

PHẦN I: RÚT GỌN

Bài 1: Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2x}{4-x^2} + \frac{1}{2+x} \right) \cdot \left(\frac{2}{x} - 1 \right)$

- Rút gọn A
- Tính giá trị của biểu thức A với x thỏa mãn: $2x^2 + x = 0$
- Tìm x để $A = \frac{1}{2}$
- Tìm x nguyên để A nguyên dương.

Bài 2: Cho biểu thức: $B = \left(\frac{21}{x^2-9} - \frac{x-4}{3-x} - \frac{x-1}{3+x} \right) : \left(1 - \frac{1}{x+3} \right)$

- Rút gọn B
- Tính giá trị của biểu thức B với x thỏa mãn: $|2x+1|=5$
- Tìm x để $B = -\frac{3}{5}$
- Tìm x để $B < -1$

Bài 3: Cho biểu thức: $M = \left(\frac{x+2}{3x} + \frac{2}{x+1} - 3 \right) : \frac{2-4x}{x+1} - \frac{3x-x^2+1}{3x}$

- Rút gọn M
- Tính giá trị của biểu thức M với $x = 2008$.
- Tìm x để $M > 2x$.
- Với giá trị nào của x thì M nhận giá trị nguyên.

Bài 4: Cho biểu thức: $D = \left(\frac{x^2}{x^3-4x} + \frac{6}{6-3x} + \frac{1}{x+2} \right) : \left(x-2 + \frac{10-x^2}{x+2} \right)$

- Rút gọn D
- Tính giá trị của biểu thức D với x thỏa mãn $|2x-2|=x$
- Tìm x nguyên để D nhận giá trị nguyên?
- Với giá trị nào của x thì $D < 2$

Bài 5: Cho biểu thức: $Q = \left(\frac{x+1}{x^3+1} - \frac{1}{x-x^2-1} - \frac{2}{x+1} \right) : \frac{4-2x}{x^3-x^2+x}$

a) Rút gọn Q

b) Tính giá trị của Q biết $\left| x - \frac{3}{4} \right| = \frac{5}{4}$

c) Tính giá trị nguyên của x để Q có giá trị nguyên.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của Q với $x > -1$

PHẦN II: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1: Một người đi xe máy dự định từ A đến B với vận tốc 32km/h. sau khi đi được 1h với vận tốc ấy, người đó dừng lại 15 phút để giải quyết công việc. Do đó, để đến B đúng thời gian quy định người đó phải tăng vận tốc thêm 4km/h. Tính quãng đường AB.

Bài 2: Một ô tô phải đi quãng đường AB dài 60km trong một thời gian nhất định. Ô tô đi nửa quãng đường đầu với vận tốc hơn dự định 10 km/h và đi nửa đoạn đường sau với vận tốc kém hơn dự định 6 km/h. Biết ô tô đến B đúng quy định. Tính thời gian ô tô dự định đi quãng đường AB.

Bài 3: Quãng đường AB dài 145km, ô tô xuất phát từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Xe máy xuất phát từ B đến A với vận tốc 35 km/h. Biết xe máy khởi hành trước ô tô 2h. Hỏi sau bao lâu kể từ khi ô tô khởi hành thì hai xe gặp nhau?

Bài 4: Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B mất 5h và ngược dòng từ bến B về bến A mất 6h. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B, biết rằng vận tốc của dòng nước là 2 km/h.

Bài 5: Hai xe máy khởi hành lúc từ A để đến B. Xe máy thứ nhất chạy với vận tốc 30 km/h, xe máy thứ hai chạy với vận tốc hơn xe máy thứ nhất là 6 km/h. Trên đường đi xe thứ hai dừng lại nghỉ 40 phút rồi tiếp tục đi tiếp với vận tốc cũ. Tính chiều dài quãng đường AB, biết cả hai xe đến B cùng lúc.

Bài 6: Một công nhân được giao làm một số sản phẩm trong một thời gian nhất định. Người đó dự định làm mỗi ngày 45 sản phẩm. Sau khi làm được hai ngày, người đó nghỉ một ngày, nên để hoàn thành công việc đúng kế hoạch, mỗi ngày người đó phải làm thêm 5 sản phẩm. Tính số sản phẩm người đó được giao?

Bài 7: Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 8. Nếu tăng tử số lên 3 đơn vị và giảm mẫu số đi 3 đơn vị thì được một phân số bằng $\frac{5}{6}$. Tìm phân số ban đầu.

Bài 8: Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy. Tháng thứ hai, tổ 1 vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 20%, do đó cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Tính xem trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Bài 9: Một hình chữ nhật có chu vi 300cm. Nếu tăng chiều rộng thêm 5cm và giảm chiều dài đi 5cm thì diện tích tăng 275 cm^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.

PHẦN 3: PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1: Giải các phương trình sau:

$$\text{a)} \frac{2x+5}{x-2} = -3$$

$$\text{c)} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{x}{x^2-1}$$

$$\text{e)} \frac{x}{2x+2} - \frac{2x}{x^2-2x-3} = \frac{x}{6-2x}$$

$$\text{b)} \frac{-x+4}{2x-3} = \frac{1}{4}$$

$$\text{d)} \frac{x+5}{x-5} - \frac{x-5}{x+5} = \frac{20}{x^2-25}$$

$$\text{f)} \frac{2}{-x^2+6x-8} - \frac{x-1}{x-2} = \frac{x+3}{x-4}$$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

$$\text{a)} |2x-1| = 3$$

$$\text{d)} x^2 + 2x - 5|x+1| + 5 = 0$$

$$\text{b)} |3x+4| = |x-2|$$

$$\text{d)} \frac{x-6}{|x+2|} = \frac{3}{x-1}$$

$$\text{e)} |2-x| = 2x-1$$

$$\text{d)} |x-3| + 2|x+1| = 4$$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

$$\text{a)} (x^2 - 2x + 1) - 4 = 0$$

$$\text{c)} \left(\frac{x+2}{98} + 1 \right) + \left(\frac{x+3}{97} + 1 \right) = \left(\frac{x+4}{96} + 1 \right) + \left(\frac{x+5}{95} + 1 \right)$$

$$\text{b)} 2x(x-3) - 5(x-3) = 0$$

$$\text{d)} (x^2+1)^2 + 3x(x^2+1) + 2x^2 = 0$$

Bài 4: Cho phương trình: $x(m-1) - 3 = x + 2m$ (m là tham số)

- 1) Giải phương trình khi $m = -1$
- 2) Tìm m để phương trình có nghiệm $x = -2$
- 3) Tìm m để phương trình vô nghiệm, phương trình có nghiệm?
- 4) Khi phương trình có nghiệm duy nhất:
 - a) Tìm m nguyên để phương trình có nghiệm nguyên?
 - b) Tìm m để phương trình có nghiệm $x > 0$; $x < 0$.

Bài 5: Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

$$\text{a)} 3x + 4 > 2(x+1) - 3$$

$$\text{c)} \frac{x-5}{3} \leq \frac{x-8}{4}$$

$$\text{b)} (x-1)(x-2) < (x-1)^2 + 3$$

$$\text{d)} \frac{x+3}{4} + 1 \geq x + \frac{x+2}{3}$$

Bài 6: Giải các bất phương trình sau:

$$a) (2x + 1)(3x - 2) \leq 0$$

$$b) (-x + 2)(3x - 1) > 0$$

$$c) x^2 + 3x - 10 \geq 0$$

$$d) \frac{x+1}{4x+1} > 0$$

$$e) \frac{-x+4}{2x+3} \leq 0$$

$$f) \frac{-2x+5}{x+1} > -1$$

PHẦN 4: ÔN TẬP VỀ BẢY HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

- PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

Bài 1: Thu gọn các biểu thức sau:

$$a) (x - 2y)^2 + \left(x - \frac{1}{2}y\right)\left(x + \frac{1}{2}y\right)$$

$$b) (x - 2)^2 + (x + 3)^3 - 2(x + 1)(x - 1)$$

$$c) (2x - 5)(2x + 5) - (2x - 3)^2 - 12x$$

$$d) (x - 1)^3 - (x + 1)^3 + 6(x + 1)(x - 1)$$

$$e) (2x + 4)(8x - 3) - (4x + 1)^2$$

$$f) (x + 3)(x^2 - 3x + 9) - (20 + x^2)$$

$$g) (3x - 1)^2 - (2 - 5x)^2 - 2(x^2 + x + 1)(x - 1)$$

$$h) (x^2 - 3)(x^4 + 3x^2 + 9) - 3(2x^2 - 1)(4x^4 + 2x^2)$$

Bài 2: Phân tích đa thức thành nhân tử:

$$a) 2x + 2y - x^2 - xy$$

$$b) x^2 - 25 + y^2 + 2xy$$

$$c) x^2(x - 1) + 16(1 - x)$$

$$d) x^2y - x^3 - 9y + 9x$$

$$e) 4x^2 - 25 + (2x + 7)(5 - 2x)$$

$$f) x^2 - 2x - 15$$

$$g) x^4 + 6x^2y + 9y^2 - 1$$

$$h) x^3 - 5x^2y - 14xy^2$$

$$i) 3(x + 4) - x^2 - 4x$$

$$j) (x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$$

Bài 3: Tìm x, biết:

$$a) 2(x + 5) - x^2 - 5x = 0$$

$$b) 6x(x - 1999) - x + 1999 = 0$$

$$c) x^3 - 3x^2 = -2x$$

$$d) 8x^3(x - 3) + 16x^2(3 - x) = 0$$

$$e) 9(2x + 7)^2 - 4(x + 3)^2 = 0$$

$$f) 3x^2 - 48x = 0$$

$$g) 9x^3 - 3x^2 + 3x - 9 = 0$$

$$h) x^2 - 9 - 4(x + 3) = 0$$

$$i) 9x^2 + 12x + 4 = (3 - x)^2$$

$$j) (x + 1)(2 - x) + (x - 2)^2 + x^2 - 4 = 0$$

PHẦN 5: BẤT ĐẲNG THỨC – CỰC TRỊ

Bài 1:

1) Chứng minh rằng với mọi a, b ta có:

$$a) \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 \geq ab$$

$$b) (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

$$c) a(a-b) + b(b-c) + c(c-a) \geq 0$$

2) Với a, b không âm, chứng minh rằng: $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$

3) Với a, b dương, chứng minh rằng: $(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$

Bài 2:

a) Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a+b = 1$. Tìm GTNN của: $P = a^2 + b^2$

b) Tìm GTLN, GTNN của $P = \frac{8x+12}{x^2+4}$

PHẦN 6: HÌNH HỌC

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ có các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau ở G . Gọi H và K là trung điểm của GB và GC .

- Chứng minh tứ giác $DEHK$ là hình bình hành.
- Để tứ giác $DEHK$ là hình chữ nhật thì $\triangle ABC$ có thêm điều kiện gì?
- Nếu $BD \perp CE$ tứ giác $DEHK$ là hình gì? Vì sao?
- Khi $BD \perp CE$ thì $BD = 12\text{cm}$, $CE = 15\text{cm}$. Tính diện tích của tứ giác $DEHK$.

Bài 2: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A và $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, AH là đường cao

- Tính BC và AH
- Kẻ $HE \perp AB$ tại E , $HF \perp AC$ tại F và gọi D là trung điểm của BC . Chứng minh: $AD \perp EF$
- Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BH và CH . Tứ giác $MNFE$ là hình gì? Vì sao?
- Tính diện tích tứ giác $MNFE$

Bài 3: Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E là điểm đối xứng của A qua D .

- Chứng minh: Tam giác ACE vuông cân.
- Kẻ $AH \perp BE$ tại H . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH và EH . Chứng minh tứ giác $BMNC$ là hình bình hành.
- Chứng minh M là trực tâm của tam giác ABN .
- Chứng minh: $\angle ANC = 90^\circ$

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao (H thuộc BC) và phân giác BE của $\triangle ABC$ ($E \in AC$) cắt nhau tại I . Chứng minh:

- a) $IH \cdot AB = IA \cdot BH$
- b) $\triangle BHA \sim \triangle BAC$; $AB^2 = BH \cdot BC$
- c) $\frac{IH}{IA} = \frac{AE}{EC}$
- d) Tam giác AIE cân

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có hai đường cao AH và BI cắt nhau tại O và $AB = 5\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Tia BI cắt đường phân giác góc ngoài của góc A tại M.

- a) Tính AH?
- b) Chứng tỏ: $AM^2 = OM \cdot IM$
- c) Chứng tỏ: $\triangle MAB \sim \triangle AOB$
- d) Chứng tỏ: $IB \cdot MB = 5IM$

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) đường phân giác AD. Hạ BH, CK vuông góc với AD.

- a) Chứng minh: $\triangle BHD \sim \triangle CKD$
- b) Chứng minh: $\frac{DH}{DK} = \frac{BH}{CK} = \frac{AB}{AC}$
- c) Qua trung điểm M của BC, ta kẻ đường thẳng song song với AD cắt AC tại E và cắt tia BA tại F. Chứng minh: $BF = CE$

Bài 7: Cho hình vuông ABCD, trên cạnh BC lấy điểm I bất kì, qua A vẽ đường thẳng d vuông góc với AI, d cắt các đường thẳng CD và BC lần lượt tại E và K.

- a) Chứng minh: $\triangle AIK \sim \triangle DEA$
- b) Chứng minh: $AE^2 = ED \cdot IK$
- c) Biết $AB = 12\text{cm}$, $BI = 9\text{cm}$. Tính AK.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao (H thuộc BC). Cho $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$.

- a) Chứng minh: $CA^2 = CH \cdot CB$
- b) Kẻ AD là tia phân giác của góc BAC (D thuộc BC). Tính HD.
- c) Trên tia đối của tia AC lấy I bất kì. Kẻ AK vuông góc với BI tại K.
Chứng minh: $\triangle ABHK \sim \triangle BIC$
- d) Cho $AI = 8\text{cm}$. Tính diện tích tam giác BHK.

Bài 9: Cho $\triangle ABC$, phân giác AD. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa A, vẽ tia Cx sao cho: $\angle Cx = \angle BAD$. Tia Cx cắt AD tại I. Chứng minh:

- a) $\triangle ABD \sim \triangle CID$

b) $\triangle BID \sim \triangle ACD$

c) $AD^2 = AB.AC - DB.DC$

d) Biết $BC = 15\text{cm}$; $AC = 12\text{cm}$; $AB = 9\text{cm}$. Tính AD^2

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ có hai đường cao BK và CI cắt nhau tại H . Các đường thẳng kẻ từ B vuông góc với AC và kẻ từ C vuông góc với AB cắt nhau tại D . Chứng minh:

a) $BHCD$ là hình bình hành

b) $AI.AC = AK.AB$

c) $\triangle AKI \sim \triangle ACB$

d) $BI.AC + CK.AB = BC^2$

e) $\triangle ABC$ cần thêm điều kiện gì để DH đi qua A , khi đó tứ giác $BHCD$ là hình gì?

Bài 11: Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, chiều cao lăng trụ là 7cm . Độ dài hai cạnh góc vuông của đáy là 3cm và 4cm . Hãy tính:

a) Diện tích một mặt đáy

b) Diện tích mặt xung quanh.

c) Diện tích toàn phần.

d) Thể tích lăng trụ

Bài 12: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $AB = 10\text{cm}$, đường cao $SO = 12\text{cm}$.

a) Vẽ hình và thể tích của hình chóp đều

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.