**ĐẠI SỐ - GIẢI TÍCH 11 – CHƯƠNG 4**

**§3. HÀM SỐ LIÊN TỤC**

Thời lượng dự kiến: 2 tiết

Tên tệp: D11\_C4\_B3\_HÀM SỐ LIÊN TỤ**C.**

Facebook GV1 soạn bài: Vo Quach Thinh.

Facebook GV2 soạn bài: Tuan Nguyen.

Facebook GV3 phản biện lần 1: Nguyễn Bá Trình.

Facebook GV4 phản biện lần 2: TC Tiến Lực.

Facebook GV chuẩn hóa word: Đặng Nguyệt

**TIẾT 58**

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

**I. HÀM SỐ LIÊN TỤC TẠI MỘT ĐIỂM**

**1. Định nghĩa 1**

**\*** ĐN: Cho hàm số  xác định trên khoảng và . Hàm số được gọi là
*liên tục* tại điểm  nếu . Hàm số  không liên tục tại điểm  được gọi là *gián đoạn* tại điểm .

**\* Phương pháp xét tính liên tục của hàm số tại một điểm:**

Bước 1: Tìm tập xác định D, kiểm tra  không?

Bước 2: Tính  và 

Bước 3: So sánh  và . Rồi kết luận.

**2. Ví dụ**

* **VD1:** Xét tính liên tục của hàm số tại 

**Lời giải**

Tập xác định: 2}

Hàm số  xác định trên2}, do đó hàm số  xác định 

Ta có:,. Nên 

Vậy hàm số  liên tục tại 

**II. HÀM SỐ TRÊN MỘT KHOẢNG**

**1. Định nghĩa 2**

Hàm số  được gọi là liên tục trên một khoảng nếu nó liên tục tại mọi điểm của khoảng đó.

Hàm số  được gọi là liên tục trên một đoạn  nếu nó liên tục khoảng  và , 



**\* Chú ý:** Đồ thị hàm số liên tục trên một khoảng, đoạn là một đường liền nét trên khoảng, đoạn đó.

**III. MỘT SỐ ĐỊNH LÝ CƠ BẢN**

**1. Định lý 1**

Hàm số đa thức liên tục trên toàn bộ tập số thực $R$. Hàm số phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) và các hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng của tập xác định của chúng.

* **Ví dụ 2:** Xét tính liên tục của các hàm số sau trên tập xác định của chúng

a) 

b) 

c) 

**Lời giải**

a) Tập xác định: 

là hàm đa thức nên  liên tục trên.

b) Tập xác định: 

 liên tục trên khoảng  và .

c) Tập xác định: 

 liên tục trên khoảng .

**2. Định lý 2** Giả sử  và  là hai hàm số liên tục tại điểm . Khi đó:

a) Các hàm số  liên tục tại .

b)Hàm số  liên tục tại  nếu )

* **Ví dụ 3:** Nhận xét về tính liên tục của các hàm số sau tại điểm 

a) 

b) 

c) 

**Lời giải**

Hàm số liên tục tại điểm ; hàm số  liên tục tại điểm  và 

Áp dụng định lý 2 ta có các hàm số  liên tục tại điểm .

* **Ví dụ 4:** Xét tính liên tục của hàm số  trên tập xác định.

**Lời giải**

Tập xác định: 

Dễ thấy  liên tục trên mỗi khoảng  và 

Tại $x=1$, thì $h\left(1\right)=2$ và $\lim\_{x\to 1}h\left(x\right)=\lim\_{x\to 1}\frac{2x^{2}-2x}{x-1}=2$

Vì $\lim\_{x\to 1}h\left(x\right)=h\left(1\right)$ nên hàm số đã cho liên tục tại $x=1$

Vậy hàm số đã cho liên tục trên ℝ

**\* Phương pháp xét tính liên tục của hàm số trên tập xác định:**

**Bước 1:** Tìm TXĐ và khẳng định các hàm đa thức, lượng giác, hữu tỉ liên tục trên các khoảng của TXĐ.

**Bước 2**: Xét tính liên tục của hàm số tại các điểm còn lại bằng định nghĩa.

**Bước 3:** Kết luận.

* **Ví dụ 5:** Xét tính liên tục của hàm số  trên tập xác định.

**Lời giải**

Tập xác định: 

Ta thấy hàm số liên tục trên các khoảng  và .

Tại  Ta có: 

Ta lại có: 

 

Do nên hàm số không liên tục tại x= -1

Vậy hàm số gián đoạn tại x= -1 và hàm số liên tục trên nửa khoảng  và khoảng .

**B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**.

1. Hàm số  có đồ thị như hình bên không liên tục tại điểm có hoành độ là bao nhiêu?



**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** 

**Lời giải**

**Chọn** **B**

Dễ thấy tại điểm có hoành độ  đồ thị của hàm số bị đứt nên hàm số không liên tục tại đó.

Cụ thể:  nên  gián đoạn tại .

1. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

**A.** Hàm số  liên tục trên .

**B.** Hàm số  liên tục trên .

**C.** Hàm số liên tục trên .

**D.** Hàm số liên tục trên .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  có tập xác định và không tồn tại giới hạn tại  nên không liên tục trên .

1. Hàm số nào sau đây liên tục tại ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **C**

Hàm số  liên tục trên  nên liên tục tại .

1. Cho hàm số . Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

**A. ** không tính được. **B.** .

**C. ** gián đoạn tại . **D. ** liên tục tại.

**Lời giải**

**Chọn** **D**

Ta có:  và 

Suy ra: Hàm số liên tục tại .

1. Cho hàm số  xác định trên đoạn . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

**A.** Nếu  thì phương trình  có ít nhất một nghiệm trên khoảng.

**B.** Nếu hàm số  liên tục trên đoạn  và  thì phương trình  có ít nhất một nghiệm trên khoảng .

**C.** Nếu phương trình  có nghiệm trên khoảng  thì hàm số  phải liên tục trên khoảng .

**D.** Nếu hàm số  liên tục trên đoạn  và  thì phương trình  có ít nhất một nghiệm trên khoảng .

**Lời giải**

**Chọn** **B**

Theo hệ quả định lí của hàm số liên tục.

1. Cho hàm số  với . Để hàm số  liên tục tại  thì giá trị  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **D**

Hàm số  liên tục tại 

Suy ra: .

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

1. Cho hàm số  xác định trên khoảng  chứa . Hàm số  liên tục tại  nếu

**A.**  có giới hạn hữu hạn khi . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **C**

Cho hàm số  xác định trên khoảng  chứa . Hàm số  liên tục tại  nếu .

1. Cho hàm số  liên tục trên khoảng . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn  là?

**A.**  và . **B.**  và .

**C.**  và . **D.**  và .

**Lời giải**

**Chọn** **A**

Hàm số  xác định trên đoạn  được gọi là liên tục trên đoạn  nếu nó liên tục trên khoảng  đồng thời  và .

1. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **B**

Ta có  không xác định tại  nên gián đoạn tại .

1. Giả sử  và  là hai hàm số liên tục tại điểm . Chọn mệnh đề **sai**.

**A.** Hàm số  liên tục tại . **B.** Hàm số  liên tục tại .

**C.** Hàm số  liên tục tại . **D.** Hàm số  liên tục tại .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số  liên tục tại  nếu .

1. Cho hàm số . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

**A.** Hàm số đã cho liên tục trên . **B.** Hàm số đã cho liên tục tại .

**C.** Hàm số đã cho gián đoạn tại . **D.** Hàm số đã cho không liên tục trên .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: .

Vậy hàm số đã cho gián đoạn tại .

1. Cho hàm số  có đồ thị cho bởi hình vẽ sau:



Chọn khẳng định đúng.

**A.** Hàm số gián đoạn tại . **B.** Hàm số gián đoạn tại .

**C.** Hàm số gián đoạn tại . **D.** Hàm số gián đoạn tại .

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số không xác định tại  nên hàm số gián đoạn tại .

1. Cho hàm số .

Với giá trị nào của  thì hàm số  liên tục trên ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **D**

Vì  liên tục trên \ nên chỉ cần tìm  để hàm số  liên tục tại .

Ta có: .

Vậy  thì hàm số liên tục trên .

1. Phương trình  có bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **D**

Đặt  liên tục trên .

Vì:  nên phương trình  có hai nghiệm phân biệt trong khoảng .

1. Tìm các điểm gián đoạn của hàm số****.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **D**

Ta có: .

Vậy hàm số gián đoạn tại .

1. Cho hàm số  liên tục tại . Tính ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **C**

Để hàm  liên tục tại  cần có 

Ta có: .





Suy ra ta được hệ phương trình: .