



ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021

ĐỢT 1

MÃ ĐỀ 105

Môn Toán

Thời gian 90 phút

TỔ 5

ĐỀ BÀI

- Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là
A. $(\log_2 3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; \log_3 2)$. **C.** $(\log_3 2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; \log_2 3)$.

- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				3				$+\infty$

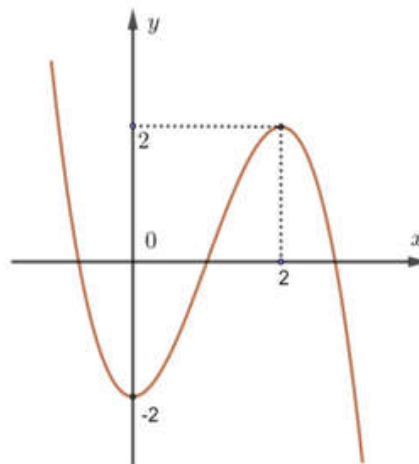
\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 1 1

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.
- Câu 3:** Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào dưới đây đúng ?
A. $A_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}$. **B.** $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!}$. **C.** $A_n^2 = \frac{(n-2)!}{n!}$. **D.** $A_n^2 = \frac{2!}{(n-2)!}$.

- Câu 4:** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng
A. 2. **B.** -2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

- Câu 5:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.** $(-\infty; 2)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(0; 2)$.
- Câu 6:** Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là:





- A. $x = 9$. B. $x = \frac{9}{2}$. C. $x = 8$. D. $x = 4$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = e^x + 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = e^x - 3x + C$. B. $\int f(x)dx = e^{x-3} + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x + C$. D. $\int f(x)dx = e^x + 3x + C$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

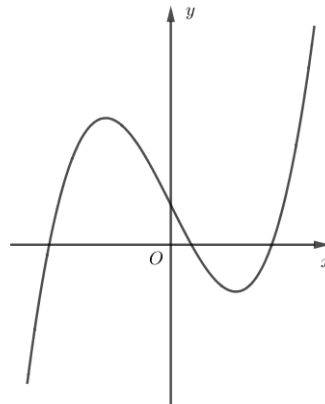
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 9: Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = \pi R^2$. B. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. C. $S = 4\pi R^2$. D. $S = 16\pi R^2$.

Câu 10: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



- A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. B. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$. D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

- A. $\frac{1}{5}$. B. -12 . C. 5 . D. 12 .

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; 2; 2)$. B. $\vec{n}_1 = (1; -2; 2)$. C. $\vec{n}_2 = (1; 2; -2)$. D. $\vec{n}_3 = (1; -2; -3)$.

Câu 13: Thể tích của khối lập phương cạnh $3a$ bằng

- A. $27a^3$. B. $3a^3$. C. $9a^3$. D. a^3 .

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = 2x + C$. B. $\int f(x)dx = x^3 + x + C$.





C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + x + C.$

D. $\int f(x)dx = x^2 + x + C.$

Câu 15: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -\frac{1}{2}.$

B. $x = 1.$

C. $x = -1.$

D. $x = 2.$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;2;-4)$. Tọa độ của vector \overline{OA} là

A. $(-3;-2;4).$

B. $(3;-2;-4).$

C. $(3;2;-4).$

D. $(3;2;4).$

Câu 17: Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng

A. 18.

B. 6.

C. 3.

D. 2.

Câu 18: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}.$

B. $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}.$

C. $y' = \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}.$

D. $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}.$

Câu 19: Cho khối trụ có bán kính $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $12\pi.$

B. $6\pi.$

C. $4\pi.$

D. $18\pi.$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (2;4;-1)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}.$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9.$

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3.$

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3.$

D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9.$

Câu 22: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{7}{6}a^3.$

B. $\frac{7}{2}a^3.$

C. $\frac{7}{3}a^3.$

D. $7a^3.$

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là

A. $\mathbb{R}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}.$

C. $[0; +\infty).$

D. $(0; +\infty).$

Câu 24: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_1 = -2 + 3i.$

B. $z_4 = -2 - 3i.$

C. $z_2 = 2 - 3i.$

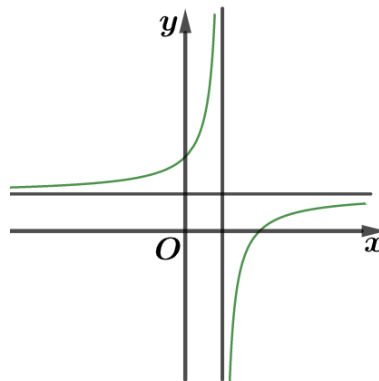
D. $z_2 = 2 + 3i.$

Câu 25: Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng





- A. $2 - 6i$. B. $-2 + 6i$. C. $4 + 2i$. D. $4 - 2i$.
- Câu 26:** Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 5$ và $\int_1^4 g(x)dx = -4$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng
 A. -9 . B. 1 . C. -1 . D. 9 .
- Câu 27:** Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng
 A. 3 . B. 0 . C. -1 . D. 1 .
- Câu 28:** Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ bằng
 A. -3 . B. 3 . C. 2 . D. -2 .
- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là
 A. $x + 2y + 4z - 17 = 0$. B. $x + 2y + 2z - 11 = 0$.
 C. $x + 2y + 4z - 17 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 2 = 0$.
- Câu 30:** Cho số phức z thỏa mãn $iz = 3 + 2i$. Số phức liên hợp của z là
 A. $\bar{z} = -2 - 3i$. B. $\bar{z} = 2 + 3i$. C. $\bar{z} = 2 - 3i$. D. $\bar{z} = -2 + 3i$.
- Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng
 A. $\sqrt{2}a$. B. $\frac{1}{2}a$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. D. a .
- Câu 32:** Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. C. $y' > 0, \forall x \neq 1$. D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua $M(1;2;-1)$ và vuông góc với (P) có phương trình là:
 A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-3}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

- Câu 34:** Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm





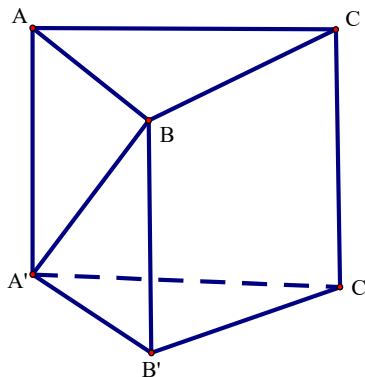
A. $x=3$.

B. $x=1$.

C. $x=0$.

D. $x=2$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng



A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 36: Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{30}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 37: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^3 + b = 128$.

B. $a^3 b = 49$.

C. $a^3 b = 128$.

D. $a^3 + b = 49$.

Câu 38: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1]dx$ bằng

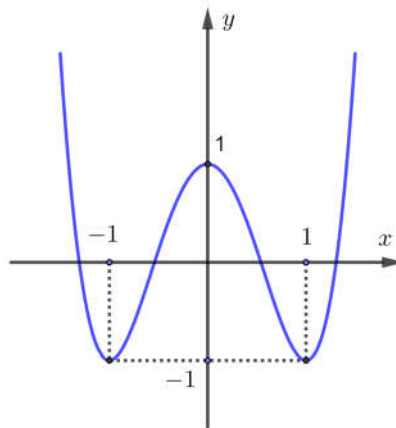
A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 14.

Câu 39: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

A. 12.

B. 8.

C. 4.

D. 10.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x) \cdot [\log_2(x+14) - 4] \leq 0$?

A. 14.

B. 15.

C. 13.

D. Vô số.





- Câu 41:** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R} thoả mãn $F(0) = 2$. Giá trị $F(-1) + 2F(2)$ bằng
- A. 10. B. 11. C. 23. D. 21.
- Câu 42:** Cắt hình nón (\mathcal{N}) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (\mathcal{N}) bằng
- A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. B. $4\sqrt{7}\pi a^2$. C. $4\sqrt{13}\pi a^2$. D. $8\sqrt{13}\pi a^2$.
- Câu 43:** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thoả mãn $|z_0| = 8$?
- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.
- Câu 44:** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng
- A. $6\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.
- Câu 45:** Xét các số phức z, w thoả mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} - 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng
- A. 3. B. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{221}}{5}$. D. $\sqrt{5}$.
- Câu 46:** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ thoả mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{15x}$?
- A. 15. B. 17. C. 18. D. 16.
- Câu 47:** Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng
- A. $3 \ln 2$. B. $\ln 2$. C. $2 \ln 3$. D. $\ln 15$.
- Câu 48:** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 6 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:
- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{7}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{1}$.
 C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{7}$.
- Câu 49:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(-2; 1; -4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 4$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng





A. $\sqrt{85}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{61}$.

D. $3\sqrt{13}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-10)(x^2-25), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 8x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 25.

B. 10.

C. 5.

D. 9.

-----HẾT-----



**BẢNG ĐÁP ÁN**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	B	D	D	B	D	C	C	B	C	B	A	C	B	C	B	B	A	D	A	C	A	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	B	D	B	D	C	C	B	A	A	C	C	D	B	D	C	A	C	C	B	C	A	A	D

- Câu 1.** [2D2-6.1-1] Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là
A. $(\log_2 3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; \log_3 2)$. **C.** $(\log_3 2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; \log_2 3)$.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Hoài Trung

Ta có $2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (\log_2 3; +\infty)$.

- Câu 2.** [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				3				$+\infty$

\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 1 1

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Hoài Trung

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là 3.

- Câu 3.** [1D2-2.1-1] Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào dưới đây đúng ?

- A.** $A_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}$. **B.** $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!}$. **C.** $A_n^2 = \frac{(n-2)!}{n!}$. **D.** $A_n^2 = \frac{2!}{(n-2)!}$.

Lời giải

FB tác giả: Mai Ngọc Thi

Theo định nghĩa SGK, ta có $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!}$.

Suy ra: Đáp án B.

- Câu 4.** [2D2-3.1-1] Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng

- A.** 2. **B.** -2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

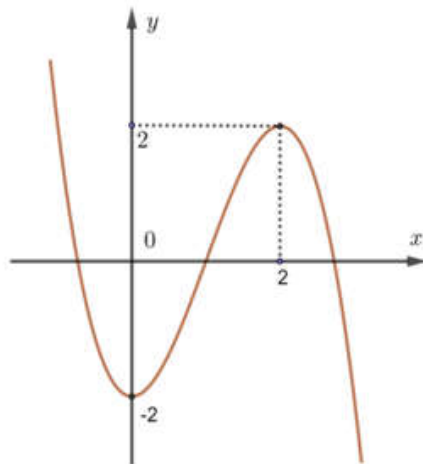
FB tác giả: Mai Ngọc Thi

Ta có: $\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$.

Suy ra: Đáp án D.

- Câu 5.** [2D1-1.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?





A. $(-\infty; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

FB tác giả: Mai Nguyen

Đáp án D.

Câu 6. [2D2-5.1-1] Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là:

A. $x = 9$.

B. $x = \frac{9}{2}$.

C. $x = 8$.

D. $x = 4$.

Lời giải

FB tác giả: Mai Nguyen

$$\log_3(2x) = 2 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$$

Suy ra: Đáp án B.

Câu 7. [2D3-1.1-1] Cho hàm số $f(x) = e^x + 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x - 3x + C$.

B. $\int f(x) dx = e^{x-3} + C$.

C. $\int f(x) dx = e^x + C$.

D. $\int f(x) dx = e^x + 3x + C$.

Lời giải

FB tác giả: Nam Nguyen Huu

Ta có: $\int f(x) dx = \int (e^x + 3) dx = e^x + 3x + C$. Chọn D.

Câu 8. [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
			+	0	-	0
				+	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

FB tác giả: Nam Nguyen Huu





Từ đó: $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các nghiệm $-3, -1, 1, 2$ nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn C.

Câu 9. [2H2-2.1-1] Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi R^2$.

B. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.

C. $S = 4\pi R^2$.

D. $S = 16\pi R^2$.

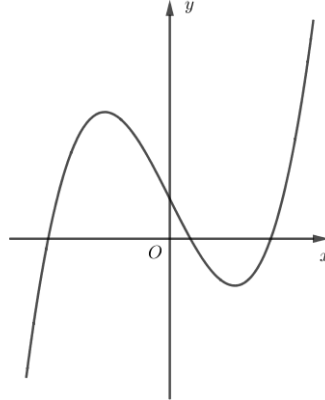
Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Đức Tuấn

Ta có: Diện tích S của mặt cầu có bán kính R là: $S = 4\pi R^2$.

Suy ra: Đáp án C.

Câu 10. [2D1-5.1-1] Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

B. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Đức Tuấn

Dựa vào hình dạng đồ thị ta thấy đây là dạng đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$.

Suy ra: Đáp án B.

Câu 11. [1D3-4.2-1] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

A. $\frac{1}{5}$.

B. -12 .

C. 5 .

D. 12 .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Đức Điệp

Theo định nghĩa cấp số nhân ta có: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 5$. Suy ra: Đáp án C.

Câu 12. [2H3-2.2-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (1; 2; 2)$.

B. $\vec{n}_1 = (1; -2; 2)$.

C. $\vec{n}_2 = (1; 2; -2)$.

D. $\vec{n}_3 = (1; -2; -3)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Đức Điệp

Ta có một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1 = (1; -2; 2)$. Suy ra: Đáp án B.

Câu 13. [2H1-3.2-1] Thể tích của khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. $27a^3$.

B. $3a^3$.

C. $9a^3$.

D. a^3 .



**Lời giải**

Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng $V = (3a)^3 = 27a^3$.

Suy ra: Đáp án A.

Câu 14. [2D3-1.1-1] Cho hàm số $f(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^3 + x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^2 + x + C$.

Lời giải

$$\int f(x)dx = \int (x^2 + 1)dx = \frac{x^3}{3} + x + C.$$

Suy ra: Đáp án C.

Câu 15. [2D1-4.1-1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -\frac{1}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thùy Linh

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là $x = 1$.

Suy ra: Đáp án B.

Câu 16. [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;2;-4)$. Tọa độ của vectơ \overline{OA} là

A. $(-3; -2; 4)$.

B. $(3; -2; -4)$.

C. $(3; 2; -4)$.

D. $(3; 2; 4)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thùy Linh

Ta có: $\overline{OA} = (3; 2; -4)$.

Suy ra: Đáp án C.

Câu 17. [2D3-2.1-1] Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng

A. 18.

B. 6.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Tuấn; Fb: Nguyễn Tuấn

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int_0^3 3f(x)dx = 3 \int_0^3 f(x)dx = 3 \cdot 2 = 6.$$

Câu 18. [2D2-2.2-1] Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$.

B. $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.

C. $y' = \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$.

D. $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Tuấn; Fb: Nguyễn Tuấn

Chọn B





Ta có: $y' = \left(x^{\frac{4}{3}}\right)' = \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}-1} = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 19. [2H2-1.1-1] Cho khối trụ có bán kính $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π .

B. 6π .

C. 4π .

D. 18π .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Điệp

Ta có, thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4 \cdot 3 = 12\pi$.

Suy ra: Đáp án A.

Câu 20. [2H3-3.2-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;4;-1)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Điệp

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một vectơ chỉ phương

$\vec{u} = (2;4;-1)$ là $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Suy ra: Đáp án D.

Câu 21. [2H3-1.3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3.

Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Phú

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3 là:

$(x-0)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3^2 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

Câu 22. [2H1-3.2-1] Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{7}{6}a^3$.

B. $\frac{7}{2}a^3$.

C. $\frac{7}{3}a^3$.

D. $7a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Phú

Áp dụng công thức tính thể tích ta được $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{7}{3}a^3$.





Câu 23. [2D2-4.1-1] Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là

A. \mathbb{R} .

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Thu Thủy

Dễ có tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là \mathbb{R} .

Câu 24. [2D4-1.2-1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_1 = -2 + 3i$.

B. $z_4 = -2 - 3i$.

C. $z_2 = 2 - 3i$.

D. $z_2 = 2 + 3i$.

Lời giải

FB tác giả: Thu Thủy

Điểm $M(-2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -2 + 3i$.

Câu 25. [2D4-2.1-1] Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

A. $2 - 6i$.

B. $-2 + 6i$.

C. $4 + 2i$.

D. $4 - 2i$.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Bình

Ta có $z + w = 1 + 2i + 3 - 4i = 4 - 2i$.

Câu 26. [2D3-2.1-1] Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 5$ và $\int_1^4 g(x)dx = -4$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. -9 .

B. 1 .

C. -1 .

D. 9 .

Lời giải

FB tác giả: Phạm Bình

Ta có $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx = 5 - (-4) = 9$.

Câu 27. [2D1-5.4-1] Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3 .

B. 0 .

C. -1 .

D. 1 .

Lời giải

FB tác giả: Toto Tran

Cho $x = 0 \Rightarrow y = -1$

Suy ra: Đáp án C.

Câu 28. [2D4-1.1-1] Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

A. -3 .

B. 3 .

C. 2 .

D. -2 .

Lời giải

FB tác giả: Toto Tran

Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ là 3 .

Suy ra: Đáp án B.

Câu 29. [2H3-2.3-2] Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(0; 0; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x + 2y + 4z - 17 = 0$.

B. $x + 2y + 2z - 11 = 0$.

C. $x + 2y + 4z - 17 = 0$.

D. $x + 2y + 2z - 2 = 0$.



**Lời giải****Fb tác giả: Trần Văn Luật**

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nhận vector $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình là $1(x-0) + 2(y-0) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 2 = 0$.

Chọn đáp án D.

Câu 30. [2D4-2.2-2] Cho số phức z thỏa mãn $iz = 3 + 2i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = -2 - 3i$.

B. $\bar{z} = 2 + 3i$.

C. $\bar{z} = 2 - 3i$.

D. $\bar{z} = -2 + 3i$

Lời giải**Fb tác giả: Trần Văn Luật**

Ta có $iz = 3 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{3+2i}{i} \Leftrightarrow z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Chọn đáp án B.

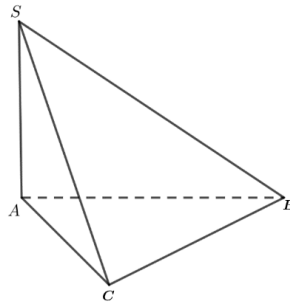
Câu 31. [1H3-5.3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\sqrt{2}a$.

B. $\frac{1}{2}a$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

D. a .

Lời giải**FB tác giả: Trung Kiên Ta**

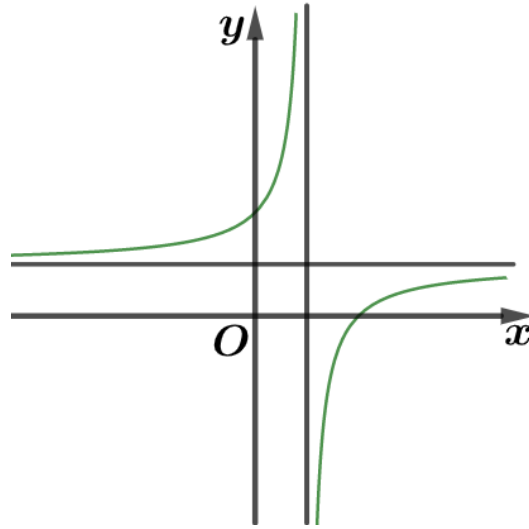
Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AC \perp BC \\ SA \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAC)$$

Suy ra: $d(B; (SAC)) = BC = AC = a$.

Câu 32. [2D1-1.2-2] Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên.





Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **C. $y' > 0, \forall x \neq 1$.** D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

FB tác giả: Trung Kiên Ta

Điều kiện $x \neq 1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy theo thứ tự từ trái qua phải đồ thị đi lên nên $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 33. [2H3-3.7-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua $M(1;2;-1)$ và vuông góc với (P) có phương trình là:

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-3}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Hải Lê

Do đường thẳng vuông góc với (P) nên có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_P = (2;1;-3)$.

Vậy đường thẳng đi qua $M(1;2;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-3)$ nên có phương

$$\text{trình } \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}.$$

Suy ra: Đáp án C.

Câu 34. [2D1-3.1-2] Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 3$. **B. $x = 1$.** C. $x = 0$. D. $x = 2$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Hải Lê

$$y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } y(0) = 4; y(1) = 2; y(3) = 22.$$

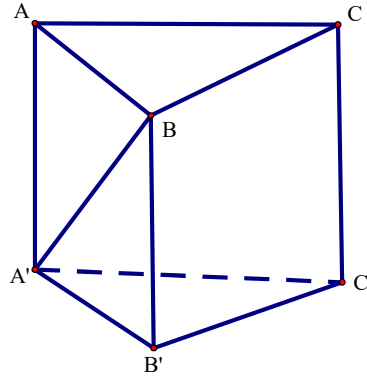
Vậy hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ tại điểm $x = 1$.

Suy ra: Đáp án B.





Câu 35. [1H3-2.3-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng



A. 45^0 .

B. 60^0 .

C. 30^0 .

D. 90^0 .

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Mạnh Hà

Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và BB' .

Do đó góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng góc $\widehat{A'BB'} = 45^0$ (Vì tam giác $A'BB'$ là tam giác vuông cân tại B').

Câu 36. [1D2-5.2-2] Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{30}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Mạnh Hà

Chọn 3 quả cầu bất kỳ trong 10 quả cầu số cách chọn là $C_{10}^3 \Rightarrow n(\Omega) = C_{10}^3$.

Gọi A là: “biến cố lấy được 3 quả màu đỏ”

Chọn 3 quả cầu màu đỏ trong 4 quả cầu màu đỏ số cách chọn là $C_4^3 \Rightarrow n(A) = C_4^3$.

Xác suất của biến cố lấy được 3 quả cầu màu đỏ bằng: $\frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$.

Câu 37. [2D2-3.2-2] Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^3 + b = 128$.

B. $a^3 b = 49$.

C. $a^3 b = 128$.

D. $a^3 + b = 49$.

Lời giải

FB tác giả: Bien Nguyen Thanh

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 7 \Leftrightarrow a^3 b = 128$.

Câu 38. [2D3-2.1-2] Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$ bằng

A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 14.

Lời giải

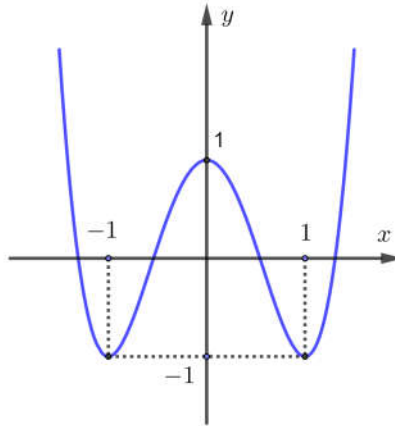
FB tác giả: Bien Nguyen Thanh

Ta có $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 1 dx = 10$





Câu 39. [2D1-5.3-3] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

A. 12.

B. 8.

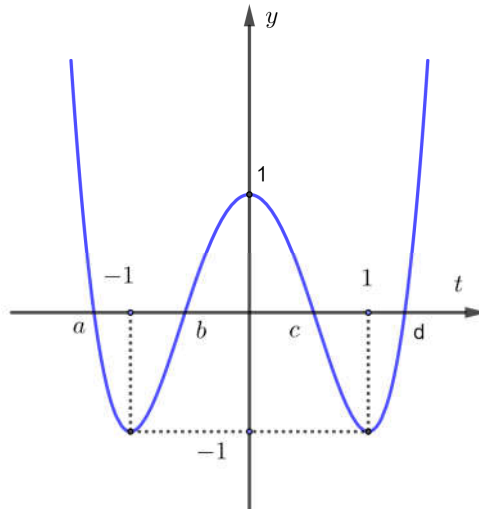
C. 4

D. 10.

Lời giải

FB tác giả: Hồ Xuân Dũng

Đặt $t = f(x)$, ta có phương trình $f(t) = 0$.

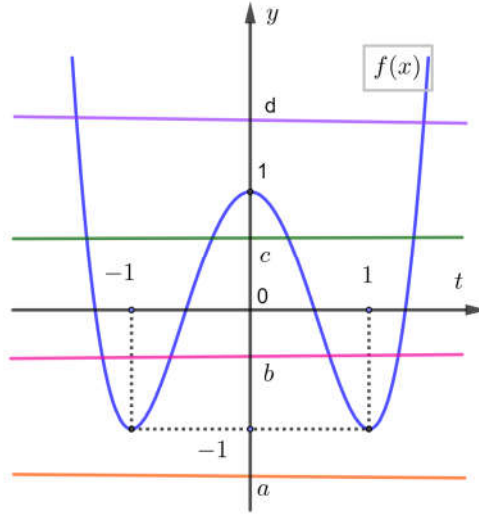


Căn cứ vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy:

$$f(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a & (a < -1) \\ t = b & (-1 < b < 0) \\ t = c & (0 < c < 1) \\ t = d & (d > 1) \end{cases}.$$

Căn cứ vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có:





+ Với $a < -1$, phương trình $f(x) = a$ vô nghiệm.

+ Với $-1 < b < 0$, phương trình $f(x) = b$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

+ Với $0 < c < 1$, phương trình $f(x) = c$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

+ Với $d > 1$, phương trình $f(x) = d$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Các nghiệm của các phương trình $f(x) = a$; $f(x) = b$; $f(x) = c$; $f(x) = d$ là các nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm thực phân biệt.

Câu 40. [2D2-6.2-3] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x) \cdot [\log_2(x+14) - 4] \leq 0$?

A. 14.

B. 15.

C. 13.

D. Vô số.

Lời giải

FB tác giả: Hồ Xuân Dũng

Điều kiện: $x > -14$ (*).

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \geq 0 \\ \log_2(x+14) - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} \geq 2^{2x} \\ \log_2(x+14) \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 2x \\ x+14 \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta được $x \in (-14; 0] \cup \{2\}$.

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-13; \dots; -1; 0; 2\} \Rightarrow$ có 15 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \leq 0 \\ \log_2(x+14) - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} \leq 2^{2x} \\ \log_2(x+14) \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 2x \\ x+14 \geq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Kết hợp các trường hợp, ta có tất cả 15 giá trị nguyên của x thỏa mãn đề.





Câu 41. [2D3-2.1-3] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R}

thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 10.

B. 11.

C. 23.

D. 21.

Lời giải

FB tác giả: Hồ Bình Minh

$$\text{Ta có : } I = \int_0^{-1} f(x)dx + 2 \int_0^2 f(x)dx = F(-1) - F(0) + 2F(2) - 2F(0)$$

$$\text{Do đó } I = F(-1) + 2F(2) - 3F(0) = F(-1) + 2F(2) - 6 \Rightarrow F(-1) + 2F(2) = I + 6.$$

$$\text{Mà } \int_0^{-1} f(x)dx = - \int_{-1}^0 (3x^2 + 2)dx = -3 \text{ và } 2 \int_0^2 f(x)dx = 2 \left(\int_0^1 (3x^2 + 2)dx + \int_1^2 (2x + 3)dx \right) = 18.$$

$$\text{Suy ra } I = 18 - 3 = 15.$$

$$\text{Vậy } F(-1) + 2F(2) = 15 + 6 = 21.$$

Câu 42. [2H2-1.2-3] Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$.

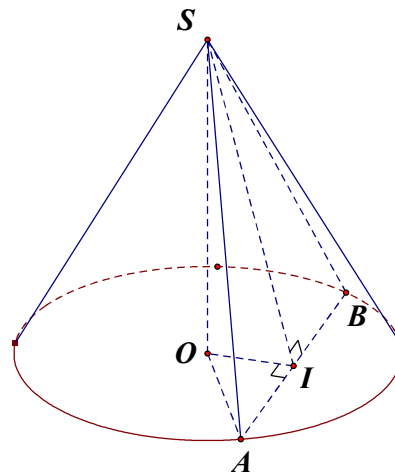
B. $4\sqrt{7}\pi a^2$.

C. $4\sqrt{13}\pi a^2$.

D. $8\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

FB tác giả: Duc Dinh



Gọi (α) là mặt phẳng trong đề bài.

Khi đó thiết diện của mặt phẳng (α) đi qua đỉnh và cắt hình nón (N) là tam giác đều SAB cạnh $4a$ (như hình vẽ). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Suy ra góc của mp (α) và đáy của hình nón (N) là góc $\widehat{SIO} = 30^\circ$ (O là tâm của đáy hình nón)

$$\text{Tam giác } SAB \text{ đều} \Rightarrow SI = 2a\sqrt{3}$$

$$\text{Xét } \Delta SIO \text{ vuông tại } O \text{ và có } \widehat{SIO} = 30^\circ \Rightarrow SO = \frac{SI}{2} = a\sqrt{3}, OI = \sqrt{SI^2 - SO^2} = 3a$$





Ta có tam giác AOI vuông tại I có $AO = \sqrt{AI^2 + OI^2} = \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OI^2} = a\sqrt{13}$

Diện tích xung quanh của (N) là $S_{xq} = \pi rl$ với $r = AO = a\sqrt{13}, l = SA = 4a$

Suy ra $S_{xq} = 4\sqrt{13}\pi a^2$

Suy ra: Đáp án C.

Câu 43. [2D4-4.1-3] Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 8$?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Thúy Kudo

Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m+1$.

Nếu $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$ thì phương trình có nghiệm thực

$$|z_0| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 8 \\ z_0 = -8 \end{cases}$$

Thay $z_0 = 8$ vào phương trình, ta được

$$8^2 - 2(m+1).8 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 16m + 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 12 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện } m \geq -\frac{1}{2})$$

Thay $z_0 = -8$ vào phương trình, ta được $(-8)^2 + 2(m+1).8 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 16m + 80 = 0$ (vô nghiệm).

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 2m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ thì phương trình có 2 nghiệm phức là

$$z = m+1 + i\sqrt{-2m-1} \text{ và } z = m+1 - i\sqrt{-2m-1}.$$

$$|z_0| = 8 \Leftrightarrow \sqrt{(m+1)^2 + (-2m-1)} = 8 \Leftrightarrow m^2 = 64 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 8 \\ m = -8 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $m < -\frac{1}{2} \Rightarrow m = -8$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. [2H1-3.2-3] Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$.

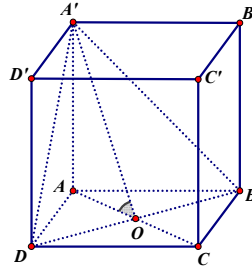
C. $2\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Quốc Nguyễn





Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình vuông $ABCD$.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là khối hộp chữ nhật nên thể tích là $V = AA' \cdot S_{ABCD}$.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $BD = AB\sqrt{2} \Leftrightarrow AB = a\sqrt{2}$.

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{BD}{2} = a.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$.

Ta có $AA' \perp BD$ (do $AA' \perp (ABCD)$), $AO \perp BD$ do đó $BD \perp (A'AO)$.

Suy ra $A'O \perp BD$, $AO \perp BD$ nên góc tạo bởi $(A'BD)$ và $(ABCD)$ là $\widehat{A'OA} = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông $A'AO$, $AA' = \tan 60^\circ \cdot AO = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = a\sqrt{3} \cdot 2a^2 = 2\sqrt{3}a^3$ (đvtt)

Câu 45. [2D4-5.2-4] Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\bar{w}-6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. 3.

B. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Huonglee

Ta có: $|z|=1$, $|w|=2 \Rightarrow |i\bar{w}|=2$ và $|6-8i|=10$.

Ta thấy $P = |z+i\bar{w}-(6-8i)| \geq ||6-8i|-|z+i\bar{w}|| = |6-8i|-|z+i\bar{w}|$ và $|z+i\bar{w}| \leq |z|+|i\bar{w}|=3$.

$$P_{\min} = 7 \text{ khi } |z+i\bar{w}|_{\max} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 6-8i = h(z+i\bar{w}), & h \geq 0 \\ z = k \cdot i\bar{w} & , k \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{10}{3} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ \bar{w} = -\frac{8}{5} - \frac{6}{5}i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ w = -\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases} \Rightarrow z-w = \frac{11}{5} - 2i \Rightarrow |z-w| = \frac{\sqrt{221}}{5}.$$

Vậy khi $|z+i\bar{w}-6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z-w| = \frac{\sqrt{221}}{5}$.

Đã sử dụng tính chất: Với hai số phức z, w ta có:

+ $|z+w| \leq |z|+|w|$, dấu “=” xảy ra khi $z = hw$, $h \geq 0$.

+ $|z-w| \geq ||z|-|w||$, dấu “=” xảy ra khi $z = kw$, $k \geq 0$.

Cách 2





Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z - 6 + 8i$ và $-i\bar{w}$.

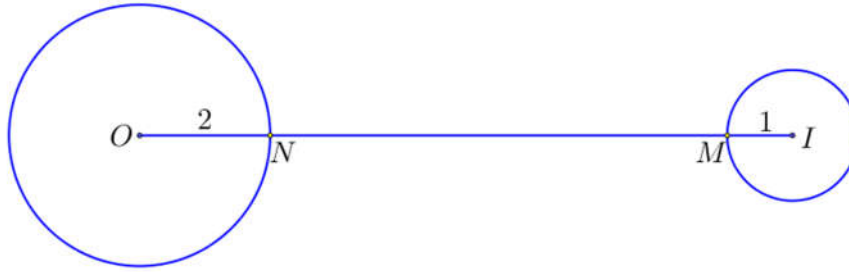
Ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow |(z - 6 + 8i) + (6 - 8i)| = 1 \Leftrightarrow MI = 1$, với $I(-6; 8)$.

Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn (T_1) tâm $I(-6; 8)$ và bán kính $R_1 = 1$.

Ta có $|-i\bar{w}| = |-i| \cdot |\bar{w}| = 2$. Suy ra tập hợp điểm N là đường tròn (T_2) tâm O và bán kính $R_2 = 2$.

Ta có $P = |z + i\bar{w} - 6 + 8i| = MN$.

$\Rightarrow \min P = OI - R_1 - R_2 = 10 - 1 - 2 = 7$ (do (T_1) và (T_2) rời nhau).



$$\text{, đạt được khi } \begin{cases} \overline{OM} = \frac{9}{10} \overline{OI} \\ \overline{ON} = \frac{1}{5} \overline{OI} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(-\frac{27}{5}; \frac{36}{5}\right) \\ N\left(-\frac{6}{5}; \frac{8}{5}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z - 6 + 8i = -\frac{27}{5} + \frac{36}{5}i \\ -i\bar{w} = -\frac{6}{5} + \frac{8}{5}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ w = -\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z - w| = \left| \frac{11}{5} - 2i \right| = \frac{\sqrt{221}}{5}.$$

Câu 46. [2D2-5.5-4] Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ thỏa mãn

$$27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{15x}?$$

A. 15.

B. 17.

C. 18.

D. 16.

Lời giải

FB tác giả: Thanh DuongthiVan

$$\text{Ta có } 27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{15x} \Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-15x} = 1+xy \Leftrightarrow 3x^2 + xy - 15x = \log_{27}(1+xy)$$

$$\text{Ta xét } f(x) = 3x^2 + xy - 15x - \log_{27}(1+xy), \quad xy > -1.$$

Ta có

$$f'(x) = 6x + y - 15 - \frac{y}{\ln 27 \cdot (1+xy)}$$

$$f''(x) = 6 + \frac{y^2}{\ln 27 \cdot (1+xy)^2} > 0 \text{ nên hàm số } f(x) \text{ là hàm lồi suy ra } f(x) \text{ có tối đa hai}$$

nghiệm.

Và $f(x)$ luôn có một nghiệm là $x = 0$, theo bài yêu cầu $f(x)$ có một nghiệm $x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$.





Ta có $xy > -1 \Leftrightarrow y > \frac{-1}{x}$, mà $x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ nên $\frac{-1}{x} \in \left(-3; -\frac{1}{5}\right)$ suy ra $y > -3$.

TH1: $y > 0$ mà $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \geq 1$,

từ $xy > -1 \Rightarrow x > \frac{-1}{y}$, do đó tập xác định của

$f(x)$ là $D = \left(\frac{-1}{y}; +\infty\right)$.

Đề $f(x)$ có nghiệm $x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ thì $\begin{cases} f\left(\frac{1}{3}\right) < 0 \\ f(5) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y-14}{3} - \log_{27}\left(1 + \frac{y}{3}\right) < 0 & (1) \\ 5y - \log_{27}(1+5y) > 0 & (2) \end{cases}$$

Xét $h(y) = \frac{y-14}{3} - \log_{27}\left(1 + \frac{y}{3}\right)$, có $h'(y) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3 \ln 27 \cdot \left(1 + \frac{y}{3}\right)} > 0 \quad \forall y > 0$ nên hàm số

đồng biến, và $h(y) = 0 \Leftrightarrow y \approx 15,66$. Do đó $\begin{cases} h(y) < 0 \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow y \leq 15$ (*)

Xét $g(y) = 5y - \log_{27}(1+5y) \Rightarrow g'(y) = 5 - \frac{5}{\ln 27 \cdot (1+5y)} > 0 \quad \forall y \geq 1$, do đó $g(y)$ là

hàm số đồng biến trên nửa khoảng $(1; +\infty)$ nên $g(y) \geq g(1) > 0 \quad \forall y \geq 1$ (**).

Từ (*),(**) ta có $1 \leq y \leq 15 \Rightarrow y \in \{1, 2, 3, \dots, 15\}$.

TH2: $y < 0$ mà $y \in \mathbb{Z}, y > -3$ nên $y \in \{-1; -2\}$.

từ $xy > -1 \Rightarrow x < \frac{-1}{y} \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$, do đó tập xác định của $f(x)$ là $D = \left(-\infty; \frac{-1}{y}\right)$.

Do $f(0) = 0$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{-1}{y}\right)^-} f(x) = +\infty$ nên hàm số có

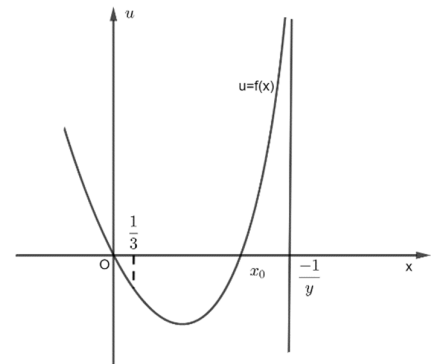
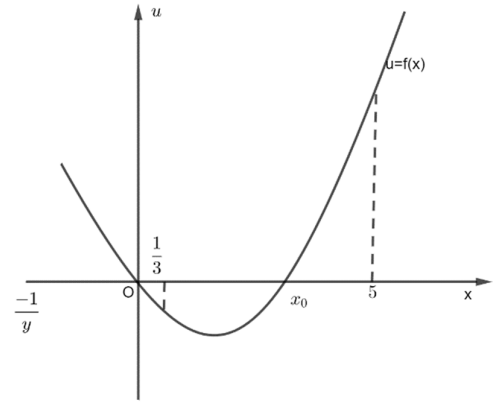
nghiệm $x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ khi và chỉ khi hàm số có nghiệm

$x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{-1}{y}\right)$ khi và chỉ khi

$f\left(\frac{1}{3}\right) < 0 \Leftrightarrow \frac{y-14}{3} - \log_{27}\left(1 + \frac{y}{3}\right) < 0$ luôn đúng với

mọi $y \in \{-1; -2\}$.

Vậy $y \in \{-2, -1, 1, 2, 3, \dots, 15\}$ nên có 17 giá trị của y thỏa mãn đề.





Nhận xét: **TH2** có thể bấm máy thử trực tiếp.

Câu 47. [2D3-3.2-4] Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $3\ln 2$.

B. $\ln 2$.

C. $2\ln 3$.

D. $\ln 15$.

Lời giải

FB tác giả: Thành Nguyễn

Ta có $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) = x^3 + (3+a)x^2 + (b+2a+6)x + 2a+b+c$.

Suy ra: $g'(x) = 3x^2 + 2(3+a)x + b+2a+6$.

Xét phương trình

$$\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow g(x) = f(x) - 6 \Leftrightarrow x^3 + (3+a)x^2 + (b+2a+6)x + 2a+b+c = x^3 + ax^2 + bx + c - 6$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2(a+3)x + 2a+b+6 = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$$

Vì $g(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3 nên giả sử $g(x_1) = -5$; $g(x_2) = 3$

Diện tích hình phẳng cần tìm

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} \left| \frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 \right| dx &= \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{f(x) - g(x) - 6}{g(x)+6} \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{g'(x)}{g(x)+6} \right) dx \right| \\ &= \left| \ln |g(x)+6| \Big|_{x_1}^{x_2} \right| = \left| \ln |g(x_2)+6| - \ln |g(x_1)+6| \right| = \ln 9 = 2 \ln 3 \end{aligned}$$

Câu 48. [2H3-3.7-3] Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-6=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{7}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{1}$.

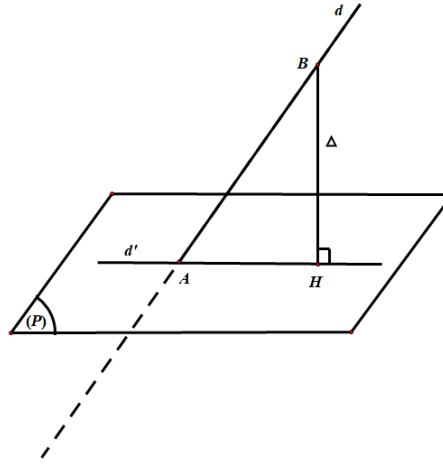
C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{7}$.

Lời giải

FB tác giả: Thu Nguyễn





+) Gọi $A = d \cap (P)$.

Xét hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-2} \\ x+2y-z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=-1 \\ 2x+z=1 \\ x+2y-z=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=-1 \end{cases} \text{ suy ra } A(1;2;-1)$$

+) Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=-1-2t \end{cases}$

Lấy $B(2;3;-3) \in d$.

+) Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Vector chỉ phương của đường thẳng (Δ) là $\vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{(P)} = (1;2;-1)$

Phương trình đường thẳng (Δ) là: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-1}$.

+) Gọi $H = \Delta \cap (P)$

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-1} \\ x+2y-z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=1 \\ x+z=-1 \\ x+2y-z=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{6} \\ y=\frac{4}{3} \\ z=-\frac{13}{6} \end{cases} \text{ suy ra } H\left(\frac{7}{6}; \frac{4}{3}; -\frac{13}{6}\right)$$

+) Ta có H là hình chiếu của điểm B trên (P) .

+) Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên (P) .

Suy ra d' đi qua hai điểm A và H .

+) Ta có vec tơ chỉ phương của đường thẳng d' là: $\vec{AH} = \left(\frac{1}{6}; -\frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right) \Rightarrow \vec{u}_{d'} = (-1; 4; 7)$.

+) Vậy phương trình đường thẳng d' là: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{7}$

Suy ra: Đáp án A.





Câu 49: [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 4$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

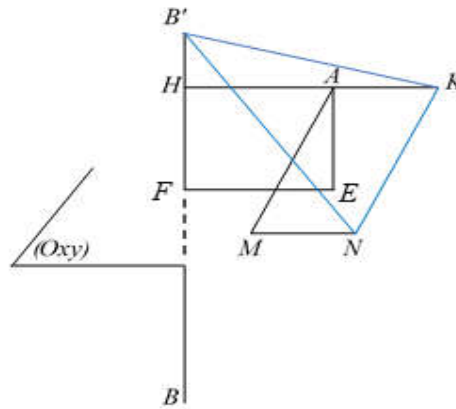
A. $\sqrt{85}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{61}$.

D. $3\sqrt{13}$.

Lời giải



Để thấy A, B nằm hai phía của mặt phẳng (Oxy) .

Gọi B' đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) suy ra $B'(-2;1;4)$, $BN = B'N$.

Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của A và B' lên mặt phẳng (Oxy) , ta có

$E(1;-3;0)$, $F(-2;1;0)$. Do đó $\overrightarrow{EF} = (-3;4;0) \Rightarrow EF = 5$.

Dựng $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{MN}$ suy ra $AM = KN$.

Vậy $|AM - BN| = |KN - B'N| \leq B'K$.

Ta đi tìm giá trị lớn nhất của $B'K$.

Do MN nằm trên mặt phẳng (Oxy) , $AK \parallel MN$ nên $AK \parallel (Oxy)$. Suy ra K nằm trên mặt phẳng chứa A , song song với $mp(Oxy)$. Mà $AK = MN = 4$ nên quỹ tích K là đường tròn tâm $A(1;-3;2)$, bán kính $R = 4$.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng $BB' \Rightarrow AH \perp BB' \Rightarrow B'H = 2$.

Có $B'K^2 = B'H^2 + HK^2 \leq 4 + (HA + 4)^2 = 4 + (5 + 4)^2 = 85$. Dấu "=" khi A nằm giữa H, K .

Vậy GTLN của $|AM - BN|$ là $\sqrt{85}$.

Câu 50. [2D1-2.6-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-10)(x^2 - 25)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 8x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 25.

B. 10.

C. 5.

D. 9.

Lời giải

FB tác giả: Trần Tú

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 5 \\ x = -5 \end{cases}.$$





$$\text{Xét } g(x) = f(|x^3 + 8x| + m). \quad g'(x) = (3x^2 + 8) \cdot \frac{x^3 + 8x}{|x^3 + 8x|} \cdot f'(|x^3 + 8x| + m)$$

Ta có: $g'(x)$ không xác định tại $x=0$. Suy ra hàm số $g(x) = f(|x^3 + 8x| + m)$ luôn có một điểm cực trị là $x=0$.

$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 8x| + m = 10 \\ |x^3 + 8x| + m = 5 \\ |x^3 + 8x| + m = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 8x| = -m + 10 \\ |x^3 + 8x| = -m + 5 \\ |x^3 + 8x| = -m - 5 \end{cases} \quad (1)$$

Xét hàm số $h(x) = |x^3 + 8x|$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Do $g(x)$ luôn có một điểm cực trị là $x=0$. Nên để $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì hệ (1) phải có ít nhất 2 nghiệm bội lẻ. Dựa vào bảng biến thiên $h(x) = |x^3 + 8x|$ thì điều kiện đủ là trong 3 phương trình của hệ (1) có ít nhất một phương trình có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Tức là } \begin{cases} -m + 10 > 0 \\ -m + 5 > 0 \\ -m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 10 \\ m < 5 \\ m < -5 \end{cases} .$$

Do m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; \dots; 9\}$ hay có 9 giá trị của m thỏa mãn.

-----HẾT-----

