**Bài 4.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với





Đặt    phương trình trở thành



Dễ thấy  Ta có 

Từ đó suy ra,  và phương trình tương đương với

  

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất 

**- Bình luận.** Một lời giải thể hiện sự tinh tế của một người đam mê bất đẳng thức, mọi phép sử dụng ẩn phụ đều hướng về bất đẳng thức 3 biến. Ngoài cách đánh giá trên, ta có thể phân tích đơn giản là 

**Bài 5.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  Xét hàm số  ta có

  suy ra  là hàm đồng biến trên  Xét hàm số  ta có:  , suy ra  là hàm nghịch biến trên . Mặt khác ta có  phương trình có nghiệm duy nhất  Vậy  là nghiệm của phương trình đã cho.

**- Bình luận.** Tuy lời giải toán không có điều gì mới mẻ, song lại thể hiện được sự quan sát tinh tế của người giải toán.

**Bài 6.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  Do đó, ta chia hai vế phương trình cho  và biến đổi về dạng



Đặt   

Từ đó phương trình  trở thành 

Xét hàm số  nhận thấy hàm số trên đồng biến trên  nên ta có     vô nghiệm vì  Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

**- Bình luận.** Sự quan sát tinh tế và vận dụng những kỉ năng quen thuộc đã đưa đến một lời giải đẹp bất ngờ.

Bài tập tương tự. giải phương trình 

**Bài 7.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với









Do  nên phương trình  vô nghiệm.

Vậy  là nghiệm của phương trình đã cho.

**- Bình luận.** Sự nhẹ nhàng trong lời giải đã biến một bài toán tưởng chừng như phức tạp thành một bài toán hết sức đơn giản.

**Bài 8.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  đặt  Phương trình đã cho tở thành







 

Do 

Với  thay trở lại ta tìm được 

Kết luận. Nghiệm của phương trình đã cho là 

**- Bình luận.** Một bài toán khó phải được giải nhẹ nhàng bawgf kỹ thuật truy ngược dấu biểu thức liên hợp.

**Bài 9.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  đặt   Phương trình đã cho trở thành





 

Do  

Với , thay trở lại ta tìm được 

**- Bình luận.** Lời giải hay ở chỗ, tác giả đã sử dụng lượng liên hợp để đánh giá cả phương trình.

**Bài 10.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với



Đặt    Phương trình đã cho trở thành



Ta xét hàm số  thì   Suy ra,  là hàm đồng biến, cho nên ta luôn có: 

Mặt khác, từ  ta có  

Vậy nên  sẽ trở thành  Đẳng thức xảy ra khi 

Nhận thấy   không phải là nghiệm của phương trình, nên ta có

   

Vậy  là nghiệm của phương trình đã cho.

**- Bình luận.** Lời giải trên rất tinh tế khi dùng kiến thức về tính chất hàm đồng biến căn bản là khi f là hàm đồng biến trên tập xác định. Việc còn lại là biến đổi bài toán về dạng đơn giản hơn. Từ đây nhiều hướng suy nghĩ mới về việc sang tạo phương trình này ra.

Bài tập tương tự.

Giải phương trình 

**3. Tuyển chọn một số phương trình có chứa nhiều dấu căn thức.**

**Bài 1.** Giải phương trình  (Tạp chí TH&TT – T4/436)

**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với





 

Do .

**- Bình luận.** Một lần nữa ta nhìn lại sự tinh tế của kỹ thuật truy ngược dấu biểu thức liên hợp.

**Bài 2.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với:









Mặt khác, ta có:  vô nghiệm do  Vì vậy, ta có  

Vậy phương trình có một nghiệm .

**- Bình luận.** Thoạt nhìn lời giải có vẻ phức tạp. Tuy nhiên nó là lời giải rất nhanh chóng nhờ vào kỹ thuật nhân tử CaSiO để đưa phương trình vô tỷ về dạng tích.

**Bài 3.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Nhận thấy  là một nghiệm phương trình, ta xét 

Gọi k là số thực dương sao cho  và 

Từ đó suy ra  

 

Công việc còn lại khá đơn giản, xin nhường cho bạn đọc.

Đáp số:  

**- Nhận xét.** Biểu diễn một phương trình theo k, phương trình còn lại theo ẩn x và k, với cách xử lí như thế, ta sẽ giảm tải tính toán và tìm được mối liên hệ giữa hai biểu thức k, x. Ngoài ra, các bạn có thể nhân lượng liên hợp đưa phương trình về 

**Bài 4.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  Ta chú ý đến các đẳng thức sau







Từ đó suy ra phương trình đã cho trở thành





Từ điều kiện suy ra  Đẳng thức xảy ra khi 

Vậy phương trình có nghiệm là  

**- Nhận xét.** Từ bài toán hai lớp căn thức đưa về một biểu thức căn thức duy nhất. Có thể bình bài toán duới dạng đưa từ cái bình thường thành khó để rồi biến cái khó về đơn giản.  là nét thú vị của bài toán này.

**Bài 5.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện 

Phương trình đã cho được viết lại thành



Xét hàm số  trên đoạn  ta có

  

và  

ta nhận thấy, với  

và 

Từ đó, suy ra  là hàm đồng biến trên  và nghịch biến trên  nên   

Vậy,  là nghiệm của phương trình đã cho.

**- Bình luận.** Lời giải trên độc đáo ở điểm, đã phát hiện ra hàm  không đồng biến, hoặc nghịch biến trên toàn tập xác định, chính vì thế, ta cần chia khoảng để xét sự biến thiên của  Câu hỏi lúc này là, tại sao ta lại chọn giá trị chia là  vì khi đó, ta có 

Bài tập tương tự.

1) Giải phương trình 

2) Giải phương trình 

**Bài 6.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  Phương trình đã cho biến đổi thành



Bây giờ, ta xét hàm số   Ta có,   nên suy ra  là hàm đồng biến trên 

Từ đó ta suy ra, 

 

Đặt    và 

Từ đó  trở thành   

Từ đó ta suy ra hệ phương trình  

Đến đây chỉ việc giải bài toán với hai ẩn   đơn giản, phần còn lại xin dành cho bạn đọc.

**Bài 7.** Giải phương trình 

Điều kiện  Phương trình đã cho tương đương với



Đặt  phương trình trở thành



Xét hàm số  

 suy ra  là hàm đồng biến trên 

Nên ta có    

So với điều kiện, ta nhận  là nghiệm của phương trình.

Vậy  là nghiệm của phương trình đã cho.

**- Nhận xét.** Bài toán đẹp bởi sự thay đổi của lớp căn thức, nhưng ý tưởng vẫn là dùng phương pháp hàm số để giải, việc đưa một biểu thức từ căn bậc  nhiều lúc có thể giúp chúng ta giảm tải tính toán đi. Đây là lối suy ngược khá thú vị.

**Bài tập tương tự.**

1. Giải phương trình 

2. Giải phương trình 

**Bài 8.** Giải phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện   

Phương trình đã cho tương đương với:





Xét hàm số:  

 

  

  

Kết hợp với điều kiện ta có  là nghiệm của phương trình.

Vậy  là nghiệm của phương trình đã cho.

**- Bình luận.** Loạt các bài toán trên cho chúng ta nhiều cách nhìn về lớp bài toán sử dụng hàm số đại diện. Loại toán đang được ưa chuộng trong các đề thi.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

https://www.vnteach.com