STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

TỔ 14

ĐỀ THI THPT QG
MÔN TOÁN-MÃ 114
THỜI GIAN: 90 PHÚT

ĐỀ BÀI

Câu 1.[2D3-1.1-1] Cho hàm số $f(x)=e^x+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^x-4x+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+4x+C$.

C. $\int f(x)dx=e^{x-4}+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x+C$.

Câu 2.[2H1-3.2-1] Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 3.[2H2-1.1-1] Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi R^2$. **B.** $S=16\pi R^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S=\pi R^2$.

Câu 4.[2D3-2.1-1] Nếu $\int\limits_0^3 f(x)dx=3$ thì $\int\limits_0^3 4f(x)dx$ bằng

A. 4. **B.** 36. **C.** 3. **D.** 12.

Câu 5. [2H1-3.2-1] Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\frac{8}{3}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$

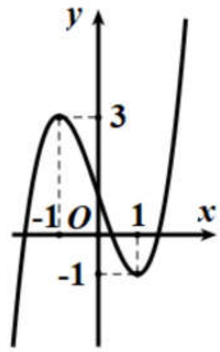
Câu 6.[2D1-4.1-1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Câu 7.[1D3-4.2-1] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 5. **C.** -8. **D.** 8.

Câu 8.[2D1-1.2-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 9.[1D2-2.1-1] Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^3 = \dfrac{n!}{3!(n-3)!}$. **B.** $A_n^3 = \dfrac{n!}{(n-3)!}$. **C.** $A_n^3 = \dfrac{3!}{(n-3)!}$. **D.** $A_n^3 = \dfrac{(n-3)!}{3!}$.

Câu 10. [2D3-2.1-1] Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 4$ và $\int\limits_1^4 g(x)\mathrm{d}x = -3$ thì $\int\limits_1^4 [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 11.[2H3-3.2-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (3;-6;1)$. Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 5+6t \\ z = -2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -6+5t \\ z = 1-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 5-6t \\ z = -2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 5-6t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Câu 12. [2D2-3.2-1] Cho $a > 0$, $a \neq 1$, Khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

A. $\dfrac{-1}{5}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 13.[2D1-2.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 14.[2H2-1.1-1] Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 75π. **B.** 15π. **C.** 45π. **D.** 25π.

Câu 15.[2H3-2.2-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+4y-z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-2;4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;4;-1)$.

Câu 16. [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 17. [2D2-4.1-1] Tập xác định của hàm số $y=8^x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 18. [2D2-4.1-1] Trên khoảng $(0;+\infty)$ đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là:

A. $y'=\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$. **B.** $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$. **D.** $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$.

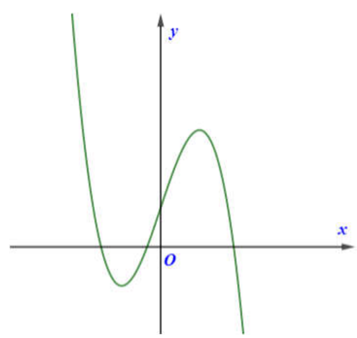
Câu 19. [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$. Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;1;-4)$. **B.** $(-2;1;4)$. **C.** $(2;1;4)$. **D.** $(2;-1;4)$.

Câu 20. [2D4-1.1-1] Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng

A. -4. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 21. [2D1-5.1-1] Đồ thị nào của hàm số dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$.

C. $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4+4x^2+1$.

Câu 22. [2D1-5.4-1] Đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 23. [2D4-2.1-1] Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $-2-6i$. **B.** $4+2i$. **C.** $2+6i$. **D.** $4-2i$.

Câu 24. [2D3-1.1-1] Cho hàm số $f(x)=x^2+2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 2x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + 2x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + 2x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x + C$.

Câu 25. **[2H3-1.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

C. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

Câu 26. **[2D2-5.1-1]** Nghiệm của phương trình $\log_2(5x)=3$ là

A. $x=8$. **B.** $x=\frac{8}{5}$. **C.** $x=9$. **D.** $x=\frac{9}{5}$.

Câu 27. **[2D4-1.2-1]** Trên mặt phẳng tọa độ , điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_3=-4-3i$. **B.** $z_2=4-3i$. **C.** $z_4=4+3i$. **D.** $z_1=-4+3i$.

Câu 28. **[2D2-6.1-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là

A. $(\log_5 2;+\infty)$. **B.** $(\log_2 5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_5 2)$. **D.** $(-\infty;\log_2 5)$.

Câu 29. **[1H3-5.3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $4\sqrt{2}a$. **B.** $4a$. **C.** $2a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Câu 30. **[1D2-5.2-2]** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{22}$. **B.** $\frac{7}{44}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Câu 31. **[2H3-2.3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $4x+2y+z-17=0$. **B.** $4x+2y+z-4=0$.

C. $2x+2y+z-11=0$. **D.** $2x+2y+z-2=0$.

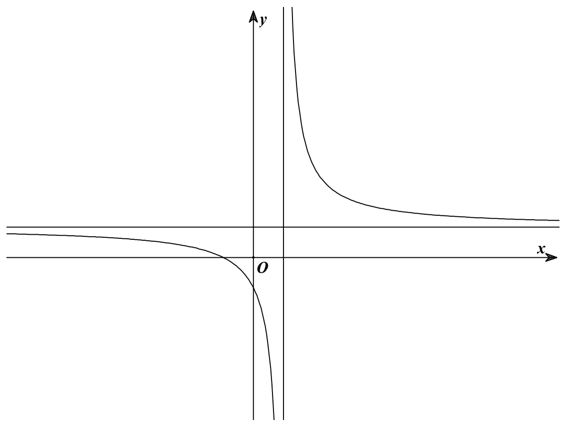
Câu 32. **[2D1-3.1-2]** Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 33. **[2D3-2.1-2]** Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_0^2 [2f(x)-1]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 34. **[2D1-1.3-2]** Biết hàm số $y=\frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq -1$) có đồ thị như trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \ \forall x \in \mathbb{R}.$ **B.** $y' > 0, \ \forall x \neq 1.$

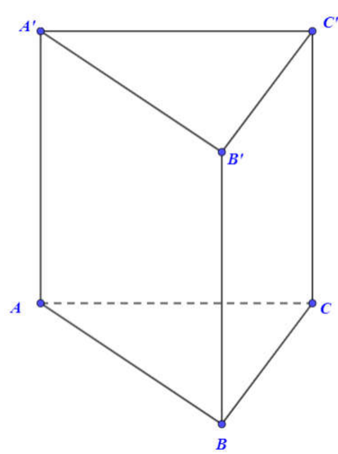
C. $y' < 0, \ \forall x \in \mathbb{R}.$ **D.** $y' < 0, \ \forall x \neq 1.$

Câu 35.[2H3-2.3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc (P) có phương trình là

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$.

Câu 36. [1H3-3.2-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng



A. 45°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 37. [2D2-5.2-2] Với mọi a, b thoả mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3b = 32$. **B.** $a^3b = 25$. **C.** $a^3 + b = 32$. **D.** $a^3 + b = 25$.

Câu 38. [2D4-3.1-2] Cho số phức z thoả mãn $iz = 4+3i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\overline{z} = 3-4i$. **B.** $\overline{z} = -3+4i$. **C.** $\overline{z} = -3-4i$. **D.** $\overline{z} = 3+4i$.

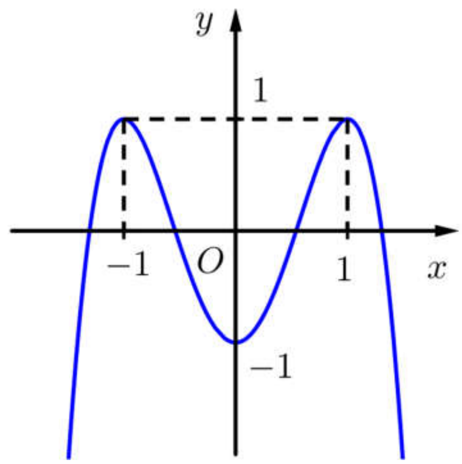
Câu 39. [2D2-5.4-3] Có bao nhiêu số nguyên x sao cho thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x+25)-3] \le 0$?

A. 24. **B.** 25. **C.** Vô số. **D.** 26.

Câu 40. **[2D3-1.1-3]** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+2 \text{ khi } x\geq 1\\ 3x^2+1 \text{ khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là một nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 18. **B.** 20. **C.** 9. **D.** 24.

Câu 41. **[2D1-5.4-3]** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là



A. 10. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 12.

Câu 42. **[2D2-5.5-4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{18x}$?

A. 20. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 18.

Câu 43. **[2D3-3.1-3]** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 10$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $\ln 3$. **D.** $\ln 7$.

Câu 44. **[2H1-3.2-3]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCDA'B'C'D'$ có đáy là hình vuông $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60^0. Tính thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $16\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{16\sqrt{3}a^3}{9}$. **C.** $48\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{16\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 45. **[2H2-1.2-3]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 46. **[2D4-5.1-3]** Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 47. **[2H3-3.2-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{3}$. **C.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{8}$. **D.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Câu 48. **[2D4-4.1-4]** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thoả mãn $|z_0|=6$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 49. **[2D1-2.4-4]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-9)(x^2-16)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 9. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Câu 50. **[2H3-4.2-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$, $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{91}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.A	4.D	5.C	6.D	7.B	8.D	9.B	10.B
11.C	12.D	13.B	14.A	15.D	16.D	17.C	18.B	19.D	20.C
21.A	22.A	23.D	24.A	25.A	26.B	27.D	28.B	29.B	30.A
31.D	32.A	33.B	34.D	35.D	36.A	37.A	38.D	39.D	40.A
41.A	42.A	43.B	44.A	45.B	46.D	47.D	48.B	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-4x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+4x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x-4}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

Lời giải

FB tác giả: Tào Hữu Huy

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}^x+4\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+4x+C$.

Câu 2. **[2H1-3.2-1]** Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Tào Hữu Huy

Thể tích của khối lập phương là: $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 3. **[2H2-1.1-1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi R^2$. **B.** $S=16\pi R^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S=\pi R^2$.

Lời giải

FB tác giả: Tào Hữu Huy

Diện tích mặt cầu bán kính R là: $S=4\pi R^2$.

Câu 4. **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^3 4f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 36. **C.** 3. **D.** 12.

Lời giải

FB tác giả: Hai Do Van

Ta có $\int_0^3 4f(x)\mathrm{d}x=4\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=4.3=12$.

Câu 5. **[2H1-3.2-1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\frac{8}{3}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$

Lời giải

FB tác giả: Hai Do Van

Ta có thể tích của khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}.8a^2.a=\frac{8}{3}a^3$.

Câu 6. **[2D1-4.1-1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

FB tác giả: Hai Do Van

Ta có $\lim_{x\to -2^+}\frac{x-1}{x+2}=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng phương trình là $x=-2$.

Câu 7. **[1D3-4.2-1]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 5. **C.** -8. **D.** 8.

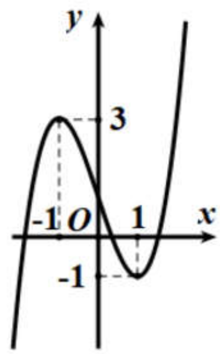
Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thu Hà

Gọi q là công bội của cấp số nhân.

Áp dụng công thức $u_n = u_1.q^{n-1}$ ta có $u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \dfrac{u_2}{u_1} = 5$.

Câu 8. **[2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thu Hà

Trên khoảng $(-1;1)$ ta thấy đồ thị hàm $y = f(x)$ là đường đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 9. **[1D2-2.1-1]** Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^3 = \dfrac{n!}{3!(n-3)!}$. **B.** $A_n^3 = \dfrac{n!}{(n-3)!}$. **C.** $A_n^3 = \dfrac{3!}{(n-3)!}$. **D.** $A_n^3 = \dfrac{(n-3)!}{3!}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thu Hà

Áp dụng công thức $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ ta có $A_n^3 = \dfrac{n!}{(n-3)!}$.

Câu 10. **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ và $\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = -3$ thì $\int_1^4 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

FB tác giả: May Nguyen

Ta có $\int_1^4 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x = \int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = 4 - (-3) = 7$.

Vậy $\int_1^4 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x = 7$.

Câu 11. **[2H3-3.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (3;-6;1)$. Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5+6t \\ z=-2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-6+5t \\ z=1-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=2+t \end{cases}$.

Lời giải

FB tác giả: May Nguyen

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-6;1)$ nên đường thẳng d có phương trình tham số dạng: $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Câu 12. **[2D2-3.2-1]** Cho $a>0$, $a\neq 1$, Khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

A. $\frac{-1}{5}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

FB tác giả: May Nguyen

Với $a>0$, $a\neq 1$ ta có: $\log_a \sqrt[5]{a}=\frac{1}{5}\log_a a=\frac{1}{5}$.

Vậy $\log_a \sqrt[5]{a}=\frac{1}{5}$.

Câu 13. **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

FB tác giả: Dương Thúy

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=1$.

Câu 14. **[2H2-1.1-1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 75π. **B.** 15π. **C.** 45π. **D.** 25π.

Lời giải

FB tác giả: Dương Thúy

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi .5^2.3 = 75\pi$.

Câu 15. **[2H3-2.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y - z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1} = (2;4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (2;-4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (-2;4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (2;4;-1)$.

Lời giải

FB tác giả: Dương Thúy

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\overrightarrow{n_4} = (2;4;-1)$.

Câu 16. **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả:

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm và đổi dấu qua các nghiệm này nên hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 17. **[2D2-4.1-1]** Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

FB tác giả:

Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là $D = \mathbb{R}$.

Câu 18. **[2D2-4.1-1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$ đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{3}}$ là:

A. $y' = \frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$. **B.** $y' = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $y' = \frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$. **D.** $y' = \frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$.

Lời giải

FB tác giả:

Với $x > 0$, ta có $y' = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 19. **[2H3-1.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$. Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;1;-4)$. **B.** $(-2;1;4)$. **C.** $(2;1;4)$. **D.** $(2;-1;4)$.

Lời giải

FB tác giả

Ta có $A(2;-1;4)$ suy ra toạ độ của vectơ là $\overrightarrow{OA}=(2;-1;4)$.

Câu 20. **[2D4-1.1-1]** Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng

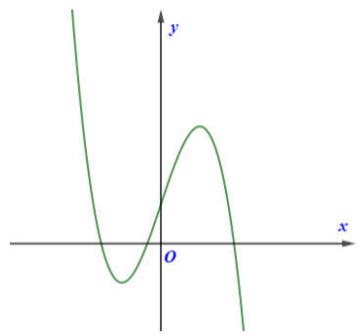
A. -4. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

FB tác giả

Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng 4.

Câu 21. **[2D1-5.1-1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$.

C. $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4+4x^2+1$.

Lời giải

FB tác giả:

Dựa trên hình dạng đường cong đã cho và các phương án, ta suy ra đường cong trên là đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a<0$.

Do đó chọn đáp án **A**.

Câu 22. **[2D1-5.4-1]** Đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Fb tác giả: Hoàng Điệp Phạm

Gọi $M(x_0;y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ và trục tung $x=0$.

Với $x_0=0 \Rightarrow y_0=-5$.

Vậy đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5.

Câu 23. **[2D4-2.1-1]** Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $-2-6i$. **B.** $4+2i$. **C.** $2+6i$. **D.** $4-2i$.

Lời giải

Fb tác giả: Hoàng Điệp Phạm

Ta có $z+w=(3+1)+(2-4)i=4-2i$.

Câu 24. **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x)=x^2+2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 2x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + 2x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + 2x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x + C$.

Lời giải

Fb tác giả: Hoàng Điệp Phạm

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (x^2+2)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 2x + C$.

Câu 25. **[2H3-1.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.

C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$. **D.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$.

Lời giải

FB tác giả: Lê Thị Thanh Hoa

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2 là:

$(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.

Câu 26. **[2D2-5.1-1]** Nghiệm của phương trình $\log_2(5x) = 3$ là

A. $x = 8$. **B.** $x = \frac{8}{5}$. **C.** $x = 9$. **D.** $x = \frac{9}{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Lê Thị Thanh Hoa

Ta có $\log_2(5x) = 3 \Leftrightarrow 5x = 2^3 \Leftrightarrow x = \frac{8}{5}$.

Câu 27. **[2D4-1.2-1]** Trên mặt phẳng tọa độ , điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_3 = -4 - 3i$. **B.** $z_2 = 4 - 3i$. **C.** $z_4 = 4 + 3i$. **D.** $z_1 = -4 + 3i$.

Lời giải

FB tác giả: Lê Thị Thanh Hoa

Điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -4 + 3i$.

Câu 28. **[2D2-6.1-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 5$ là

A. $(\log_5 2;+\infty)$. **B.** $(\log_2 5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_5 2)$. **D.** $(-\infty;\log_2 5)$.

Lời giải

FB tác giả:

Ta có $2^x > 5 \Leftrightarrow x > \log_2 5$.

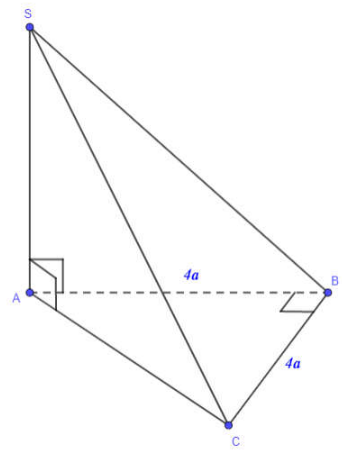
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(\log_2 5;+\infty)$.

Câu 29. **[1H3-5.3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = 4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $4\sqrt{2}a$. **B.** $4a$. **C.** $2a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Lời giải

FB tác giả:



$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp CB$.

Ta có $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB)$.

Do đó $d\left(C,(SAB)\right) = CB = AB = 4a$.

Câu 30. **[1D2-5.2-2]** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{22}$. **B.** $\frac{7}{44}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Lời giải

FB tác giả:

Số phần tử của không gian mẫu là:

$n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được 3 quả màu đỏ" . Ta có

$n(A) = C_5^3 = 10$.

Vậy xác suất của biến cố A là :

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}$.

Câu 31. **[2H3-2.3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $4x + 2y + z - 17 = 0$. **B.** $4x + 2y + z - 4 = 0$.

C. $2x+2y+z-11=0$. **D.** $2x+2y+z-2=0$.

Lời giải

FB tác giả: Thoa Trần Lệ

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$.

Mặt phẳng vuông góc với AB suy ra $\overrightarrow{AB}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Vậy mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

$$2(x-1)+2y+z=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-2=0.$$

Câu 32. **[2D1-3.1-2]** Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

FB tác giả: Thoa Trần Lệ

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-1;2]$.

Ta có : $y'=3x^2+6x$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;2] \\ x=-2\notin[-1;2] \end{array}\right..$$

$y(-1)=3; y(0)=1; y(2)=21$.

Do đó hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$.

Câu 33. **[2D3-2.1-2]** Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_0^2 [2f(x)-1]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

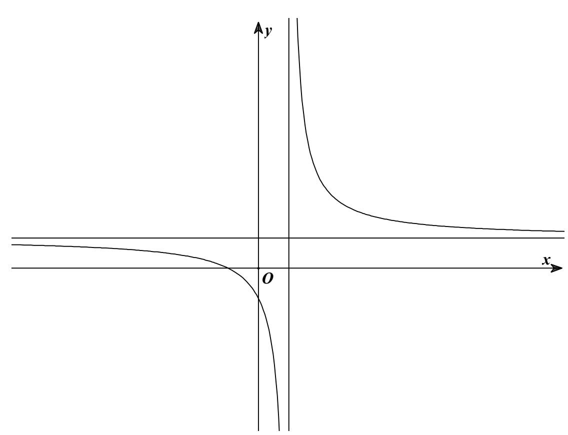
FB tác giả: Hương Nguyễn

Ta có $\int_0^2 [2f(x)-1]\mathrm{d}x = 2\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^2 \mathrm{d}x = 2.4-2=6$.

Câu 34. **[2D1-1.3-2]** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq -1$) có đồ thị như trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\ \forall x\neq 1$.

C. $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\ \forall x\neq 1$.



Lời giải

FB tác giả: Hương Nguyễn

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Từ đồ thị của hàm số, ta thấy $y'<0$ với $\forall x\neq 1$.

Câu 35. **[2H3-2.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc (P) có phương trình là:

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Thanh Thảo

Gọi đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $\vec{n}_{(p)}=(3;2;-1)$.

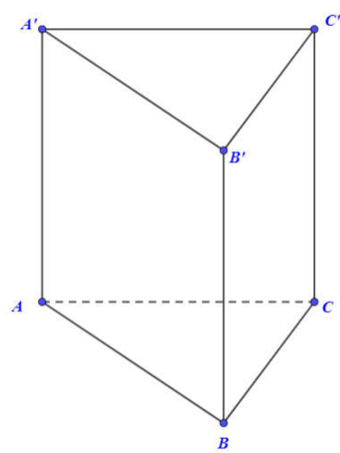
Vì $\Delta\perp(P)$ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{n}_{(p)}=(3;2;-1)$ làm một vectơ chỉ phương

Đường thẳng Δ đi qua $M(2;1;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;2;-1)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$.

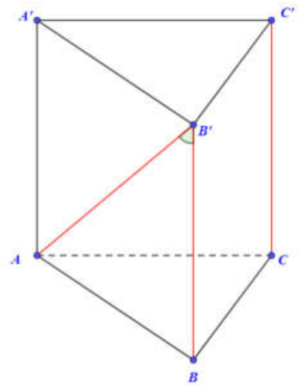
Câu 36. **[1H3-3.2-2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 30°.



Lời giải

FB tác giả: Trần Thanh Thảo



Ta có: $CC' // BB'$ nên góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng góc giữa hai đường thẳng AB' và BB' và bằng góc $AB'B$ (do $\widehat{AB'B}$ nhọn).

Tam giác $AB'B$ vuông cân tại B nên $\widehat{AB'B} = 45^{\circ}$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng 45°.

Câu 37. **[2D2-5.2-2]** Với mọi a, b thoả mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 b = 32$. **B.** $a^3 b = 25$. **C.** $a^3 + b = 32$. **D.** $a^3 + b = 25$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Xuân Bảo

$\log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2 a^3 b = 5 \Leftrightarrow a^3 b = 2^5 \Leftrightarrow a^3 b = 32$.

Câu 38. **[2D4-3.1-2]** Cho số phức z thoả mãn $iz = 4 + 3i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\overline{z} = 3 - 4i$. **B.** $\overline{z} = -3 + 4i$. **C.** $\overline{z} = -3 - 4i$. **D.** $\overline{z} = 3 + 4i$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Xuân Bảo

$iz = 4 + 3i \Leftrightarrow i^2 z = 4i + 3i^2 \Leftrightarrow -z = 4i - 3 \Leftrightarrow z = 3 - 4i \Rightarrow \overline{z} = 3 + 4i$.

Câu 39. **[2D2-5.4-3]** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x+25) - 3] \le 0$?

A. 24. **B.** 25. **C.**Vô số. **D.** 26.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đức Mạnh

Điều kiện: $x > -25$.

$$(2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x+25) - 3] \le 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \ge 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \le 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \le 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 \ge 2x \\ x + 25 \le 27 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 \le 2x \\ x + 25 \ge 27 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \ge 2 \\ x \le 0 \end{array}\right. \\ x \le 2 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ x \ge 2 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện $x > -25$ và $x \in \mathbb{Z}$ ta suy ra $x \in \{-24; -23; -22; -21; ....; 0; 2\}$.

Vậy có 26 giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. **[2D3-1.1-3]** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+2 \text{ khi } x\ge 1\\ 3x^2+1 \text{ khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là một nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 18. **B.** 20. **C.** 9. **D.** 24.

Lời giải

FB tác giả: Trần Đức Mạnh

Ta có: $F(x)=\begin{cases}x^2+2x+C_1 \text{ khi } x\ge 1\\ x^3+x+C_2 \text{ khi } x<1\end{cases}$

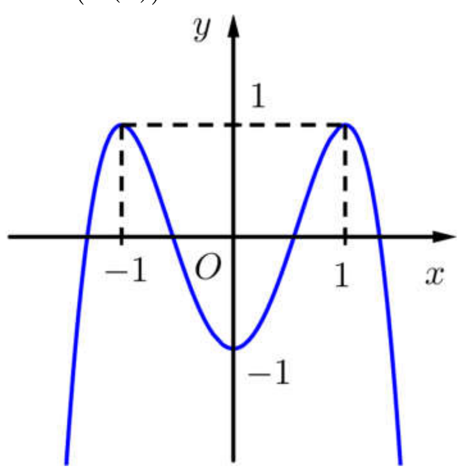
$F(0)=2 \Leftrightarrow C_2=2$.

Vì $F(x)=\begin{cases}x^2+2x+C_1 \text{ khi } x\ge 1\\ x^3+x+C_2 \text{ khi } x<1\end{cases}$ là nguyên hàm của $f(x)$ nên $F(x)$ liên tục tại x=1, suy ra

$F(1)=4 \Leftrightarrow 3+C_1=4 \Leftrightarrow C_1=1$.

Vậy $F(-1)+2F(2)=(-1)^3+(-1)+2+2(2^2+2.2+1)=18$.

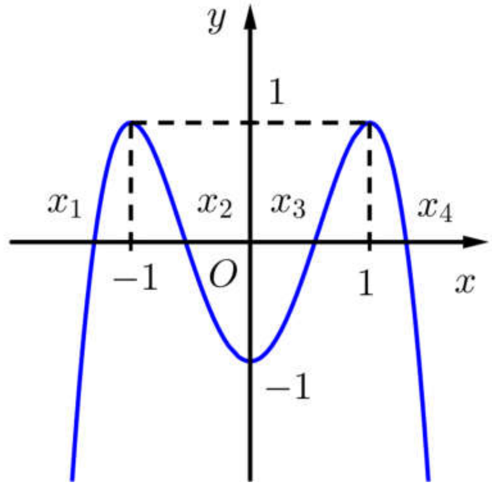
Câu 41. **[2D1-5.4-3]** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là



A. 10. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 12.

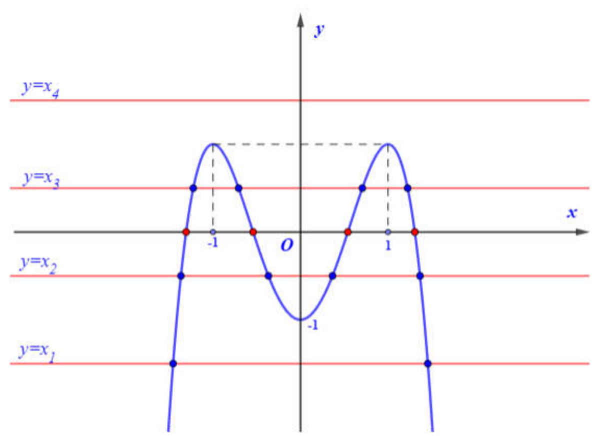
Lời giải

FB tác giả: Thân Văn Dự



Gọi x_1, x_2, x_3, x_4 lần lượt là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành (Hình vẽ). Ta có $x_1 < -1$, $-1 < x_2 < 0$, $0 < x_3 < 1$, $x_4 > 1$.

$$f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = x_1 \\ f(x) = x_2 \\ f(x) = x_3 \\ f(x) = x_4 \end{array}\right.$$



Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $x_1 < -1$ nên phương trình $f(x) = x_1$ có 2 nghiệm phân biệt.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $-1 < x_2 < 0$ nên phương trình $f(x) = x_2$ có 4 nghiệm phân biệt.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $0 < x_3 < 1$ nên phương trình $f(x) = x_3$ có 4 nghiệm phân biệt.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $x_4 > 1$ nên phương trình $f(x) = x_4$ vô nghiệm.

(Ta có các nghiệm đôi một phân biệt).

Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có 10 nghiệm phân biệt.

Câu 42. **[2D2-5.5-4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy).27^{18x}$?

A. 20. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 18.

Lời giải.

FB tác giả: Phú Đặng

Hàm $y=3^x-(2x+1)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ nên $\forall x\geq 1$ ta có: $3^x-(2x+1)\geq 3^1-(2\cdot 1+1)\geq 0$

ta có được $2x+1\leq 3^x,\forall x\geq 1\ (1)$.

Ta có $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x}\Leftrightarrow 3^{9x^2+3(y-18)x}-xy-1=0\ (2)$.

Xét hàm số $f(x)=3^{9x^2+3(y-18)x}-xy-1\ (3)$.

Điều kiện cần:

Giả sử y là số nguyên sao cho (3) có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$, suy ra $1+xy>0\Rightarrow y>\frac{-1}{x}>-3$ (Vì $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$).

Mặt khác, nếu $y\geq 21$ thì $9x^2+3(y-18)x>1,\forall x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$. Áp dụng (2), ta có:

$f(x)\geq 2\left[9x^2+3(y-18)x\right]+1-xy-1=18x^2+5xy-108x=18x\left(x-\frac{1}{3}\right)+x(5y-102)>0$ (Vô lý).

Vậy phải có: $-3<y<21\Rightarrow y\in\{-2;-1;...;19;20\}$.

Điều kiện đủ:

- Với $y=-2$: $(3)\Leftrightarrow f(x)=0\Leftrightarrow 3^{9x^2-60x}+2x-1=0$, phương trình này có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};1\right)$, vì $f\left(\frac{1}{3}\right).f(1)<0$ (thỏa mãn)..

- Với $y=-1$: $(3)\Leftrightarrow f(x)=0\Leftrightarrow 3^{9x^2-57x}+x-1=0$, phương trình này có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};1\right)$, vì $f\left(\frac{1}{3}\right).f(1)<0$ (thỏa mãn)..

- Với $y=0$: $(3)\Leftrightarrow f(x)=0\Leftrightarrow 3^{9x^2-54x}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=6\end{array}\right.$ (Không thỏa mãn).

- Với $y\in\{1;2;3;...;18\}$: $f\left(\frac{1}{3}\right)=3^{y-17}-\frac{y+3}{3}<0$ và $f(6)=3^{18y}-6y-1>0$. Suy ra $f(x)=0$ (3) có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$ (thỏa mãn).

- Với $y=19$: $(3)\Leftrightarrow f(x)=0\Leftrightarrow 3^{9x^2+3x}-19x-1=0$.

$f'(x)=(18x+3).3^{9x^2+3x}\ln 3-19>0\Rightarrow f(x)>f\left(\frac{1}{3}\right)\Rightarrow f(x)>0,\forall x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$.

Suy ra $f(x)=0$ vô nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$ (Không thỏa mãn).

• Với $y=20$: $(3)\Leftrightarrow f(x)=0\Leftrightarrow 3^{9x^2+6x}-20x-1=0$, lập luận tương tự như trên, ta có $f(x)=0$ vô nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$ (Không thỏa mãn).

Vậy có 20 giá trị nguyên của y thỏa mãn : $y=\{-2;-1;1;2;...;17;18\}$.

Câu 43. **[2D3-3.1-3]** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 10$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $\ln 3$. **D.** $\ln 7$.

Lời giải:

Fb tác giả: Hương Giang

Ta có $f(x)=x^3+ax^2+bx+c\Rightarrow f'(x)=3x^2+2ax+b\Rightarrow f''(x)=6x+2a.$

Do đó

$$g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)=x^3+(a+3)x^2+(2a+b+6)x+2a+b+c$$
$$=f(x)+g'(x)-6.$$

Gọi x_1,x_2 lần lượt là cực đại, cực tiểu của $g(x)$. Suy ra $\begin{cases}x_1<x_2\\ g(x_1)=2\\ g(x_2)=-5\end{cases}$.

Với $g(x_1)=2\Rightarrow f(x_1)=8.$

Với $g(x_2)=-5\Rightarrow f(x_2)=1.$

Xét phương trình hoành độ tương giao $\dfrac{f(x)}{g(x)+6}=1\Leftrightarrow f(x)=g(x)+6\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=x_1\\ x=x_2\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng cần tìm được tính theo công thức

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{f(x)}{g(x)+6}-1\right|dx=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{f(x)-g(x)-6}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right|=\left|-\int_{x_1}^{x_2}\frac{\left[g(x)+6\right]'}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right|=\left|\ln\left[g(x)+6\right]\Big|_{x_1}^{x_2}\right|$$

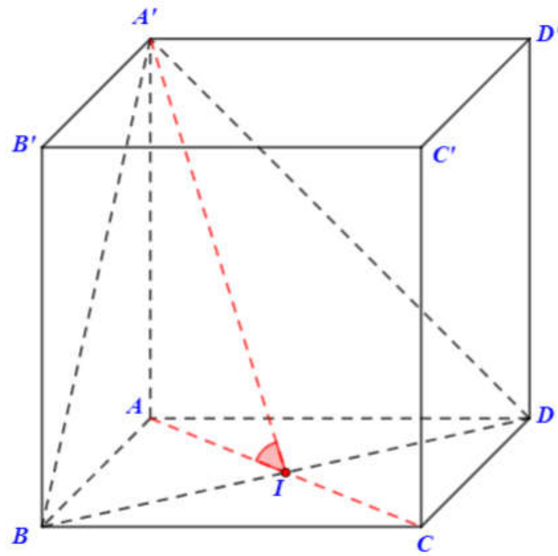
$$=\left|\ln\left[g(x_2)+6\right]-\ln\left[g(x_1)+6\right]\right|=\ln 8=3\ln 2$$

Câu 44. **[2H1-3.2-3]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCDA'B'C'D'$, có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho là

A. $16\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{16\sqrt{3}a^3}{9}$. **C.** $48\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{16\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

FB tác giả: Bùi Văn Quyết .



Gọi I là giao điểm của AC và BD.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $AD = AB = \dfrac{BD}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}a;\ AI = \dfrac{BD}{2} = 2a$.

Ta có $AI \perp BD$. Mặt khác $A'BD$ là tam giác cân nên $A'I \perp BD$ suy ra góc giữa giữa hai mặt phẳng $\left(A'BD\right)$ và $\left(ABCD\right)$ là góc $\widehat{A'IA} = 60°$.

Xét tam giác $A'AI$ ta có $AA' = AI.\tan 60° = 2\sqrt{3}a$.

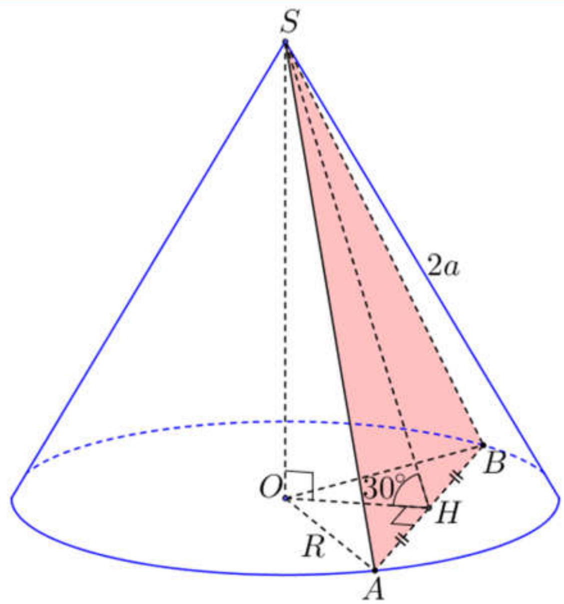
Vậy thể tích khối hộp là $V = AA'.S_{ABCD} = 2\sqrt{3}a.\left(2\sqrt{2}a\right)^2 = 16\sqrt{3}a^3$.

Câu 45. [2H2-1.2-3] Cắt hình nón $\left(N\right)$ bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của $\left(N\right)$ bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

FB tác giả: Thơ Thơ



Gọi O là tâm đường tròn đáy và thiết diện là ΔSAB đều cạnh $2a$.

Gọi H là trung điểm của AB. Ta có $SH = SA.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (OAB) là $\widehat{SHO} \Rightarrow \widehat{SHO} = 30°$.

Trong tam giác SHO có $\sin 30° = \dfrac{SO}{SH} \Rightarrow SO = SH.\sin 30° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác SOA có $R = OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \dfrac{a\sqrt{13}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của (N) là $S_{xq} = \pi Rl = \pi.\dfrac{a\sqrt{13}}{2}.2a = \sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 46. **[2D4-5.1-3]** Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\overline{w} + 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

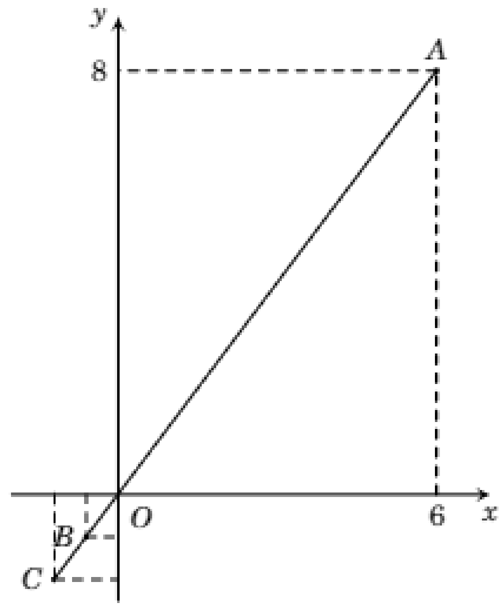
Lời giải

FB tác giả: Thơ Thơ

Ta có $|z| = 1$, $|w| = 2$.

$|z + i\overline{w} + 6 + 8i| \ge |6 + 8i| - |z| - |i\overline{w}| \Leftrightarrow |z + i\overline{w} + 6 + 8i| \ge 10 - 1 - 2 \Leftrightarrow |z + i\overline{w} + 6 + 8i| \ge 7$.

$\min|z + i\overline{w} + 6 + 8i| = 7 \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}$ ngược hướng với $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OC}$ (với A, B, C là các điểm biểu diễn số phức $6 + 8i$, z và $i\overline{w}$).



Dễ dàng tính được tọa độ $B\left(-\frac{3}{5};-\frac{4}{5}\right),C\left(-\frac{6}{5};-\frac{8}{5}\right)$.

Suy ra $z=-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$, $i\overline{w}=-\frac{6}{5}-\frac{8}{5}i\Rightarrow\overline{w}=-\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i\Rightarrow w=-\frac{8}{5}-\frac{6}{5}i.$

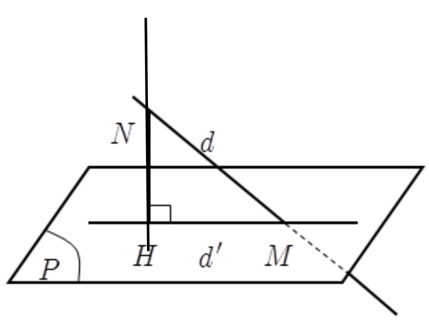
Vậy $\left|z-w\right|=\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 47. **[2H3-3.2-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên $\left(P\right)$ là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{3}$. **C.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{8}$. **D.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$.

Lời giải

FB tác giả:



Mặt phẳng $\left(P\right)$ có một vec tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left(1;2;-2\right)$.

Gọi M là giao điểm của d và $\left(P\right)$; $M\in d\Rightarrow M\left(m;-m;1+2m\right)$.

$M\in\left(P\right)\Leftrightarrow m-2m-2-4m+2=0\Leftrightarrow m=0$. Suy ra $M\left(0;0;1\right)$.

Lấy $N\left(1;-1;3\right)\in d$.

Gọi Δ là đường thẳng qua N và vuông góc với (P).

Suy ra đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{\Delta}}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;-2)$.

Do đó phương trình đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x=1+h \\ y=-1+2h \\ z=3-2h \end{cases}$.

Gọi H là giao điểm của Δ và (P); $H\in\Delta\Rightarrow H(1+h;-1+2h;3-2h)$.

$H\in(P)\Leftrightarrow 1+h+2(-1+2h)-2(3-2h)+2=0\Leftrightarrow h=\dfrac{5}{9}$. Suy ra $H\left(\dfrac{14}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{17}{9}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MH}=\left(\dfrac{14}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{8}{9}\right)$, chọn $\overrightarrow{u_{AB'}}=(14;1;8)$.

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Suy ra đường thẳng d' qua $M(0;0;1)$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{AB'}}=(14;1;8)$.

Vậy phương trình hình chiếu vuông góc d' của d trên (P) là: $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Câu 48. **[2D4-4.1-4]** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thoả mãn $|z_0|=6$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

FB tác giả: Ninh Vũ

Phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (*) có $\Delta'=2m+1$.

Trường hợp 1: Nếu $\Delta'=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{2}$, (*) có 1 nghiệm $z_0=\dfrac{1}{2}\Rightarrow|z_0|=\dfrac{1}{2}$ (Loại).

Trường hợp 2: Nếu $\Delta'>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{2}$, (*) có 2 nghiệm thực phân biệt z_1,z_2. Theo giả thiết suy ra $\left[\begin{array}{l} z_1=6 \\ z_1=-6 \end{array}\right.$.

+ Thay $z=6$ vào (*) ta có $m^2-12m+24=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=6+2\sqrt{3} \\ m=6-2\sqrt{3} \end{array}\right.$ (thoả mãn).

+ Thay $z=-6$ vào (*) ta có $m^2+12m+48=0$ (vô nghiệm).

Trường hợp 3: Nếu $\Delta'<0\Leftrightarrow m<-\dfrac{1}{2}$, (*) có 2 nghiệm phức phân biệt $z_1,z_2=\overline{z_1}$.

Ta có . $z_1z_2=z_1\overline{z_1}=|z_1|^2\Leftrightarrow m^2=36\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=6(loại) \\ m=-6(nhận) \end{array}\right.$.

Vậy có 3 giá trị của m thoả mãn.

Câu 49. **[2D1-2.4-4]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-9\right)\left(x^2-16\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 9. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Đặng Minh Trường

Vì $g\left(x\right)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ là hàm số chẵn nên số điểm cực trị của $g\left(x\right)$ bằng 2 lần số điểm cực trị dương của hàm số $g\left(x\right)$ cộng với 1.

Xét $x>0$, ta có $g\left(x\right)=f\left(x^3+7x+m\right)$; $g'\left(x\right)=\left(3x^2+7\right).f'\left(x^3+7x+m\right)$.

Vì $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\\x=\pm4\end{array}\right.$ nên $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+7x+m=9\\x^3+7x+m=\pm4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^3+7x=9-m & (1)\\x^3+7x=4-m & (2)\\x^3+7x=-4-m & (3)\end{array}\right.$.

Hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị khi và chỉ khi ít nhất một trong ba phương trình (1), (2), (3) có nghiệm dương.

Bảng biến thiên của hàm số $h\left(x\right)=x^3+7x$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$:

x	0 $\qquad$ $+\infty$
$h'(x)$	$+$
$h(x)$	0 $\nearrow$ $+\infty$

Vì $9-m>4-m>-4-m$ nên ta có $9-m>0\Leftrightarrow m<9$.

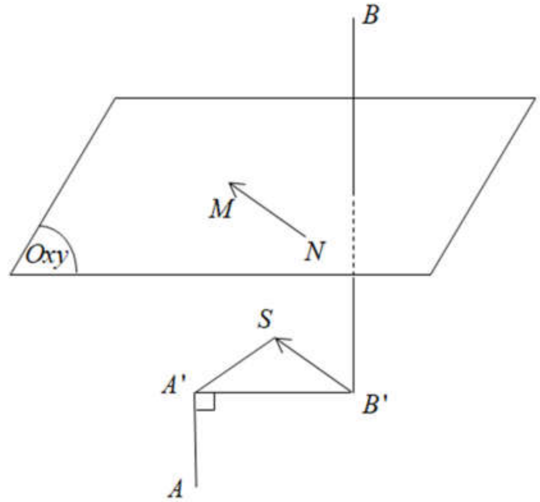
Do m nguyên dương nên $m\in\left\{1;2;3;...;8\right\}$.

Câu 50. **[2H3-4.2-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-2;1;-3\right)$, $B\left(1;-3;2\right)$. Xét hai điểm M,N thay đổi thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $\left|AM-BN\right|$ bằng

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{91}$.

Lời giải

FB tác giả:



Lấy B' đối xứng với B qua $(Oxy) \Rightarrow B'(1;-3;-2)$.

Lấy S sao cho $\overrightarrow{B'S} = \overrightarrow{NM}$ và $A'(-2;1;-2)$. Ta có

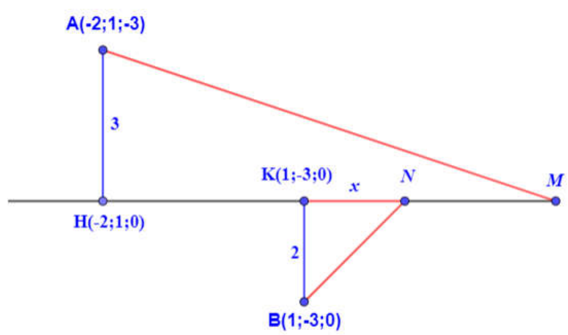
$$|AM - BN| = |AM - B'N| = |AM - SM|$$

$$\leq AS = \sqrt{AA'^2 + A'S^2} \leq \sqrt{1^2 + (A'B' + B'S)^2} = \sqrt{1 + (A'B' + MN)^2} = \sqrt{1 + (5+3)^2} = \sqrt{65}$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{65}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi S thuộc đoạn AM đồng thời vectơ $\overrightarrow{A'B'}$ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{NM}$.

Cách 2:



Gọi $H;K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A;B$ lên mặt phẳng (Oxy).

Ta có: $AH = 3; BK = 2; HK = 5$.

Trước tiên, cần $M;N$ đều thuộc đường thẳng HK sao cho $M;N$ nằm ngoài đoạn HK; $KM = KN + 3$.

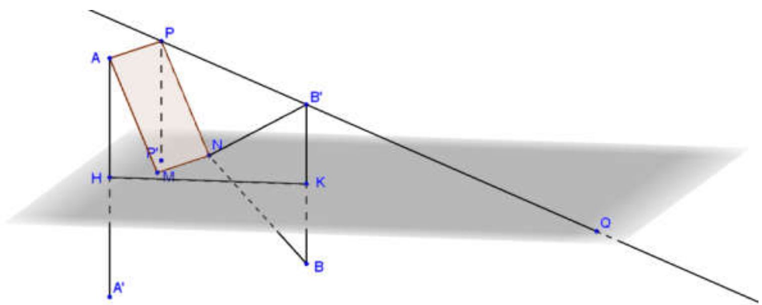
Đặt $HK = x(x \geq 0)$. Khi ấy $|AM - AN| = \sqrt{(x+8)^2 + 9} - \sqrt{x^2 + 4} = f(x)$

$$f'(x) = \frac{x+8}{\sqrt{(x+8)^2 + 9}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 16.$$

x	0		16		$+\infty$
$f(x)$		↗	$\sqrt{65}$	↘	

Vậy giá trị lớn nhất của $\left|AM - BN\right|$ bằng $\sqrt{65}$.

Ghi chú:



Gọi

1/ H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng Oxy .

2/ A', B' lần lượt đối xứng của A qua H , đối xứng của B qua K .

Dựng hình bình hành $AMNP$ và gọi P' là hình chiếu vuông góc của P trên mặt phẳng Oxy ta có

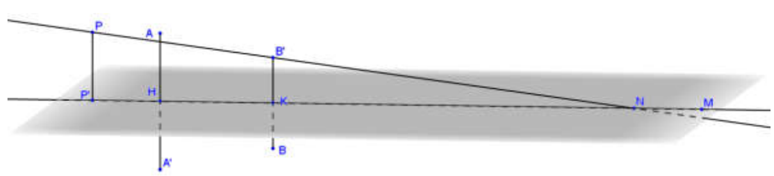
$\left|AB - BN\right| = \left|PN - B'N\right| \le PB'$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $N \equiv Q$, với Q là giao điểm của PB' và mặt phẳng Oxy **(1)**.

Gọi P' là hình chiếu vuông góc của P trên mặt phẳng Oxy ta thấy

PB' lớn nhất $\Leftrightarrow$ $P'K$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{HK}$ ngược hướng (để ý rằng lúc này P' thuộc đường thẳng HK) **(2)**

Cách 1: Từ **(1)** và **(2)** ta thấy cần….

Cách 2: Từ tất cả trên ta thấy $\max\left|AB - BN\right| = PB'$ trong hình sau đây



Tức $\max\left|AB - BN\right| = \sqrt{\left(PP' - B'K\right)^2 + \left(HK + HP'\right)^2} = \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{65}$.