

ĐỀ THI KHU VỰC GIẢI TOÁN THPT TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY

ĐỀ THI NĂM 2007

Qui định: Các kết quả tính toán gần đúng, nếu không có chỉ định cụ thể, được ngầm định là chính xác tới 4 chữ số thập phân.

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = ax^{\frac{1}{3}} + 1$ ($x \neq 0$). Tính gần đúng giá trị của a thoả mãn hệ thức $6f[f(-1)] + f^{-1}(2) = \sqrt{3}$.

Đáp số: $a_1 \approx 3,8427$; $a_2 \approx -1,1107$.

Bài 2. Tính gần đúng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số.

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 1}{x^2 + 4x + 5}$$

Đáp số: $f_{\text{CD}} \approx 25,4035$; $f_{\text{CT}} \approx -0,4035$.

Bài 3. Tìm nghiệm gần đúng (độ, phút, giây) của phương trình $\sin x \cos x + 3(\sin x - \cos x) = 2$.

Đáp số: $x_1 \approx 67^\circ 54' 33'' + k360^\circ$; $x_2 \approx 202^\circ 5' 27'' + k360^\circ$.

Bài 4. Cho dãy số $\{u_n\}$ với $u_n = \left(1 + \frac{\cos n}{n}\right)^n$.

a) Chứng tỏ rằng với $N = 1000$, có thể tìm được hai chỉ số m và k lớn hơn N sao cho $|u_m - u_k| > 2$.

b) Với $N = 1000000$, điều nói trên còn đúng không?

c) Với các kết quả tính toán như trên, có thể dự đoán gì về giới hạn của dãy số đã cho khi $n \rightarrow \infty$?

Đáp số: $|u_{1000007} - u_{1000004}| \approx 2,1348$; $|u_{1005} - u_{1002}| \approx 2,2179$; Không tồn tại giới hạn.

Bài 5. Tìm a, b, c, d nếu đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua các điểm $A(-4; 3)$, $B(7; 5)$, $C(-5; 6)$, $D(-3; -8)$ và tính gần đúng khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị đó.

Đáp số: $a = \frac{563}{1320}$; $b = \frac{123}{110}$; $c = -\frac{2509}{1320}$; $d = -\frac{1395}{22}$; $k \approx 105,1791$.

Bài 6. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ hộp (sắt tây) là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Tính gần đúng diện tích toàn phần của lon khi ta muốn có thể tích của lon là 314cm^3 .

Đáp số: $S \approx 255,7414\text{cm}^2$

Bài 7. Giải gần đúng hệ phương trình
$$\begin{cases} x + \log_2 y = y \log_2 3 + \log_2 x \\ x \log_2 72 + \log_2 x = 2y + \log_2 y \end{cases}$$

Đáp số:
$$\begin{cases} x \approx 0,4608 \\ y \approx 0,9217 \end{cases}$$

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại đỉnh A(-1; 2; 3) cố định, còn hai đỉnh B và C di chuyển trên đường thẳng đi qua hai điểm M(-1; 3; 2), N(1; 1; 3). Biết rằng góc ABC bằng 30° . Tính tọa độ của đỉnh B.

Đáp số:
$$x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{3}, y = \frac{7 \mp 2\sqrt{3}}{3}, z = \frac{7 \pm \sqrt{3}}{3}.$$

Bài 9. Cho đường tròn tâm O bán kính 7,5cm, hình viên phân AXB ứng với cung nhỏ AB, hình chữ nhật ABCD nằm trong đường tròn với hai cạnh AD = 6,5cm và DC = 12cm.

- a) Tính gần đúng số đo radian của góc AOB.
b) Tính gần đúng diện tích của hình AXBCDA.

Đáp số: Góc AOB $\approx 1,8546$ rad; S $\approx 103,1604\text{cm}^2$.

Bài 10. Tính tỉ số giữa cạnh của hình đa diện đều 12 mặt (mỗi mặt là một hình ngũ giác đều) và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình đa diện đó.

Đáp số: $k \approx 0,7136$.

■ DÀNH CHO BỒ TÚC THPT

Qui định: Khi tính gần đúng chỉ lấy kết quả với 4 chữ số thập phân, riêng số đo góc thì lấy đến số nguyên giây.

Bài 1. Tính gần đúng nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình $4\cos 2x + 3\sin x = 2$.

Đáp số: $x_1 \approx 46^\circ 10' 43'' + k360^\circ$, $x_2 \approx 133^\circ 49' 17'' + k360^\circ$,
 $x_3 \approx -20^\circ 16' 24'' + k360^\circ$, $x_4 \approx 200^\circ 16' 24'' + k360^\circ$

Bài 2. Tính gần đúng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = 2x + 3 + \sqrt{3x - x^2} + 2.$$

Đáp số: max $\approx 10,6098$; min $\approx 1,8769$

Bài 3. Tính giá trị của a, b, c, d nếu đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua các điểm A(0; $\frac{1}{3}$), B(1; $\frac{3}{5}$), C(2; 1), D(2,4; -3,8).

Đáp số: $a = -\frac{937}{252}$, $b = \frac{1571}{140}$, $c = -\frac{4559}{630}$, $d = \frac{1}{3}.$

Bài 4: Tính diện tích tam giác ABC biết phương trình các cạnh của tam giác đó là:
 AB: $x + 3y = 0$; BC: $5x + y - 2 = 0$; AC: $x + y - 6 = 0$.

Đáp số: $S = \frac{200}{7}$

Bài 5. Tính gần đúng nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3^x + 4^y = 5 \\ 9^x + 16^y = 19. \end{cases}$

Đáp số: $\begin{cases} x_1 \approx 1,3283 \\ y_1 \approx -0,2602 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \approx -0,3283 \\ y_2 \approx 1,0526 \end{cases}.$

Bài 6. Tính giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm

$M(5; -4)$ và là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x - 3 + \frac{2}{x}$.

Đáp số: $\begin{cases} a_1 = -1 \\ b_1 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = 0,28 \\ b_2 = -5,4 \end{cases}$

Bài 7. Tính gần đúng thể tích khối tứ diện ABCD nếu BC = 6 dm, CD = 7 dm, AB = AC = AD = 9 dm, BD = 8 dm.

Đáp số: $V \approx 54,1935 \text{ dm}^3$

Bài 8. Tính giá trị của biểu thức $S = a^{10} + b^{10}$ nếu a và b là hai nghiệm khác nhau của phương trình $2x^2 - 3x - 1 = 0$.

Đáp số: $S = \frac{328393}{1024}$

Bài 9. Tính gần đúng diện tích toàn phần của hình chóp S.ABCD nếu đáy ABCD là hình chữ nhật, cạnh SA vuông góc với đáy, AB = 5 dm, AD = 6 dm, SC = 9 dm.

Đáp số: $S_{\text{tp}} \approx 93,4296 \text{ dm}^2$

Bài 10. Tính gần đúng giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ tại giao điểm có các tọa độ dương của elip đó và parabol $y^2 = 2x^9$.

Đáp số: $a \approx -0,3849; b \approx 2,3094$