

Câu 1 (4,0 điểm). Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $|x - 3| + 7 = 2x$.

b) $(1 - 5x)(x^2 + 2) \geq 0$.

Câu 2 (4,0 điểm). Cho biểu thức $P(x) = \left(x - 3 + \frac{1}{x - 1}\right) : \left(x - 1 - \frac{1}{x - 1}\right)$ với $x \notin \{0; 1; 2\}$.

a) Rút gọn P.

b) Tìm x để $P(x) \geq 1$.

Câu 3 (3,0 điểm).

a) Cho hai số thực x và y thỏa mãn $x + y = 4$ và $xy = 1$. Tính giá trị biểu thức

$$A = (x^2 + 1)(y + 2) + (x + 2)(y^2 + 1).$$

b) Cho a, b, c là ba số thực khác 0 thỏa mãn $abc = a + b + c$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$. Tính giá

trị biểu thức $B = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

Câu 4 (6,0 điểm). Cho hình bình hành ABCD có đường chéo AC lớn hơn đường chéo BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B và D xuống đường thẳng AC. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của C xuống đường thẳng AB và AD.

c) Tứ giác BEDF là hình gì? Vì sao?

b) Chứng minh rằng: $CH \cdot CD = CB \cdot CK$.

c) Chứng minh rằng: $AB \cdot AH + AD \cdot AK = AC^2$.

Câu 5 (3,0 điểm).

a) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = abc$. Chứng minh rằng

$$a + b + c \geq 3 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

b) Tìm nghiệm nguyên $(x; y)$ của phương trình

$$x^2 = y(y + 1)(y + 2)(y + 3).$$

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Chữ ký của giám thị 1:..... Chữ ký của giám thị 2:.....

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (4,0 điểm)	a) (2,0 điểm)	
	Nếu $x - 3 \geq 0$ hay $x \geq 3$ thì $ x - 3 = x - 3$.	0,25
	Nếu $x - 3 < 0$ hay $x < 3$ thì $ x - 3 = 3 - x$.	
	* TH1: Với $x \geq 3$, PT đã cho trở thành $x - 3 + 7 = 2x \Leftrightarrow x = 4$ (t/m).	0,75
	* TH2: Với $x < 3$, PT đã cho trở thành $3 - x + 7 = 2x \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$ (loại).	0,75
	Vậy PT đã cho có nghiệm $x = 4$.	0,25
	b) (2,0 điểm)	
Vì $x^2 + 2 > 0$ với mọi x nên BPT đã cho tương đương với $1 - 5x \geq 0$	1,0	
$1 - 5x \geq 0 \Leftrightarrow 5x \leq 1 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{5}$. Vậy nghiệm của BPT ban đầu là $x \leq \frac{1}{5}$.	1,0	
Câu 2 (4,0 điểm)	a) (2,0 điểm)	
	$P(x) = \left(x - 3 + \frac{1}{x-1} \right) : \left(x - 1 - \frac{1}{x-1} \right) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x-1} : \frac{x^2 - 2x}{x-1}$	1,0
	$= \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x} = \frac{(x-2)^2}{x(x-2)} = \frac{x-2}{x}$	1,0
	b) (2,0 điểm)	
Với điều kiện $x \notin \{0; 1; 2\}$ ta có		
$P(x) \geq 1 \Leftrightarrow \frac{x-2}{x} \geq 1 \Leftrightarrow 1 - \frac{2}{x} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2}{x} \leq 0 \Leftrightarrow x < 0.$		
Vậy với $x < 0$ thì $P(x) \geq 1$.		
Câu 3 (3,0 điểm)	a) (1,5 điểm)	
	$\begin{aligned} A &= (x^2 + 1)(y + 2) + (x + 2)(y^2 + 1) = x^2y + 2x^2 + y + 2 + xy^2 + x + 2y^2 + 2 \\ &= xy(x + y) + 2(x^2 + y^2) + (x + y) + 4 \\ &= xy(x + y) + 2[(x + y)^2 - 2xy] + (x + y) + 4 \end{aligned}$	1,0
	Thay số, ta được $A = 40$.	0,5
	b) (1,5 điểm)	
	$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^2 = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2 \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \right) = 4$	1,0
$\Rightarrow B = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 4 - 2 \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \right) = 4 - 2 \frac{a+b+c}{abc} = 4 - 2 \cdot 1 = 2.$	1,0	

	Vậy B = 2.	
	a) (2,0 điểm)	
	Ta có BE và DF cùng vuông góc với AC. Do đó $BE \parallel DF$ (1)	0,5
	Xét hai tam giác vuông AFD và CEB có $AD = BC$ và $\widehat{DAF} = \widehat{BCE}$ nên bằng nhau. Suy ra $BE = DF$ (2)	1,0
	Từ (1) và (2) suy ra tứ giác BEDF là hình bình hành.	0,5
	b) (2,0 điểm)	
Câu 4 (6,0 điểm)	Ta có $\widehat{EBH} + \widehat{EBA} = 180^\circ$; $\widehat{EDK} + \widehat{EDA} = 180^\circ$ mà $\widehat{EBA} = \widehat{EDA}$ nên suy ra $\widehat{EBH} = \widehat{EDK}$.	1,0
	Xét hai tam giác vuông CHB và CKD có $\widehat{EBH} = \widehat{EDK}$ nên đồng dạng với nhau. Do đó ta có $\frac{CH}{CK} = \frac{CB}{CD} \Rightarrow CH \cdot CD = CB \cdot CK$.	1,0
	c) (2,0 điểm)	
	Xét hai tam giác vuông ACH và ABE có góc A chung nên đồng dạng với nhau. Suy ra $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AH} \Rightarrow AB \cdot AH = AC \cdot AE$.	1,0
Xét hai tam giác vuông AKC và AFD có góc A chung nên đồng dạng với nhau. Suy ra $\frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AK} \Rightarrow AD \cdot AK = AC \cdot AF$.		
	Vậy $AB \cdot AH + AD \cdot AK = AC(AE + AF)$.	
	Mặt khác theo cmt thì $AF = EC$. Do đó ta có $AB \cdot AH + AD \cdot AK = AC(AE + EC) = AC \cdot AC = AC^2$ (đpcm).	1,0
Câu 5 (3,0 điểm)	$a + b + c \geq 3\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \Leftrightarrow a + b + c \geq 3\left(\frac{bc + ac + ab}{abc}\right)$	0,5
	$\Leftrightarrow a + b + c \geq 3\left(\frac{bc + ac + ab}{a + b + c}\right) \Leftrightarrow (a + b + c)^2 \geq 3(bc + ac + ab)$	0,5
	$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq bc + ac + ab$	0,5
	$\Leftrightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(bc + ac + ab)$	
	$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$	
	$x^2 = y(y + 1)(y + 2)(y + 3) \Leftrightarrow x^2 = y(y + 3)(y + 1)(y + 2)$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 = (y^2 + 3y)(y^2 + 3y + 2)$	
	Đặt $t = y^2 + 3y + 1$ ta được	0,5
	$x^2 = (t - 1)(t + 1) \Leftrightarrow x^2 = t^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 - t^2 = -1 \Leftrightarrow (x - t)(x + t) = -1$	
	Vì x, y là những số nguyên nên $x - t$ và $x + t$ cũng là những số nguyên. Do đó ta có hai trường hợp sau:	

	<p>* TH1: $x - t = 1$ và $x + t = -1$. Suy ra $x = 0$ và $t = -1$. Với $t = -1$ thì $y^2 + 3y + 1 = -1 \Leftrightarrow y^2 + 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow (y + 1)(y + 2) = 0$ $\Leftrightarrow y = -1$ hoặc $y = -2$.</p>	0,25
	<p>* TH2: $x - t = -1$ và $x + t = 1$. Suy ra $x = 0$ và $t = 1$. Với $t = 1$ thì $y^2 + 3y + 1 = 1 \Leftrightarrow y^2 + 3y = 0 \Leftrightarrow y(y + 3) = 0 \Leftrightarrow y = 0$ hoặc $y = -3$.</p>	0,25
	<p>Vậy PT đã cho có 4 nghiệm nguyên $(x; y)$ là $(0; -3), (0; -2), (0; -1), (0; 0)$</p>	0,5

-----Hết-----