

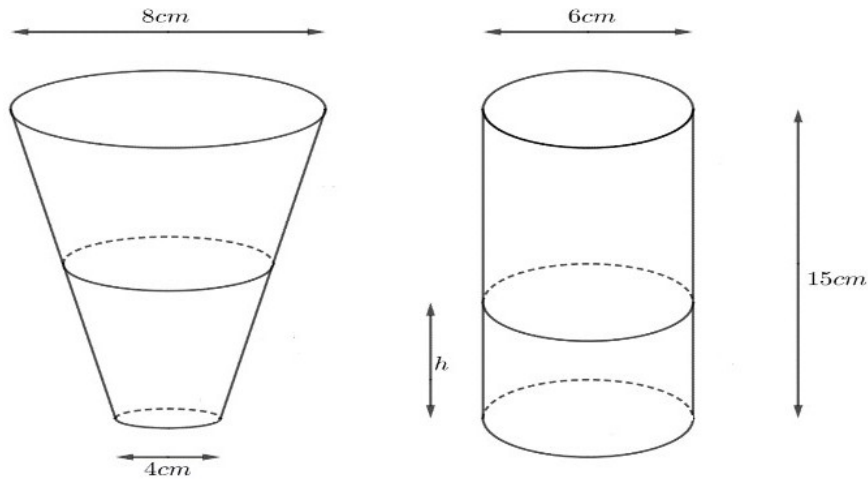
Chủ đề 6 - Khối tròn xoay - Mức độ vận dụng - File word có lời giải.docx

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Lon nước ngọt có hình trụ còn cốc uống nước có hình nón cụt (như hình vẽ minh họa dưới đây). Khi rót nước ngọt từ lon ra cốc thì chiều cao h của phần nước ngọt còn lại trong lon và chiều cao của phần nước ngọt có trong cốc là như nhau. Hỏi khi đó chiều cao h trong lon nước gần nhất số nào sau đây?



A. 9,18 cm

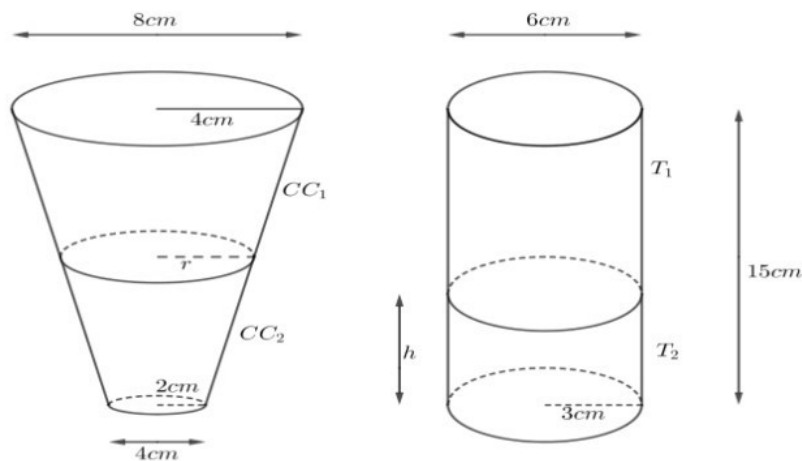
B. 14,2 cm

*C. 8,58 cm

D. 7,5 cm

Lời giải

Gọi $r(cm)$ là bán kính của hình tròn chia hình chóp cụt thành hai hình chóp cụt CC_1 và CC_2 (minh họa như hình vẽ), điều kiện: $2 < r < 4$



Ta có thể tích của khối chóp cụt (cái cốc): $V_{CC} = V_{CC1} + V_{CC2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi(4^2 + 2^2 + 4 \cdot 2)15 = \frac{1}{3}\pi(4^2 + r^2 + 4r)(15 - h) + \frac{1}{3}\pi(r^2 + 2^2 + 2r)h$$

$$\Leftrightarrow 28 \cdot 15 = (16 \cdot 15 + 15r^2 + 60r) - (r + 6)2h \Leftrightarrow 2(r + 6)h = 15r^2 + 60r - 180 \Leftrightarrow 2(r + 6)h = 15(r + 6)(r - 2)$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{15(r - 2)}{2}(cm) \quad (1).$$

Thể tích khối trụ (lon nước): $V_T = V_{CC2} + V_{T2}$

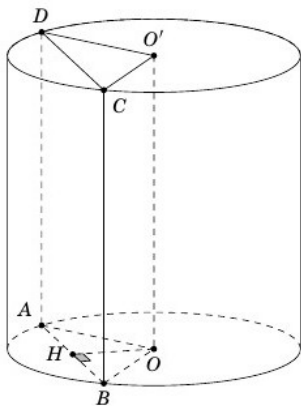
$$\Leftrightarrow 135\pi = \frac{1}{3}\pi(r^2 + 2^2 + 2r)h + 9\pi h \Leftrightarrow (r^2 + 2r + 31)h = 405 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra: $r^3 + 27r - 116 = 0 \Rightarrow r \approx 3,1 \Rightarrow h \approx 8,58 \text{ (cm)}$.

Câu 2. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được là hình vuông có diện tích bằng 16 . Thể tích khối trụ bằng

- A. $10\sqrt{6}\pi$. *B. 24π . C. 32π . D. $12\sqrt{6}\pi$.

Lời giải



• Thiết diện cắt bởi mặt phẳng song song với trục là hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 16 nên ta có: $S_{ABCD} = 16 \Leftrightarrow AB^2 = 16 \Leftrightarrow AB = 4 = CD = h$.

• Gọi H là trung điểm cạnh AB .

• Do mặt phẳng $(ABCD)$ cách trục OO' một khoảng bằng $\sqrt{2}$ nên ta có $OH = \sqrt{2}$.

Trong $\triangle OHB$ vuông tại H , ta có $HB = \frac{AB}{2} = 2$; $OH = \sqrt{2}$.

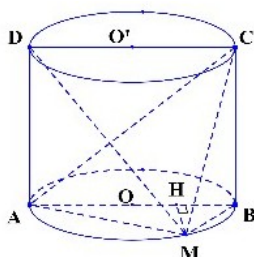
Khi đó $r = OB = \sqrt{OH^2 + HB^2} = \sqrt{2 + 4} = \sqrt{6}$.

• Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot (\sqrt{6})^2 \cdot 4 = 24\pi$ (đvtt).

Câu 3. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh $2\sqrt{3} \text{ cm}$ với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung $\widehat{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\angle ABM = 60^\circ$. Thể tích của khối tứ diện $ACDM$ là

- *A. $V = 3 \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $V = 7 \text{ (cm}^3\text{)}$. C. $V = 4 \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $V = 6 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải



Ta có: $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{3})^2 = 6$

Kẻ $MH \perp AB \Rightarrow MH \perp (ABCD) \Rightarrow d(M, (ACD)) = MH$

$\triangle MAB$ vuông tại M có $MB = AB \cos 60^\circ = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow MH = MB \sin 60^\circ = \frac{3}{2}$$

$$V_{ACDM} = V_{M.ACD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ACD} \cdot MH = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

Câu 4. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h=1$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

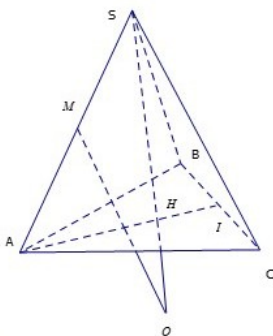
A. $S = 27\pi$

B. $S = 6\pi$

C. $S = 5\pi$

*D. $S = 9\pi$

Lời giải



Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $AB = \sqrt{6}$ và chiều cao $h = SH = 1$.

Ta có: I là trung điểm BC và $AI = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$$AH = \frac{2}{3} AI = \sqrt{2}.$$

Khi đó

M là trung điểm SA . Trong (SAH) đường trung trực của SA cắt SH tại O . Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Xét hai tam giác đồng dạng SAH và SOM ta có $\frac{SA}{SO} = \frac{SH}{SM} \Rightarrow SO = \frac{SA^2}{2h}$

$$SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow R = SO = \frac{3}{2}; S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{9}{4} = 9\pi$$

Câu 5. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 12. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

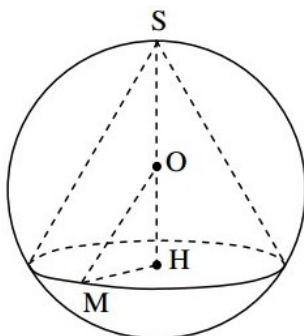
*A. $R = \frac{169}{24}$

B. $R = \frac{125}{24}$

C. $R = \frac{81}{24}$

D. $R = \frac{121}{24}$

Lời giải



- Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính đường tròn đáy của hình nón.

Theo bài ra thì $h=12, r=5$.

Gọi S là đỉnh của hình nón, H là tâm đường tròn đáy của hình nón, M là một điểm bất kì thuộc đường tròn đáy của hình nón. Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình nón phải có tâm O thuộc đoạn SH .

- Ta có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là: $R=SO=OM$.

Xét tam giác OHM vuông tại H có $OM^2=OH^2+HM^2$

$$\Leftrightarrow OM^2=(SH-SO)^2+HM^2$$

$$\Leftrightarrow R^2=(12-R)^2+5^2$$

$$\Leftrightarrow 169-24R=0 \Leftrightarrow R=\frac{169}{24}$$

Câu 6. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $5\sqrt{39}\pi$. B. $10\sqrt{3}\pi$. C. $10\sqrt{39}\pi$. *D. $20\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

$$15\sqrt{3}O'HABA'B'R$$

- Thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABB'A'$:

$$S_{ABB'A'}=AB.AA' \Leftrightarrow AB=\frac{S_{ABB'A'}}{AA'}=\frac{30}{5\sqrt{3}}=2\sqrt{3} \Rightarrow AH=\frac{AB}{2}=\sqrt{3}$$

- Xét $\triangle OAH$ vuông tại H : $R=OA=\sqrt{OH^2+AH^2}=\sqrt{1+3}=2$

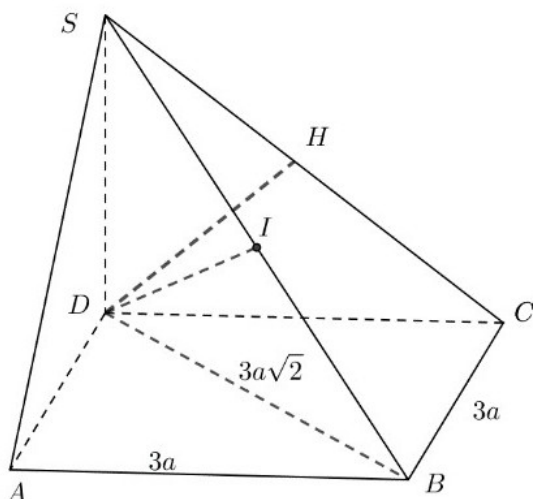
- Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$$S_{xq}=2\pi.R.h=2\pi.2.5\sqrt{3}=20\sqrt{3}\pi$$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB=BC=3a$, góc $\angle SAB=\angle SCB=90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

- *A. $36\pi a^2$. B. $6\pi a^2$. C. $18\pi a^2$. D. $48\pi a^2$.

Lời giải



Gọi SD là đường cao của hình chóp $S.ABC \Rightarrow SD \perp AB$ mà $AB \perp SA(gt)$ nên $AB \perp AD$.

Tương tự: $SD \perp BC$, mà $BC \perp SC(gt) \Rightarrow BC \perp CD$.

Tứ giác $ABCD$ có 4 góc vuông và $AB = BC$ nên tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ chính là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Kẻ $DH \perp SC (H \in SC)$, mà $BC \perp (SCD) \Rightarrow BC \perp DH$.

$\Rightarrow DH \perp (SBC) \Rightarrow d(D, (SBC)) = DH$.

Mặt khác $AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = DH = \frac{SD \cdot CD}{\sqrt{SD^2 + CD^2}} = a\sqrt{6}$

$\Rightarrow \frac{SD \cdot 3a}{\sqrt{SD^2 + (3a)^2}} = a\sqrt{6} \Rightarrow SD = 3\sqrt{2}a$

Do các đỉnh A, C, D cùng nhìn đoạn thẳng SB dưới một góc 90° nên tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ chính là trung điểm I của SB .

$$R = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{SD^2 + BD^2}}{2} = \frac{\sqrt{(3\sqrt{2}a)^2 + (3\sqrt{2}a)^2}}{2} = 3a.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi (3a)^2 = 36\pi a^2$.

Câu 8. Cho khối nón có bán kính bằng 3 và khoảng cách từ tâm của đáy đến một đường sinh bất kì bằng $\frac{12}{5}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

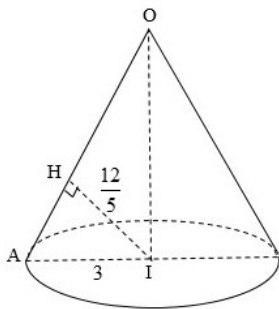
*A. $V = 12\pi$.

B. $V = 18\pi$.

C. $V = 36\pi$.

D. $V = 24\pi$.

Lời giải



Gọi I là tâm đáy, OA là một đường sinh bất kì của khối nón. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ I tới OA , suy ra

$$\begin{cases} IA = 3 \\ IH = \frac{12}{5} \end{cases}$$

a OI là đường cao h của khối chóp và

$$\begin{aligned} \text{Xét } \triangle OIA \text{ vuông tại } I, \text{ đường cao } IH \text{ nên ta có: } \frac{1}{IH^2} &= \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{IA^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{IH^2} - \frac{1}{IA^2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{OI^2} &= \frac{1}{\left(\frac{12}{5}\right)^2} - \frac{1}{3^2} \Leftrightarrow OI^2 = 16 \Leftrightarrow OI = 4 \Rightarrow h = 4. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy thể tích của khối chóp là: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi.$$

Câu 9. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AA' = 2a$, $AC = a$, $\angle BAC = 120^\circ$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC'B'$ bằng

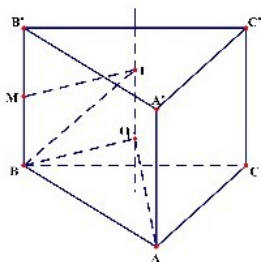
*A. $\frac{\sqrt{30}a}{3}$

B. $\frac{\sqrt{10}a}{3}$

C. $\frac{\sqrt{30}a}{10}$

D. $\frac{\sqrt{33}a}{3}$

Lời giải



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , M là trung điểm của BB' .

Dựng đường thẳng Δ đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Mặt phẳng trung trực của đoạn BB' cắt Δ tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC'B'$.

Trong tam giác ABC , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC = 4a^2 + a^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = 7a^2$$

$$\Rightarrow BC = a\sqrt{7}$$

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , áp dụng định lý sin ta được:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{a\sqrt{21}}{3} = OB$$

$$R_0 = IB = \sqrt{OB^2 + OI^2} = \sqrt{OB^2 + BM^2} = \sqrt{\frac{21a^2}{9} + a^2} = \frac{\sqrt{30}a}{3}$$

Bán kính mặt cầu cần tìm là

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác $ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

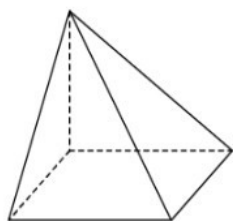
A. $V = 3a^3$

*B. $V = a^3$

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$

D. $V = \frac{a^3}{3}$

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Do $\begin{cases} BC = (SBC) \cap (ABCD) \\ AB \subset (ABCD), AB \perp BC \Rightarrow [(SBC), (ABCD)] = (\overline{SB}, \overline{AB}) = \angle SBA = 60^\circ \\ SB \subset (SBC), SB \perp BC \end{cases}$

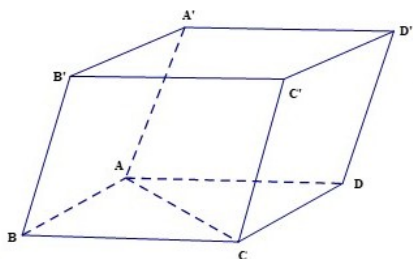
Xét tam giác vuông SBA : $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2\sqrt{3} = a^3$

Câu 11. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ mà mặt bên $ABB'A'$ có diện tích bằng $2a^2$. Khoảng cách giữa CC' và mặt $(ABB'A')$ bằng a . Thể tích khối lăng trụ là

- *A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2}{3}a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Lời giải



Xét khối chóp $ABCD.A'B'C'D'$ ta có:

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

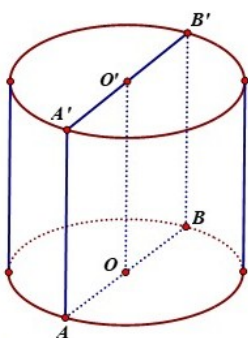
Mà $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABB'A'} \cdot d_{(C, ABB'A')} = S_{ABB'A'} \cdot d_{(CC', ABB'A')} = 2a^2 \cdot a = 2a^3$

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$

Câu 12. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là hình chữ nhật có chu vi bằng Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng

- *A. B. C. D.

Lời giải



• Gọi R lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

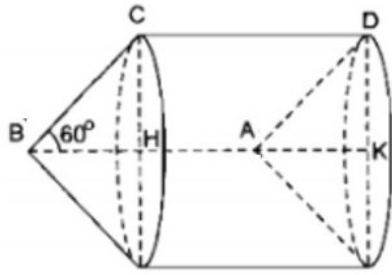
Theo đề có

• Có

Câu 13. Trong không gian cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $AD = b$. Hình bình hành $A'B'C'D'$ có $A'B' = a$, $A'D' = b$ và $\angle A' = 60^\circ$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình bình hành $ABCD$ quanh cạnh AD bằng $\frac{1}{2}$ thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình bình hành $A'B'C'D'$ quanh cạnh $A'D'$.

- A. *B. C. D.

Lời giải



• Kẽ

Khối tròn xoay được tạo ra khi hình bình hành ABCD quay quanh trục AB gồm khối tròn xoay do hình thang vuông quay quanh cạnh và khối nón tròn xoay do tam giác vuông quay quanh cạnh

• Do nên khối tròn xoay do hình bình hành quay quanh trục có thể tích bằng thể tích khối trụ do hình chữ nhật quay quanh cạnh

Ta có

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm bằng:

Câu 14. Cho hình thang vuông ABCD vuông tại A, B. Cạnh $AB = BC = \sqrt{2}$, $AD = 2\sqrt{2}$. Thể tích khối tròn xoay tạo ra khi quay hình thang ABCD quanh CD là

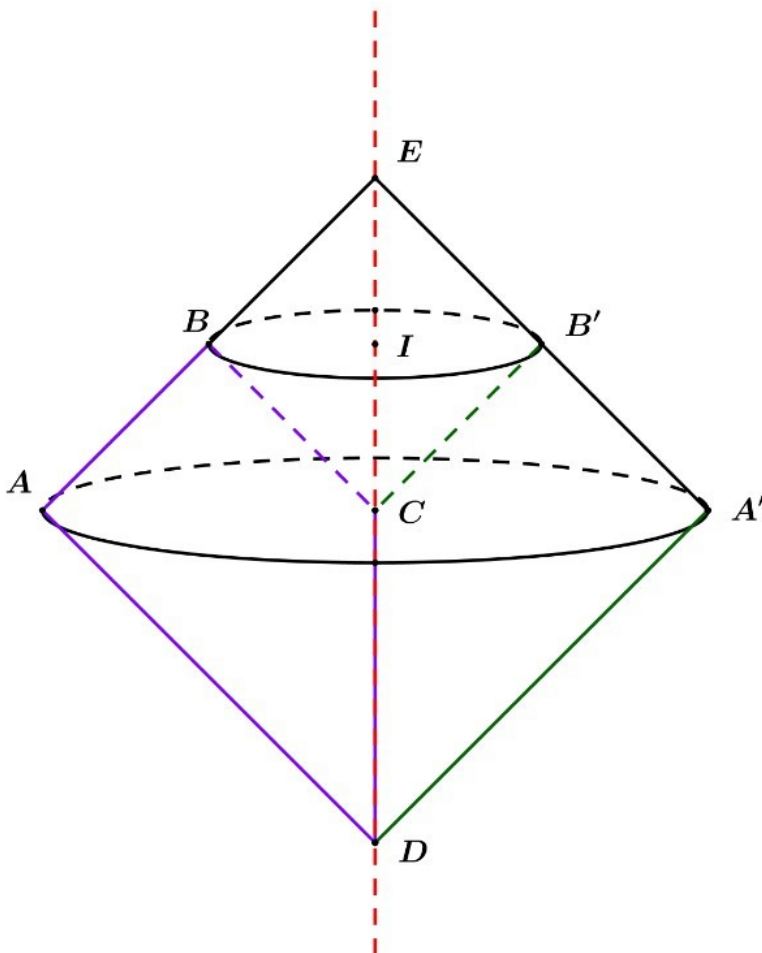
A. $\frac{7}{3}\pi$

B. $\frac{7\sqrt{2}}{12}\pi$

C. $\frac{7}{6}\pi$

*D. $\frac{14}{3}\pi$

Lời giải



Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng AB và CD .

Gọi A' và B' lần lượt là các điểm đối xứng với A, B qua đường thẳng CD .

Gọi I là trung điểm của đoạn BB' .

Ta có $\frac{BC}{AD} = \frac{EB}{EA} = \frac{EC}{ED} = \frac{1}{2} \Rightarrow EC = ED$ và $AB = BE$.

Khi đó, các khối nón đỉnh E , đỉnh C có đáy là đường tròn $(I; IB)$ bằng nhau; các khối nón đỉnh E và đỉnh D có đáy là đường tròn (C, CA) bằng nhau.

Gọi V_1 là thể tích của khối nón đỉnh D , đáy là đường tròn (C, CA)

Gọi V_2 là thể tích của khối nón đỉnh C , đáy là đường tròn (I, IB)

Gọi V là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình thang $ABCD$ quanh trục CD .

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2 \Rightarrow IB = \frac{1}{2} AC = 1$

ΔACD vuông cân tại $C \Rightarrow CD = AC = 2 \Rightarrow IC = \frac{1}{2} EC = \frac{1}{2} AC = 1$

Do đó

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot AC^2 \cdot CD = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = \frac{8}{3} \pi$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot BI^2 \cdot IC = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 1 = \frac{1}{3} \pi$$

Vậy $V = 2V_1 - 2V_2 = \frac{14}{3} \pi$

Câu 15. Một hình trụ (T) có chiều cao bằng đường kính đáy và một hình nón (N) có đáy là đáy của hình trụ (T) , còn đỉnh là tâm của đáy còn lại của hình trụ (T) . Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ

(T) và hình nón (N) . Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

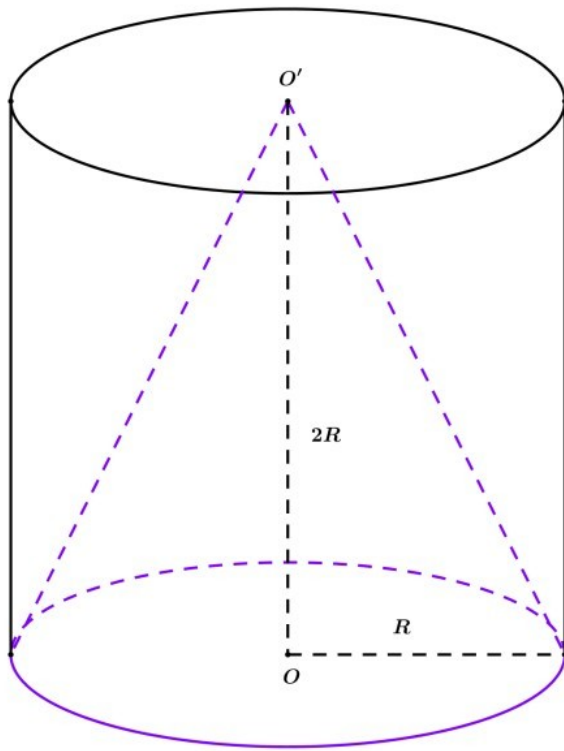
A. $\frac{3}{5}$.

*B. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi R là bán kính đường tròn đáy của hình trụ (T)

$\Rightarrow$ chiều cao của hình trụ (T) là $h = 2R$

Ta có $S_1 = 2\pi R h = 2\pi R \cdot 2R = 4\pi R^2$

Hình nón (N) có đường sinh $l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{R^2 + 4R^2} = R\sqrt{5}$

Khi đó, $S_2 = \pi R l = \sqrt{5}\pi R^2$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4\pi R^2}{\sqrt{5}\pi R^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

Vậy

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên $SA = 1$ và SA vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm AD . Diện tích S_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$ là

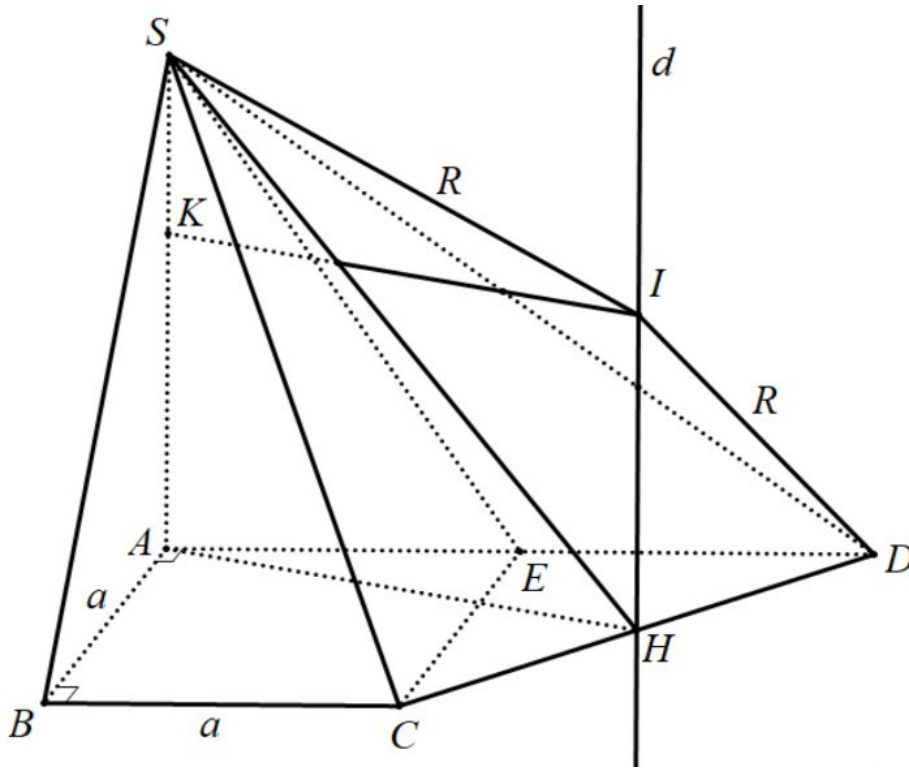
A. $S_{mc} = 5\pi$

B. $S_{mc} = 3\pi$

*C. $S_{mc} = 11\pi$

D. $S_{mc} = 2\pi$

Lời giải



- Đặt $AB = BC = a, AD = 2a, SA = a$ với $a = 1$.

Gọi H là trung điểm của CD và d là đường thẳng đi qua H và vuông góc với đáy. Gọi I và R là tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$. Suy ra I thuộc d . Đặt $IH = x$. Trong mp $(ASIH)$ kẻ đường thẳng đi qua I và song song với AH cắt AS tại K .

- Ta thấy tứ giác $ABCE$ là hình vuông vì $AE \parallel BC, AE = BC = AB = a, \angle ABC = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle CED = 90^\circ, CE = a \Rightarrow CD = \sqrt{CE^2 + DE^2} = a\sqrt{2}$

$$ID^2 = IH^2 + HD^2 = x^2 + \frac{a^2}{2}.$$

Ta có

Mặt khác vì $AE = CE = ED = a \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại $C \Rightarrow CD \perp AC$.

Khi đó $IS^2 = IK^2 + KS^2 = AH^2 + KS^2 = AC^2 + CH^2 + KS^2 = 2a^2 + \frac{a^2}{2} + (a - x)^2$

Khi đó

Suy ra: $x^2 + \frac{a^2}{2} = 2a^2 + \frac{a^2}{2} + (a-x)^2 \Leftrightarrow x = \frac{3a}{2}$

Suy ra:

• Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$ là $R = ID = \sqrt{\frac{9a^2}{4} + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{11}}{2}$.

- Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$ là

$$\Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 11\pi a^2 = 11\pi$$

Câu 17. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

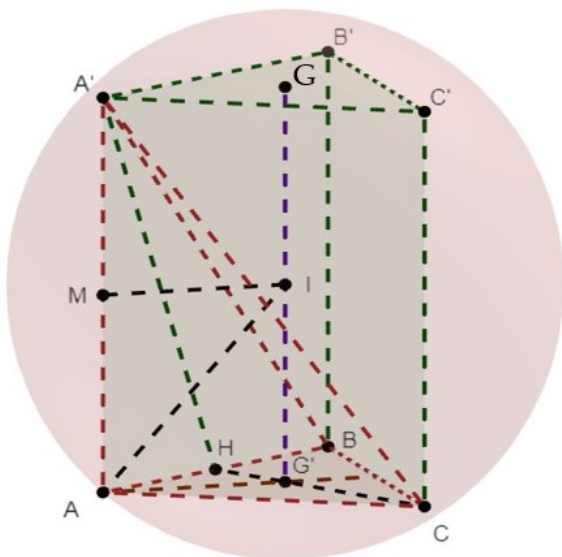
*A. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$

B. $\frac{256\pi a^3}{81}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$

D. $\frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$.

Lời giải



Gọi $G'; G$ lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$

Gọi I là trung điểm của GG' . Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Ta có $AG' = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$$IA = \sqrt{G'I^2 + G'A^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}a\right)^3 = \frac{32\sqrt{3}\pi}{27}a^3.$$

Thể tích khối cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho:

Câu 18. Cho hình nón (N) có đỉnh S , bán kính đáy bằng $r = 1$ và độ dài đường sinh bằng $l = 2\sqrt{2}$. Mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N) có bán kính bằng

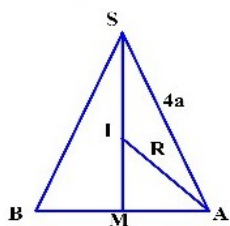
*A. $\frac{4\sqrt{7}}{7}$.

B. $\frac{8\sqrt{7}}{7}$.

C. $\sqrt{7}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải



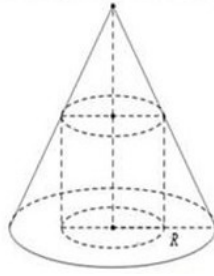
+) Hình nón (N) có đường cao SM , đường sinh $SA = SB = 2\sqrt{2}$, bán kính đường tròn đáy của (N) là $AM = 1$.

Ta có $SM = \sqrt{SA^2 - AM^2} = \sqrt{7}$.

+) Gọi I là tâm của mặt cầu (T) thì $I \in SM$, bán kính mặt cầu (T) là $IS = IA = R$.

Tam giác IMA vuông tại M có $R^2 = l^2 + (\sqrt{7} - R)^2 \Leftrightarrow 8 - 2a\sqrt{7}R = 0 \Leftrightarrow R = \frac{4\sqrt{7}}{7}$.

Câu 19. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6 , một khối trụ có bán kính đáy thay đổi nội tiếp khối nón (như hình vẽ). Thể tích lớn nhất của khối trụ bằng



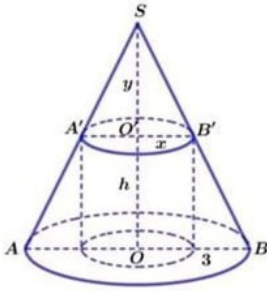
A. 10π .

B. 6π .

*C. 8π .

D. 4π .

Lời giải



Đặt $OO' = l, B'O' = x, SO = h = 6, SO' = y$.

Áp dụng định lý Talet vào tam giác SOB ta được $\frac{O'B'}{OB} = \frac{SO'}{SO} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{6} \Leftrightarrow y = 2x$.

Ta có $l = 6 - y = 6 - 2x$. Suy ra $V = \pi x^2 (6 - 2x) = \pi x \cdot x \cdot (6 - 2x)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho ba số x, x và $6 - 2x$ ta được

$$V = \pi x \cdot x \cdot (6 - 2x) \leq \pi \left(\frac{x + x + 6 - 2x}{3} \right)^3 = 8\pi.$$

Thể tích lớn nhất của khối trụ bằng 8π .

Câu 20. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4 . Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

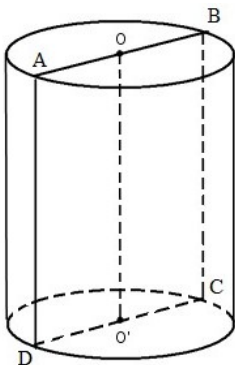
A. 106π .

B. 64π .

C. 80π .

*D. 96π .

Lời giải



• Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

• Theo giả thiết ta có bán kính đáy của hình trụ $r = 4 \Rightarrow h = l = AD = DC = 2r = 8$.

• Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{\text{tp}} = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 4 \cdot 8 + 2 \cdot 16 \cdot \pi = 96\pi$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $SA = BC = 3, AB = \sqrt{7}$.
 Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

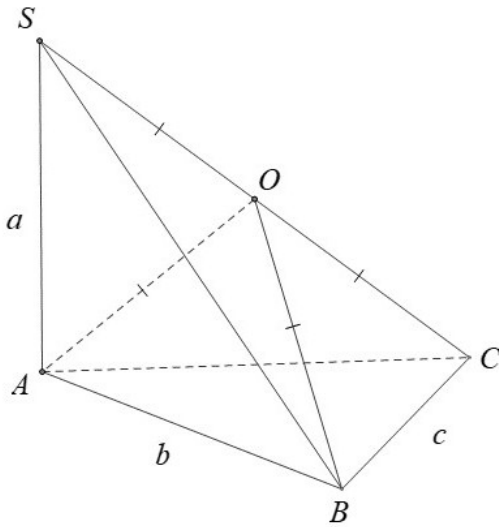
A. $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $R = 5$.

C. $R = \sqrt{5}$.

*D. $R = \frac{5}{2}$.

Lời giải



• Đặt $SA = a, AB = b, BC = c$.

• Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC$.

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$$

• Gọi O là trung điểm SC , ta có các tam giác SAC, SBC vuông lần lượt tại A và B nên:

$$OA = OB = OC = OS = \frac{SC}{2}. \text{ Do đó mặt cầu đi qua bốn điểm } S, A, B, C \text{ có tâm } O \text{ và bán kính } R = \frac{SC}{2}.$$

$$\text{Ta có: } SC^2 = SB^2 + BC^2 = SA^2 + AB^2 + BC^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

$$\text{Suy ra } R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{1}{2} \sqrt{9 + 7 + 9} = \frac{5}{2}.$$

Câu 22. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao $2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$:

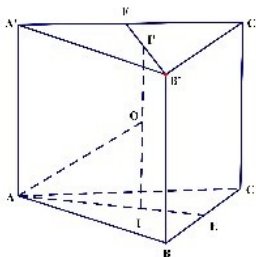
*A. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

B. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.

C. $V = \frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

D. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$.

Lời giải



Gọi I, I' là tâm đường tròn ngoại tiếp 2 đáy của khối lăng trụ.

Khi đó II' là trục mặt cầu ngoại tiếp 2 đa giác đáy.

Gọi O là trung điểm II' cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$.

$$R = AO = \sqrt{AI^2 + OI^2} = \sqrt{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + a^2} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

Ta có

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}a\right)^3 = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}.$$

Thể tích mặt cầu ngoại tiếp

Câu 23. Cho điểm A nằm trên mặt cầu (S) tâm O , bán kính $R = 6$ cm. I, K là hai điểm trên đoạn OA sao cho $OI = IK = KA$. Các mặt phẳng $(P), (Q)$ lần lượt đi qua I, K cùng vuông góc với OA và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính r_1, r_2 . Tính tỉ số $\frac{r_1}{r_2}$.

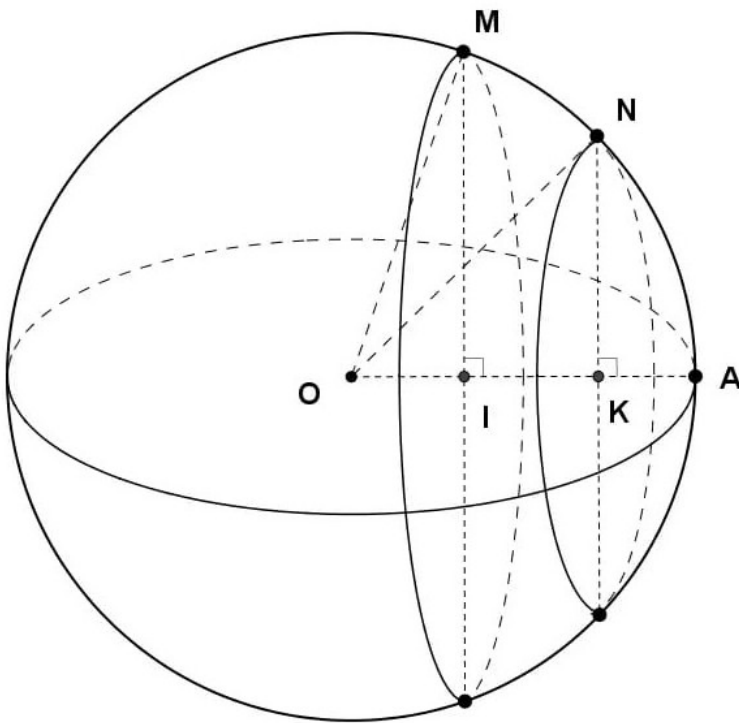
A. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{3\sqrt{10}}$

B. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{3\sqrt{10}}{4}$

*C. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{\sqrt{10}}$

D. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$

Lời giải



Bán kính mặt cầu (S) là $R = 6$ cm nên $OA = 6$ cm $\Rightarrow OI = IK = KA = 2$ cm nên $OK = 4$ cm.

Gọi một giao điểm của các mặt phẳng $(P), (Q)$ với mặt cầu (S) là $M, N \Rightarrow \begin{cases} IM = r_1, IN = r_2 \\ OM = ON = 6 \end{cases}$.

$$\begin{cases} r_1 = \sqrt{OM^2 - OI^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2} \\ r_2 = \sqrt{ON^2 - OK^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{10}}.$$

Do đó, ta có

Câu 24. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O bán kính 1. Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\sqrt{2}$, thể tích khối nón đã cho bằng :

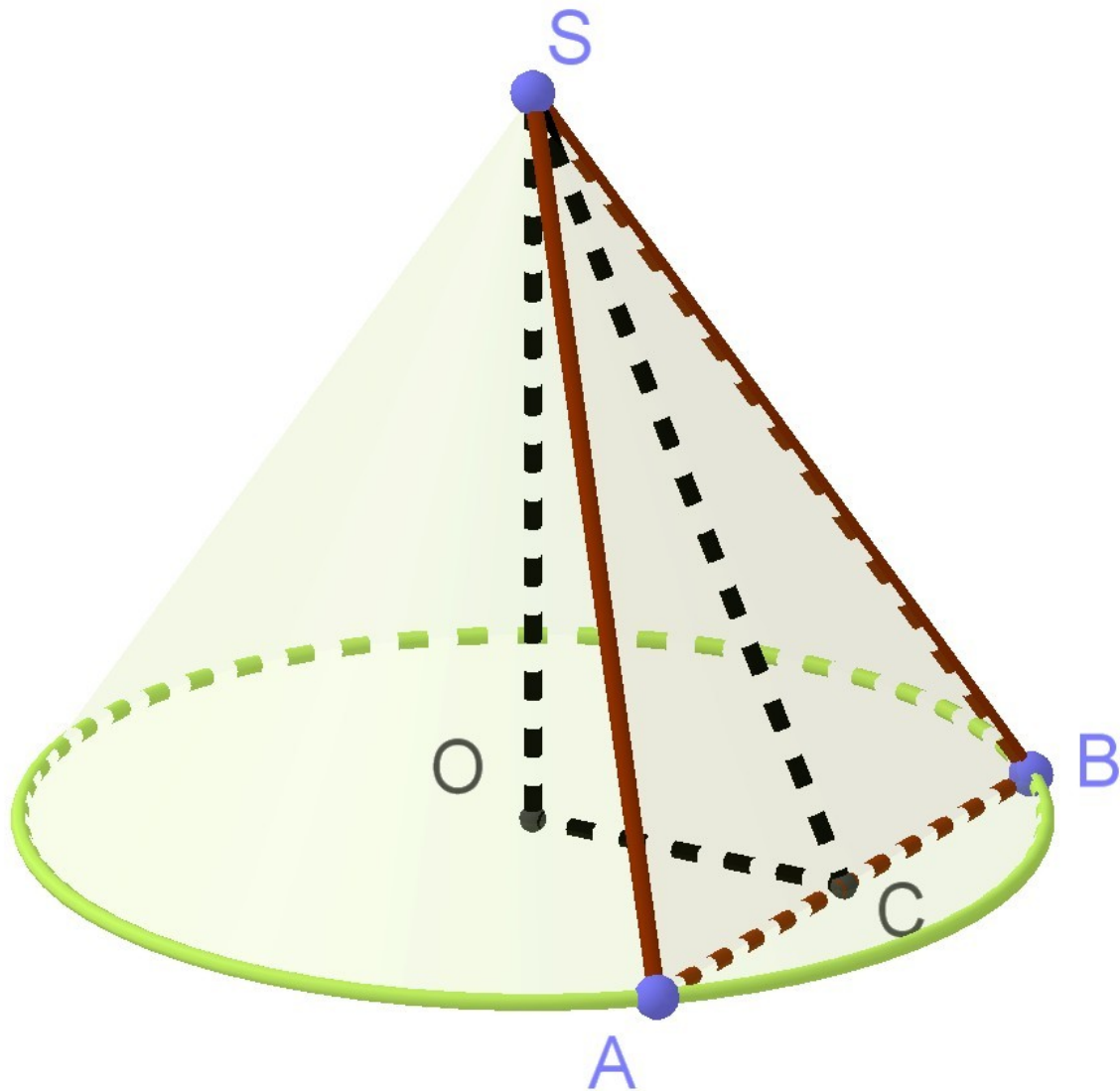
A. $V = \frac{\pi\sqrt{14}}{2}$

B. $V = \frac{\pi\sqrt{14}}{3}$

*C. $V = \frac{\pi\sqrt{14}}{6}$

D. $V = \frac{\pi\sqrt{14}}{12}$

Lời giải



Gọi C là trung điểm của AB . Ta có : ΔOAB là hình chiếu vuông góc của ΔSAB lên mặt phẳng đáy.

$$S_{\Delta OAB} = S_{\Delta SAB} \cdot \cos((OAB), (SAB)) \Leftrightarrow \cos((OAB), (SAB)) = \frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Khi đó :

$$\Leftrightarrow \frac{CO}{SC} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow SC = 2\sqrt{2}CO \quad \text{và} \quad SO = \sqrt{SC^2 - CO^2} = CO\sqrt{7}$$

$$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SC \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2}CO \cdot 2\sqrt{1 - CO^2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow OC = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow SO = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{\sqrt{14}}{2} = \frac{\sqrt{14}}{6} \pi$$

* Thể tích khối nón là :

Câu 25. Cắt một hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục ta được thiết diện là hình vuông có diện tích bằng 36, biết khoảng cách từ tâm đáy đến thiết diện bằng 1. Tính thể tích của khối trụ giới hạn bởi hình trụ đã cho.

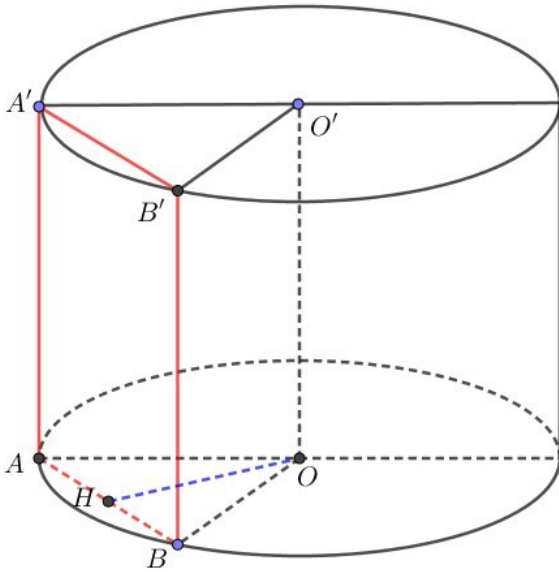
A. 20π .

B. 10π .

C. 30π .

*D. 60π .

Lời giải



Gọi thiết diện song song với trục là hình vuông $ABB'A' \Rightarrow AB^2 = 36 \Rightarrow AB = AA' = 6$.

Gọi H là trung điểm của AB .

Ta có $\begin{cases} OH \perp AB \\ OH \perp AA' \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABB'A') \Rightarrow d(O, (ABB'A')) = OH = 1$

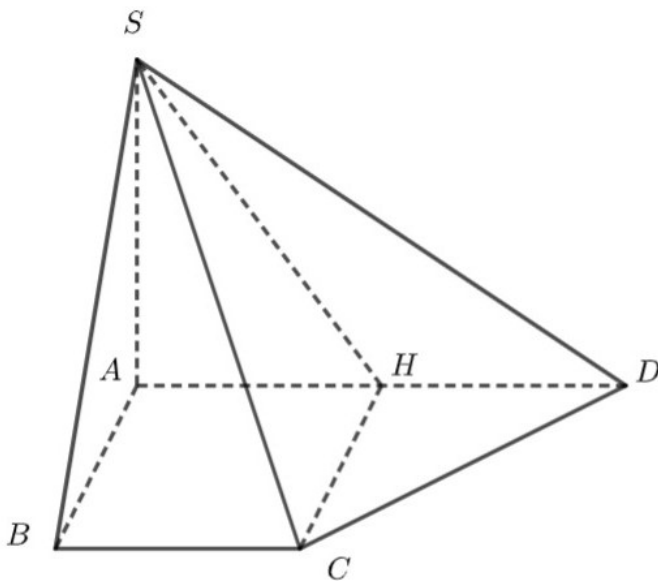
$$\Rightarrow OA = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \Rightarrow V = \pi \cdot OA^2 \cdot AA' = 60\pi.$$

Vậy thể tích của khối trụ giới hạn bởi hình trụ đã cho là 60π .

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AB = BC = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HCD$ với H là trung điểm của AD .

- *A. $\frac{a\sqrt{11}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có $ABCH$ là hình vuông nên $CH \perp AD \Rightarrow CH \perp (SAD)$.

Lại có $SA = AD = 2a$ nên tam giác SAD vuông cân nên $\angle SDA = 45^\circ$.

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} \Rightarrow SH = a\sqrt{5} \Rightarrow R_{\Delta SHD} = \frac{SH}{2 \sin(45^\circ)} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Mà

$$R = \sqrt{R_{\Delta SHD}^2 + \left(\frac{CH}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{11}}{2}.$$

Hình chóp $C.SHD$ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy nên

Câu 27. Cho hình nón có chiều cao $h = 20cm$, bán kính đáy $r = 25cm$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12cm$. Tính diện tích S của thiết diện đó.

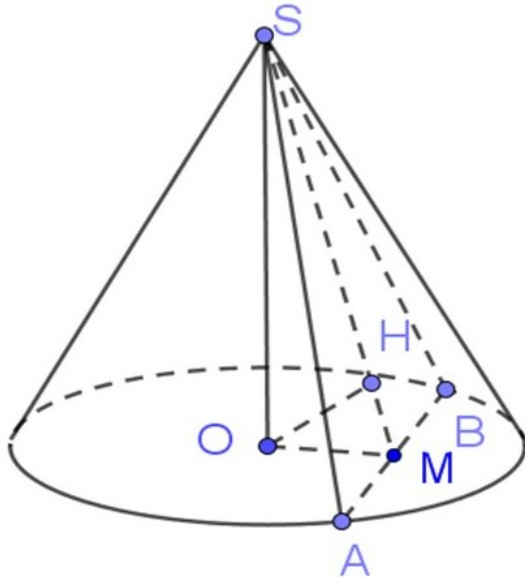
*A. $S = 500 cm^2$.

B. $S = 300 cm^2$.

C. $S = 406 cm^2$.

D. $S = 400 cm^2$.

Lời giải



Thiết diện đi qua đỉnh của hình nón tạo thành hình tam giác như hình vẽ.

Gọi tâm của đáy hình nón là O .

Gọi M là trung điểm AB

$$\Rightarrow (SOM) \perp (SAB)$$

Hạ $OH \perp SM \Rightarrow OH \perp (SAB)$

Đặt $OM = x (x > 0)$. Trong tam giác SOM ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{12^2} + \frac{1}{20^2} \Rightarrow x = 15cm$$

$$\Rightarrow AB = 2\sqrt{R^2 - x^2} = 40$$

$$SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = 25$$

Vậy $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot SM = 500cm^2$

Câu 28. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .

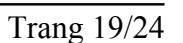
A. $\sqrt{15}a^2$.

*B. $2\sqrt{3}a^2$.

C. $\frac{\sqrt{15}a^2}{2}$.

D. $2\sqrt{15}a^2$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $A'B'$.

Suy ra $IB = IM = R$, $OO' = a$, $O'M = \frac{a}{2}$, $OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do $OO' \perp (ABCD)$, $OB \subset (ABCD) \Rightarrow OO' \perp OB$

$$\Rightarrow IO = \sqrt{IB^2 - OB^2} = \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{2}}$$

Do $OO' \perp (A'B'C'D')$, $O'M \subset (ABCD) \Rightarrow OO' \perp O'M$

$$\Rightarrow IO' = \sqrt{IM^2 - O'M^2} = \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$$

$$\text{Ta có } IO + IO' = OO' \Leftrightarrow \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{2}} = a \Leftrightarrow \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} = a - \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{2}}$$

$$\Rightarrow R^2 - \frac{a^2}{4} = a^2 - 2a\sqrt{R^2 - \frac{a^2}{2}} + R^2 - \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{3a}{8} \Leftrightarrow R = \frac{a\sqrt{41}}{8} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Vậy } R = \frac{a\sqrt{41}}{8}$$

Câu 30. Cho hình trụ có chiều cao $a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $ABCD$ nằm trên mặt phẳng không vuông góc với đáy của hình trụ. Biết AB nằm trên đường tròn đáy thứ nhất, CD nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ và $AB = CD = a$, diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng $2a^2$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

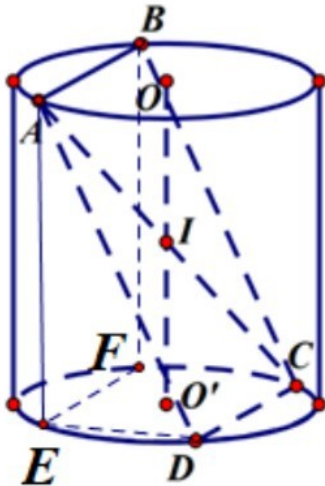
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$

*B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{\pi a^3}{4}$

D. $\frac{3\pi a^3}{4}$

Lời giải



Gọi EF là hình chiếu vuông góc của dây cung AB xuống mặt phẳng chứa đường tròn đáy dưới. Dễ thấy tứ giác $CDEF$ là hình chữ nhật và FD là đường kính, $EF = AB = CD = a$.

Ta có $S_{ABCD} = 2a^2$, $AB = CD = a \Rightarrow AD = BC = 2a$. Sử dụng định lý Pi-ta-go $\Rightarrow ED = a\sqrt{2}$;

$$FD = a\sqrt{3} = 2R \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \text{ Do đó, } V = \pi R^2 h = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}.$$

Câu 31. Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O , bán kính $R = 5$. Một thiết diện qua đỉnh S là tam giác đều SAB cạnh bằng 8, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng

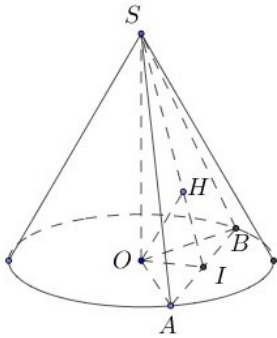
A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$.

B. $\sqrt{13}$.

C. $\frac{4\sqrt{13}}{3}$.

*D. $\frac{3\sqrt{13}}{4}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow OI \perp AB$.

Tam giác SAB đều cạnh bằng 8 $\Rightarrow SI = 4\sqrt{3}$.

Tam giác OIA vuông tại I có $IA = \frac{1}{2}AB = 4, OA = R = 5 \Rightarrow OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = 3$.

Tam giác SOI vuông tại $O \Rightarrow SO = \sqrt{SI^2 - OI^2} = \sqrt{39}$.

Ta có $AB \perp OI, AB \perp SO \Rightarrow AB \perp (SOI)$, mà $AB \subset (SAB) \Rightarrow (SOI) \perp (SAB)$

Trong mặt phẳng (SOI) , dựng $OH \perp SI$

Ta có
$$\begin{cases} (SOI) \perp (SAB) \\ (SOI) \cap (SAB) = SI \\ OH \subset (SOI), OH \perp SI \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH \end{cases}$$

Tam giác SOI vuông tại $O \Rightarrow OH = \frac{OI \cdot SO}{SI} = \frac{3\sqrt{13}}{4}$.

Vậy $d(O, (SAB)) = \frac{3\sqrt{13}}{4}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ với SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B và $BC = a\sqrt{3}, \angle BAC = 60^\circ$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SC . Mặt cầu đi qua các điểm A, B, C, H, K có bán kính bằng

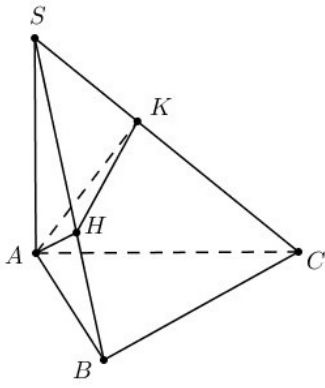
*A. a .

B. $2a$.

C. $\sqrt{3}a$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải



Ta có $AK \perp KC$, $AB \perp BC$ nên B, K nhìn AC dưới một góc vuông.

Lại có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH$

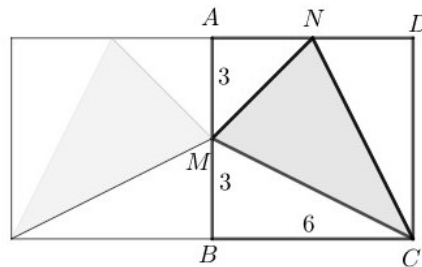
Mặt khác $AH \perp SB$ nên $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HC$, do đó H nhìn AC dưới một góc vuông.

Vậy A, B, C, H, K đều thuộc mặt cầu đường kính AC .

Tam giác ABC vuông tại B nên $AC = \frac{BC}{\sin \angle BAC} = \frac{a\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2a$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là $R = \frac{AC}{2} = a$.

Câu 33. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 6, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Tính thể tích của vật tròn xoay sinh bởi tam giác CMN khi quay quanh trục AB .



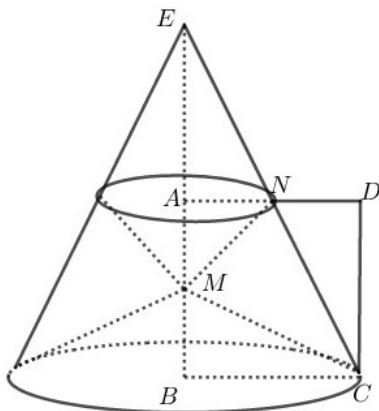
*A. 81π .

B. 60π .

C. 117π .

D. 90π .

Lời giải



- Kéo dài CN cắt AB tại E . Khi đó: $\frac{EA}{EB} = \frac{AN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow EA = AB = 6 \Rightarrow EB = 12$.
- Quay tam giác EBC quanh trục AB ta được hình nón. Khi đó thể tích khối nón đó là:

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot BC^2 \cdot EB = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 12 = 144\pi$$

• Thể tích khối nón đỉnh E , bán kính đáy $AN = 3$ là: $V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot AN^2 \cdot EA = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi$

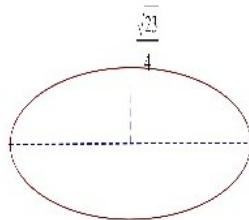
• Thể tích khối nón đỉnh M , bán kính đáy $AN = 3$ là: $V_3 = \frac{1}{3} \pi \cdot AN^2 \cdot AM = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi$

• Thể tích khối nón đỉnh M , bán kính đáy $BC = 6$ là: $V_4 = \frac{1}{3} \pi \cdot BC^2 \cdot MB = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 3 = 36\pi$

• Vậy thể tích của vật tròn xoay sinh bởi tam giác CMN khi quay quanh trục AB là:

$$V = V_1 - V_2 - V_3 - V_4 = 144\pi - 18\pi - 9\pi - 36\pi = 81\pi$$

Câu 34. Một cái chao đèn là một phần của mặt xung quanh của một mặt cầu có bán kính bằng 3 dm như hình vẽ. Vật liệu làm chao đèn là thủy tinh có giá 350.000 (đồng/ dm^2). Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) để làm chao đèn trên là bao nhiêu?



A. 15.401.000 đồng.

*B. 7.910.000 đồng.

C. 6.322.000 đồng.

D. 10.788.000 đồng.

Lời giải

+ Áp dụng công thức diện tích chỏm cầu $S = 2\pi hR$.

Ta có diện tích chao đèn là : $S = 2\pi hR = 2\pi \cdot \frac{\sqrt{23}}{4} \cdot 3 = \frac{3\sqrt{23}}{2} \pi (\text{dm}^2)$

+ Số tiền làm chao đèn là : $\frac{3\sqrt{23}}{2} \pi \cdot 350000 \approx 7.910.000$ đồng.

Câu 35. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3; AD = 2$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$.

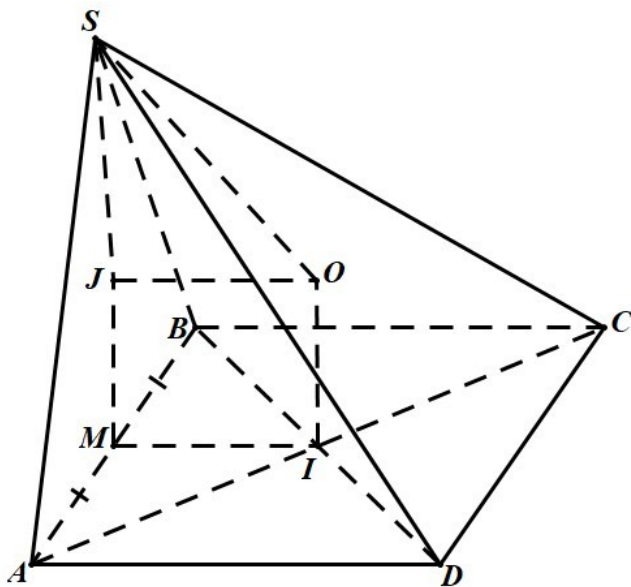
A. $\frac{10\pi}{3}$

B. $\frac{20\pi}{3}$

C. $\frac{16\pi}{3}$

*D. $\frac{32\pi}{3}$

Lời giải



$(SAB) \perp (ABCD)$, kẻ $SM \perp AB \Rightarrow SM \perp (ABCD)$.

Gọi I là giao điểm của hai đường chéo. J là trọng tâm tam giác SAB .

Dựng đường thẳng Δ qua I và song song SM , suy ra Δ là trục đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Dựng đường thẳng (d) qua J và song song với MI , suy ra (d) là trục đường tròn ngoại tiếp của tam giác SAB .

Gọi $O = (d) \cap \Delta \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu.

$$JM = \frac{1}{3}SM = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}; \quad IA = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$R = OA = \sqrt{OI^2 + IA^2} = \sqrt{JM^2 + IA^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{13}{4}} = 2 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3}$$

---HẾT---