPQ cân ở M, có MO là đường cao nên diện tích :

$$S = 2S_{OQM} = 2.\frac{1}{2}.OD.QM = R(MD + DQ)$$

Từ đó S nhỏ nhất ⇔ MD + DQ nhỏ nhất. Mặt khác, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông OMQ ta có $DM.DQ = OD^2 = R^2$ không đổi nên MD + DQ nhỏ nhất ⇔ DM = DQ = R. Khi đó OM = $R\sqrt{2}$ hay M là giao điểm của d với đường tròn tâm O bán kính $R\sqrt{2}$.



Bài 11: Cho nửa đường tròn đường kính BC = 2R. Từ điểm A trên nửa đường tròn vẽ AH $\perp$ BC. Nửa đường tròn đường kính BH, CH lần lượt có tâm O_1; O_2 cắt AB, AC thứ tự tại D và E.

a) Chứng minh tứ giác ADHE là hình chữ nhật, từ đó tính DE biết R = 25 và BH = 10

b) Chứng minh tứ giác BDEC nội tiếp đường tròn.

c) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác DEO_1O_2 đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó ?

Lời giải : a) Ta có $\widehat{BAC} = 90^0$ (vì góc nội tiếpchắn nửa đường tròn)

Tương tự có $\widehat{BDH} = \widehat{CEH} = 90^0$

Xét tứ giác ADHE có $\widehat{A} = \widehat{ADH} = \widehat{AEH} = 90^0$ => ADHE là hình chữ nhật.

Từ đó DE = AH mà AH^2 = BH.CH (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

hay $AH^2 = 10 . 40 = 20^2$ (BH = 10; CH = 2.25 - 10 = 40) => DE = 20

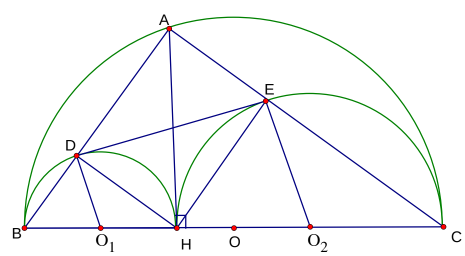
b) Ta có: $\widehat{BAH} = \widehat{C}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) mà $\widehat{DAH} = \widehat{ADE}$ (1)

(Vì ADHE là hình chữ nhật) => $\widehat{C} = \widehat{ADE}$ do $\widehat{C} + \widehat{BDE} = 180^0$ nên tứ giác BDEC nội tiếp đường tròn.

c) Vì $O_1D = O_1B$ => ΔO_1BD cân tại O_1 => $\widehat{B} = \widehat{BDO_1}$ (2)

Từ (1), (2) => $\widehat{ADE} + \widehat{BDO_1} = \widehat{B} + \widehat{BAH} = 90^0$ => O_1D //O_2E

Vậy DEO_2O_1 là hình thang vuông tại D và E.



Ta có

$S_{ht} = \frac{1}{2}(O_1D + O_2E).DE = \frac{1}{2}O_1O_2.DE \le \frac{1}{2}O_1O_2^2$

(Vì $O_1D + O_2E = O_1H + O_2H = O_1O_2$ và $DE \le O_1O_2$)

$S_{ht} \le \frac{1}{2}O_1O_2{}^2 = \frac{BC^2}{8} = \frac{R^2}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi DE = O_1O_2 $\Leftrightarrow$ DEO_2O_1 là hình chữ nhật

$\Leftrightarrow$ A là điểm chính giữa cung BC. Khi đó max $S_{DEO_2O_1} = \frac{R^2}{2}$.

Bài 12: Cho đường tròn (O), từ điểm A ngoài đường tròn vẽ đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại B, C (AB < AC). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua (O) cắt đường tròn (O) tại D; E (AD < AE). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng CE tại F.

a) Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.

b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O), chứng minh DM $\perp$ AC.

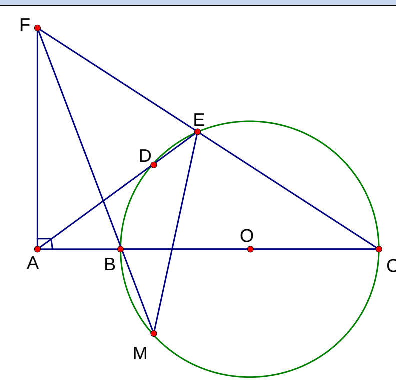
c) Chứng minh: CE . CF + AD . AE = AC^2.

Lời giải : *a*) $\widehat{FAB} = 90^0$ (vì AF $\perp$ AB)

$\widehat{BEC} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

=> $\widehat{BEF} = 90^0$. Do đó $\widehat{FAB} + \widehat{BEF} = 180^0$

Vậy tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.



b) Ta có: $\widehat{AFB} = \widehat{AEB} = (\frac{1}{2}$ sđ cung AB) (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung)

$\widehat{AEB} = \widehat{BMD} = (\frac{1}{2}$ sđ cung BD) (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung)

Do đó $\widehat{AFB} = \widehat{BMD}$ => AF // DM mà FA $\perp$ AC => DM $\perp$ AC

c) ΔACF ~ ΔECB (g.g) => $\frac{AC}{CE} = \frac{CF}{BC}$ => CE.CF = AC.BC (1)

ΔABD ~ ΔAEC (g.g) => $\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC}$ => AD.AE = AC.AB (2)

Từ (1), (2) => AD.AE + CE.CF = AC(AB + BC) = AC^2 (đpcm)

Bài 13: Cho đường tròn (O; R) , đường kính AB . Trên tiếp tuyến kẻ từ A của đường tròn này lấy điểm C sao cho AC = AB . Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD của đường tròn (O; R), với D là tiếp điểm.

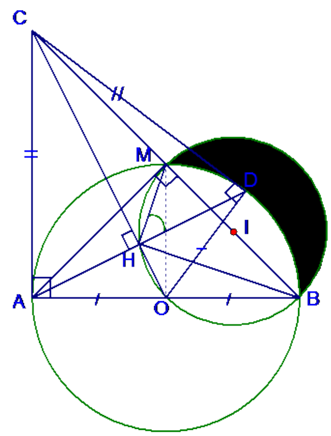
a) Chứng minh rằng ACDO là một tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H là giao điểm của AD và OC. Tính theo R độ dài các đoạn thẳng AH; AD.

c) Đường thẳng BC cắt đường tròn (O; R) tại điểm thứ hai M. Chứng minh $\widehat{MHD} = 45^0$.

d) Đường tròn (I) ngoại tiếp tam giác MHB. Tính diện tích phần của hình tròn này nằm ngoài đường tròn (O; R).

Lời giải : a) Chứng minh tứ giác ACDO nội tiếp:



$\widehat{CAO} = \widehat{CDO} = 90^0$ (tính chất tiếp tuyến).

Tứ giác ACDO có $\widehat{CAO} + \widehat{CDO} = 180^0$ nên nội tiếp được trong một đường tròn.

b)Tính theo R độ dài các đoạn thẳng AH; AD:

CA = CD (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau);

OA = OD =R $\Rightarrow OC \perp AD$ và AH = HD

Tam giác ACO vuông ở A, AH $\perp$ OC

nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AO^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{(2R)^2} = \frac{5}{4R^2}$.

Vậy AH = $\frac{2R\sqrt{5}}{5}$ và AD = 2AH = $\frac{4R\sqrt{5}}{5}$.

c) Chứng minh $\widehat{MHD} = 45^0$:

$\widehat{AMB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{CMA} = 90^0$. Hai đỉnh H và M cùng nhìn AC dưới góc 90^0 nên ACMH là tứ giác nội tiếp. Suy ra: $\widehat{ACM} = \widehat{MHD}$.

Tam giác ACB vuông tại A, AC = AB(gt) nên vuông cân. Vậy $\widehat{ACB} = 45^0$.

Do đó : $\widehat{MHD} = 45^0$.

d) Tính diện tích hình tròn (I) nằm ngoài đường tròn (O) theo R:

Từ $\widehat{CHD} = 90^0$ và $\widehat{MHD} = 45^0$ $\Rightarrow \widehat{CHM} = 45^0$ mà $\widehat{CBA} = 45^0$ (do ΔCAB vuông cân ở B).

Nên $\widehat{CHM} = \widehat{CBA} \Rightarrow$ Tứ giác HMBO nội tiếp . Do đó $\widehat{MHB} = \widehat{MOB} = 90^0$.

Vậy tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác MHB là trung điểm MB. Gọi S là diện tích phần hình tròn (I) ở ngoài đường tròn (O).

S_1 là diện tích nửa hình tròn đường kính MB. S_2 là diện tích viên phân MDB.

Ta có S = $S_1 - S_2$. Tính S_1:

$\overset{\frown}{MB} = 90^0 \Rightarrow MB = R\sqrt{2}$. Vậy $S_1 = \frac{1}{2}.\pi\left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{4}$.

Tính S_2: $S_2 = S_{\text{quạtMOB}} - S_{\Delta\,\text{MOB}} = \dfrac{\pi R^2.90^0}{360^0} - \dfrac{R^2}{2} = \dfrac{\pi R^2}{4} - \dfrac{R^2}{2}$.

$*$ $S = \dfrac{\pi R^2}{4} - \left(\dfrac{\pi R^2}{4} - \dfrac{R^2}{2}\right) = \dfrac{R^2}{2}$.

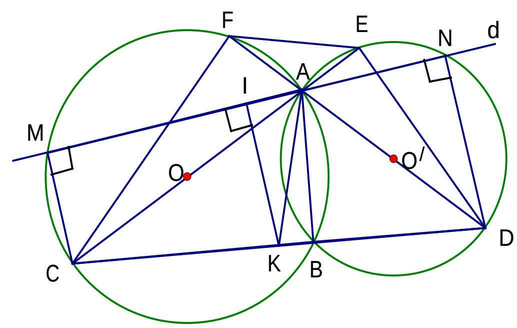
Bài 14: Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Vẽ AC, AD thứ tự là đường kính của hai đường tròn (O) và (O').

a) Chứng minh ba điểm C, B, D thẳng hàng.

b) Đường thẳng AC cắt đường tròn (O') tại E; đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại F (E, F khác A). Chứng minh 4 điểm C, D, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

c) Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A cắt (O) và (O') thứ tự tại M và N. Xác định vị trí của d để CM + DN đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải :



a) Ta có $\widehat{ABC}$ và $\widehat{ABD}$ lần lượt là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) và (O')

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ABD} = 90^0$

Suy ra C, B, D thẳng hàng.

b) Xét tứ giác CDEF có:

$\widehat{CFD} = \widehat{CFA} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$\widehat{CED} = \widehat{AED} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O'))

$\Rightarrow \widehat{CFD} = \widehat{CED} = 90^0$ suy ra E và F cùng nhìn CD dưới một góc vuông mà E và F là hai góc ở hai đỉnh liền kề

$\Rightarrow$ Tứ giác CDEF nội tiếp

c) Ta có $\widehat{CMA} = \widehat{DNA} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); suy ra CM // DN hay CMND là hình thang.

Gọi I, K thứ tự là trung điểm của MN và CD. Khi đó IK là đường trung bình của hình thang CMND. Suy ra IK // CM // DN (1) và CM + DN = 2.IK (2)

Từ (1) suy ra IK $\perp$ MN $\Rightarrow$ IK $\le$ KA (3) (KA là hằng số do A và K cố định).

Từ (2) và (3) suy ra: CM + DN $\le$ 2KA. Dấu “ = ” xảy ra khi và chỉ khi IK = AK

$\Leftrightarrow$ d $\perp$ AK tại A.

Vậy khi đường thẳng d vuông góc AK tại A thì (CM + DN) đạt GTLN bằng 2KA.

C. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

C.1. Bài tập hệ thức lượng trong tam giác vuông

Bài 1. Giải ΔABC, biết $\hat{A} = 90^0$ từng trường hợp sau:

a) BC = 72 cm, $\hat{B} = 58^0$ b) AC = 21 cm, AB = 18 cm.

Bài 2. Cho ΔABC vuông tại A, AC = 5, cotB = 2,4. Tính AB, AC, các tỉ số lượng giác của $\hat{C}$.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, AB = 15 cm, AC = 20 cm, đường cao AH.

a) Tính độ dài BC, AH;

b) Gọi D đối xứng với nhau qua B qua H, vẽ hình bình hành ADCE. Chứng minh rằng ABCE là hình thang cân;

c) Tính độ dài AE; d) Tính diện tích hình thang ABCE.

Bài 4. Cho ΔABC vuông tại A (AB < AC), đường cao AH. Biết BC = 25 cm, AH = 12 cm.

a) Tính HB, HC; b) Tính AB, AC;

c) Gọi D, E theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ H đến AB và AC. Tính AD và AE.

Bài 5. Cho ΔABC cân tại A ($\hat{A}<90^0$). Đường thẳng vuông goác với AB tại A cắt BC tại D. Gọi E và H lần lượt là hình chiếu của D lên cạnh AC và của A lên cạnh BC.

a) Chứng minh DC là tia phân giác của goác ADB; b) Chứng minh $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2}$.

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH chia cạnh huyền BC thành hai đoạn BH = 4 cm và HC = 9 cm.

a) Tính độ dài AH và số đo góc ABC;

b) Gọi M là trung điểm của AC. Kẻ AK vuông goác với BM (K$\in$ BM). Chứng minh ΔAKM đồng dạng với ΔBAM.

c) Chứng minh BK.BC = BM.BH *(Đề kiểm tra giữa học kì I năm 2014 – 2015, Lục Nam)*

C.2. Bài tập về đường tròn

Bài 1. Cho đường tròn (O;R) và điểm M sao cho OM = 3OR. Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA VÀ MB (A,B thuộc (O)). Từ A vẽ dây cung AD song song MB. Đường thẳng MD cắt đường tròn tại điểm thứ hai là C khác D. Đường thẳng BC cắt MA tại F, đường thẳng AC cắt MB tại E.

1) Chứng minh:

a) Tứ giác MAOB nội tiếp; b) EB^2 = EC.EA;

c) E là trung điểm của MB; d) BC.MB = MC.AB;

e) CF là tia phân giác của góc MCA.

2. Tính diện tíc tam giác BAD theo R.

3. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và MB.

Bài 2. Cho đường tròn (O) và một dây cung AB. Trên tai AB lấy một điểm C nằm ngoài đường tròn. Từ điểm P chính giữa của cung lớn AB kẻ đường kính PQ cắt dây AB tại D. Tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai I. Các dây AB và QI cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác PDKI nội tiếp; 2) CI.CP = CK.CD;

3) IC là tia phân giác của góc ngoài đỉnh I của tam giác AIB;

4) Khi A, B, C cố định, đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua A, B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 3. Cho đường tròn (O;R) và một đường thẳng d cắt (O) tại C và D. Một điểm M di động nằm trên d sao cho MC < MD và ở ngoài đường tròn (O). Qua M kẻ tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (O). Gọi H là trung điểm của CD và giao điểm của OM, d và OH với AB lần lượt là I, E và F. Chứng minh

1) Các tứ giác MIHF và OHEI nội tiếp; 2) MA^2 = MC.MD và MC.MD = MI.MO;

3) FI.EI = $\frac{AB^2}{4}$ và OH.OF = OI.OM; 4) Đường thẳng AB đi qua điểm cố định.

Bài 4. Cho nửa đường tròn tâm O và đường kính AB = 2R. Gọi C là trung điểm của đoạn thẳng AO, đường thẳng Cx vuông góc với đường thẳng AB, Cx cắt nửa đường tròn (O) ở I. Gọi K là một điểm nằm trên đoạn CI (K khác C và I). Tia AK cắt nửa đường tròn (O) tại M. Tiếp tuyến với nửa đường tròn tại M cắt Cx tại N, tia BM cắt Cx tại D.

1) Chứng minh bốn điểm A, C, M, D cùng nằm trên một đường tròn;
2) Chứng minh tam giác MNK cân;
3) Tính diện tích tam giác ABD khi K là trung điểm của đoạn thẳng CI;
4) Chứng minh rằng khi K di động trên đoạn CI thì tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông ở A và một điểm D nằm giữa A và B. Đường tròn đường kính BD cắt BC tại E. Các đường thẳng CD, AE lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ hai F, G. Chứng minh:

a) Tam giác ABC đồng dạng với tam giác EBD.
b) Tứ giác ADEC và AFBC nội tiếp được trong một đường tròn.
c) AC song song với FG.
d) Các đường thẳng AC, DE và BF đồng quy.

Bài 6. Cho hình vuông ABCD, điểm M thuộc cạnh BC (M khác B, C). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với DM, đường thẳng này cắt các đường thẳng DM và DC theo thứ tự tại H và K.

1) Chứng minh: Các tứ giác ABHD, BHCD nội tiếp đường tròn.
2) Tính góc $\widehat{CHK}$
3) Chứng minh $KH.KB = KC.KD$
4) Đường thẳng AM cắt đường thẳng DC tại N. Chứng minh $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$.

Bài 7. Cho đường tròn (O), đường kính AB. M là một điểm cố định nằm trên tiếp tuyến tại A của O. Vẽ tiếp tuyến MC và cát tuyến MHK (H nằm giữa M và K; tia MK nằm giữa hai tia MB và MO. Các đường thẳng BH và BK cắt đường thẳng MO theo thứ tự tại E và F. Qua A kẻ đường thẳng song song với MK, cắt (O) tại I, CI cắt MK tại N.

1. Chứng minh tứ giác MCHE nội tiếp;
2. Chứng minh $MN^2 + ON^2$ không phụ thộc vào vị trí cát tuyến MHK;
3. Chứng minh OE = OF.

Bài 8. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O và AB < AC. Vẽ đường kính AD của (O). Kẻ BE và CF vuông góc với AD (E, F thuộc AD). Kẻ AH vuông góc với BC tại H.

1) Chứng minh bốn điểm A, B, H, E nằm trên một đường tròn;
2) Chứng minh HE song song với CD;
3) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh ME = MF.

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Đường tròn tâm O đường kính AH cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M và N (A≠ M&N). Gọi I, P và Q lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng OH, BH, và CH. Chứng minh:

a) $\widehat{AHN} = \widehat{ACB}$ b) Tứ giác BMNC nội tiếp c) Điểm I là trực tâm tam giác APQ.

Bài 10.

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B, tiếp tuyến chung với hai đường tròn (O_1) và (O_2) về phía nửa mặt phẳng bờ O_1O_2 chứa điểm B, có tiếp điểm thứ tự là E và F. Qua A kẻ cát tuyến song song với EF cắt đường tròn O_1, O_2 thứ tự tại C, D. Đường thẳng CE và đường thẳng DF cắt nhau tại I.

1. Chứng minh IA vuông góc với CD
2. Chứng minh tứ giác IEBF là tứ giác nội tiếp.
3. Chứng minh đường thẳng AB đi qua trung điểm EF

Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm M tùy ý nằm giữa A và B. Đường tròn đường kính BM cắt đường thẳng BC tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng CM và AE lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ hai là H và K.

a) Chứng minh: Tứ giác AMEC là tứ giác nội tiếp.
b) Chứng minh: Góc ACM bằng góc KHM.
c) Chứng minh: Các đường thẳng BH, EM và AC đồng qui.
d) Giả sử AC< AB, xác định vị trí của M để tứ giác AHBC là hình thang can

Bài 12. Cho đường tròn tâm (O;R) có AB và CD là hai đường kính vuông góc nhau. I là một điểm nằm trên OB sao cho $OI = \frac{1}{3}OB$. Đường thẳng CI cắt đường tròn tại E và cắt BD tại K. Đường thẳng AE cắt CD tại F.

a) Chứng minh tứ giác OIED nội tiếp và tính CI.CE theo R.

b) Chứng minh I là trọng tâm của tam giác CBD từ đó tính KE.KC theo R.

d) Chứng minh F là trung điểm của OD.

e) Tính diện tích của tam giác ACE theo R.

f) Trong trường hợp I thay đổi trên OB chứng minh diện tích tứ giác CAFI không đổi.

Bài 13. Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng theo thứ tự đấy và đường thẳng *d* vuông góc với tại A. Vẽ đường tròn đường kính BC và trên đó lấy M bất kì. Tia CM cắt đường thẳng *d* tại điểm D. Tia AM cắt đường tròn tại điểm thứ hai N; tia DB cắt đường tròn tại điểm thứ hai P.

1) Chứng minh tứ giác ABMD nội tiếp;
2) Chứng minh tích CM.CD không phụ thuộc vào vị trí của M;
3) Tứ giác APND là hình gì? Vì sao?
4) Chứng minh trọng tâm G của ΔMAC chạy trên một đường cố định khi M di động.

Bài 14. Cho ΔABC cân $\left(AB = AC; \widehat{A} < 90°\right)$, một cung tròn BC nằm bên trong ΔABC và tiếp xúc với AB, AC tại B, C. Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M rồi hạ các đường vuông góc MI, MH, MK xuống các cạnh tương ứng BC, CA, AB. Gọi P là giao điểm của MB, IK và Q là giao điểm của MC, IH.

1. Chứng minh các tứ giác BIMK, CIMH nội tiếp được một đường tròn;
2. Chứng minh tia đối của tia MI là tia phân giác của góc HMK;
3. Chứng minh tứ giác MPIQ nội tiếp được. Suy ra PQ song song với BC;
4. Gọi (O_1) là đường tròn đi qua M, P, K và (O_2) là đường tròn đi qua M, Q, H; và N là giao diểm của (O_1) và (O_2); D là trung điểm của BC. Chứng minh M, N, D thẳng hàng.

Bài 15. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Kẻ tia tiếp tuyến Bx, M là điểm thay đổi trên Bx;. AM cắt (O) tại N. Gọi I là trung điểm của AN.

a. Chứng minh: Tứ giác BOIM nội tiếp được trong 1 đường tròn.

b. Chứng minh:ΔIBN ~ ΔOMB.

c. Tìm vị trí của điểm M trên tia Bx để diện tích tam giác AIO có GTLN.

Bài 16. Cho đường tròn tâm O, đường kính AC. Vẽ dây BD vuông góc với AC tại K (K nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ CD (E không trùng C và D), AE cắt BD tại H.

a) Chứng minh tam giác CBD cân và tứ giác CEHK nội tiếp.

b) Chứng minh AD^2 = AH. AE.

c) Cho BD = 24cm; BC = 20cm. Tính chu vi hình tròn (O).

d) Cho $\widehat{BCD} = \alpha$. Trên nửa mp bờ BC không chứa điểm A, vẽ tam giác MBC cân tại M. Tính góc MBC theo α để M thuộc đường tròn (O).

Bài 17. Cho đường tròn (O) và điểm A nằm trên (O). Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại A. trên d lấy điểm D, kẻ tiếp tuyến DB của (O) (B là tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác AOBD nội tiếp;

b) Trêm tía đối của tia BA lấy C. Kẻ DH vuông góc với OC (H thuộc OC). I là giao điểm của AB và OD. Chứng minh OH.OC = OI.OD;

c) Gọi M là giao điểm của DH với cung nhỏ AB. Chứng minh CM là tiếp tuyến (O);

d) Gọi E là giao điểm của DH và CI. Gọi F là giao điểm thứ hai của đường tròn đường kính OD và đường tròn ngoại tiếp tam giác OIM. Chứng minh ba điểm O, E, F thẳng hàng.

Bài 18. Cho đường tròn tâm O , đường kính AB . Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho AC > BC. Kẻ các tiếp tuyến Ax,By của (O). Tiếp tuyến tại C của (O) cắt Ax tại D , BD cắt (O) tại E Vẽ CH vuông góc với AB tại H

1) Chứng minh : Tứ giác AOCD nội tiếp được và tam giác AEB vuông tại E

2) Gọi F là điểm đối xứng C qua E .Chứng minh : AF_|_FC

3) Gọi I là giao điểm của AE và CH . Chứng minh rằng : C là trung điểm của IH

4) AE cắt DH tại M , CM cắt AD tại N . Chứng minh : NE là tiếp tuyến của (O)

5) Gọi P là giao điểm của AC và By . Trên BP lấy 1 điểm S sao cho PS=3SB. Chứng minh : IH là phân giác của góc NHS.

Bài 19. Dựng đường thẳng d vuông góc với BC tại điểm D, cắt nửa đường tròn (O) tại điểm A. Trên cung AC lấy điểm M bất kỳ (M khác A và C), tia BM cắt đường thẳng d tại điểm K, tia CM cắt đường thẳng d tại điểm E. Đường thẳng BE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm N (N khác B).

1. Chứng minh tứ giác CDNE nội tiếp.

2.Chứng minh ba điểm C, K và N thẳng hàng.

3. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BKE. Chứng minh rằng điểm I luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm M thay đổi.

Bài 20. Cho đường tròn (O; R) và một điểm S ở ngoài đường tròn (O; R). Từ điểm S kẻ hai tiếp tuyến SA, SB tới (O; R) (A và B là các tiếp điểm). Kẻ dây cung BC song song với SA; SC cắt đường tròn (O; R) tại điểm thứ hai là D; tia BD cắt SA tại điểm M.

1. Chứng minh MA^2 = MD.MB

2. Gọi I là trung điểm đoạn DC. Chứng minh năm điểm S, B, I, O, A cùng thuộc một đường tròn và tia IS là phân giác của góc BIA.

3. Qua điểm I kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại E. Chứng minh ED // BC

4. Giả sử BM ⊥ SA, khi đó hãy tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSDA theo R.

PHẦN 3. LUYỆN ĐỀ

STT ĐỀ	ĐIỂM	KINH NGHIỆM LÀM BÀI
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI MINH HỌA

(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I (2 *điểm*).

1. Tính giá trị của biểu thức : $A = \left(\sqrt{20} - 3\sqrt{5} + \sqrt{80}\right).\sqrt{5}$.
2. Tìm giá trị của tham số *m* để đường thẳng (*d*) $y = 2(m - 3)x + 3$ song song với đường thẳng (*d'*) $y = (2m - 1)x - 1$.

Câu II (3 *điểm*).

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$
2. Cho biểu thức: $B = \left(1 - \dfrac{2\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+1} + \dfrac{\sqrt{x}+1}{9x-1}\right) : \left(\dfrac{9\sqrt{x}-6}{3\sqrt{x}+1} - 3\right) \quad \left(x > 0, x \neq \dfrac{1}{9}\right)$

   a) Rút gọn *B*;

   b) Tìm các giá trị *x* để *B* nhận giá trị âm.
3. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1) + m - 2 = 0$ (*x* là ẩn, *m* là tham số).

   a) Giải phương trình khi $m = -2$.

   b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:

$$\left\| \frac{1}{\sqrt{x_1}} \right| + \left| \frac{1}{\sqrt{x_1}} \right\| = \sqrt{10} \; .$$

Câu III (1,5 *điểm*). Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ hai tỉnh A và B cách nhau 150 km đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 1 giờ 30 phút. Tính vận tốc của mỗi ô tô, biết vận tốc của ô tô đi từ A lớn hơn vận tốc của ô tô đi từ B là 20 km/h.

Câu IV (3 *điểm*). Cho đường tròn (*O*) và một dây cung AB không đi qua tâm. Vẽ đường kính *CD* vuông góc với *AB* tại *K* (*D* thuộc cung nhỏ *AB*). Trên cung nhỏ *BC* nhỏ lấy *N* (*N* không trùng với *B* và *C*). Gọi *F* là giao điểm của *DN* và *KB*, *CN* và *AB* kéo dài cắt nhau tại *E* .

1. Chứng minh tứ giác *KFNC* là tứ giác nội tiếp;
2. Chứng minh *DF.DN* = *DK.DC*;
3. Tiếp tuyến tại *N* của (*O*) cắt đường thẳng *AB* tại *I*. Chứng minh *IE* = *IF*;
4. Chứng minh hệ thức: $\dfrac{EB}{FB} = \dfrac{KE}{KA}$.

Câu V (0,5 *điểm*). Cho *a*, *b*, *c* là độ dài 3 cạnh tam giác, chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2 + bc} + \frac{1}{b^2 + ac} + \frac{1}{c^2 + ab} \leq \frac{a + b + c}{2abc}$$

-------------------------------- **Hết**--------------------------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: …………………………………….. Số báo danh: ………………

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ THI THỬ SỐ 2

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu I: **1.** Tính giá trị của biểu thức: $A=\sqrt{18.\left(9^2-7^2\right)}$

2. Tìm m để đường thẳng $y=-3x+6$ và đường thẳng $y=\frac{5}{2}x-2m+1$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

3. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

Câu II: **1.** Cho biểu thức: $B=\left(\frac{\sqrt{x}}{x-4}+\frac{2}{2-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}\right):\left(\sqrt{x}-2+\frac{10-x}{\sqrt{x}+2}\right)$

a) Rút gọn biểu thức *B*;

b) Tìm giá trị của *x* để B > 0.

2. Cho phương trình $x^2 - 6x + 2m + 3 = 0$ v ới *m* là tham số (1)

a) Giải phương trình khi $m = 1$;

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn $(x_1 - x_2)^2 - 3x_1x_2 = 5$.

Câu III: Một người đi xe đạp từ Bắc Ninh lên Bắc Giang đường dài 20 km với vận tốc đều. Do công việc gấp nên người ấy đã đi nhanh hơn dự định 3km/h và đến sớm hơn dự định được 20 phút. Tính vận tốc người ấy dự định đi.

Câu IV: Cho đường tròn (*O*), một đường kính *AB* cố định, một điểm *I* nằm giữa *A* và *O* sao cho $AI = 2/3AO$. Kẻ dây *MN* vuông góc với *AB* tại *I*. Gọi *C* là điểm tùy ý thuộc cung lớn *MN*, sao cho *C* không trùng với *M*, *N* và *B*. Nối *AC* cắt *MN* tại *E*.

a) Chứng minh tứ giác *IECB* nội tiếp được trong đường tròn.

b) Chứng minh ΔAME đồng dạng với Δ*ACM* và $AM^2 = AE.AC$.

c) Chứng minh $AE.AC - AI.IB = AI^2$.

d) Hãy xác định vị trí của điểm *C* sao cho khoảng cách từ *N* đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *CME* là nhỏ nhất.

Câu V: Cho hai số x, y thỏa mãn đẳng thức $\left(x+\sqrt{x^2+2019}\right)\left(y+\sqrt{y^2+2019}\right)=2019$

Tính giá trị của biểu thức *S* = x + y.

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ SỐ 3

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I:

1. Tính giá trị của biểu thức: $A=\sqrt{\frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1}}+\sqrt{\frac{\sqrt{3}+4}{5-2\sqrt{3}}}$

2. Xác định hệ số *a* biết parabol $y=-3ax^2$ đi qua điểm A (2; – 24).

3. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}4x+7y=18\\3x-y=1\end{cases}$

Câu II:

1. Cho biểu thức: $M=\left(\frac{3}{\sqrt{1+x}}+\sqrt{1-x}\right):\left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}+1\right)$ (với $-1<x<1$)

a) Rút gọn biểu thức M;

b) Tìm GTLN cua biểu thức $P=M+\sqrt{x}\ (x>0)$.

2. Cho phương trình: $x^2-2(m+1)x+m^2-4m+5=0$ (*m* là tham số).

a) Giải phương trình trên với $m=-1$;
b) Tìm *m* để phương trình có 2 nghiệm có giá trị tuyệt đối bằng nhau và trái dấu nhau.

Câu III: Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120km với vận tốc dự định trước. Saukhi đi được 1/3 quãng đường AB người đó tăng vận tốc lên 10km/h trên quãng đường còn lại. Tìm vận tốc dự định và thời gian lăn bánh trên đường,biết rằng người đó đến B sớm hơn dự định 24 phút.

Câu IV: Cho đường tròn tâm (O), AB là dây cố định của đường tròn không đi qua tâm. M là một điểm trên dây cung lớn AB sao cho tam giác MAB là tam giác nhọn. Gọi D và C thứ tự là điểm chính giữa của cung nhỏ MA, MB, đường thẳng AC cắt đường thẳng BD tại I, đường thẳng CD cắt cạnh MA và MB thứ tự tại P và Q.

1. Chứng minh tứ giác ADPI là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh tam giác ADI là tam giác cân.
3. Chứng minh PI = MQ.
4. Đường thẳng MI cắt đường tròn tại N. Khi M chuyển động trên cung lớn AB thì trung điểm của MN chuyển động trên đường nào.

Câu V: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=2x^2-xy-y^2$ với *x, y* thoả mãn điều kiện sau: $x^2+2xy+3y^2=4$.

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ SỐ 4

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I : 1. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} - \frac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}}$

2. Trong mặt phẳng, với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình: $y = (m-1)x + n$.

a) Với giá trị nào của m và n thì d song song với trục Ox.

b) Xác định phương trình của d, biết d đi qua điểm A(1; - 1) và có hệ số góc bằng -3.

Câu II : 1. Rút gọn biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{(\sqrt{x}+3)}{3-\sqrt{x}}$ với $x > 0,\ x \neq 9$.

2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho Prabol (P) có phương trình $y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (d) có phương trình y = 2x – m.

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A (1; 3)

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Prabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1 và x_2 sao cho: $\left| |x_1| - |x_2| \right| = -1$.

Câu III: Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng độ dài mỗi cạnh lên 1 m thì diện tích của hình chữ nhật sẽ tăng thêm 3 m^2. Nếu giảm chiều dài đi 2 m và giảm chiều rộng đi 1m thì diện tích hình chữ nhật sẽ giảm 15 m^2. Tính kích thước của hình chữ nhật đó ?

Câu IV: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R. C là trung điểm của đoạn thẳng AO, đường thẳng Cx vuông góc với đường thẳng AB, Cx cắt nửa đường tròn trên tại I. K là một điểm bất kì nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C ; K khác I), tia AK cắt nửa đường tròn đã cho tại M. Tiếp tuyến với nửa đường tròn tâm O tại điểm M cắt Cx tại N, tia BM cắt Cx tại D.

1) Chứng minh rằng bốn điểm A, C, M, D cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh ΔMNK cân.

3) Tính diện tích ΔABD khi K là trung điểm của đoạn thẳng CI.

4) Chứng minh rằng : Khi K di động trên đoạn thẳng CI thì tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔAKD nằm trên một đường thẳng cố định.

Câu V: Cho 3 số dương a, b, c thoả mãn điều kiện a + b + c = 3.

Chứng minh rằng: $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ SỐ 5

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I:

1. Tính giá trị của biểu thức A=$\left(\sqrt{\frac{3}{2}}-\sqrt{\frac{2}{3}}\right).\sqrt{6}$

2. Xác định m để điểm $A\left(-\sqrt{2};m\right)$ nằm trên parabol (P) $y=\frac{1}{4}x^2$.

3. Cho phương trình : $x^2 - x + 1 + m = 0$ (1). Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1x_2.(x_1x_2 - 2) = 3.(x_1 + x_2)$.

Câu II :

1. Rút gọn biểu thức: $P=\left(\frac{\sqrt{a}-1}{2\sqrt{a}-1}-\frac{1}{2\sqrt{a}+1}+\frac{3\sqrt{a}}{4a-1}\right):\left(1-\frac{2\sqrt{a}-1}{2\sqrt{a}+1}\right)$ với $a \geq 0$ và $a \neq \frac{1}{4}$

2. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=-m \\ x+my=-1 \end{cases}$ (m là tham số) (I)

a) Giải hệ phương trình (I) khi $m = -2$.

b) Tìm m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn: $y = x^2$.

Câu III: Một xe lửa đi từ ga Hà Nội vào ga Trị Bình (Quảng Ngãi). Sau 1 giờ, một xe lửa khác đi từ ga Trị Bình ra ga Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một điểm ở chính giữa quãng đường. Tìm vận tốc của mỗi xe lửa, biết quãng đường Hà Nội – Trị Bình dài 900 km.

Câu IV: Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R, dây MN vuông góc với dây AB tại I sao cho IA< IB. Trên đoạn MI lấy điểm E(E khác M và I).Tia AE cắt đường tròn tại điểm thứ hai K.

1) Chứng minh tứ giác IEKB nội tiếp.
2) Chứng minh $AM^2 = AE.AK$.
3) Chứng minh $AE.AK + BI.BA = 4R^2$.
4) Xác định vị trí điểm I sao cho chu vi tam giác MIO đạt GTLN.

Câu V: Cho các số dương a, b, c. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}\geq 4\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right)$$

➢ **Hướng dẫn:** Với x, y > 0 ta có: $(x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow \frac{x+y}{xy}\geq\frac{4}{x+y} \Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geq\frac{4}{x+y}$

Áp dụng bất đẳng thức trên ta, có:

$$\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}=a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

$$\geq a.\frac{4}{b+c}+b.\frac{4}{c+a}+c.\frac{4}{a+b} = 4\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right)$$ (Đpcm)

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN

NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ SỐ 6

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2018 – 2019

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I. Rút gọn các biểu thức sau:

1. $A=\sqrt{2}\left(\sqrt{8}-2\sqrt{3}\right)+2\sqrt{6}$
2. $B=\dfrac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2+4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}.\dfrac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$ với $a>0,b>0$.

Câu II.

1. Tìm giá trị của m để parabol (P) : $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=6x-m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Khi $m=5$, hãy tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d).
2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases}2(x-1)+y=3\\ x-3y=-8\end{cases}$.
3. Cho phương trình: $x^2+(m+1)x+m-1=0$ (1) (m là tham số).
   Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức
   $C=x_1^{\,2}x_2+x_1x_2^{\,2}+4x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.Tìm GTLN đó?

Câu III. Một xí nghiệp sản xuất được 120 sản phẩm loại I và 120 sản phẩm loại II trong thời gian 7 giờ. Mỗi giờ sản xuất được số sản phẩm loại I ít hơn số sản phẩm loại II là 10 sản phẩm. Hỏi mỗi giờ xí nghiệp sản xuất được bao nhiêu sản phẩm mỗi loại.

Câu 4 (3 điểm): Cho đường tròn (O,R) ,đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm A và B .Từ một điểm C trên d (C nằm ngoài đường tròn) ,kẻ hai tiếp tuyến CM và CN (M và N thuộc (O)) .Gọi H là trung điểm AB ,đường thẳng OH cắt tia CN tại K.Đoạn thẳng CO cắt (O) tại I . Chứng minh:

1) Bốn điểm C,O, H, N cùng thuộc một đường tròn;
2) KN.KC = KH.KO;
3) Điểm I cách đều CM, CN, MN;
4) Một đường thẳng qua O song song MN cắt tia CM và CN tại E và F Xác định vị trí C trên d để diện tích tam giác CEF nhỏ nhất .

Câu 5 (0,5 điểm):

Với số tự nhiên $k\geq 1$, chứng minh: $\dfrac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{k}}-\dfrac{1}{\sqrt{k+1}}$

Tính $P=\dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\cdots+\dfrac{1}{2017\sqrt{2016}+2016\sqrt{2017}}$

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ SỐ 7

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 :

1) Tính giá trị của biểu thức: $P = 2\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} - \sqrt{8}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$.

3) Rút gọn biểu thức : $A = \left(\frac{a.\sqrt{a} - 1}{a - \sqrt{a}} - \frac{a.\sqrt{a} - 1}{a + \sqrt{a}}\right) : \frac{a+2}{a-2}$

Câu 2 : Cho parobol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : y= 8x – m.

a) Tìm m biết đường thẳng (d) đi qua điểm A(1 ; 2).

b) Tìm giá trị của m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt M và N thoả mãn: $(x_1 - x_2)^2 = 4$, với x_1 , x_2 lần lượt là hoành độ của M và N.

Câu 3: Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng chiều rộng thêm 1cm và chiều dài thêm 3 cm thì diện tích của hình chữ nhật tăng 30 cm^2. Nếu giảm chiều rộng đi 2 cm và chiều dài đi 3 cm thì diện tích của hình chữ nhật giảm 30 cm^2. Tính chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật đó.

Câu 4:

Cho ΔABC có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại điểm H. Biết ba góc $\widehat{CAB}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$ đều là góc nhọn. Gọi M là trung điểm của đoạn AH.

1. Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn.
2. Chứng minh $CE.CA = CD.CB$.
3. Chứng minh EM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp của ΔBEF.
4. Gọi I, J tương ứng là tâm đường tròn nội tiếp của ΔBDF và ΔEDC. Chứng minh $\widehat{DIJ} = \widehat{DFC}$.

Câu 5: Tìm bộ số thực (x, y, z) thỏa mãn:

$$\sqrt{x-29} + 2\sqrt{y-6} + 3\sqrt{z-2011} + 1016 = \frac{1}{2}(x+y+z)$$

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ SỐ 8

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I.

1. Tính giá trị của biểu thức : $A = (8\sqrt{27} - 6\sqrt{48}) : \sqrt{3}$.
2. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d): $y = 4x - 1$ và parabol (P): $y = 4x^2$.
3. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3x - 2y = -8 \\ y - 2x = 5 \end{cases}$

Câu II.

1. Rút gọn biểu thức : $A = \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\right)\left(\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1} - 2\right)$ với $x \ge 0; x \ne 1$.
2. Cho phương trình : $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 5 = 0$ (1) (m là tham số)

Chứng minh rằng phương trình có nghiệm với mọi m. Gọi x_1; x_2 là 2 nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của m thoả mãn hệ thức: $x_1 < 1 < x_2$

Câu III. Tìm tích của hai số biết tổng của 2 số đó là 17 và nếu tăng số thứ nhất lên 3 đơn vị và số thứ hai lên 2 đơn vị thì tích tăng lên 45 đơn vị.

Câu IV. Cho đường tròn (O) và dây AB không đi qua tâm O.Trên tia AB lấy điểm C nằm ngoài đường tròn. Từ điểm E chính giữa của cung lớn AB kẻ đường kính EF cắt dây AB tại D. Tia CE cắt đường tròn (O) tại I. Gọi K là giao điểm của tia AB và tia FI.

1. Chứng minh tứ giác EDKI nội tiếp ;

2. Chứng minh : CI.CE = CK.CD ;

3. Chứng minh IC là phân giác ngoài tại đỉnh I của Δ AIB ;

4. Cho A , B , C cố định . Chứng minh khi đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua AB thì đường thẳng FI luôn đi qua một điểm cố định.

CâuV. Chứng minh: $\dfrac{a + b}{\sqrt{a(3a + b)} + \sqrt{b(3b + a)}} \ge \dfrac{1}{2}$ với a, b > 0.

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ SỐ 9

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I.

1. Tính giá trị của biểu thức : $P = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}.\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

2. Cho hàm số: y = mx + 1. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm A (1;4). Với giá trị m vừa tìm được, hàm số (1) đồng biến hay nghịch biến trên **R**.

2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} y = 2|x-1|+3 \\ x = 2y-5 \end{cases}$.

Câu II.

1. Rút gọn B = $\left(\frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab} - b}\right).\left(a\sqrt{b} - b\sqrt{a}\right)$ (với a > 0, b > 0, a $\neq$ b)

2. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m + 1 = 0$ (*m* là tham số) (1)

a) Giải phương trình khi *m* = - 1.

b) Tìm *m* để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4$.

Câu III. Hai ô tô A và B cùng vận chuyển hàng. Theo kế hoạch ô tô A vận chuyển ít hơn ô tô B 30 chuyến hàng. Tìm số chuyến hàng ô tô A phải vận chuyển theo kế hoạch, biết rằng tổng của hai lần số chuyến hàng của ô tô A và ba lần số chuyến hàng của ô tô B bằng 1590.

Câu IV. Cho đường tròn *(O;R)* và một đường thẳng *d* không cắt đường tròn.Vẽ *OH* vuông góc với đường thẳng *d* tại *H* , *M* là điểm thuộc *d*. Từ *M* vẽ hai tiếp tuyến *MA* và *MB* với đường tròn (*A* , *B* là các tiếp điểm).

1. Chứng minh tứ giác *MAOH* nội tiếp ;
2. Đường thẳng *AB* cắt *OH* tại *I* . Chứng minh *IH.IO = IA.IB* ;
3. Chứng minh I cố định khi M chạy trên đường thẳng d ;
4. Cho *OM = 2R* ; *OH = a* . Tính diện tích tam giác *MAI* theo *a* và *R* .

Câu V. Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn xyz = 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{xy}+\frac{\sqrt{1+y^3+z^3}}{yz}+\frac{\sqrt{1+z^3+x^3}}{zx}\geq 3\sqrt{3}$$

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ THI THỬ SỐ 10

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu I.

1. Cho hàm số $y = \left(\sqrt{3}-2\right)x + 1$. Hàm số đồng biến hay nghịch biến trên **R** ? Tính giá trị của hàm số khi $x = \sqrt{3}+2$.
2. Rút gọn biểu thức: $P = \left(\dfrac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{x^2}{x\sqrt{x}+x}\right)\left(2-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$ (với $x > 0$)
3. Tìm m để 2 đường thẳng (d): $y = (m^2-1)x+1$ và (d’): y= 3x + m – 1 trùng nhau.

Câu II.

1. Tìm a, b biết hệ phương trình $\begin{cases} ax+by=3 \\ bx-ay=11 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$.
2. Giải phương trình: $x^4 + 7x^2 - 18 = 0$.
3. Cho phương trình: $(1+\sqrt{3})x^2 - 2x + 1 - \sqrt{3} = 0$ (1)

Chứng tỏ phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt. Gọi 2 nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2. Lập một phương trình bậc 2 có 2 nghiệm là $\dfrac{1}{x_1}$ và $\dfrac{1}{x_2}$.

Câu III. Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 48 km. Một canô xuôi dòng từ bến A đến bến B, rồi quay lại bến A. Thời gian cả đi và về là 5 giờ (không tính thời gian nghỉ). Tính vận tốc của canô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Câu IV.

1. Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH = 3 cm ; AB = 4 cm. Tính số đo góc B (làm tròn đến độ).

2. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. C là một điểm nằm giữa O và A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn trên tại I. K là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C và I), tia AK cắt nửa đường tròn (O) tại M, tia BM cắt tia CI tại D. Chứng minh:

a) ACMD là tứ giác nội tiếp đường tròn.
b) AB.BC = MB.BD
c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD nằm trên một đường thẳng cố định khi K di động trên đoạn thẳng CI.

Câu V . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = x^2 + 8y^2 - 4xy + 6x - 16y + 2019.$$

➢ **Hướng dẫn** câu 4.2.c: Lấy E đối xứng với B qua C thì E cố định và $\widehat{EDC} = \widehat{BDC}$, lại có: $\widehat{BDC} = \widehat{CAK}$ (cùng phụ với $\widehat{B}$), suy ra: $\widehat{EDC} = \widehat{CAK}$. Do đó AKDE là tứ giác nội tiếp. Gọi O’ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAKD thì O’ cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AKDE nên $O'A = O'E$, suy ra O' thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AE cố định.

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ THI THỬ SỐ 11

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu I.

1. Rút gọn biểu thức: $A = (\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{3}) : \sqrt{3}$
2. Với giá trị nào nào của m thì đồ thị của hai hàm số $y = 12x + (7 - m)$ và $y = 2x + (3 + m)$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung?
3. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = -1 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases}$

Câu II.

1. Rút gọn biểu thức $B = \left(1 + \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right).\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{2}{x-1}\right)$; $x > 0,\ x \neq 1$
2. Cho phương trình bậc hai : $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1)
   a) Giải phương trình (1) khi $m = 4$.
   b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 ; x_2$ thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{x_1 + x_2}{2011}$.

Câu III. Hai tổ sản xuất cùng nhận chung một mức khoán. Nếu làm chung trong 4 giờ thì hoàn thành được 2/3 mức khoán. Nếu để mỗi tổ làm riêng thì tổ thứ hai sẽ làm xong mức khoán trước tổ thứ hai là 5 giờ. Hỏi để làm xong mức khoán thì mỗi tổ pahỉ làm trong bao lâu?

Câu IV. Cho tam giác *ABC* (góc A < 90 độ) nội tiếp trong đường tròn (O). Các đường cao BD và CE (D $\in$AC, E $\in$ AB) lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm D’ và E’. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC và O’ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AED . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác BCED nội tiếp được trong một đường tròn.

b) DE// D’E’

c) OA $\perp$ED

d) Tứ giác OIO’A là hình bình hành.

Câu V. Cho ba số x, y, z thoả mãn $0 < x,\ y,\ z \leq 1$ và $x + y + z = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: A = $\dfrac{(x-1)^2}{z} + \dfrac{(y-1)^2}{x} + \dfrac{(z-1)^2}{y}$

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ SỐ 12

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I.

1. Tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{4}{\sqrt{5}-1} - \sqrt{5}\left(\sqrt{20}+1\right)$
2. Tìm hoành độ của điểm A trên parabol (P) $y = 4x^2$ biết A có tug độ $y = 16$.
3. Xác định hàm số $y = ax + 1$. Biết đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $1 + \sqrt{2}$.
3. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x - y = -2 \\ \dfrac{1}{2}x + \dfrac{2}{3}y = 5 \end{cases}$

Câu II.

1. Rút gọn biểu thức: $P = \dfrac{x+y+2\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} : \dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ với $x>0, y>0$ và $x \neq y$.
2. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+2)x + m + 1 = 0$.
   a) Giải phương trình khi m =2
   b) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của m để

$$x_1(1-2x_2) + x_2(1-2x_1) = m^2$$

Câu III. Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn hàng nữa do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe chở thêm 0,5 tấn hàng. Tính số xe ban đầu biết số xe của đội không quá 12 xe.

Câu IV. Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn đó. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE tới đường tròn (B và C là tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của DE.

a) Chứng minh năm điểm A, B, H, O, C cùng thuộc một đường tròn.
b) Chứng minh HA là tia phân giác của góc BHC.
c) Gọi I là giao điểm của BC và DE. CMR: $AB^2 = AI.AH$
d) BH cắt (O) ở K. Chứng minh rằng: AE song song CK.

Câu V. Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện a + b + c = 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \sqrt{\dfrac{ab}{c+ab}} + \sqrt{\dfrac{bc}{a+bc}} + \sqrt{\dfrac{ca}{b+ca}}$

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ SỐ 13

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1}\right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1}\right)$.

a) Rút gọn *P*.

b) Tìm các giá trị của *x* để $P = \frac{6}{5}$.

Câu II. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - m^2 + 9$.

1) Tìm toạ độ các giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) khi m = 1.

2) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Câu II. Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

Câu IV. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi d_1 và d_2 là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B.Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn (O) (E không trùng với A và B). Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại M, N.

1) Chứng minh AMEI là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $\angle ENI = \angle EBI$ và $\angle MIN = 90^0$.

3) Chứng minh AM.BN = AI.BI .

4) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Câu V. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2\sqrt{xy} + \sqrt{1-2y} \le \sqrt{2y} \\ 2005\sqrt{2xy-y} + 2006y = 1003 \end{cases}$

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ THI THỬ SỐ 14

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu I.

1. Tính giá trị của biểu thức sau : $S = 4\sqrt{24} - 2\sqrt{54} + 3\sqrt{6} - \sqrt{150}$

2. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} x - ay = 2 \\ ax + y = 1 \end{cases}$. Tìm giá trị của a để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x ; y) = (0 ; 1)$.

3. Xác định hệ số a biết parabol $y = -2ax^2$ đi qua điểm A (3; – 36).

Câu II.

1) Cho biểu thức: $A = \left(\dfrac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}} - \dfrac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} \right) : \dfrac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$

a. Rút gọn biểu thức A.

b. Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

2) Cho phương trình : $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m = -1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.

Câu III. Trong một ngày mùa hè 2016, Đoàn THCS Hồ Chí Minh của một trường THPT ở tỉnh Bắc Giang tổ chức giải bóng đá nam theo thể thức "đấu vòng tròn" một lượt tức là mỗi đội được đấu với một đội khác một lần để xếp hạng theo tổng số điểm. Có tất cả 15 trận đấu. Hỏi có bao nhiêu đội thi đấu bóng đá?

Câu IV. Cho đoạn thẳng AB và một điểm C nằm giữa A, B. Trên nửa mặt phẳng bờ AB hai tia Ax, By vuông góc với AB.Trên tia Ax lấy một điểm I.Tia vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P.

a) Tính góc IPC. Chứng minh tứ giác CPKB nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh hệ thức: $\dfrac{AI}{AC} = \dfrac{CB}{BK}$.

c) Giả sử A, B, I cố định. Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho diện tích hình thang vuông ABKI lớn nhất.

Câu V. Cho phương trình (ẩn x) : $x^2 - 2(a + b - 2c)x + (a - b)^2 = 0$ (1)

Biết rằng $\dfrac{a}{2015} = \dfrac{b}{2016} = \dfrac{c}{2017}$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), tìm a, b, c để biểu thức: $A = x_1 + x_2 - 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ THI THỬ SỐ 15
(Đề thi gồm 01 trang)

Câu I.

1) Tính giá trị biểu thức: $A=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{12}}{\sqrt{5}-2}$;

2) Cho hàm số y = (m – 2) x + n. Tìm các giá trị của m và n để đồ thi (d) của hàm số đã cho song song với đường thẳng (d’) y = 3x + 2 và đi qua điểm B(2 ; – 10).

3) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{y-2}=2\\ \dfrac{2}{y-2}-\dfrac{3}{x-1}=1\end{cases}$

Câu II.

1) Cho biểu thức $\mathrm{P}=\left(\dfrac{\sqrt{\mathrm{x}}-1}{\sqrt{\mathrm{x}}+1}-\dfrac{\sqrt{\mathrm{x}}+1}{\sqrt{\mathrm{x}}-1}\right)\left(\dfrac{1}{2\sqrt{\mathrm{x}}}-\dfrac{\sqrt{\mathrm{x}}}{2}\right)^2$

a) Rút gon biểu thức P ; b) Tìm giá trị của x để $\dfrac{P}{\sqrt{x}}>2$.

2) Cho phương trình: $x^2-2(m-1)x-m-6=0$ (với m là tham số).

a) Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn điều kiện:

$B=x_1+x_2-2x_1x_2-x_1^2-4x_2^2$ đạt giá trị lớn nhất?

b) Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng lớn hơn 3.

Câu III. Một ô tô tải khởi hành từ A đến B đường dài 200 km. Sau đó 30 phút một ô tô tắc xi khởi hành từ B về A và hai ô tô gặp nhau tại địa điểm C là chính giữa quãng đường AB tính vận tốc của mỗi ô tô. Biết rằng mỗi giờ ô tô tải chạy chậm hơn tắc xi là 10 km.

Câu IV. Cho tam giác ABC (số đo góc A < 90^0) nội tiếp trong đường tròn tâm O. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) ở B và C cắt nhau tại N

1) Chứng minh tứ giác OBNC nội tiếp một đường tròn.
2) Gọi I là điểm chính giữa của cung BC. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp ΔNBC
3) Gọi H là trực tâm ΔNBC. Chứng minh hai điểm O và H đối xứng với nhau qua BC.
4) Qua A dựng đường thẳng song song với BC cắt đường tròn (O) tại M. Gọi D là trung điểm của BC, đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K. Chứng minh $\dfrac{BM}{BK}=\dfrac{CM}{CK}$.

Câu V. Cho *a*, *b*, *c* là các số thực dương thỏa mãn: 6*a* + 2*b* + 3*c* = 11

Chứng minh rằng: $\dfrac{2b+3c+16}{1+6a}+\dfrac{6a+3c+16}{1+2b}+\dfrac{2b+6a+16}{1+3c}\ge 15$.

ÔN TẬP THI VÀO LỚP 10 THPT
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ 1

(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2016 – 2017
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 14/05/2017
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I (2,0 *điểm*).

1. Tính giá trị của biểu thức $A=\left(6\sqrt{\dfrac{1}{3}}+\dfrac{2}{3}\sqrt{12}-5\sqrt{75}\right):65\sqrt{3}$;

2. Cho hàm số $y=(3m-1)x-2$, $\left(m\neq\dfrac{1}{3}\right)$. Tìm *m* để đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y=1-2x$.

Câu II (3,0 *điểm*).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-2\sqrt{2}y=\sqrt{5} \\ x\sqrt{2}+y=1-\sqrt{10} \end{cases}$;

2. Rút gọn biểu thức $B=\left(1-\dfrac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\dfrac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}-\dfrac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}\right)$ (với $x\geq 0; x\neq 4; x\neq 9$);

a) Rút gọn biểu thức *B*; b) Tìm các giá trị của *x* để $B > 0$.

3. Cho phương trình $x^2-2mx+2m-5=0$ (*m* là tham số) (1)

a) Giải phương trình (1) với $m = 1$;

b) Tìm điều kiện của *m* để phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $C=\dfrac{-24}{x_1^2+x_2^2-6x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu III (1,5 *điểm*).

Kỳ thi Tuyển sinh vào lớp 10 tỉnh Bắc Giang được tổ chức thi vào các ngày 8 - 9/6/2016 với 3 môn thi tuyển gồm Toán, Văn và Tiếng Anh. Hình thức thi tự luận, môn Tiếng Anh có nội dung thi yêu cầu về kỹ năng nghe. Ngày 08/06/2016, Sở Giáo dục và Đào tạo tỉnh Bắc Giang tổ chức kì thi tuyển sinh vào lớp 10 diễn ra trên địa bàn toàn tỉnh, tại điểm thi trường THPT Tứ Sơn, các thi sinh làm bài thi môn Ngữ Văn. Mỗi phòng thi có 30 thí sinh, các thí sinh làm bài trên tờ giấy thi của mình. Tại một phòng thi, lúc hết giờ, các cán bộ coi thi thu bài và đếm được 40 tờ giấy thi, biết rằng bài làm của các thí sinh chỉ gồm một hoặc hai tờ giấy thi và tất cả các thí sinh trong phòng đều nộp bài thi. Em hãy cho biết, trong phòng thi trên có bao nhiêu thí sinh bài làm gồm một tờ giấy thi và bao nhiêu thí sinh bài làm gồm hai tờ giấy thi?

Câu IV (3,0 *điểm*).

Cho đường tròn (*O*; *R*) với đường kính *AB* cố định, *EF* là đường kính di động. Đường thẳng (*d*) tiếp xúc với đường tròn (*O*) tại *B*. Nối *AE*, *AF* cắt đường thẳng *d* lần lượt tại *M* và *N*. Đường thẳng đi qua điểm *A* và vuông góc với *EF* tại điểm *D* cắt *MN* tại *I*.

1. Chứng minh bốn điểm *O*, *D*, *I*, *B* cùng nằm trên một đường tròn;

2. Chứng minh *AE*.*AM* = *AF*.*AN*;

3. Chứng minh *I* là trung điểm của *MN*;

4. Gọi *H* là trực tâm tam giác *MFN*. Chứng minh rằng khi đường thẳng *EF* di động, *H* luôn thuộc một đường tròn cố định.

Câu V (0,5 *điểm*).Cho *x*, *y* là các số dương thỏa mãn $x.y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=(2x+2y-3)\left(x^3+y^3\right)+\frac{7}{(x+y)^2}$$

-----------------------------**Hết**-----------------------------

ÔN TẬP THI VÀO LỚP 10 THPT
NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ 2

(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2016 – 2017
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: /05/2017
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I (2,0 *điểm*).

1) Tính giá trị của các biểu thức a) $A=\frac{1}{2}\sqrt{48}-2\sqrt{75}-\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+5\sqrt{1\frac{1}{3}}$; b) $B=\left(\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}-\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}\right)-3\sqrt{\frac{1}{5}}-\frac{\sqrt{80}}{5}$;

2) a) Tìm m để đường thẳng $y=-3x+6$ và đường thẳng $y=\frac{5}{2}x-2m+1$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành;

b) Xác định m để điểm $A\,(-\sqrt{2}\,;m)$ nằm trên parabol (P): $y=-\frac{1}{\sqrt{2}}x^2$.

Câu II (3,0 *điểm*).

1) Tìm a, b biết hệ phương trình $\begin{cases} ax+by=3 \\ bx-ay=11 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$;

2) Rút gọn biểu thức $C=\frac{\sqrt{x}(1-x)^2}{1+\sqrt{x}}:\left[\left(\frac{1-x\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right).\left(\frac{1+x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)\right]$ $(x>0;x\neq 1)$;

3) Cho phương trình: $x^2-2(m-1)x-m-6=0$ (1) (với m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m = -2$;

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn điều kiện: $P=x_1+x_2-2x_1x_2-x_1^2-4x_2^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu III (1,5 *điểm*).

Một xe lửa đi từ ga Hà Nội vào ga Trị Bình (Quảng Ngãi). Sau 1 giờ, một xe lửa khác đi từ ga Trị Bình ra ga Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một điểm ở chính giữa quãng đường. Tìm vận tốc của mỗi xe lửa, biết quãng đường Hà Nội – Trị Bình dài 900 km.

Câu IV (3,0 *điểm*).

Cho đường tròn (*O*) và dây *AB* không đi qua tâm *O*.Trên tia *AB* lấy điểm *C* nằm ngoài đường tròn. Từ điểm *E* chính giữa của cung lớn *AB* kẻ đường kính *EF* cắt dây *AB* tại *D*. Tia *CE* cắt đường tròn (*O*) tại *I*. Gọi *K* là giao điểm của tia *AB* và tia *FI*.

1. Chứng minh tứ giác *EDKI* nội tiếp;

2. Chứng minh *CI.CE = CK.CD*;

3. Chứng minh *IC* là phân giác ngoài tại đỉnh *I* của tam giác *AIB*;

4. Cho *A*, *B*, *C* cố định. Chứng minh khi đường tròn (*O*) thay đổi nhưng vẫn đi qua *AB* thì đường thẳng *FI* luôn đi qua một điểm cố định.

Câu V (0,5 *điểm*).

Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\sqrt{3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{\sqrt{2x^2+y^2}}{xy}+\frac{\sqrt{2y^2+z^2}}{yz}+\frac{\sqrt{2z^2+x^2}}{zx}$$

ÔN TẬP THI VÀO LỚP 10 THPT NGUYỄN VĂN SƠN

ĐỀ THI THỬ 3

(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I (2,0 *điểm*).

1. Tính giá trị của biểu thức $A=\left(\sqrt{\frac{8}{3}}-\sqrt{24}+\sqrt{\frac{50}{3}}\right).\sqrt{6}$;

2. Cho hàm số *y* = (*m* – 2)*x* + *n*. Tìm các giá trị của *m* và *n* để đồ thi (*d*) của hàm số đã cho song song với đường thẳng (*d*’) *y* = 3*x* + 2 và đi qua điểm *M* (2 ; – 10).

Câu II (3,0 *điểm*).

1. Giải hệ phương trìn : $\begin{cases}3x-2y=-8\\ y-2x=5\end{cases}$;

2. Rút gọn biểu thức $B=\left(\frac{\sqrt{x}}{x-4}+\frac{2}{2-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}\right):\left(\sqrt{x}-2+\frac{10-x}{\sqrt{x}+2}\right)\quad(x>0;x\neq 4)$

a) Rút gọn biểu thức *B*;
b) Tìm các giá trị của tham số *m* để biểu thức *B* có giá trị nguyên.

3. Cho phương trình $x^2-x+m+1=0$ (*m* là tham số) (1)
a) Giải phương trình (1) khi $m=-5$;
b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 sao cho $x_1^2+x_1.x_2+3x_2=7$.

Câu III (1,5 *điểm*)

Cho mảnh đất hình chữ nhật có chiều rộng ngắn hơn chiều dài 45 m. Nếu giảm chiều dài 2 lần tăng chiều rộng lên 3 lần thì chu vi không đổi. Tính diện tích mảnh đất.

Câu IV (3 *điểm*).
Cho tam giác *ABC* có ba góc nhọn (*AB* < *AC*) nội tiếp đường tròn tâm *I*. Gọi *H* là trực tâm và *D*, *E*, *F* lần lượt là chân các đường cao kẻ từ *A*, *B*, *C* của tam giác *ABC*. Kẻ *DK* vuông góc với đường thẳng *BE* tại *K*.

1. Chứng minh tứ giác *BCEF* nội tiếp được một đường tròn;
2. Chứng minh *DK.BC* = *BE.DH*;
3. Chứng minh tia *EB* là tia phân giác của góc *DEF*;
4. Gọi *G* là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *DKE*. Chứng minh *IA* vuông góc *KG*.

Câu V (0,5 điểm)

Cho ba số x,y,z thoả mãn $0<x,\ y,\ z\le 1$ và $x+y+z=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A =

$$\frac{(x-1)^2}{z}+\frac{(y-1)^2}{x}+\frac{(z-1)^2}{y}$$

-----------------------------Hết-----------------------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì them

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
LỤC NAM

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ THI THỬ KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2015 – 2016
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 05/06/2015
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (2 điểm)

1. Tính $\sqrt{20^2 - 16^2}$
2. Xác định m để đồ thị hàm số bậc nhất $y = (2m - 1)x + 3m - 2$ đi qua điểm $A(1; 2)$.

Câu 2 (3 điểm):

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$
2. Rút gọn biểu thức: $P = \left(\dfrac{1}{a - \sqrt{a}} + \dfrac{1}{\sqrt{a} - 1}\right) : \dfrac{\sqrt{a} + 1}{2\sqrt{a}}$ (với $a > 0; a \neq 1$)
3. Cho phương trình: $x^2 - 6x + m = 0$.
   a) Với giá trị nào của m phương trình có hai nghiệm trái dấu;
   b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 - x_2 = 4$.

Câu 3 (1,5 điểm)

Một ô tô đi trên quãng đường dài 520 km. Khi đi được 240 km thì ô tô tang tốc thêm 10 km/h và đi hết quãng đường còn lại. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô biết thời gian đi hết quãng đường là 8 giờ.

Câu 4 (3 điểm).

Cho đường tròn (O;R) hai đường kính AB và CD cố định và vuông góc với nhau. M là một điểm bất kì trên đường kính AB (M khác O, A, B), tia CM cắt (O) tại điểm N khác C, kẻ đường thẳng d đi qua M và vuông góc với AB, qua điểm N kẻ tiếp tuyến với (O), tiếp tuyến này cắt đường thẳng d tại P.

1. Chứng minh rằng: OMNP là tứ giác nội tiếp;
2. Chứng minh rằng: $CM.CN = 2R^2$;
3. Tứ giác CMPO là hình gì? Vì sao?
4. Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên đoạn thẳng AB thì điểm P di chuyển trên một đường cố định.

Câu 5 (0,5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{2}\left(\frac{x^{10}}{y^2} + \frac{y^{10}}{x^2}\right) + \frac{1}{4}(x^{16} + y^{16}) - (1 + x^2y^2)^2$$

------------------- **HẾT**-------------------

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
LỤC NAM

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ THI THỬ KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2015 – 2016
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 02/07/2015
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (2 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$

3. Tìm x biết: $x - 2 > 3x - 8$.

Câu 2 (1,5 điểm)

1. Xác định tọa độ các điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = 2x - 6$, biết điểm A có hoành độ bằng 0 và điểm B có tung độ bằng 0.

2. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm $1+\sqrt{5}$ và $1-\sqrt{5}$.

Câu 3 (3 điểm)

1. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$ (1) (m là tham số)

c) Giải phươn trình với m = 1;

d) Tìm một hệ thức giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m (với x_1, x_2 là hai nghiệm của PT (1))

2. Tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật, biết chiều dài hơn chiều rộng 1m và độ dài đường chéo là 5m.

Câu 4 (3 điểm).

1. Cho tam giác ABC vuông tại A, AB = 3 cm , BC = 6cm. Tính góc C.

2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O và AB < AC. Vẽ đường kính AD của đường tròn (O). Kẻ BE và CF vuông góc với AD (E, F thuộc AD). Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC).

a) Chứng minh bốn điểm A, BB, H, E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh HE song song với CD.

c) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh ME = MF.

Câu 5 (0,5 điểm). Cho a, b, c là các số lớn hơn 1. Chứng minh

$$\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{c-1} + \frac{c^2}{a-1} \geq 12$$

------------------- **HẾT**-------------------

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN

(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ THI THỬ KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: (2 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức $A=\sqrt{2}\left(\sqrt{8}-2\sqrt{3}\right)+2\sqrt{6}$

2. Tìm giá trị của tham số *m* để parabol $y=\left(m-1\right)x^2\ \left(m\neq 1\right)$ đi qua điểm $B\left(3;9\right)$

Câu 2: (3,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x-y=4\\5x-2y=-1\end{cases}$

2. Cho biểu thức M $=\left(\dfrac{x+2}{\sqrt{x^3}+1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\geq 0$ và $x\neq 4$

a) Rút gọn biểu thức M;

b) Tìm các giá trị của *x* để M > 0.

3. Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-m-1=0$ (1), với *m* là tham số

a) Giải phương trình với *m* = 3;

b) Tìm *m* để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1\left(x_1+2\right)+x_2\left(x_2+2\right)=10$

Câu 3: (1,5 điểm)

Một xe tải đi từ A đến B dài 225 km. Sau 15 phút khi xe tải xuất phát, một xe con cũng đi từ A đến B với vân tốc lớn hơn vận tốc của xe tải là 15km/h và đến B sớm hơn xe tải 1 giờ. Tính vận tốc mỗi xe?

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O;R) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A vẽ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm), tia OA cắt BC tại H và cắt đường tròn tại I.

1. Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp

2. Chứng minh $\mathrm{HA}\cdot\mathrm{HO}=\dfrac{\mathrm{BC}^2}{4}$

3. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

4. Trên cung BI lấy M khác B và I, tia MH cắt đường tròn tại N. Chứng minh AO là tia phân giác góc MAN

Câu 5: (0,5 điểm). Tìm x nguyên để $\sqrt{x^2-x+6}$ là một số tự nhiên.

....**Hết**..

Họ tên thí sinh:...Số báo danh:...............................

ĐÁP ÁN

Câu 2	**Hướng dẫn giải**
2a	M= $\left(\dfrac{x+2}{(\sqrt{x}+1)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}+1}\right)\left(\sqrt{x}-2\right)$
	$=\dfrac{x+2-(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}\left(\sqrt{x}-2\right)=\dfrac{x+2-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}\left(\sqrt{x}-2\right)$
	$=\dfrac{x-\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}\left(\sqrt{x}-2\right)=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$
	Vậy M= $\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0;\ x\ne 4$
2b	Ta có M= $\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$. Vì $x\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}+1>0$ nên để M>0 $\Rightarrow \sqrt{x}-2>0$
	$\Rightarrow \sqrt{x}-2>0\Rightarrow \sqrt{x}>2\Rightarrow x>4$. Vậy M>0 khi x>4
3a	Với m=3 ta có PT $x^2-6x+5=0$ Ta có a+b+c= $1-6+5=0$. Vậy PT có nghiệm $x_1=1;\ x_2=\dfrac{c}{a}=5$
	Vậy với m=3 PT (1) có nghiệm là $x_1=1\ ;\ x_2=5$
3b	Ta có $\Delta'=m+1$; để PT (1) có nghiệm x_1,x_2 thì $\Delta'\ge 0\Leftrightarrow m+1\ge 0\Leftrightarrow m\ge -1$ Vậy PT (1) có nghiệm x_1,x_2 khi $m\ge -1$
	Khi đó theo vi ét ta có $x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=2m; x_1x_2=\dfrac{c}{a}=m^2-m-1$ Ta có $x_1\left(x_1+2\right)+x_2\left(x_2+2\right)=10\Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)-10=0$ $\Leftrightarrow m^2+3m-4=0$. Giải PT tìm được $m_1=1\ ;\ m_2=-4<-1$ (loại)
	Vậy m=1 thì phương trình (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thoả mãn $x_1\left(x_1+2\right)+x_2\left(x_2+2\right)=10$
Bài 4	
A (0.5 điểm)	Với m=3 ta có PT $x^2-6x+5=0$ Ta có a+b+c= $1-6+5=0$. Vậy PT có nghiệm $x_1=1;\ x_2=\dfrac{c}{a}=5$
	Vậy với m=3 PT (1) có nghiệm là $x_1=1\ ;\ x_2=5$
b (1 điểm)	Ta có $\Delta'=m+1$; để PT (1) có nghiệm x_1,x_2 thì $\Delta'\ge 0\Leftrightarrow m+1\ge 0\Leftrightarrow m\ge -1$ Vậy PT (1) có nghiệm x_1,x_2 khi $m\ge -1$
	Khi đó theo vi ét ta có $x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=2m; x_1x_2=\dfrac{c}{a}=m^2-m-1$ Ta có $x_1\left(x_1+2\right)+x_2\left(x_2+2\right)=10\Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)-10=0$ $\Leftrightarrow m^2+3m-4=0$. Giải PT tìm được $m_1=1\ ;\ m_2=-4<-1$ (loại)
	Vậy m=1 thì phương trình (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thoả mãn

	$x_1(x_1+2)+x_2(x_2+2)=10$
4.1	Ta có $OB\perp AB$ (...)$\Rightarrow \widehat{ABO}=90^0$; tương tự $\widehat{ACO}=90^0$
	Xét tứ giác ABOC có $\widehat{ABO}=90^0$; $\widehat{ACO}=90^0$ (cm trên) $\Rightarrow$ $\widehat{ABO}+\widehat{ACO}=90^0+90^0=180^0$
	Vậy tứ giác ABCO nội tiếp (….)
4.2	Ta có AB=AC (…) ; OB=OC (…) $\Rightarrow$AO là trung trực của BC$\Rightarrow$AO$\perp$BC và HB=HC=$\frac{BC}{2}$
	Xét tam giác ABO vuông tại B (…) có BH$\perp$AO (…) nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có $HA\cdot HO=HB^2=\left(\frac{BC}{2}\right)^2=\frac{BC^2}{4}$
4.3	Ta có AO là trung trực của BC (cm trên) mà I thuộc AO $\Rightarrow IB=IC\Rightarrow \overset{\frown}{IB}=\overset{\frown}{IC}$ (**hoặc** ta có OA là phân giác góc BOC nên ta có $\widehat{IOB}=\widehat{IOC}\Rightarrow \overset{\frown}{IB}=\overset{\frown}{IC}$)
	Ta có $\widehat{ABI}=$ sđ$\frac{\overset{\frown}{IB}}{2}$; $\widehat{CBI}=$ sđ$\frac{\overset{\frown}{IC}}{2}\Rightarrow \widehat{ABI}=\widehat{CBI}\Rightarrow$BI là phân giác góc ABC
	Ta có AI là phân giác góc BAC (…) $\Rightarrow$I là giao điểm 2 đường phân giác của tam giác ABC, vây I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC
4.4	Chứng minh $\Delta BHM\sim\Delta NHC\Rightarrow\frac{HM}{HC}=\frac{HB}{HN}\Rightarrow HM\cdot HN=HB\cdot HC=\frac{BC^2}{4}$ Mà $\mathrm{HA\cdot HO}=\frac{\mathrm{BC}^2}{4}$ (…) $\Rightarrow HA\cdot HO=HM\cdot HN\Rightarrow\frac{HA}{HN}=\frac{HM}{HO}$ Mà $\widehat{AHM}=\widehat{NHO}$ (…)$\Rightarrow\Delta MAH\sim\Delta ONH\Rightarrow\widehat{MAH}=\widehat{ONH}\Rightarrow\widehat{MAO}=\widehat{MNO}$
	Xét tứ giác MANO có $\widehat{MAO}=\widehat{MNO}$, mà Avà N là 2 đỉnh kề nhau nên tứ giác MANO nội tiếp. Ta có OM=ON (cùng là bán kính) $\Rightarrow \overset{\frown}{OM}=\overset{\frown}{ON}\Rightarrow\widehat{MAO}=\widehat{NAO}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn 2 cung bằng nhau) Vậy AO là tia phân giác góc MAN
Câu 5	
	Vì $\sqrt{x^2-x+6}$ là một số tự nhiên$\Rightarrow x^2-x+6=k^2$ với k là số nguyên Ta có $x^2-x+6=k^2\Leftrightarrow 4x^2-4x+24=4k^2\Leftrightarrow(2x-1)^2+23=(2k)^2$ $\Leftrightarrow(2k+2x-1)(2k-2x+1)=23\Rightarrow 23\vdots 2k+2x-1\Rightarrow 2k+2x-1=\pm1;\pm23$
	-Nếu $2k+2x-1=1$ $\Rightarrow 2k-2x+1=23$ trừ 2 PT cho nhau ta có $4x-2=-22\Leftrightarrow x=-5$ Làm tương tự caccs trường hợp còn lại ta tìm được $x=6;x=-5$ Vậy x=-5 hoặc x=6 thì $\sqrt{x^2-x+6}$ là một số tự nhiên

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

BẮC GIANG **NĂM HỌC 2015 – 2016**

MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 19/7/2015

ĐỀ CHÍNH THỨC *Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề*

Câu I (2.0 *điểm*)

1. Tính giá trị của biểu thức $A = 2\left(5\sqrt{16} - 4\sqrt{25}\right) + \sqrt{64}$;

2. Biết đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}ax^2, (a \neq 0)$ đi qua điểm $A(3; -6)$, hãy xác định giá trị của a.

Câu II (3.0 *điểm*)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$

2. Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4}\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-4}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$).

3. Cho phương trình $x^2 - (m^2+3)x + 2m^2 + 2 = 0$ (x là ẩn, m là tham số) (1)

a) Giải phương trình (1) với $m = -\sqrt{3}$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Câu III (1.5 *điểm*)

Nhà bạn Dũng được ông bà nội cho một mảnh đất hình chữ nhật. Khi bạn Nam đến nhà bạn Dũng chơi, Dũng đố Nam tìm ra kích thước của mảnh đất khi cho biết: mảnh đất có chiều dài gấp 4 lần chiều rộng và nếu giảm chiều rộng đi 2 *m*, tăng chiều dài lên gấp đôi thì diện tích mảnh đất đó sẽ tăng thêm 20 m^2. Các em hãy giúp bạn Nam tìm ra chiều dài và chiều rộng của mảnh đất nhà bạn Dũng đó.

Câu IV (3.0 *điểm*)

Trên đường tròn (*O*) có đường kính *AB* = 2*R*, lấy một điểm *C* sao cho *AC* = *R* và lấy điểm *D* bất kì trên cung nhỏ *BC* (điểm *D* không trùng với *B* và *C*). Gọi *E* là giao điểm của *AD* và *BC*. Đường thẳng đi qua điểm *E* và vuông góc với đường thẳng *AB* tại điểm *H* cắt tia *AC* tại điểm *F*. Điểm *M* là trung điểm của đoạn thẳng *EF*.

1. Chứng minh tứ giác *BHCF* là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh *HA.HB* = *HE.HF*.
3. Chứng minh *CM* là tiếp tuyến của đường tròn (*O*).
4. Xác định vị trí của điểm *D* để chu vi tứ giác *ADBC* lớn nhất.

Câu V (0.5 *điểm*) Cho ba số thực dương *x*, *y*, *z* thỏa mãn *xy* + *yz* + *xz* = 2016.

Chứng minh rằng $\sqrt{\frac{yz}{x^2+2016}} + \sqrt{\frac{xy}{y^2+2016}} + \sqrt{\frac{xz}{z^2+2016}} \leq \frac{3}{2}$.

--Hết--

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**

BẮC GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC 2016 – 2017
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 09/6/2016
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I (2.0 *điểm*)

1. Tính giá trị của biểu thức $A = 3\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{3}{2}\sqrt{12} - \sqrt{18}$;

2. Tìm m để hàm số $y = (2m-1)x + 5, \left(m \neq \frac{1}{2}\right)$ đồng biến trên **R**.

Câu II (3.0 *điểm*)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$.

2. Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} + \frac{6x}{x-1}\right) . \frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x-1}$ (với $x \geq 0; x \neq 1$).

3. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (x là ẩn, m là tham số) (1)

a) Giải phương trình (1) với $m = 0$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 sao cho biểu thức $\left|\frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2}\right|$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu III (1.5 *điểm*)

Một hiệu sách A có bán hai đầu sách: Hướng dẫn học tốt môn Toán lớp 10 và Hướng dẫn học tốt môn Ngữ văn lớp 10. Trong một ngày của tháng 5 năm 2016, hiệu sách A bán được 60 cuốn của mỗi loại trên theo giá bìa, thu được số tiền là 3 300 000 đồng và lãi được 420 000 đồng. Biết mỗi cuốn Hướng dẫn học tốt môn Toán lớp 10 lãi 10% giá bìa, mỗi cuốn Hưỡng dẫn học tốt môn Ngữ văn lớp 10 lãi 15% giá bìa. Hỏi giá bìa mỗi cuốn sách là bao nhiêu?

Câu IV (3.0 *điểm*)

Trên đường tròn (*O*) có hai đường đường kính *AB* và *CD* vuông góc với nhau. Gọi *E* là một điểm nằm trên cung nhỏ *AD* (*E* không trùng với *A* và *D*), nối *EC* cắt *OA* tại *M*. Tên tia *AB* lấy điểm *P* sao cho *AP* = *AC*; tia *CP* cắt đường tròn tại điểm thứ hai là *Q*.

1. Chứng minh *DEMO* là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh tiếp tuyến của đường tròn (*O*) tại *Q* song song với *AC*.
3. Chứng minh $AM.ED = \sqrt{2}.OM.EA$
4. Nối *EB* cắt *OD* tại *N*, xác định vị trí của *E* để tổng $\frac{OM}{AM} + \frac{ON}{DN}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu V (0.5 *điểm*)

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x \leq 2$ và $x + y \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = 14x^2 + 9y^2 + 22xy - 42x - 34y + 35$$

---Hết---

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GD & ĐT THỪA THIÊN HUẾ

ĐỀ THI THỬ CHÍNH THỨC

(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: (1,5 *điểm*)

a) Tìm x để biểu thức $A=\sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B=\sqrt{3}\left(\sqrt{3^2.3}-2\sqrt{2^2.3}+\sqrt{4^2.3}\right)$.

c) Rút gọn biểu thức $C=\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-\dfrac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}}\right):\dfrac{\sqrt{a}+1}{a-1}$ với $a>0,\ a\neq 1$.

Câu 2: (1,5 *điểm*)

a) Giải phương trình $x^4+3x^2-4=0$.

b) Cho đường thẳng $d: y=(m-1)x+n$. Tìm các giá trị của m và n để đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-1)$ và có hệ số góc bằng -3.

Câu 3: (1,0 *điểm*)

Để phục vụ cho Festival Huế 2018, một cơ sở sản xuất nón lá dự kiến làm ra 300 chiếc nón là trong một thời gian đã định. Do được bổ sung thêm nhân công nên mỗi ngày cơ sở đó làm ra được nhiều hơn 5 chiếc nón lá so với dự kiến ban đầu, vì vậy cơ sở sản xuất đã hoàn thành 300 chiếc nón lá sớm hơn 3 ngày so với thời gian đã định. Hỏi theo dự kiến ban đầu, mỗi ngày cơ sở đó làm ra bao nhiêu chiếc nón là? Biết rằng số chiếc nón là làm ra mỗi ngày là bằng nhau và nguyên chiếc.

Câu 4: (2,0 *điểm*) Cho phương trình $x^2+2mx+m^2+m=0$ (1) với x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) khi $m=-1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1-x_2)(x_1^2-x_2^2)=32$.

Câu 5: (3,0 *điểm*) Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là điểm bất kì nằm trên cạnh AC (M không trùng với A và C). Một đường thẳng đi qua điểm M cắt cạnh BC tại I và cắt đường thẳng AB tại N sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Đường phân giác trong góc $\widehat{BAC}$ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN tại điểm D (D không trùng A). Chứng minh rằng

a) $DN=DM$ và $DI\perp MN$.

b) Tứ giác $BNDI$ nội tiếp.

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua một điểm cố định khác điểm A khi M di chuyển trên cạnh AC.

Câu 6: (1,0 *điểm*) Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB=2a,\ BC=a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB một vòng thì được hình trụ có thể tích V_1 và khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh BC một vòng thì được hình trụ có thể tích V_2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

SỞ GD & ĐT NINH BÌNH

ĐỀ THI THỬ CHÍNH THỨC

(*Đề thi gồm 01 trang*)

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (2,5 *điểm*)

a) Rút gọn biểu thức: $P = 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$.

c) Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x + m$ đi qua điểm $A(0;3)$.

Câu 2. (2 *điểm*)

Cho phương trình $x^2 - mx + m - 4 = 0$ (1), với x là ẩn số và m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 8$.

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 với mọi m. Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của m để $(5x_1 - 1)(5x_2 - 1) < 0$.

Câu 3. (1,5 *điểm*) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một hình chữ nhật có chu vi bằng 28cm. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng chiều dài thêm 1cm và tăng chiều rộng thêm 2cm thì diện tích của hình chữ nhật tăng thêm 25cm^2.

Câu 4. (3,5 *điểm*)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ và đường cao AK. Vẽ đường tròn tâm O, đường kính BC. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm; M và B nằm trên cùng nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AO). Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng MN và AK. Chứng minh:

a) Tứ giác $AMKO$ nội tiếp đường tròn.

b) KA là tia phân giác của MKN.

c) $AN^2 = AK.AH$.

d) H là trực tâm của tam giác ABC.

Câu 5. (0,5 *điểm*)

Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a + b \le 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{1}{a^2 + b^2} + \dfrac{25}{ab} + ab$.

ĐÁP ÁN TOÁN NINH BÌNH

Câu 2. (2 *điểm*)
Cho phương trình $x^2 - mx + m - 4 = 0$ (1), với x là ẩn số và m là tham số.
a) Giải phương trình (1) khi $m = 8$.
b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 với mọi m. Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của m để $(5x_1 - 1)(5x_2 - 1) < 0$.

Lời giải:

a) Xét phương trình $x^2 - mx + m - 4 = 0$ (1).

Với $m = 8,$ phương trình (1) trở thành $x^2 - 8x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 12$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2.4x + 4^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2 = 2\sqrt{3} \\ x - 2 = -2\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 + 2\sqrt{3} \\ x = 2 - 2\sqrt{3} \end{array}\right..$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \left\{2 + 2\sqrt{3};\ 2 - 2\sqrt{3}\right\}$.

b) Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0$

$\Leftrightarrow (-m)^2 - 4(m-4) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 16 = (m-2)^2 + 12 > 0;\ \forall m \in \mathbb{R}.$

Suy ra phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi $m \in \mathbb{R}.$

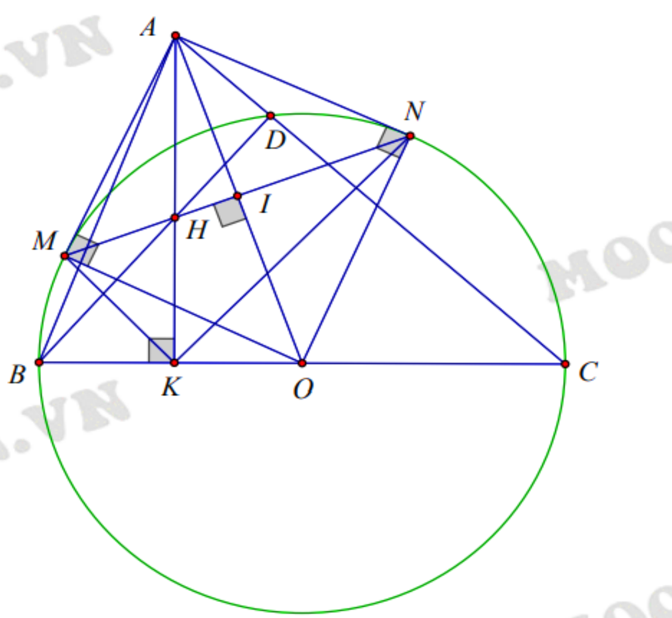
Khi đó, theo hệ thức Viet ta được $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 4 \end{cases}$ (2).

Ta có $(5x_1 - 1)(5x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow 25x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 1 < 0$ (3).

Từ (2) và (3) suy ra $25(m-4) - 5m + 1 < 0 \Leftrightarrow 20m - 99 < 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{99}{20}.$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}^+ \longrightarrow m = \{1;\ 2;\ 3;\ 4\}$ là giá trị cần tìm.

Câu 4



a) Ta có: $AMO = 90^0$ (Do AM là tiếp tuyến của đường tròn (O))

Khi đó $AMO = AKO = 90^0 \Rightarrow$ tứ giác $AMKO$ có 2 đỉnh M, K cùng nhìn cạnh OA dưới một góc vuông

Suy ra tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp.

b) Do $AMKO$ là tứ giác nội tiếp nên $MKA = MOA$ (cùng chắn cung AM) (1)

Mặt khác $MOA + MAO = 90^0$; $AKN + NAO = 90^0$.

Lại có: $MAO = NAO$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra $MOA = AKN$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MKA = AKN$ hay KA là phân giác góc MKN (đpcm).

c) Ta có: $AM = AN$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau), lại có $OA = OB = R$

Suy ra OA là đường trung trực của $MN \Rightarrow AMN = AOM$ (cùng phụ với góc OAM)

Mặt khác $AKM = AOM$ $(cmt) \Rightarrow AKM = AMN = AMH$

Xét tam giác AMH và tam giác AKM có: MAK chung, $AKM = AMH$ (cmt)

Suy ra $\Delta AMH \sim \Delta AKM$ $(g-g) \Rightarrow \dfrac{AM}{AH} = \dfrac{AK}{AM} \Rightarrow AM^2 = AH.AK \Rightarrow AN^2 = AH.AK$ (đpcm).

d) Dễ thấy $AH \perp BC$ (gt) (1)

Gọi $D = AC \cap (O)$ (điểm $D \neq C$)

Ta có: $\Delta ADN \sim \Delta ACN$ $(g-g)$ (vì CAN chung; $DNA = DCN$ (tính chất góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung))

Suy ra $AD.AC = AN^2 \Rightarrow AD.AC = AH.AK \Rightarrow \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{AD}{AK}$

Xét tam giác AHD và tam giác ACK có: KAC chung ; $\dfrac{AH}{AC} = \dfrac{AD}{AK}$

Suy ra $\Delta AHD \sim \Delta ACK$ $(c-g-c) \Rightarrow AKC = ADH = 90^0$

Do đó $HD \perp DC$, lại có $BD \perp DC \Rightarrow B, H, D$ thẳng hàng

Vậy $BH \perp AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra H là trực tâm tam giác ABC (đpcm).

Bổ đề. Với x, y là hai số thực dương, ta luôn có $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \geq \dfrac{4}{x+y}$.

Thật vậy, ta có $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \geq \dfrac{4}{x+y} \Leftrightarrow (x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0$ luôn đúng với $\forall x, y > 0$.

Áp dụng bổ đề, ta có $\dfrac{1}{a^2+b^2} + \dfrac{1}{2ab} \geq \dfrac{4}{a^2+2ab+b^2} = \dfrac{4}{(a+b)^2} \geq \dfrac{4}{4^2} = \dfrac{1}{4}$.

Lại có $\dfrac{49}{2ab} + ab = \dfrac{17}{2ab} + \left(\dfrac{16}{ab} + ab\right)$ mà $4 \geq a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow ab \leq 4$ suy ra

$$\frac{17}{2ab} + \left(\frac{16}{ab} + ab\right) \geq \frac{17}{2.4} + 2\sqrt{\frac{16}{ab}.ab} = \frac{17}{8} + 2.4 = \frac{81}{8} \longrightarrow S \geq \frac{1}{4} + \frac{81}{8} = \frac{83}{8}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = 2$. Vậy $S_{\min} = \dfrac{83}{8}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2017 - 2018
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 06/06/2017
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I *(2,0 điểm).*

1. Tính giá trị của biểu thức $A=\sqrt{25}+3\sqrt{8}-2\sqrt{18}$.

2. Tìm m để đồ thị hàm số $y=2x+m$ đi qua điểm $K(2;3)$.

Câu II *(3,0 điểm).*

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=10\\2x-3y=3\end{cases}$.

2. Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}}\right).\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}$ (với $x\ge 0;x\ne 1$ và $x\ne\dfrac{1}{4}$).

Tìm tất cả các giá trị của x để $B<0$.

3. Cho phương trình $x^2-(2m+5)x+2m+1=0$ (1), với x là ẩn, m là tham số.

a. Giải phương trình (1) khi $m=-\dfrac{1}{2}$.

b. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $P=\left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu III *(1,5 điểm).*

Để chuẩn bị cho năm học mới, học sinh hai lớp 9A và 9B ủng hộ thư viện 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó mỗi học sinh lớp 9A ủng hộ 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo; mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa ủng hộ nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Câu IV *(3,0 điểm).*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (C) tâm O bán kính R. Hai đường cao AE và BK của tam giác ABC cắt nhau tại H (với E thuộc BC, K thuộc AC).

1. Chứng minh tứ giác $ABEK$ nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh $CE.CB=CK.CA$.

3. Chứng minh $\widehat{OCA}=\widehat{BAE}$.

4. Cho B, C cố định và A di động trên (C) nhưng vẫn thoả mãn điều kiện tam giác ABC nhọn; khi đó H thuộc một đường tròn (T) cố định. Xác định tâm I và tính bán kính r của đường tròn (T), biết $R=3cm$.

Câu V *(0,5 điểm).*

Cho hai số thực dương a, b thoả mãn $2a+3b\le 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q=\frac{2002}{a}+\frac{2017}{b}+2996a-5501b.$$

-----------------------------HẾT-----------------------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ CẦN THƠ

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2017– 2018
Môn thi: *Toán*
Thời gian làm bài: *120 phút* *(Không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: *8* ***tháng 6 năm 2017***

Chú ý: Khi làm đề này các em không cần làm câu 2 phần a, vì tỉnh Bắc Giang sẽ không thi phần này

Câu 1 (2,0 điểm) giải các phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

a) $2x^2-9x+10=0$ b) $\begin{cases}3x-2y=9\\x-3y=10\end{cases}$ c) $(x-1)^4-8(x-1)^2-9=0$

Câu 2 (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P): y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$.

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Gọi $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$ lần lượt là các giao điểm của (P) và (d). Tính giá trị của biểu thức: $T=\frac{x_1+x_2}{y_1+y_2}$.

Câu 3 (1,0 điểm) Cho biểu thức: $P=\left(1+\frac{1}{\sqrt{x}}\right).\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{2}{x-1}\right), (x>0; x\neq 1)$. Rút gọn biểu thức P và tìm các giá trị của x để $P>1$.

Câu 4 (1,0 điểm). Để chuẩn bị tham gia hội khỏe phù đổng cấp trường, thầy Thành là giáo viên chủ nhiệm lớp $9A$ tổ chức cho học sinh trong lớp thi đấu môn bóng bàn ở nội dung đánh đôi nam nữ (một nam kết hợp một nữ). Thầy Thành chọn $\frac{1}{2}$ số học sinh nam kết hợp với $\frac{5}{8}$ số học sinh nữ của lớp để lập thành các cặp thi đấu. Sau khi đã chọn được số học sinh tham gia thi đấu thì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cổ động viên. Hỏi lớp $9A$ có tất cả bao nhiêu học sinh?

Câu 5 (1,0 điểm). Cho phương trình $x^2-(m+4)x-2m^2+5m+3=0$ (m là tham số). Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao cho tích của hai nghiệm này bằng -30. Khi đó, tính tổng hai nghiệm của phương trình.

Câu 6 (3,5 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường tròn O đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại các điểm D và E. Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng CD và BE.

a) Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp trong một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn này.

b) Gọi M là giao điểm của AH và BC. Chứng minh $CM.CB=CE.CA$.

c) Chứng minh ID là tiếp tuyến của đường tròn O.

d) Tính theo R diện tích của tam giác ABC, biết $ABC=45^0, ACB=60^0$ và $BC=2R$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2017 – 2018
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1) $(2x-1)(x+2)=0$

2) $\begin{cases} 3x+y=5 \\ 3-x=y \end{cases}$

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Cho hai đường thẳng (d): $y=-x+m+2$ và (d'): $y=(m^2-2)x+3$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.

2) Rút gọn biểu thức: P = $\left(\dfrac{x-\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}-2}-\dfrac{x}{x-2\sqrt{x}}\right):\dfrac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ với $x>0; x\neq 1; x\neq 4$.

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Tháng đầu hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai do cải tiến kỹ thuật nên tổ I vượt mức 10% và tổ II vượt mức 12% so với tháng đầu vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1000 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

2) Tìm m để phương trình: $x^2+5x+3m-1=0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^3-x_2^3+3x_1x_2=75$.

Câu 4 (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ một điểm M ở ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Qua A kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E (E khác A), đường thẳng ME cắt đường tròn tại F (F khác E), đường thẳng AF cắt MO tại N, H là giao điểm của MO và AB.

1) Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn

2) Chứng minh: $MN^2 = NF.NA$ và MN = NH

3) Chứng minh: $\dfrac{HB^2}{HF^2}-\dfrac{EF}{MF}=1$.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho a,b,c là ba số thực dương thỏa mãn: $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: M = $\dfrac{a+1}{1+b^2}+\dfrac{b+1}{1+c^2}+\dfrac{c+1}{1+a^2}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2017
Môn thi: Toán (Dành cho mọi thí sinh)
*Thời gian làm bài: **120 phút**, không kể thời gian giao đề*

(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1. *(2,5 điểm)*

1. Rút gọn các biểu thức:

$$A = 10 - \sqrt{9};\qquad B = \sqrt{4x} + \sqrt{x} - \sqrt{9x} \text{ với } x \ge 0.$$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$.

3. Tìm các giá trị của a để đồ thị hàm số $y = ax + 6$ đi qua điểm $M(1; 2)$.

Câu 2. *(2,0 điểm)*

Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$ (m là tham số).

1. Giải phương trình với $m = 5$.

2. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn:

$$(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2 + 1) = 1.$$

Câu 3. *(2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 300m^2. Nếu giảm chiều dài đi 2m và tăng chiều rộng thêm 3m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Câu 4. *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn tâm *O*, đường kính *AB* và điểm *C* nằm trên đường tròn (*C* không trùng với *A* và *B*). Lấy điểm *D* thuộc đoạn *AC* (*D* không trùng với *A* và *C*). Tia *BD* cắt cung nhỏ *AC* tại điểm *M*, tia *BC* cắt tia *AM* tại điểm *N*.

1. Chứng minh *MNCD* là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh *AM.BD = AD.BC*.

3. Gọi *I* là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác *ADM* và tam giác *BDC*. Chứng minh ba điểm *N, D, I* thẳng hàng.

Câu 5. *(0,5 điểm)*

Tính giá trị của biểu thức $M = a^2 + b^2$ biết a và b thoả mãn:

$$\begin{cases} \dfrac{3a^2}{b^2} + \dfrac{1}{b^3} = 1 \\ \dfrac{3b^2}{a^2} + \dfrac{2}{a^3} = 1 \end{cases}.$$

.... *Hết* ....

PHÒNG GD&ĐT LỤC NAM
TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN

ĐỀ THI MINH HỌA

(*Đề thi gồm 01 trang*)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (2 *điểm*)

1) Tính giá trị của biểu thức $A=\left(3\sqrt{3}+2\sqrt{12}-\sqrt{27}\right):2\sqrt{3}$;

2) Tìm giá trị thực của tham số *m* để hàm số $y=\left(2m-1\right)x+3\left(m\neq\dfrac{1}{2}\right)$ đồng biến trên tập xác định.

Câu 2. (3 *điểm*)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x-y=5\\2x+3y=7\end{cases}$;

2) Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{x+\sqrt{x}}{x-1}\right).\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$ với $x>0;x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức *B*; b) So sánh *B* với 1.

3) Cho phương trình $x^2-2mx+2m-1=0 \quad (1)$ với *m* là tham số

a) Giải phương trình (1) với $m=2$;

b) Tìm các giá trị của tham số *m* để phương trình (1) có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức

$$\left(x_1^2-2mx_1+3\right)\left(x_2^2-2mx_2-2\right)=0 .$$

Câu 3. (1,5 *điểm*)

Nhân dịp Tết Thiếu nhi 1- 6, một nhóm học sinh cần chia đều một số lượng quyển vở thành các phần quà để tặng cho các em nhỏ tại một mái ấm tình thương. Nếu mỗi phần quà giảm 2 quyển thì các em sẽ có thêm 2 phần quà nữa, còn nếu mỗi phần quà giảm 4 quyển thì các em sẽ có thêm 5 phần quà nữa. Hỏi ban đầu có bao nhiêu phần quà và mỗi phần quà có bao nhiêu quyển vở?

Câu 4. (3 *điểm*)

Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ điểm C nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến CA, CB và cát tuyến CMN với đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm, M nằm giữa C và N). Gọi H là giao điểm của CO và AB.

1) Chứng minh tứ giác AOBC nội tiếp;

2) Chứng minh CH.CO CM.CN;

3) Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt CA, CB theo thứ tự tại E và F. Đường vuông góc với CO tại O cắt CA, CB theo thứ tự tại P, Q. Chứng minh góc POE = góc OFQ;

4) Chứng minh: PE + QF ≥ PQ.

Câu 5. (0,5 *điểm*)

Cho a,b,c là các số dương thay đổi thỏa mãn $\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}=2019$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{1}{2a+3b+3c}+\frac{1}{3a+2b+3c}+\frac{1}{32a+3b+2c} .$$

------------------------ **HẾT**------------------------

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU ĐỀ MINH HỌA

Câu 2.3

1. Với $m=2$ thay vào (1), ta được $x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow (x-2)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=1 \\ x-2=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{1;\ 3\}$.

2. Để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ khi và chỉ khi $\Delta' \ge 0 \Leftrightarrow m^2-2m+1 \ge 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$.

Khi đó $x_1,\ x_2$ thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x_1^2-2mx_1+2m-1=0 \\ x_2^2-2mx_2+2m-1=0 \end{cases}$ (1).

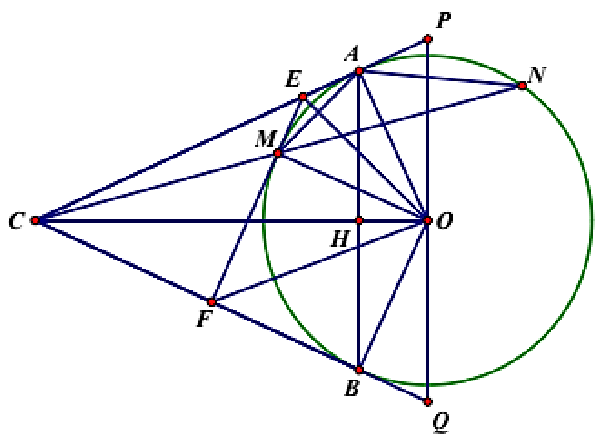
Xét đẳng thức $\left(x_1^2-2mx_1+3\right)\left(x_2^2-2mx_2-2\right)=50$

$\Leftrightarrow \left(x_1^2-2mx_1+2m-1-2m+4\right)\left(x_2^2-2mx_2+2m-1-2m-1\right)=50$ (2).

Từ $(1),(2)$ suy ra $(-2m+4)(-2m-1)=50 \Leftrightarrow (m-2)(2m+1)=25$

$\Leftrightarrow 2m^2+m-4m-2=25 \Leftrightarrow 2m^2-3m-27=0 \Leftrightarrow (2m-9)(m+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=\dfrac{9}{2} \end{array}\right.$.

Vậy $m=\left\{-3;\ \dfrac{9}{2}\right\}$ là các giá trị cần tìm.



Câu 4 ***(3,5 điểm).***

a) Chứng minh tứ giác AOBC nội tiếp

Có:

$\begin{cases} CAO=90^0 \\ CBO=90^0 \end{cases} \Rightarrow CAO+CBO=180^0 \Rightarrow$

AOBC là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $CH.CO=CM.CN$

+) CM: ΔCAO vuông tại A, $AH \perp CO$ suy ra $CA^2=CH.CO$ (2)

+) Có: $\begin{cases} CAM=CNA \\ C-\text{Chung} \end{cases} \Rightarrow \Delta CAM \sim \Delta CNA \Rightarrow \dfrac{CM}{CA}=\dfrac{CA}{CN} \Rightarrow CM.CN=CA^2$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra: $CH.CO=CM.CN$

c) Chứng minh $POE=OFQ$

+) $OFQ=OCF+COF=OCP+COF=AOP+COF$

+) $POE=POA+AOE=AOP+\dfrac{1}{2}AOM=AOP+\dfrac{1}{2}(180^0-AEM)$

$=AOP+90^0-\dfrac{1}{2}(ECF+CFE)=AOP+90^0-\dfrac{1}{2}(180^0-AOB)-\dfrac{1}{2}(180^0-MFB)$

$= AOP + 90^0 - \frac{1}{2}(ECF + CFE) = AOP + 90^0 - \frac{1}{2}(180^0 - AOB) - \frac{1}{2}(180^0 - MFB)$

$= AOP + \frac{1}{2}AOB - \frac{1}{2}(180^0 - 180^0 + MOB) = AOP + COB - BOF = AOP + COF$

Vậy: $POE = OFQ$

d) Chứng minh: $PE + QF \geq PQ$

+) Áp dụng BĐT Cô si: $PE + QF \geq 2\sqrt{PE.QF}$ (4)

+) CM: ΔCPQ cân tại C $\Rightarrow OPE = FQO$ kết hợp $POE = OFQ$ suy ra $\Delta PEO \sim \Delta QOF$

$\Rightarrow \frac{PE}{QO} = \frac{PO}{QF} \Rightarrow PE.QF = PO.QO = (\frac{PQ}{2})^2$ (5)

Từ (4) và (5) suy ra: $PE + QF \geq PQ$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút
Ngày thi: 8/6/2018

Câu 1 (VD) (2 điểm):

a) Tìm x để biểu thức sau có nghĩa: $P=\sqrt{5x+3}+2018\sqrt[3]{x}$.

b) Cho hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^2$. Điểm D có hoành độ $x=-2$ thuộc đồ thị hàm số. Tìm tọa độ điểm D.

c) Tìm giá trị của a và b để đường thẳng d: $y=ax+b-1$ đi qua hai điểm $A(1;1)$ và $B(2;3)$.

Câu 2 (VD) (2,0 điểm):

Cho biểu thức: $P=\dfrac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}-\dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2-4\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-y$ (với $x>0,\ y>0,\ x\neq y$).

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Chứng minh rằng $P\le 1$.

Câu 3 (VD) (2,0 điểm):

Cho phương trình $x^2-4mx+4m^2-2=0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m=1$.

b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Giả sử hai nghiệm là x_1, x_2 khi đó tìm m để $x_1^2+4mx_2+4m^2-6=0$.

Câu 4 (VD) (3,5 điểm):

Cho hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại điểm C cắt các đường thẳng AB và AD theo thứ tự tại M, N. Dựng AH vuông góc với BD tại điểm H, K là giao điểm của hai đường thẳng MN và BD.

a) Chứng minh tứ giác $AHCK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AD.AN = AB.AM$.

c) Gọi E là trung điểm của MN. Chứng minh ba điểm A, H, E thẳng hàng.

d) Cho $AB = 6cm$, $AD = 8cm$. Tính độ dài đoạn MN.

Câu 5 (VDC) (0,5 điểm): Giải phương trình: $3\sqrt{3}\left(x^2+4x+2\right)-\sqrt{x+8}=0$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019

Môn thi: **TOÁN**
Ngày thi: *07 tháng 6 năm 2018*
Thời gian làm bài: *120 phút*

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0, x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\ge\dfrac{x}{4}+5$.

Bài II *(2,0 điểm)*

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó theo đơn vị mét.

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}4x-|y+2|=3\\ x+2|y+2|=3\end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=(m+2)x+3$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả giá trị của *m* để *(d)* cắt *(P)* tại hai điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn $(O;R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kì trên tia đối của tia AB (S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, SD với đường tròn $(O;R)$ sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ AB (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

1) Chứng minh năm điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO.

2) Khi $SO=2R$, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo $\widehat{CSD}$.

3) Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng SC, cắt đoạn thẳng CD tại điểm K. Chứng minh tứ giác $ADHK$ là tứ giác nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC.

4) Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng, khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Bài V *(0,5 điểm)*

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}$.

ĐÁP ÁN: https://moon.vn/BaigiangVideo/Download/dangviethung/De-thi-vao-10-mon-Toan-2018_So-GDDT-Ha-Noi.pdf

ĐỀ TUYỂN SINH LỚP 10 TỈNH QUẢNG NINH 2018

Câu 1. (2,5 *điểm*)

1. Thực hiện phép tính: $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$.

2. Rút gọn biểu thức: $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}+\dfrac{9+x}{9-x}\right)\left(3\sqrt{x}-x\right)$ với $x\ge 0$ và $x\ne 9$.

3. Xác định các hệ số a,b để đồ thị của hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm $A(2;-2),B(-3;2)$.

Câu 2. (1,5 *điểm*)

1. Giải phương trình: $x^2-4x+4=0$.

2. Tìm giá trị của m để phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+3=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $|x_1|+|x_2|=10$.

Câu 3. (2,0 *điểm*) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một ôtô đi từ A đến B theo đường quốc lộ cũ dài 156km với vận tốc không đổi. Khi đi từ B về A, xe đi đường cao tốc mới nên quãng đường giảm được 36km so với lúc đi và vận tốc cũng tăng so với lúc đi là 32km/h. Tính vận tốc ôtô khi đi từ A đến B, biết thời gian đi nhiều hơn thời gian về là 1 giờ 45 phút.

Câu 4. (3,5 *điểm*)

Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB=2R$. Trên đường tròn (O) lấy điểm C bất kỳ (C không trùng với A và B). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt tia BC ở điểm D. Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng DO. Tia AH cắt đường tròn (O) tại điểm F (không trùng với A). Chứng minh:

1. $DA^2=DC.DB$.

2. Tứ giác $AHCD$ nội tiếp.

3. $CH\perp CF$.

4. $\dfrac{BH.BC}{BF}=2R$.

Câu 5. (0,5 *điểm*)

Cho x,y là các số thực dương thỏa mãn: $xy+1\le x$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=\dfrac{x+y}{\sqrt{3x^2-xy+y^2}}$.

ĐÁP ÁN:

https://moon.vn/BaigiangVideo/Download/dangviethung/08_De%20thi%20vao%2010%20nam%202018_Tinh%20Quang%20Ninh_Moon.vn.pdf

PHÒNG GD&ĐT LỤC NAM
TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN

ĐỀ THI THAM KHẢO
(Đề thi gồm 01 trang)

KÌ THI THỬ TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (2 *điểm*)

1) Tính giá trị của biểu thức $A=5\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{5}{2}\sqrt{20}-\sqrt{80}$;

2) Xác định m, n để đường thẳng $y=\left(2m-1\right)x+n\ \left(m\neq\frac{1}{2}\right)$ đi qua điểm $A\left(1;2\right)$ và song song với đường thẳng $y=x$.

Câu 2. (3 *điểm*)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=4\\4x-3y=1\end{cases}$;

2) Cho biểu thức $B=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}-\frac{x+3}{x-9}\right):\left(\sqrt{x}+3\right)\quad\left(x>0;x\neq9\right)$

a) Rút gọn biểu thức B;

b) Đặt $C=\left(\sqrt{x}-3\right)B$ .Tìm các giá trị của x để biểu thức C < 1.

3) Cho phương trình $2x^2-\left(m+3\right)x+m=0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m=2$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $B=\left|2018x_1-2018x_2\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3. (1,5 *điểm*)

Năm học 2016 – 2017, theo kế hoạch một trường THPT Chuyên tuyển sinh 63 học sinh vào hai lớp 10 (một lớp chuyên Toán và một lớp chuyên Tin). Tìm số học sinh của mỗi lớp theo kế hoach. Biết rằng nếu chuyển 3 học sinh của lớp chuyên Toán sang lớp chuyên Tin thì 4 lần số học sinh của lớp chuyên Toán bằng 5 lần số sinh của lớp chuyên Tin.

Câu 4. (3 *điểm*)

Cho đường tròn (O; R) và một điểm S ở ngoài đường tròn (O; R). Từ điểm S kẻ hai tiếp tuyến SA, SB tới (O; R) (A và B là các tiếp điểm). Kẻ dây cung BC song song với SA; SC cắt đường tròn (O; R) tại điểm thứ hai là D; tia BD cắt SA tại điểm M.

1. Chứng minh MA^2 = MD.MB

2. Gọi I là trung điểm đoạn DC. Chứng minh năm điểm S, B, I, O, A cùng thuộc một đường tròn và tia IS là phân giác của góc BIA.

3. Qua điểm I kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại E. Chứng minh ED // BC

4. Giả sử BM ⊥ SA, khi đó hãy tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSDA theo R.

Câu 5. (0,5 *điểm*). Cho các số thực a, b, c không âm thỏa mãn không có hai số nào đồng thời bằng 0 và $a^2+b^2+c^2=2(ab+ac+bc)$. Chứng minh rằng: $\sqrt{\frac{2ab}{a^2+b^2}}+\sqrt{\frac{2bc}{b^2+c^2}}+\sqrt{\frac{2ac}{a^2+c^2}}\geq1$

-------------------------------- **HẾT**--------------------------------

PHÒNG GD&ĐT LỤC NAM
TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN

ĐỀ THI THAM KHẢO
(Đề thi gồm 01 trang)

KÌ THI THỬ TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (2 *điểm*)

1.Tính giá trị của biểu thức A = $\left(2\sqrt{3}+3\right)\left(\sqrt{12}-3\right)$;

2. Cho đường thẳng (d) $y=\left(m-\dfrac{5}{2}\right)x+1$ (với $m\neq\dfrac{5}{2}$) .Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $x-2y-4=0$.

Câu 2. (3 *điểm*)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x+3y=9\\2x-5y=-4\end{cases}$;

2.

Cho biểu thức $A=\dfrac{2a^2+4}{1-a^3}-\dfrac{1}{1+\sqrt{a}}-\dfrac{1}{1-\sqrt{a}}$ (với $a\geq 0; a\neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

3. Cho phương trình: $x^2-6x+2m-3=0$ (1)

a) Giải phương trình (1) với m = 4

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thoả mãn

$$\left(x_1^2-5x_1+2m-4\right)\left(x_2^2-5x_2+2m-4\right)=2$$

Câu 3. (1,5 *điểm*). Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720m^2. Nếu tăng chiều dài thêm 10m và giảm chiều rộng 6m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Câu 4. (3 *điểm*). Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O;R). Vẽ AH vuông góc với BC, từ H vẽ HM vuông góc với AB và HN vuông góc với AC ($H\in BC, M\in AB, N\in AC$). Vẽ đường kính AE cắt MN tại I, tia MN cắt đường tròn (O;R) tại K

1. Chứng minh tứ giác AMHN nội tiếp

2. Chứng minh $AM\cdot AB=AN\cdot AC$

3. Chứng minh AE cuông góc với MN

4. Chứng minh AH=AK

Câu 5. (0,5 *điểm*). Với các số thực x, y thỏa mãn $x-\sqrt{x+6}=\sqrt{y+6}-y$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+y$.

---------------------------------- **HẾT**----------------------------------

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU ĐỀ THAM KHẢO

Câu 2.3

b) Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = ... = -8m + 48$. Để PT (1) có nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 6$

Vậy m<6 thì PT (1) có nghiệm phân biệt x_1, x_2 nên thao vi ét ta có

$x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} = 6; x_1x_2 = \dfrac{c}{a} = 2m - 3$

Ta có $x^2 - 6x + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 2m - 4 = x - 1$

Vì x_1 , x_2 là nghiệm PT $x^2 - 6x + 2m - 3 = 0$ nên x_1 , x_2 là nghiệm PT

$x^2 - 5x + 2m - 4 = x - 1$ nên ta có $x_1^2 - 5x_1 + 2m - 4 = x_1 - 1$ và

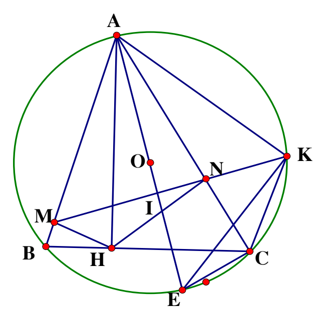
$x_2^2 - 5x_2 + 2m - 4 = x_2 - 1$

$\Rightarrow \left(x_1^2 - 5x_1 + 2m - 4\right)\left(x_2^2 - 5x_2 + 2m - 4\right) = \left(x_1 - 1\right)\left(x_2 - 1\right)$

Mà $\left(x_1^2 - 5x_1 + 2m - 4\right)\left(x_2^2 - 5x_2 + 2m - 4\right) = 2$ nên ta có $\left(x_1 - 1\right)\left(x_2 - 1\right) = 2$

$\Leftrightarrow x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = 2 \Leftrightarrow 2m - 3 - 6 + 1 = 2 \Leftrightarrow 2m = 10 \Leftrightarrow m = 5$ (thoả mãn). KL

Câu 4.



Xét tứ giác AMHN Có $\widehat{AMH} = 90^0$; $\widehat{ANH} = 90^0$
(Vì $AM \perp AB; AN \perp AC$)

Nên ta có $\widehat{AMH} + \widehat{ANH} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Vậy tứ giác AMHN nội tiếp

Xét tam giác AHB vuông tại H (Vi AH $\perp BC$) có HM $\perp$ AB (gt) nên theo hệ thức lương trong tam giác vuông ta có $AH^2 = AM \cdot AB$

Xét tam giác AHC vuông tại H(Vì AH $\perp BC$) có HN $\perp$ AC (gt), tương tự ta có $AH^2 = AN \cdot AC$

Ta có $AH^2 = AM \cdot AB$; $AH^2 = AN \cdot AC$ vậy $AM \cdot AB = AN \cdot AC$

Ta có tứ giác AMHN nội tiếp (cm trên) => $\widehat{ANM} = \widehat{AHM}$ (cùng chắn cung AM) Ta có $\widehat{AHM} + \widehat{BHM} = \widehat{AHB} = 90^0$; $\widehat{MBH} + \widehat{BHM} = 90^0$ (vì ΔBMH vuông tại M) Vậy $\widehat{AHM} = \widehat{MBH}$ => $\widehat{ANM} = \widehat{MBH}$ => $\widehat{ANI} = \widehat{ABC}$, mà $\widehat{ABC} = \widehat{AEC}$ (cùng chắn cung AC) nên $\widehat{ANI} = \widehat{AEC}$ => $\widehat{ANI} = \widehat{IEC}$
Xét tứ giác INCE có $\widehat{ANI} = \widehat{IEC}$ => Tứ giác INCE nội tiếp (vì có góc ngoài của tứ giác bằng góc đối của góc trong của tứ giác)
=> $\widehat{EIN} + \widehat{NCE} = 180^0$ (tính chất ...) mà $\widehat{NCE} = \widehat{ACE} = 90^0$ (góc nội tiếp). Nên => $\widehat{EIN} + 90^0 = 180^0$ => $\widehat{ENI} = 90^0 \Rightarrow AE \perp MN$
Ta có $\widehat{AKE} = 90^0$ (góc nội tiếp ...) => $\widehat{AKI} + \widehat{IKE} = 90^0$ Ta có ΔKIE vuông tại I (cm trên). => $\widehat{IEK} + \widehat{IKE} = 90^0$ => $\widehat{AKI} + \widehat{IEK}$ => $\widehat{AKN} = \widehat{AEK}$, mà $\widehat{AEK} = \widehat{ACK}$ (cùng chặn cung AK) nên $\widehat{AKN} = \widehat{ACK}$
Xét ΔAKN và ΔACK có góc A chung, có $\widehat{AKN} = \widehat{ACK}$, nên ΔAKN ~ ΔACK $\Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{AN}{AK} \Rightarrow AK^2 = AN \cdot AC$, mà $AH^2 = AN \cdot AC$ (cm trên) nên $AK^2 = AH^2 \Rightarrow AK = AH$ **Lưu ý:** ngoài cách trên HS có thể làm theo cách sau: **<u>Cách 2</u>:** Ta có $\widehat{AKE} = 90^0$ (góc nội tiếp..) $\Rightarrow \Delta AKE$ vuông tại K mà KI $\perp$ AE (cm trên) Nên theo HTL trong tam giác vuông ta có $AK^2 = AI \cdot AE$. Xét ΔAIN và ΔACE. Có $\widehat{AIN} = \widehat{ACK} = 90^0$; góc A chung $\Rightarrow \Delta AIK \sim \Delta ACE \Rightarrow \frac{AI}{AC} = \frac{AN}{AE}$ $\Rightarrow AI \cdot AE = AN \cdot AC$, nên ta có $AK^2 = AN \cdot AC$, mà $AH^2 = AN \cdot AC$ (cm trên) nên $AK^2 = AH^2 \Rightarrow AK = AH$ **<u>Cách 3</u>:** Gọi Q là giao điểm của tia Nm với đường tròn, vì AE $\perp$ QK (cm trên) nên $IQ = IK$ (vì đường kính vuông góc với dây) $\Rightarrow \overset{\frown}{AQ} = \overset{\frown}{AK}$ (vì đường kính đi qua trung điểm dây) => $\widehat{AKQ} + \widehat{ACK}$ => $\widehat{AKN} = \widehat{ACK}$. Xét ΔAKN và ΔACK có góc A chung, có $\widehat{AKN} = \widehat{ACK}$ nên ΔAKN ~ ΔACK $\Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{AN}{AK} \Rightarrow AK^2 = AN \cdot AC$, mà $AH^2 = AN \cdot AC$ (cm trên) nên $AK^2 = AH^2 \Rightarrow AK = AH$

PHÒNG GD & ĐT LỤC NAM
TRƯỜNG THCS BÌNH SƠN

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC: 2019-2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I (2.0 *điểm*)

1. Tính $\sqrt{64.(25^2-24^2)}$

2. Tìm m để đồ thị hàm số bậc nhất y = -2x + m – 2011 cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5.

Câu II (3.0 *điểm*)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x-y=1\\2x+3y=8\end{cases}$;

2. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-3}+\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}\right):\dfrac{3\sqrt{a}}{a-9}\left(a>0;a\neq 9\right)$. Tìm giá trị của a để $P\leq 1$.

3. Chứng minh phương trình: x^2 – mx + m – 1 = 0 (1)

a) Giải phương trình (1) với m = - 2

b) Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm lớn hơn 2015.

Câu III (1.5 *điểm*): *Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình*

Một hình chữ nhật có chu vi là 52 m. Nếu giảm mỗi cạnh đi 4 m thì được một hình chữ nhật mới có diện tích 77 m^2. Tính các kích thước của hình chữ nhật ban đầu?

Câu IV (3.0 *điểm*)

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi d_1 và d_2 là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn (O) (E không trùng với A và B). Đường thẳng đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại M, N.

1. Chứng minh AMEI là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $\widehat{ENI}=\widehat{EBI}$ và $\widehat{MIN}=90^0$.

3. Chứng minh AM.BN = AI.BI .

4. Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa điểm E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Câu V (0.5 *điểm*)

Cho hai số thực x,y thỏa mãn $\begin{cases}x^2+xy^{2016}-(y^{2016}+1)=0\\\sqrt[4]{x-1}=\sqrt[3]{y}+2016x-2015\end{cases}$

Hãy tính giá trị của biểu thức:

$$\text{P}=\frac{5}{2}(x-1)^{2016}-\frac{1}{2}(y-2)^{2015}+2017.$$

-------------------------------Hết------------------------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh.. Số báo danh:...

Câu 2.3.b PT: $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1)

Ta có $\Delta = (-m)^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 1 = (m-2)^2 \geq 0$ với mọi m

=> PT (1) luôn có nghiệm với mọi m

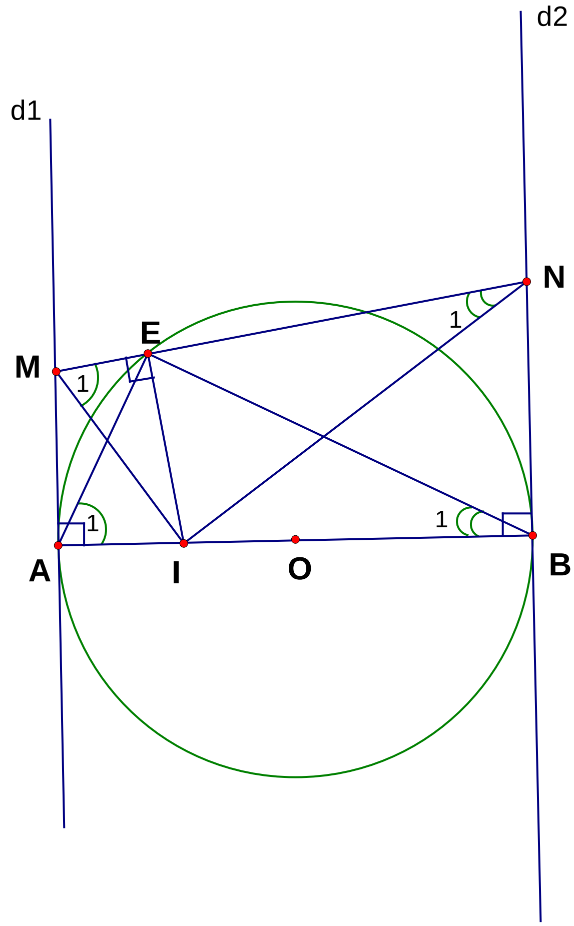
Vì a + b + c = 1 – m + m – 1 = 0 => $x_1 = 1$; $x_2 = m - 1$là nghiệm của PT (1)

Do đó PT (1) có một nghiệm lớn hơn 2015 <=> m – 1 > 2015 <=> m > 2016

Vậy với m > 2016 thì PT (1) có một nghiệm lớn hơn 2015

Câu 4.

Hình vẽ



Chứng minh được tứ giác AMEI nội tiếp

Chứng minh tứ giác BNEI nội tiếp, suy ra $\widehat{N_1} = \widehat{B_1}$ (góc nội tiếp cùng chăn $\overset{\frown}{EI}$) (1)

hay $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$

Tứ giác AMEI nội tiếp = > $\widehat{M_1} = \widehat{A_1}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{EI}$) (2)

Lại có $\widehat{AEB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) => $\widehat{A_1} + \widehat{B_1} = 90^0$ (3)

Từ (1), (2) và (3) => $\widehat{M_1} + \widehat{N_1} = 90^0$ => $\widehat{MIN} = 90^0$

Ta có $\widehat{MIN} = 90^0$ (chứng minh trên) => $\widehat{AIM} + \widehat{BIN} = 90^0$ (4)

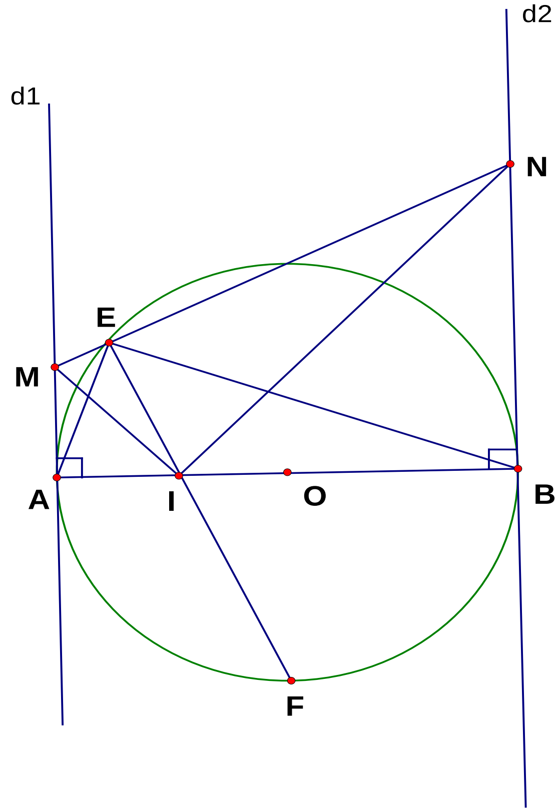
Lại có $\widehat{BNI} + \widehat{BIN} = 90^0$ (vì $\widehat{NBI} = 90^0$) (5)

Từ (4) và (5) => $\widehat{AIM} = \widehat{BNI}$

Xét ΔAMI và ΔBIN có:

$\widehat{AIM} = \widehat{BNI}$ (chứng minh trên); $\widehat{MAI} = \widehat{IBN} = 90^0$

Suy ra $\Delta AMI \backsim \Delta BIN$ (g.g) => $\frac{AM}{BI} = \frac{AI}{BN}$ (Tính chất) =>AM.BN = AI.BI



Khi I, E, F thẳng hàng ta có hình vẽ trên

Do tứ giác AMEI nội tiếp => $\widehat{AMI} = \widehat{AEF} = 45^0$

Nên ΔAMI vuông cân tại A => AM = AI

Chứng minh tương tự ta có ΔBNI vuông cân tại B => BI = BN

Áp dụng Pitago tính được $MI = \frac{R\sqrt{2}}{2}; IN = \frac{3R\sqrt{2}}{2}$

Vậy $S_{MIN} = \frac{1}{2}.IM.IN = \frac{3R^2}{4}$ (đvdt)

Câu 5. ĐKXĐ: $x \ge 1$

Giải (1): $x^2 + xy^{2016} - (y^{2016} + 1) = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 - 1\right) + \left(xy^{2016} - y^{2016}\right) = 0 \Leftrightarrow$ (x - 1)(x + y^{2016} + 1)=0

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \\ x + y^{2016} + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x + y^{2016} + 1 = 0 \end{array}\right.$ (vô lý, vì x + y^{2016} + 1>0 với $x \ge 1$)

Với x=1 thay vào (2) ta được: $\sqrt[3]{y}$ -1=0 <=> y=1

Khi đó: $P = \frac{5}{2}(1-1)^{2016} - \frac{1}{2}(1-2)^{2015} + 2017.$ =$2017\frac{1}{2}$

PHÒNG GD& ĐT LỤC NAM

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
Năm học 2018 - 2019
Môn thi: Toán
Ngày thi: 03/05/2018
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 ***(2 điểm).***

1) Thực hiện phép tính: $A=\frac{1}{2-\sqrt{3}}-\sqrt{3}$.

2) Tìm *m,n* để đường thẳng $y=(1-m)x-n+2$ đi qua A(1;-4) và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3.

Câu 2 ***(3 điểm).***

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y=4\\x+3y=5\end{cases}$

2) Cho biểu thức $P=\left(1-\frac{4}{x}\right)\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}\right)$ với $x>0$, $x\neq 4$.Tìm x để P <-1

3) Cho phương trình : $2x^2-(m+3)x+m=0$ (ẩn *x*, tham số m) (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m=2$.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).Tìm m để $|2018x_1-2018x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Câu 3 ***(1,5 điểm).***

Trong kì thi thử vào lớp 10 THPT,một trường THCS dự định chia đều 120 học sinh khối 9 vào một số phòng thi.Nhưng thực tế đến ngày thi do gặp sự cố nên một phòng thi không sử dụng được.Nhà trường đã sắp xếp thêm 4 học sinh vào mỗi phòng thi còn lại thì vừa đủ số học sinh dự thi.Hỏi theo dự định ban đầu thì mỗi phòng có bao nhiêu học sinh dự thi?

Câu 4 ***(3,0 điểm).***

Cho đường tròn (O; R) và điểm A cố định ở ngoài đường tròn. Vẽ đường thẳng $d\perp OA$ tại A. Trên d lấy điểm M. Qua M kẻ hai tiếp tuyến ME, MF tới đường tròn (O). Nối EF cắt OM tại H, cắt OA tại B.

a) Chứng minh bốn điểm O,A,M,E cùng nằm trên một đường tròn;

b) Chứng minh $OA.OB=R^2$.

c) Chứng minh rằng tâm I của đường tròn nội tiếp tam giác MEF luôn thuộc đường tròn (O;R) khi M di chuyển trên d;

d) Tìm vị trí của M để diện tích tam giác HBO lớn nhất.

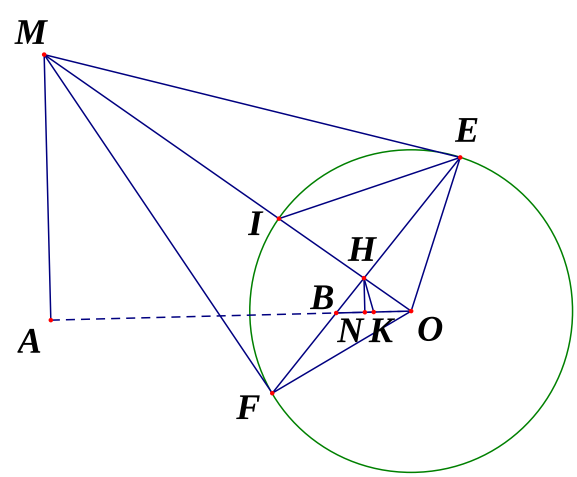
Câu 5 ***(0,5 điểm).*** Cho hai số dương a,b thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức M=$\frac{1}{a^4+b^2+2ab^2}+\frac{1}{b^4+a^2+2ba^2}$

HDC THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
Năm học 2018 - 2019
Môn thi: Toán
Ngày thi:
Thời gian làm bài: 120 phút

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1	**Điểm toàn câu**	**2**
1	$A=\frac{1}{2-\sqrt{3}}-\sqrt{3}=\frac{2+\sqrt{3}}{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}-\sqrt{3}$	0.5
	$=\frac{2+\sqrt{3}}{1}-\sqrt{3}=2$	0.5
	Vậy $A=2$	
	Chú ý: *Học sinh làm bằng quy đồng, kết quả chưa trục căn thức ở mẫu trừ 0.25 điểm)*	
2	Để đường thẳng $y=(1-m)x-n+2$ đi qua A(1;-4) thì ta có: -4=(1-m).1-n+2 $\Rightarrow$ n=7-m	0.25
	để đường thẳng $y=(1-m)x-n+2$ cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 thì ta có : 0 = (1-m).3-n+2 $\Rightarrow$ (1-m).3-(7-m)+2=0 $\Rightarrow$3-3m-7+m+2=0 $\Rightarrow$m=-1 $\Rightarrow$ n=8	0.5
	Vậy với m=-1;n=8 thì đường thẳng $y=(1-m)x-n+2$ đi qua A(1;-4) và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3.	0.25
Câu 2	**Điểm toàn câu**	**3**
1	Ta có: $\begin{cases}3x-2y=4\\x+3y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=4\\3x+9y=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11y=11\\3x+9y=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\3x+9.1=15\end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\3x=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\x=2\end{cases}$	0.25
	Vậy hệ phương trình có một nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;1)$	0.25
	Với x > 0, x ≠ 4 thì: $P=\left(1-\frac{4}{x}\right)\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}\right)$ $=\left(\frac{x-4}{x}\right)\left[\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}-\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}\right]$	0.25

2	$=\left(\dfrac{x-4}{x}\right)\left[\dfrac{x-3\sqrt{x}+2}{x-4}-\dfrac{x+3\sqrt{x}+2}{x-4}\right]$ $=\left(\dfrac{x-4}{x}\right)\left(\dfrac{x-3\sqrt{x}+2-x-3\sqrt{x}-2}{x-4}\right)=\left(\dfrac{x-4}{x}\right)\left(\dfrac{-6\sqrt{x}}{x-4}\right)=\dfrac{-6}{\sqrt{x}}$	0.25
	để P<-1 thì ta có $\dfrac{-6}{\sqrt{x}}<-1\Rightarrow\dfrac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}}<0$ $\Rightarrow\sqrt{x}-6<0\Rightarrow\sqrt{x}<6\Rightarrow x<36$ (vì x>0 nên mẫu thức $\sqrt{x}>0$) Kết hợp ĐKXĐ ta có 0<x<36,x $\neq$ 4 thì P<-1 Vậy với 0<x<36,x $\neq$ 4 thì P<-1	0.25
3.a	Xét phương trình: $2x^2-(m+3)x+m=0$ (1) Thay $m=2$ vào phương trình (1) ta được phương trình: $2x^2-5x+2=0$ (2)	0.25
	$\Delta=(-5)^2-4.2.2=9>0$ Nên phương trình (2) có 2 nghiệm: $x_1=2;x_2=\dfrac{1}{2}$	0.25
	Vậy $m=2$ thì phương trình có tập nghiệm là: $S=\left\{2;\dfrac{1}{2}\right\}$	0.25
3.b	Xét phương trình (1) có $\Delta\geq 0\Leftrightarrow(m+3)^2-4.2.m=(m-1)^2+8>0$ với mọi m ⇨ Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m Áp dụng hệ thức Viet ta có Theo hệ thức Vi-ét : $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{m+3}{2}\\x_1x_2=\dfrac{m}{2}\end{cases}$	0.25
	Ta có $(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=\dfrac{(m+3)^2}{4}-2m$ $=\dfrac{m^2-2m+9}{4}=\dfrac{(m-1)^2+8}{4}\geq 2$ => $\left\|x_1-x_2\right\|\geq\sqrt{2}\Rightarrow\left\|2018x_1-2018x_2\right\|\geq 2018\sqrt{2}$ dấu "=" xảy ra khi m=1	0.25
	Vậy với m=1 thì phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\left\|2018x_1-2018x_2\right\|$ đạt giá trị nhỏ nhất là $2018\sqrt{2}$	0.25

Câu 3	Điểm toàn câu	1,5
	Gọi số học sinh trong mỗi phòng thi theo dự định là x (học sinh). ĐK : $x > 0$ và x nguyên. Theo dự định số phòng thi là: $\frac{120}{x}$ (phòng)	0.25
	Số học sinh thực tế tham gia khảo sát trong mỗi phòng thi là: x+4 (học sinh) Thực tế số phòng thi là: $\frac{120}{x+4}$ (phòng)	0.25
	Theo đề bài ta có phương trình : $\frac{120}{x}-\frac{120}{x+4}=1$ hay $x^2+4x-480=0$	0.25
	Giải phương trình tìm được nghiệm: $x_1=20; x_2=-24$	0.25
	Ta thấy: +) $x_1=20$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. +) $x_2=-24$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0.25
	Trả lời: Số học sinh trong mỗi phòng thi theo dự định là 20 (học sinh).	0.25
Câu 4	Điểm toàn câu	3
	Hình vẽ :  	
4.a	Xét tứ giác OEMA có: $\widehat{MAO}=90°(\text{do...})$	0.25
	$\widehat{MEO}=90°(\text{do...})$ $\Rightarrow \widehat{MAO}+\widehat{MEO}=180°$	0.25
	Mà 2 góc MAO và MEO là hai góc đối diện của tứ giác nên tứ giác OAME nội tiếp =>bốn điểm O,A,M,E cùng nằm trên một đường tròn	0.25
	Vậy bốn điểm O,A,M,E cùng nằm trên một đường tròn	0.25
	ME, MF là 2 tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow$ ME =MF, Ngoài ra: OE = OF = R, Suy ra OM là trung trực của EF $\Rightarrow$ OM $\perp$ EF	0.5

4.b	Chứng minh được: $\Delta OHB \sim OAM\left(g-g\right) \Rightarrow \frac{OH}{OA}=\frac{OB}{OM} \Rightarrow OA.OB=OH.OM$ (1) ΔOEM vuông tại E, đường cao EH. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $\mathrm{OH.OM}=\mathrm{OE}^2=\mathrm{R}^2$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\mathrm{OA.OB}=\mathrm{OH.OM}=R^2$	
4.c	Ta có MO là tia phân giác của góc EMF nên $I \in MO$ và EI là phân giác của góc MEH Mà $\widehat{\mathrm{MEI}}+\widehat{\mathrm{IEO}}=90^0$, $\widehat{\mathrm{HEI}}+\widehat{\mathrm{OIE}}=90^0 \Rightarrow \widehat{\mathrm{OIE}}=\widehat{\mathrm{IEO}}$ Khi đó tam giác OIE cân tại O suy ra OI = OE = R suy ra $I \in \left(O;R\right)$	0.5
4.d	Vì $\mathrm{OB.OA}=R^2 \Rightarrow OB=\frac{R^2}{OA} \Rightarrow$ B cố định.	0.25
	$\widehat{OHB}=90^0 \Rightarrow$ H thuộc đường tròn đường kính OB; Gọi K là trung điểm của OB suy ra KB = KO = KH Hạ HN vuông góc với OB. Diện tích tam giác HBO lớn nhất khi HN lớn nhất, $\Leftrightarrow N \equiv K$ (do $HN \le HK$) $\Leftrightarrow \Delta HBO$ vuông cân tại H $\Leftrightarrow MO$ tạo với OA góc 45^0 Vậy...	0.25
Câu 5	**Điểm toàn câu**	**0,5**
5	Với a, b > 0 ta có: $(a^2-b)^2 \ge 0 \Leftrightarrow a^4-2a^2b+b^2 \ge 0 \Leftrightarrow a^4+b^2 \ge 2a^2b$ $\Leftrightarrow a^4+b^2+2ab^2 \ge 2a^2b+2ab^2 \Leftrightarrow \frac{1}{a^4+b^2+2ab^2} \le \frac{1}{2ab(a+b)}$ (1) Tương tự ta có: $\Leftrightarrow \frac{1}{b^4+a^2+2a^2b} \le \frac{1}{2ab(a+b)}$ (2) từ (1),(2) => $M \le \frac{1}{ab(a+b)}$ vì $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=2$ nên a+b=2ab mà a+b $\ge 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow ab \ge 1$ nên $M \le \frac{1}{2(ab)^2} \le \frac{1}{2}$ khi a = b=1 thì $M=\frac{1}{2}$.	0.25
	Vậy $M_{max}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow$ a = b = 1	0.25

PHÒNG GD & ĐT LỤC NAM

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2018-2019
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I (3.0 *điểm*)

1. Tính giá trị của biểu thức $A=(2\sqrt{5}-4).(2\sqrt{5}+4)-\sqrt{8}.\sqrt{2}$.
2. Cho hàm số $y=(2m-6)x-3 \quad (m\neq 3)$ (1)

Tìm m,n để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng $y=4x+n$.

3. Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=-6\\5x+\ \ y=4\end{cases}$.

Câu II (2.0 *điểm*)

1. Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{x}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{2x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-x}\right).\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$ (với $x>0; x\neq 1$).

Tìm các giá trị x nguyên để $6B$ là số nguyên.

2. Cho phương trình $x^2-2(m+2)x+m^2-4=0$ (x là ẩn, m là tham số) (1) .

a. Giải phương trình (1) với $m=\dfrac{-1}{2}$

b. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 cùng dương thoả mãn $\dfrac{x_1}{x_2}-\dfrac{x_2}{x_1}=2$

Câu III (1.5 *điểm*)

Để chuẩn bị cho năm học mới nhà trường lên kế hoạch bổ sung một số thiết bị và sách cho phòng thư viện và phòng đồ dùng. Số thiết bị và sách đó được xếp gọn lại thành 760 bó và phải vận chuyển làm 90 chuyến. Ba lớp 9A, 9B, 9C được giao nhiệm vụ thực hiện. Mỗi chuyến lớp 9A, 9B, 9C vận chuyển được lần lượt là 10, 6 , 8 bó. Tính số chuyến vận chuyển của mỗi lớp 9A, 9B, 9C. Biết rằng số chuyến vận chuyển của lớp 9A gấp đôi số chuyến vận chuyển của lớp 9B.

Câu IV (3.0 *điểm*)

Cho đường tròn (O, R) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax và lấy trên tiếp tuyến đó 1 điểm P sao cho AP > R. Từ P kẻ tiếp tuyến thứ hai tiếp xúc với (O) tại M.

1) Chứng minh tứ giác APMO nội tiếp đường tròn
2) Chứng minh BM // OP
3) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt BM tại N. Chứng minh tứ giác OBNP là hình bình hành
4) Biết AN cắt OP tại K, PM cắt ON tại I; PN và OM kéo dài cắt nhau tại J. Chứng minh I, J, K thẳng hang.

Câu V (0.5 *điểm*)

Cho $x,y,z>0$, thỏa mãn $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2018$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P=\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{xy}+\frac{1}{y^2}}+\sqrt{\frac{1}{y^2}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{z^2}}+\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{xz}+\frac{1}{z^2}}$$

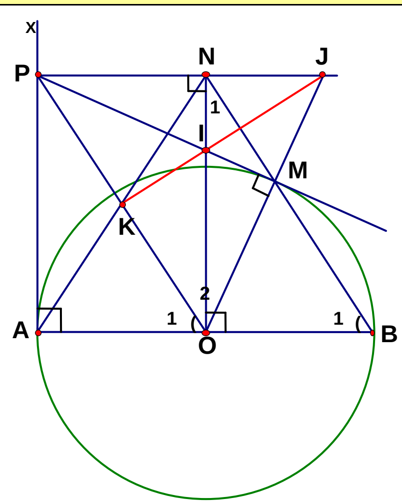
--------------------------------**Hết**--------------------------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh.. Số báo danh:..

HƯỚNG DẪN CHẤM
MÔN THI: TOÁN
Bản hướng dẫn chấm có 04 trang

Câu 1	Hướng dẫn giải	(3.0điểm)
1 (1.0 điểm)	$A=\left(2\sqrt{5}\right)^2-4^2-\sqrt{16}$	0.5
	= 20- 16 – 4	0.25
	= 0 Vậy A = 0	0.25
2 (1.0 điểm)		0.50
	để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng $y=3x-2$. $\Leftrightarrow\begin{cases}2m-6=4\\n\neq-3\end{cases}$	0.5
	Vậy $\Leftrightarrow\begin{cases}m=5\\n\neq-3\end{cases}$ là giá trị cần tìm	0.5
3 (1.0 điểm	$\begin{cases}3x+2y=-6\\5x+\ y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2y=-6\\10x+2y=8\end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2y=-6\\-7x=-14\end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-6\end{cases}$	0.25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm (*x; y*) = (2; -6).	0.25
Câu 2		**(2.0điểm)**
1 (1.0 điểm)	Với $x>0;x\neq1$ ta có $B=\left(\frac{x}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}\left(1-\sqrt{x}\right)}\right).\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$	0,25
	$=\left(\frac{x}{\sqrt{x}-1}-\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}\right).\frac{1}{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}.\frac{1}{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}-1\right)}$	0.25
	$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}-1}.\frac{1}{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{1}{\sqrt{x}}$	0.25
	Vậy $6B=\frac{6}{\sqrt{x}}$ nguyên $\sqrt{x}\in U(6)=\{1,2,3,6\}\Leftrightarrow x\in\{1,4,9,16\}$ so đk $x\in\{4,9,16\}$	0.25
2 (1.0 điểm)	a. Với $m=\frac{-1}{2}$ ta được phương trình $4x^2-12x-15=0$	0.25

	tính $\Delta' = 96$	
	Vậy với $m = 3$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{6+4\sqrt{6}}{4} = \dfrac{3+2\sqrt{6}}{4}$ và. $x_2 = \dfrac{6-4\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3-2\sqrt{3}}{2}$	0.25
	b. Tính được $\Delta = 4m+8$. Tìm được điều kiện để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương là $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 4m+8>0 \\ x_1+x_2 = 2m+4>0 \Leftrightarrow m>2 \\ x_1x_2 = m^2-4>0 \end{cases}$	0.25
	$\dfrac{x_1}{x_2} - \dfrac{x_2}{x_1} = 8 \Leftrightarrow x_1 - x_2 = \dfrac{8x_1x_2}{x_1+x_2} \Leftrightarrow x_1 - x_2 = 4m-8$. Giải tìm được $m = \dfrac{5-\sqrt{17}}{2}; m = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$; Kết luận $m = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$	0.25
Câu 3		**(1.5điểm)**
(1.5 điểm)	Gọi số chuyến vận chuyển của 2 lớp 9B, 9C lần lượt là x, y *(chuyến)*, ($x, y > 0; x, y \in N$)	
	Ta có phương trình 3x + y = 90 (1)	0.25
	Số bó 3 lớp 9A, 9B, 9C vận chuyển được là 20x; 6x; 8y	0.25
	26x + 8y = 760 (2)	0.25
	Từ (1)(2) ta có hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y=90 \\ 26x+8y=760 \end{cases}$	0.25
	Giải được x = 20; y = 30 kết luận ………	0.5
Câu 4		**(3.0điểm)**
		
1 (1.0 điểm)	Xét (O): $\widehat{PAO} = 90^o; \widehat{PMO} = 90^o$ (Tính chất tiếp tuyến của đường tròn)	0.5

	$\widehat{PAO}+\widehat{PMO}=180^o$	0.25
	Mà P và N là hai đỉnh đối nhau ⇒Tứ giác PAOM là tứ giác nội tiếp	0.5
2 (1.0 điểm)	Ta có ∠ ABM nội tiếp chắn cung AM; ∠ AOM là góc ở tâm chắn cung AM => ∠ ABM = $\frac{\angle AOM}{2}$ (1) OP là tia phân giác ∠ AOM (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau) => ∠ AOP = $\frac{\angle AOM}{2}$ (2)	0.25
	Từ (1) và (2) => ∠ ABM = ∠ AOP (3)	0.25
	Mà ∠ ABM và ∠ AOP là hai góc đồng vị nên suy ra BM // OP. (4)	0.25
	⇒ΔCAQ đồng dạng với ΔCBD (g-g) Suy ra CA. CD = CB. CQ	0.25
3 (0.5 điểm)	Xét hai tam giác AOP và OBN ta có : ∠PAO=90^0 (vì PA là tiếp tuyến); ∠NOB = 90^0 (gt NO⊥AB).=> ∠PAO = ∠NOB = 90^0; OA = OB = R; ∠AOP = ∠OBN (theo (3)) => ΔAOP = ΔOBN => OP = BN (5) Từ (4) và (5) => OBNP là hình bình hành (vì có hai cạnh đối song song và bằng nhau).	0.5
4 (0.5 điểm)	Tứ giác OBNP là hình bình hành => PN // OB hay PJ // AB, mà ON ⊥ AB => ON ⊥ PJ Ta cũng có PM ⊥ OJ (PM là tiếp tuyến), mà ON và PM cắt nhau tại I nên I là trực tâm tam giác POJ. (6) Dễ thấy tứ giác AONP là hình chữ nhật vì có ∠PAO = ∠AON = ∠ONP = 90^0 => K là trung điểm của PO (t/c đường chéo hình chữ nhật). (6) AONP là hình chữ nhật => ∠APO = ∠ NOP (so le) (7) Theo t/c hai tiếp tuyến cắt nhau Ta có PO là tia phân giác ∠APM => ∠APO = ∠MPO (8). Từ (7) và (8) => ΔIPO cân tại I có IK là trung tuyến đông thời là đường cao => IK ⊥ PO. (9) Từ (6) và (9) => I, J, K thẳng hàng.	0.5
Câu 5		**(0.5điểm)**
(0.5 điểm)	Đặt $\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b;\frac{1}{z}=c$ $\sqrt{a^2+ab+b^2}=\sqrt{(a+b)^2-ab}\geq\sqrt{(a+b)^2-\frac{(a+b)^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}.(a+b)$	0.25

	Tương tự ta được $\sqrt{b^2+bc+c^2} \Rightarrow \geq \frac{\sqrt{3}}{2}.(b+c)$ $\sqrt{a^2+ac+c^2} \Rightarrow \geq \frac{\sqrt{3}}{2}.(a+c)$ Vậy $M \geq 2018\sqrt{3}$ Suy ra GTNN $M = 2018\sqrt{3} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{2018}{3} \Leftrightarrow x=y=z=\frac{3}{2018}$	0.25
	Điểm toàn bài	**10 điểm**

UBND HUYỆN LẠNG GIANG
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI THỬ LẦN 3

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
Năm học 2018 - 2019
Môn thi: Toán
Ngày thi: 19/05/2018
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1(2.0 *điểm*).

1) Tính $A=\sqrt{64}+4\sqrt{18}-2\sqrt{72}$

2) Tìm *m* để đồ thị hàm số $y=-3x+2m-1$ đi qua điêm $N\left(2;-6\right)$

Câu 2 (3.0 *điểm*).

1) Cho biểu thức: $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{5\sqrt{x}+2}{4-x}$ (với $x\ge 0; x\ne 4$).

a) Rút gọn các biểu thức B;

b) Tìm giá trị của x để $B\le 1$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-3y=1\\3x+2y=8\end{cases}$

3) Cho phương trình $x^2-2\left(m+1\right)x+m^2=0$

a) Giải phương trình khi $m=4$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2=4\sqrt{x_1.x_2}$

Câu 3 (1.5 *điểm*). Lớp 9A chỉ có các bạn học sinh xếp loại học lực Giỏi và các bạn học sinh xếp loại học lực Khá. Biết rằng nếu 1 bạn học sinh Giỏi chuyển đi thì $\dfrac{1}{6}$ số học sinh còn lại của lớp là học sinh Giỏi, nếu 1 bạn học sinh Khá chuyển đi thì $\dfrac{4}{5}$ số học sinh còn lại của lớp là học sinh Khá. Tính số học sinh của lớp đó.

Câu 4 (3.0 *điểm*). Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax và By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn này, kẻ tiếp tuyến thứ ba, cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt ở E và F.

a. Chứng minh AEMO là tứ giác nội tiếp

b. AM cắt OE tại P, BM cắt OF tại Q. Tứ giác MPOQ là hình gì? Tại sao?

c. Kẻ MH vuông góc với AB (H thuộc AB). Gọi K là giao điểm của MH và EB. So sánh MK với KH.

d. Cho AB = 2R và gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác EOF.

Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{3}<\dfrac{r}{R}<\dfrac{1}{2}$

Câu 5 (0.5 *điểm*). Cho các số $a,b,c\in\left[-2;5\right]$ thỏa mãn điều kiện $a+2b+3c\le 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a^2+2b^2+3c^2$

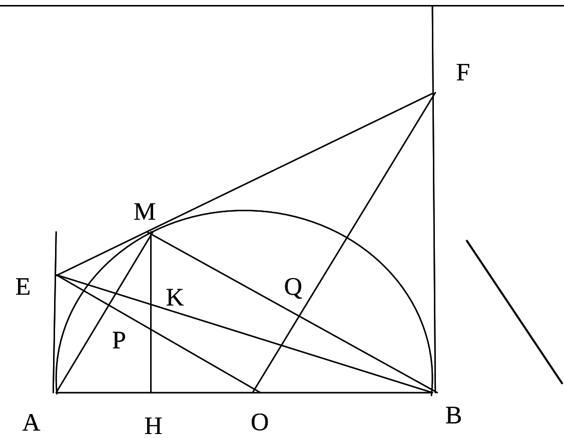
-------------------- **HẾT** --------------------

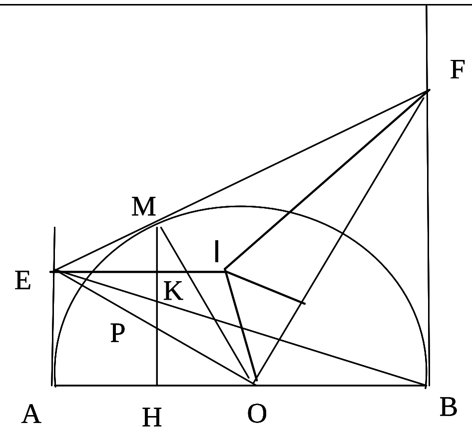
Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh:....................................

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu	Ý	Nội dung cần đạt	Điểm
1	**1**	Ta có $A=\sqrt{64}+4\sqrt{18}-2\sqrt{72}$ $=\sqrt{8^2}+4\sqrt{9.2}-2\sqrt{36.2}$ $=8+12\sqrt{2}-12\sqrt{2}$ $=8$	1.0
	2	Đồ thị hàm số $y=-3x+2m-1$ đi qua điểm $N\left(2;-6\right)\Leftrightarrow -6=-3.2+2m-1$ $\Leftrightarrow 2m-1=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$ Vậy $m=\dfrac{1}{2}$ là giá trị cần tìm	0.5 0.5
2	**1**	a) Với điều kiện: $x>0; x\neq 1$ $\mathrm{B}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{5\sqrt{x}+2}{4-x}$ $=\dfrac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)+2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)-5\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $=\dfrac{3x-6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $=\dfrac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ Vậy b) $B\geq 1\Leftrightarrow \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\geq 1\Leftrightarrow \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-1\geq 0\Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}\geq 0\Leftrightarrow 0\leq x\leq 1$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2	Ta có $\begin{cases}2x-3y=1\\3x+2y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x-9y=3\\6x+4y=16\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}13y=13\\6x+4y=16\end{cases}$	0.25 0.25 0.25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ 6x+4.1=16 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$	0.25
	3a	Với $m=4$ ta có phương trình $x^2-10x+16=0$ Ta có $\Delta' = (-5)^2 - 1.16 = 25-16 = 9 > 0$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-(-5)+\sqrt{9}}{1}=\dfrac{5+3}{1}=8 \\ x=\dfrac{-(-5)-\sqrt{9}}{1}=\dfrac{5-3}{1}=2 \end{array}\right.$ Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=8$ hoặc $x=2$	0.25 0.25
	3b	PT đã cho có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 > 0 \Leftrightarrow 2m+1>0 \Leftrightarrow m > -\dfrac{1}{2}$ Theo Vi-et có $\begin{cases} x_1+x_2=2(m+1) \\ x_1.x_2=m^2 \end{cases}$ Theo giả thiết $x_1^2+x_2^2=4\sqrt{x_1.x_2} \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=4\sqrt{x_1x_2}$ Thay vào ta có $4(m+1)^2-2m^2=4\sqrt{m^2} \Leftrightarrow 2m^2+8m-4\lvert m\rvert+4=0 \quad (1)$ Trường hợp 1: $-\dfrac{1}{2}<m<0$ $(1) \Leftrightarrow 2m^2+12m+4=0 \Leftrightarrow m^2+6m+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3+\sqrt{7}\ (tm) \\ m=-3-\sqrt{7}\ \ (l) \end{array}\right.$ Trường hợp 2: $m\ge 0$ $(1) \Leftrightarrow 2m^2+4m+4=0 \Leftrightarrow m^2+2m+2=0$. Phương trình vô nghiệm Vậy $m=-3+\sqrt{7}$ là giá trị cần tìm	0.25 0.25 0.25
3		Gọi số học sinh Giỏi của lớp là x ($x\in \mathbb{N}^*$), số học sinh Khá của lớp là y ($y\in \mathbb{N}^*$). Vì nếu 1 bạn học sinh Giỏi chuyển đi thì $\dfrac{1}{6}$ số học sinh còn lại của lớp là học sinh	0.25 0.25

		Giỏi nên ta có phương trình: $x-1=\frac{1}{6}(x+y-1)$ (1) Vì nếu 1 bạn học sinh Khá chuyển đi thì $\frac{4}{5}$ số học sinh còn lại của lớp là học sinh Khá nên ta có phương trình: $y-1=\frac{4}{5}(x+y-1)$ (2) Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x-1=\frac{1}{6}(x+y-1) \\ y-1=\frac{4}{5}(x+y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \cdots \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=25 \end{cases}$ Vậy số học sinh của lớp là: $x+y=6+25=31$ học sinh.	0.25 0.5 0.25
4			
	a	Tứ giác AEMO có: $\widehat{EAO}=90^0$ (AE là tiếp tuyến) $\widehat{EMO}=90^0$ (EM là tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{EAO}+\widehat{EMO}=180^0$ Vậy: Tứ giác AEMO là tứ giác nội tiếp	0.5 0.5
	b	Ta có : $\widehat{AMB}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) AM $\perp$ OE (EM và EA là 2 tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{MPO}=90^0$ Tương tự, $\widehat{MQO}=90^0$ $\Rightarrow$ Tứ giác MPOQ là hình chữ nhật	0.5 0.25

<table>
<tr>
<td></td>
<td>c</td>
<td>


Ta có : MK //BF (cùng vuông góc AB)
$\Rightarrow \Delta EMK \backsim \Delta EFB \Rightarrow \dfrac{EM}{EF} = \dfrac{MK}{BF}$
$\Rightarrow \dfrac{EM}{MK} = \dfrac{EF}{FB}$
Vì MF = FB (MF và FB là hai tiếp tuyến) nên: $\dfrac{EM}{MK} = \dfrac{EF}{MF}$ (1)
Áp dụng định lí Ta-let ta có:
$\dfrac{EF}{MF} = \dfrac{EB}{KB}(MK // BF); \dfrac{EB}{KB} = \dfrac{AB}{HB}(KH // EA) \Rightarrow \dfrac{EF}{MF} = \dfrac{AB}{HB}$ (2)
Từ (1) (2) có: $\dfrac{EM}{MK} = \dfrac{AB}{HB}$ (3)
Mặt khác, $\Delta EAB \backsim \Delta KHB$ (MH//AE) $\Rightarrow \dfrac{EA}{HK} = \dfrac{AB}{HB}$ (4)
Từ (3) (4) có: $\dfrac{EM}{MK} = \dfrac{EA}{HK}$
mà EM = EA (EM và EA là 2 tiếp tuyến) do đó: MK = KH
</td>
<td>0.25
0.25
0.25</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>d</td>
<td>
Ta có OE là phân giác của $\widehat{AOM}$ (EA; EM là tiếp tuyến); OF là phân giác của MÔB (FB; FM là tiếp tuyến) mà $\widehat{AOM}$ và $\widehat{BOM}$ là hai góc kề bù nên OE $\perp$ OF $\Rightarrow$ ΔEOF vuông ($\widehat{EOF} = 90^0$). OM là đường cao và OM = R
Gọi độ dài 3 cạnh của ΔEOF là a, b, c. I là tâm đường tròn nội tiếp ΔEOF .Ta có: $S_{EOF} = S_{EIF} + S_{OIF} + S_{EIO} = \dfrac{1}{2}r.EF + \dfrac{1}{2}r.OF + \dfrac{1}{2}r.OE$
$= \dfrac{1}{2}r.(EF + OF + OE) = \dfrac{1}{2}r.(a + b + c)$
Mặt khác: $S_{EOF} = \dfrac{1}{2}OM.EF = \dfrac{1}{2}aR$
</td>
<td>0.25</td>
</tr>
</table>

		$\Rightarrow aR = r(a+b+c) \Rightarrow \dfrac{r}{R} = \dfrac{a}{a+b+c}$ (1) Áp dụng bất đẳng thức trong ΔEOF ta có: $b + c > a \Rightarrow a + b + c > 2a$ $\Rightarrow \dfrac{1}{a+b+c} < \dfrac{1}{2a} \Rightarrow \dfrac{a}{a+b+c} < \dfrac{a}{2a} = \dfrac{1}{2}$ (2) Mặt khác $b < a$, $c < a \Rightarrow a + b + c < 3a \Rightarrow \dfrac{1}{a+b+c} > \dfrac{1}{3a}$ $\Rightarrow \dfrac{a}{a+b+c} > \dfrac{a}{3a} = \dfrac{1}{3}$ (3) Từ (1); (2); (3) ta có: $\dfrac{1}{3} < \dfrac{r}{R} < \dfrac{1}{2}$	0.25
5		Vì $a,b,c \in [-2;5]$ nên $-2 \le a \le 5$; $-2 \le b \le 5$; $-2 \le c \le 5$. $\Rightarrow (a+2)(a-5) \le 0 \Rightarrow a^2 - 3a - 10 \le 0$ (1) Dấu "=" xảy ra khi a = – 2 hoặc a = 5 $\Rightarrow 2.(b+2)(b-5) \le 0 \Rightarrow 2b^2 - 6b - 20 \le 0$ (2) Dấu "=" xảy ra khi b = – 2 hoặc b = 5 $\Rightarrow 3.(c+2)(c-5) \le 0 \Rightarrow 3c^2 - 9c - 30 \le 0$ (3) Dấu "=" xảy ra khi c = – 2 hoặc c = 5 Theo bài ra : $a + 2b + 3c \le 2$ (4) Cộng (1), (2) và (3) vế theo vế, kết hợp với (4), ta có: $P = a^2 + 2b^2 + 3c^2 \le 3(a+2b+3c) + 60 \le 3.2 + 60 = 66$. Dấu "=" xảy ra khi có dấu "=" ở cả (1), (2), (3) và (4) $\Leftrightarrow a = c = -2, b = 5$ Vậy giá trị lớn nhất của P là 66 đạt được khi $a = c = -2, b = 5$	0.25 0.25