

▮ BÀI GIẢNG 4 : PHƯƠNG TRÌNH MẪU 4



LÝ THUYẾT



Memorize :



Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 76: Tìm số đo của góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 trong các trường hợp sau:

- a) $d_1 : 5x - 3y + 1 = 0$ và $d_2 : 10x - 6y - 7 = 0$;
b) $d_1 : 7x - 3y + 7 = 0$ và $d_2 : 3x + 7y - 10 = 0$;
c) $d_1 : 2x - 4y + 9 = 0$ và $d_2 : 6x - 2y - 2023 = 0$;

 **Lời giải :**

Câu 77: Xác định góc giữa hai đường thẳng trong các trường hợp sau:

- a) $\Delta_1 : 3x - 2y + 1 = 0$; $\Delta_2 : \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$
b) $\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - 4t' \\ y = 5 - 2t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$

 **Lời giải :**

Câu 78: Tìm m để góc hợp bởi hai đường thẳng $\Delta_1 : \sqrt{3}x - y + 7 = 0$ và $\Delta_2 : mx + y + 1 = 0$ một góc bằng 30° .

 **Lời giải :**

Câu 79: Cho đường thẳng $d: 3x - 2y + 1 = 0$ và $M(1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và tạo với d một góc 45° .

 **Lời giải :**

Câu 80: Cho 2 đường thẳng $\Delta_1 : 2x - y + 1 = 0$; $\Delta_2 : x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua gốc tọa độ sao cho Δ tạo với Δ_1 và Δ_2 tam giác cân có đỉnh là giao điểm Δ_1 và Δ_2 .

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 81: Tính số đo góc giữa hai đường thẳng trong mỗi trường hợp sau:

a) $\Delta_1: \begin{cases} x = -1 + \sqrt{3}t_1 \\ y = 1 + t_1 \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -1 + \sqrt{3}t_2 \\ y = 4 - t_2 \end{cases}$ b) $\Delta_3: 3x + y - 10 = 0$ và $\Delta_4: -2x + y - 7 = 0$

c) $\Delta_5: -\sqrt{3}x + 3y + 2 = 0$ và $\Delta_6: \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$ d) $\Delta_7: \begin{cases} x = t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$ và $\Delta_8: x + 5y - 5 = 0$

Lời giải

a) Δ_1 có vectơ chỉ phương $u_1 = (\sqrt{3}; 1)$.

Δ_2 có vectơ chỉ phương $u_2 = (\sqrt{3}; -1)$.

Do đó, ta có:
$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{2}$$
 . Vậy $(\Delta_1, \Delta_2) = 60^\circ$.

b) Δ_3 có vectơ pháp tuyến $n_3 = (3; 1)$, Δ_4 có vectơ pháp tuyến $n_4 = (-2; 1)$. Do đó, ta có:

$$\cos(\Delta_3, \Delta_4) = \left| \cos(\vec{n}_3, \vec{n}_4) \right| = \frac{|\vec{n}_3 \cdot \vec{n}_4|}{|\vec{n}_3| \cdot |\vec{n}_4|} = \frac{|3 \cdot (-2) + 1 \cdot 1|}{\sqrt{3^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
 . Vậy $(\Delta_3, \Delta_4) = 45^\circ$.

c) $(\Delta_5, \Delta_6) = 60^\circ$.

d) Ta có $\vec{n}_7 = (5; -1)$ và $\vec{n}_8 = (1; 5)$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của Δ_7 và Δ_8

Ta có: $\vec{n}_7 \cdot \vec{n}_8 = 5 \cdot 1 + (-1) \cdot 5 \Rightarrow \vec{n}_7 \perp \vec{n}_8 \Rightarrow (\Delta_7, \Delta_8) = 90^\circ$

Câu 82: Cho ba điểm $A(2; -1); B(1; 2)$ và $C(4; -2)$. Tính số đo góc $\widehat{BAC}$ và góc giữa hai đường thẳng $AB; AC$.

Lời giải

$$AB \text{ có vectơ chỉ phương là } \overrightarrow{AB} = (-1; 3) \text{ và } AC \text{ có vectơ chỉ phương là } \overrightarrow{AC} = (2; -1)$$

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-1 \cdot 2 + 3 \cdot (-1)}{\sqrt{(-1)^2 + 3^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-1)^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = 135^\circ \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

Câu 83: Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ bằng 45°

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 4) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 5$.

Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 3y - 12 = 0$.

Gọi $M(0; m) \in Oy \Rightarrow d(M, AB) = \frac{|3m - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3m - 12|}{5}$.

Diện tích tam giác MAB bằng 6 nên

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{|3m - 12|}{5} = 6 \Leftrightarrow |3m - 12| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = 0 \\ 3m = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \Rightarrow M(0; 0) \\ m = 8 \Rightarrow M(0; 8) \end{cases}$$

Câu 84: Có hai tàu điện ngầm A và B chạy trong nội đô thành phố cùng xuất phát từ hai ga, chuyển động đều theo đường thẳng. Trên màn hình ra đa của trạm điều khiển (được coi như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính theo ki-lô-mét), sau khi xuất phát t (giờ $t \geq 0$), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công

thức $\begin{cases} x = 7 + 36t \\ y = -8 + 8t \end{cases}$, vị trí của tàu B có tọa độ là $(9 + 8t; 5 - 36t)$.

a) Tính cosin góc giữa hai đường đi của hai tàu A và B .

b) Sau bao lâu kể từ thời điểm xuất phát hai tàu gần nhau nhất?

Lời giải

a) Tàu A di chuyển theo hướng cùng hướng với vectơ $u_1 = (36; 8)$; tàu B di chuyển theo hướng cùng hướng với vectơ $u_2 = (8; -36)$. Gọi φ là góc giữa hai đường đi của hai tàu.

Ta có:
$$\cos \varphi = \left| \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \right| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|36 \cdot 8 + 8 \cdot (-36)|}{\sqrt{36^2 + 8^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-36)^2}} = 0$$

b) Vị trí của tàu A sau khi xuất phát t (giờ) là điểm M có toạ độ là $(7+36t; -8+8t)$.
 Vị trí của tàu B sau khi xuất phát t (giờ) là điểm N có toạ độ là $(9+8t; 5-36t)$. Do đó
 $MN = \sqrt{(2-28t)^2 + (13-44t)^2}$. Suy ra

$$MN = \sqrt{(2-28t)^2 + (13-44t)^2} = \sqrt{2720 \left(t - \frac{157}{680} \right)^2 + \frac{4761}{170}} \geq \sqrt{\frac{4761}{170}} \\ \approx 5,29(km).$$

MN nhỏ nhất bằng xấp xỉ 5,29 khi $t = \frac{157}{680}$ (giờ).

Như vậy, sau $\frac{157}{680}$ giờ di chuyển thì hai tàu gần nhau nhất và cách nhau khoảng 5,29 km.

Câu 85: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(0;1)$ và hai đường thẳng $d_1: x-7y+17=0$, $d_2: x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và tạo với d_1, d_2 một tam giác cân tại giao điểm của d_1 và d_2 .

Lời giải

Phương trình đường phân giác góc tạo bởi d_1 và d_2 là :

$$\frac{|x-7y+17|}{\sqrt{1^2+(-7)^2}} = \frac{|x+y-5|}{\sqrt{1^2+1^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1: x+3y-13=0 \\ \Delta_2: 3x-y-4=0. \end{cases}$$

Đường thẳng Δ cần tìm đi qua $M(0;1)$ và song song với Δ_1 hoặc Δ_2

-Trường hợp Δ đi qua $M(0;1)$ và song song với Δ_1 thì Δ có phương trình : $x+3y-3=0$.

-Trường hợp Δ đi qua $M(0;1)$ và song song với Δ_2 thì Δ có phương trình : $3x-y+1=0$.

Vậy có hai đường thẳng cần tìm : $x+3y-3=0; 3x-y+1=0$.



Câu 86: Tìm số đo góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 trong mỗi trường hợp sau:

a) $\Delta_1: -2x+y+5=0$ và $\Delta_2: 3x+y+7=0$

b) $\Delta_1: \sqrt{3}x-y+7=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=-2-t \\ y=1-\frac{1}{\sqrt{3}}t. \end{cases}$

c) $\Delta_1: 4x + 3y + 5 = 0$ và $\Delta_2: 8x + 6y + 2025 = 0$.

d) $\Delta_1: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 3 + s \\ y = 1 - 3s \end{cases}$ (t, s là các tham số)

Lời giải

a) Ta có $\vec{n}_1 = (-2; 1), \vec{n}_2 = (3; 1)$ lần lượt là vector pháp tuyến của các đường thẳng Δ_1, Δ_2 . Suy ra

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|(-2) \cdot 3 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $(\Delta_1, \Delta_2) = 45^\circ$.

b) Ta có $\vec{u}_1 = (1; \sqrt{3}), \vec{u}_2 = \left(-1; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ lần lượt là vector chỉ phương của các đường thẳng Δ_1, Δ_2 . Suy ra

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2)| = \frac{\left|1 \cdot (-1) + \sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right|}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $(\Delta_1, \Delta_2) = 30^\circ$.

c) Δ_1 và Δ_2 có vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (4; 3)$ và $\vec{n}_2 = (8; 6)$. Ta có $\frac{4}{8} = \frac{3}{6}$, suy ra $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ là hai vector cùng phương. Vậy Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau.

Do đó $(\Delta_1, \Delta_2) = 0^\circ$.

d) Δ_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1(2; 4)$, Δ_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2(1; -3)$

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 , ta có:

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2)| = \frac{|2 \cdot 1 - 3 \cdot 4|}{\sqrt{2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Do đó góc giữa Δ_1 và Δ_2 là $\varphi \approx 26,6^\circ$.

Câu 87: Với giá trị nào của tham số m thì hai đường thẳng sau đây vuông góc
 $\Delta_1: mx + y + 8 = 0$ và $\Delta_2: x - y + m = 0$.

Lời giải.

Δ_1 có VTPT là $\vec{n}_1 = (m; 1)$.

Δ_2 có VTPT là $\vec{n}_2 = (1; -1)$.

Ta có: $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 88: Tìm m để góc hợp bởi hai đường thẳng $\Delta_1: \sqrt{3}x - y + 7 = 0$ và $\Delta_2: mx + y + 1 = 0$ một góc bằng 30° .

Lời giải

$$\cos(\Delta_1; \Delta_2) = \frac{|m\sqrt{3} - 1|}{\sqrt{3+1} \cdot \sqrt{m^2+1}}.$$

Ta có

Theo giả thiết, góc hợp bởi hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng 30° nên:

$$\begin{aligned}\cos 30^\circ &= \frac{|m\sqrt{3} - 1|}{2\sqrt{m^2+1}} \Leftrightarrow \sqrt{3(m^2+1)} = |m\sqrt{3} - 1| \\ \Leftrightarrow 3(m^2+1) &= (m\sqrt{3} - 1)^2 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

Vậy $m = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ là giá trị cần tìm.

Câu 89: Cho đường thẳng $d: 3x - 2y + 1 = 0$ và $M(1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và tạo với d một góc 45° .

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua M có dạng $a(x-1) + b(y-2) = 0, a^2 + b^2 \neq 0$ hay $ax + by - a - 2b = 0$.

Theo bài ra Δ tạo với d một góc 45° nên:

$$\begin{aligned}\cos 45^\circ &= \frac{|3a + (-2b)|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|3a - 2b|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \sqrt{26(a^2 + b^2)} = 2|3a - 2b| \\ \Leftrightarrow 5a^2 - 24ab - 5b^2 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ 5a = -b \end{cases}.\end{aligned}$$

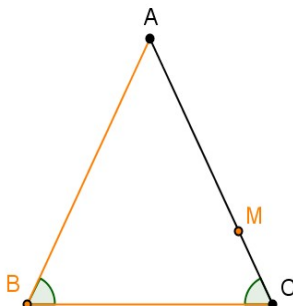
Nếu $a = 5b$, chọn $a = 5; b = 1$ ta được $\Delta: 5x + y - 7 = 0$.

Nếu $5a = -b$, chọn $a = 1; b = -5$ ta được $\Delta: x - 5y + 9 = 0$.

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn $x - 5y + 9 = 0; 5x + y - 7 = 0$.

Câu 90: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác cân ABC có cạnh đáy $BC: x - 3y - 1 = 0$, cạnh bên $AB: x - y - 5 = 0$. Đường thẳng AC đi qua $M(-4; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

Lời giải



Gọi $\vec{n}(a; b)$ với $(a^2 + b^2 \neq 0)$ là véc tơ pháp tuyến của AC , véc tơ $\vec{n}_1(1; -3)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng BC , $\vec{n}_2(1; -1)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB .

Ta có: $\cos B = \cos C \Leftrightarrow |\cos(\vec{n}, \vec{n}_1)| = |\cos(\vec{n}_2, \vec{n}_1)|$

$$\Leftrightarrow \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}_1|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}_1|} = \frac{|\vec{n}_2 \cdot \vec{n}_1|}{|\vec{n}_2| \cdot |\vec{n}_1|} \Leftrightarrow \frac{|a - 3b|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 + 3|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}}$$

$$2\sqrt{2(a^2 + b^2)} = |a - 3b| \Leftrightarrow 7a^2 + 6ab - b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ 7a = b \end{cases}$$

+ Với $a = -b$ chọn $a = 1, b = -1 \Rightarrow \vec{n}(1; -1)$ loại vì $AC \parallel AB$

+ Với $a = \frac{b}{7}$ chọn $a = 1; b = 7 \Rightarrow AC: x + 7y - 3 = 0$. Điểm $C = AC \cap BC \Rightarrow C\left(\frac{8}{5}; \frac{1}{5}\right)$

THỦ THUẬT

Câu 91: Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $x + 2y + 1 = 0$. B. $2x - y = 0$. C. $-x + 2y + 1 = 0$. D. $-2x + 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta kiểm tra lần lượt các đường thẳng

.+) Với $d: x + 2y + 1 = 0$ có $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_1 .

.+) Với $d_2: 2x - y = 0$ có $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_2 .

.+) Với $d_3: -x + 2y + 1 = 0$ có $\frac{-1}{1} = \frac{2}{-2} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow d$ trùng d_3 .

.+) Với $d_4: -2x + 4y - 1 = 0$ có $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \neq \frac{-1}{-1} \Rightarrow d$ song song d_4 .

Câu 92: Tìm các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 3m + 1$ song song với đường thẳng $y = x - 5$.

A. $m = \pm 2$. B. $m = \pm \sqrt{2}$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn D

Để đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 3m + 1$ song song với đường thẳng $y = x - 5$ thì điều kiện là

$$\begin{cases} m^2 - 3 = 1 \\ 3m + 1 \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 93: Hai đường thẳng $d_1: mx + y = m - 5, d_2: x + my = 9$ cắt nhau khi và chỉ khi

A. $m \neq -1$. B. $m \neq 1$. C. $m \neq \pm 1$. D. $m \neq 2$.

Lời giải

Chọn C

CÁCH 1

-Xét $m = 0$ thì $d_1: y = -5, d_2: x = 9$. Rõ ràng hai đường thẳng này cắt nhau nên $m = 0$ thỏa

mãn (1).

-Xét $m \neq 0$ thì $d_1: y = -mx + m - 5$ và $d_2: y = -\frac{x}{m} + 9$

Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow -m \neq -\frac{1}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq \pm 1 \end{cases} \quad (2)$.

Từ (1) và (2) ta có $m \neq \pm 1$.

CÁCH 2

d_1 và d_2 theo thứ tự nhận các vector $n_1 = (m; 1), n_2 = (1; m)$ làm vec tơ pháp tuyến.

d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow n_1$ và n_2 không cùng phương $\Leftrightarrow m.m \neq 1.1 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

(Áp dụng tính chất: $n_1 = (a; b)$ và $n_2 = (c; d)$ cùng phương $\Leftrightarrow a.d = b.c$)

Câu 94: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: 3x + 4y + 10 = 0$ và $d_2: (2m - 1)x + m^2y + 10 = 0$ trùng nhau?

- A. $m \neq \pm 1$. B. $m = \pm 1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_2: (2m - 1)x + m^2y + 10 = 0 \\ d_1: 3x + 4y + 10 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1 \equiv d_2} \frac{2m - 1}{3} = \frac{m^2}{4} = \frac{10}{10}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 = 3 \\ m^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 95: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng có phương trình $d_1: mx + (m - 1)y + 2m = 0$ và $d_2: 2x + y - 1 = 0$. Nếu d_1 song song d_2 thì:

- A. $m = 2$. B. $m = -1$. C. $m = -2$. D. $m = 1$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: mx + (m - 1)y + 2m = 0 \\ d_2: 2x + y - 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \frac{m}{2} = \frac{m - 1}{1} \neq \frac{2m}{-1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \neq 2 \\ m = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 96: Tìm m để hai đường thẳng $d_1: 2x - 3y + 4 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ cắt nhau.

- A. $m \neq \frac{1}{2}$. B. $m \neq 2$. C. $m \neq \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x - 3y + 4 = 0 \\ d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{n_1} = (2; -3) \\ \vec{n_2} = (4m; -3) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \frac{4m}{2} \neq \frac{-3}{-3} \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}.$$

Chọn C.

Câu 97: Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y + 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a + 1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau?

- A. $a = -2$. B. $a = 2$. C. $a = -1$. D. $a = 1$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x - 4y + 1 = 0 \\ d_2: \begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = (1; -2) \\ \vec{n}_2 = (a+1; a) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \perp d_2} \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow a+1-2a=0 \Leftrightarrow a=1.$$

Chọn D.

Câu 98: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng trùng nhau?

$$d_1: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = -6 + (1-2m)t \end{cases}$$

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m \neq \pm 2$.

Lời giải

$$\left. \begin{aligned} d_1: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \end{cases} \rightarrow \vec{u}_1 = (2; -3) \\ d_2: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = -6 + (1-2m)t \end{cases} \rightarrow A(2; -6) \in d_2, \vec{u}_2 = (m; 1-2m) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{d_1 \equiv d_2} \begin{cases} A \in d_1 \\ \frac{m}{2} = \frac{1-2m}{-3} \Leftrightarrow m = 2. \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 99: Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng trùng nhau.

$$d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: 4x - 3y + m = 0$$

- A. $m = -3$. B. $m = 1$. C. $m = \frac{4}{3}$. D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

$$\left. \begin{aligned} d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases} \rightarrow A(2; 1) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; m) \\ d_2: 4x - 3y + m = 0 \rightarrow \vec{u}_2 = (3; 4) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{d_1 \equiv d_2} \begin{cases} A \in d_2 \\ \frac{2}{3} = \frac{m}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} 5+m=0 \\ m=\frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset. \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 100: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng song song?

$$d_1: 2x + y + 4 - m = 0 \quad \text{và} \quad d_2: (m+3)x + y + 2m - 1 = 0$$

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Lời giải

$$\text{Với } m = 4 \rightarrow \begin{cases} d_1: 2x + y = 0 \\ d_2: 7x + y + 7 = 0 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 \neq \emptyset \rightarrow \text{loại } m = 4.$$

Với $m \neq 4$ thì

$$\begin{cases} d_1: 2x + y + 4 - m = 0 \\ d_2: (m+3)x + y - 2m - 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \frac{m+3}{2} = \frac{1}{1} \neq \frac{-2m-1}{4-m} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Chọn B.

Câu 101: Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng $\Delta_1: 2x - 3my + 10 = 0$ và $\Delta_2: mx + 4y + 1 = 0$ cắt nhau.

- A. $1 < m < 10$. B. $m = 1$. C. Không có m . D. Với mọi m .

Lời giải

$$\begin{cases} \Delta_1: 2x - 3my + 10 = 0 \\ \Delta_2: mx + 4y + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m = 0 \rightarrow \begin{cases} \Delta_1: x + 5 = 0 \\ \Delta_2: 4y + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow m = 0 \text{ (thoả mãn)} \\ m \neq 0 \xrightarrow{\Delta_1 \cap \Delta_2 = \emptyset} \frac{2}{m} \neq \frac{-3m}{4} \Leftrightarrow \forall m \neq 0 \end{cases}.$$

Chọn D.

Câu 102: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1: mx + y - 19 = 0$ và $\Delta_2: (m-1)x + (m+1)y - 20 = 0$ vuông góc?

- A. Với mọi m . B. $m = 2$. C. Không có m . D. $m = \pm 1$.

Lời giải

$$\begin{cases} \Delta_1: mx + y - 19 = 0 \rightarrow n_1 = (m; 1) \\ \Delta_2: (m-1)x + (m+1)y - 20 = 0 \rightarrow n_2 = (m-1; m+1) \end{cases} \rightarrow$$

Ta có: $\xrightarrow{\Delta_1 \perp \Delta_2} m(m-1) + 1(m+1) = 0 \Leftrightarrow m \in \emptyset.$

Câu 103: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x - 3y + 16 = 0$ và $x + 10 = 0$.

- A. $(-10; -18)$. B. $(10; 18)$. C. $(-10; 18)$. D. $(10; -18)$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 7x - 3y + 16 = 0 \\ d_2: x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = -18 \end{cases} \quad \text{Chọn A.}$$

Câu 104: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases}$

- A. $(1; 7)$. B. $(-3; 2)$. C. $(2; -3)$. D. $(5; 1)$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases} \\ d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 + 4t = 1 + 4t' \\ 2 + 5t = 7 - 5t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - t' = 1 \\ t + t' = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1} \begin{cases} x = 1 \\ y = 7 \end{cases}.$$

Chọn A.

Câu 105: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x + 3y - 19 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đã cho.

- A. (2;5). B. (10;25). C. (-1;7). D. (5;2).

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x + 3y - 19 = 0 \\ d_2: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases} \end{cases} \xrightarrow{d_1 \cap d_2} 2(22 + 2t) + 3(55 + 5t) - 19 = 0 \Leftrightarrow t = -10 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 106: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2;0)$, $B(1;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 - t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và d .

- A. (2;0). B. (-2;0). C. (0;2). D. (0;-2).

Lời giải

$$\begin{cases} A(-2;0), B(1;4) \rightarrow AB: 4x - 3y + 8 = 0 \\ d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 - t \end{cases} \rightarrow d: x - y + 2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{AB \cap d} \begin{cases} 4x - 3y + 8 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 107: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 3x - 4y + 15 = 0$, $d_2: 5x + 2y - 1 = 0$ và $d_3: mx - (2m - 1)y + 9m - 13 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

- A. $m = \frac{1}{5}$. B. $m = -5$. C. $m = -\frac{1}{5}$. D. $m = 5$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} d_1: 3x - 4y + 15 = 0 \\ d_2: 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(-1;3) \in d_3$

$$\rightarrow -m - 6m + 3 + 9m - 13 = 0 \Leftrightarrow m = 5. \text{ Chọn D.}$$

Câu 108: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 3x - 4y + 15 = 0$, $d_2: 5x + 2y - 1 = 0$ và $d_3: mx - 4y + 15 = 0$ đồng quy?

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 3x - 4y + 15 = 0 \\ d_2: 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(-1; 3) \in d$$

$\rightarrow -m - 12 + 15 = 0 \Leftrightarrow m = 3$. **Chọn C.**

Câu 109: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $\Delta': x + \sqrt{3}y - 1 = 0$.

- A. 90° . B. 120° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -\sqrt{3})$, đường thẳng Δ' có vector pháp tuyến $\vec{n}' = (1; \sqrt{3})$.

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng Δ, Δ' . $\cos \alpha = \left| \cos(\vec{n}, \vec{n}') \right| = \frac{|1 \cdot 1 - 3|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{1+3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Câu 110: Góc giữa hai đường thẳng $a: \sqrt{3}x - y + 7 = 0$ và $b: x - \sqrt{3}y - 1 = 0$ là:

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng a có vector pháp tuyến là: $\vec{n}_1 = (\sqrt{3}; -1)$;

Đường thẳng b có vector pháp tuyến là: $\vec{n}_2 = (1; -\sqrt{3})$.

Áp dụng công thức tính góc giữa hai đường thẳng có:

$\cos(a, b) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1 \cdot \sqrt{3} + (-1)(-\sqrt{3})}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Suy ra góc giữa hai đường thẳng bằng 30° .

Câu 111: Tìm cosin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn D

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n} = (2; 1)$ nên véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}' = (1; -1)$

$$\cos(\Delta_1; \Delta_2) = \left| \cos(\vec{u}; \vec{u}') \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}'|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}'|} = \frac{3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

Khi đó

Câu 112: Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ bằng 45° .

A. $a = 1, a = -14$. B. $a = \frac{2}{7}, a = -14$. C. $a = -2, a = -14$. D. $a = \frac{2}{7}, a = 14$.

Lời giải

Chọn B

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng đã cho.

Đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; -2)$.

Đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{v} = (4; -3)$.

Ta có $\cos \varphi = \left| \cos(\vec{u}, \vec{v}) \right| \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|4a + 6|}{5\sqrt{a^2 + 4}}$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{a^2 + 4} = \sqrt{2} |4a + 6| \Leftrightarrow 25a^2 + 100 = 32a^2 + 96a + 72$$

$$\Leftrightarrow 7a^2 + 96a - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{7} \\ a = -14 \end{cases}$$

Câu 113: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x + y - 3 = 0$ và $d_2: x - 2y + 1 = 0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y - 1 = 0$ một góc 45° có phương trình:

A. $x + (1 - \sqrt{2})y = 0$ hoặc $\Delta: x - y - 1 = 0$. B. $\Delta: x + 2y = 0$ hoặc $\Delta: x - 4y = 0$.

C. $\Delta: x - y = 0$ hoặc $\Delta: x + y - 2 = 0$. D. $\Delta: 2x + 1 = 0$ hoặc $y + 5 = 0$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x + y - 3 = 0 \\ d_2: x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(1; 1) \in \Delta.$$

Ta có $d_3: y - 1 = 0 \rightarrow \vec{n}_3 = (0; 1)$, gọi $\vec{n}_\Delta = (a; b)$, $\varphi = (\Delta; d_3)$. Khi đó

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \varphi = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{0+1}} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \rightarrow a=b=1 \rightarrow \Delta: x+y-2=0 \\ a=-b \rightarrow a=1, b=-1 \rightarrow \Delta: x-y=0 \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 114: Đường thẳng Δ tạo với đường thẳng $d: x+2y-6=0$ một góc 45° . Tìm hệ số góc k của đường thẳng Δ .

A. $k = \frac{1}{3}$ hoặc $k = -3$.

B. $k = \frac{1}{3}$ hoặc $k = 3$.

C. $k = -\frac{1}{3}$ hoặc $k = -3$.
 $k = 3$.

D. $k = -\frac{1}{3}$ hoặc

Lời giải

$d: x+2y-6=0 \rightarrow n_d = (1;2)$, gọi $\vec{n}_\Delta = (a;b) \rightarrow k_\Delta = -\frac{a}{b}$. Ta có

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ = \frac{|a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{5}} \Leftrightarrow 5(a^2+b^2) = 2a^2+8ab+8b^2$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 - 8ab - 3b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3}b \rightarrow k_\Delta = \frac{1}{3} \\ a = 3b \rightarrow k_\Delta = -3 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 115: Cho đường thẳng $d: 3x-4y-12=0$. Phương trình các đường thẳng qua $M(2;-1)$ và tạo với d một góc 45° là

A. $7x-y-15=0; x+7y+5=0$.

B. $7x+y-15=0; x-7y+5=0$.

C. $7x-y+15=0; x+7y-5=0$.

D. $7x+y+15=0; x-7y-5=0$.

Lời giải

Gọi $n = (A;B)$ và $A^2 + B^2 \neq 0$ là véc tơ pháp tuyến của Δ

Ta có: $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{|3A-4B|}{\sqrt{3^2+4^2} \cdot \sqrt{A^2+B^2}} \Leftrightarrow \sqrt{2}|3A-4B| = 5\sqrt{A^2+B^2}$

$$\Leftrightarrow 7A^2 + 48AB - 7B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B=7A \\ A=-7B \end{cases}$$

Với $B=7A$ chọn $A=1, B=7 \Rightarrow x+7y+5=0$

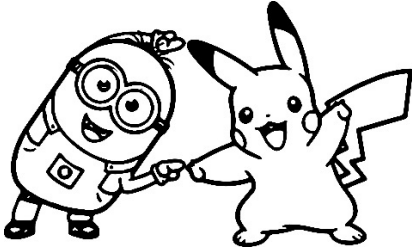
Với $A=-7B$ chọn $A=7, B=-1 \Rightarrow 7x-y-15=0$

niệm đáng nhớ.

▮ BÀI GIẢNG 5 : PHƯƠNG TRÌNH MẪU 5



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 116: Tính khoảng cách từ điểm M đến các đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) $M(3;1)$ và $d: \begin{cases} x=1+4t \\ y=2-3t \end{cases}$
 c) $M(2;3)$ và $d: 8x - 6y + 7 = 0$

b) $M(3;-1)$ và $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3}$
 d) $M(0;1)$ và $d: 4x + 9y - 20 = 0$

 **Lời giải :**

Câu 117: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

 **Lời giải :**

Câu 118: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình của đường thẳng qua $P(2;5)$ và cách $Q(5;1)$ một khoảng bằng 3.

 **Lời giải :**

Câu 119: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $S(x; y)$ di động trên đường thẳng d :
 $12x - 5y + 16 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất từ điểm $M(5; 10)$ đến điểm S .

 **Lời giải :**

Câu 120: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 4), B(3; 5)$.
Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $I(0; 1)$ sao cho khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ gấp hai lần khoảng cách từ B đến Δ .

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 121: Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) $M(-2; 1)$ và $\Delta: 2x - 3y + 5 = 0$.

b) $M(1; -3)$ và $\Delta: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$

Lời giải

a) Ta có:

$$d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot (-2) - 3 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

b) Đường thẳng Δ đi qua điểm $N(-2; 2)$, có vector pháp tuyến $n = (4; 3)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là

$$4(x + 2) + 3(y - 2) = 0 \text{ hay } 4x + 3y + 2 = 0.$$

$$\Rightarrow d(M, \Delta) = \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3}{5}.$$

Câu 122: Cho đường thẳng $\Delta: x - 3y + 3 = 0$.

a) Tính khoảng cách từ điểm $A(4; -1)$ đến đường thẳng Δ ;

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song Δ và $\Delta_1: x - 3y - 3 = 0$.

Lời giải

$$d(A, \Delta) = \frac{|4 - 3 \cdot (-1) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \sqrt{10}$$

a) Ta có:

$$d(M, \Delta_1) = \frac{|(-3) - 3 \cdot 0 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

b) Lấy $M(-3; 0) \in \Delta$. Ta có:

Vì hai đường thẳng Δ và Δ_1 song song nên khoảng cách giữa hai đường thẳng đó bằng $d(M, \Delta_1) = \frac{3\sqrt{10}}{5}$.

Câu 123: Trong mặt phẳng Oxy , tìm điểm M thuộc trục Ox sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta: 3x + y - 3 = 0$ bằng $\sqrt{10}$.

Lời giải

Do M thuộc Ox nên tọa độ của M có dạng $M(m; 0)$.

$$d(M, \Delta) = \frac{|3m + 0 - 3|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \sqrt{10}$$

Từ giả thiết ta có

$$m_1 = \frac{13}{3}; m_2 = -\frac{7}{3}$$

Giải phương trình ta được

$$M_1\left(\frac{13}{3}; 0\right); M_2\left(-\frac{7}{3}; 0\right)$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là

Câu 124: Cho đường thẳng $\Delta_m: (m-2)x + (m+1)y - 5m + 1 = 0$ với m là tham số, và điểm

$A(-3; 9)$. Giả sử $m = \frac{a}{b}$ (là phân số tối giản) để khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ_m là lớn nhất. Khi đó. Tính $S = 2a - b$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \Delta_m: (m-2)x + (m+1)y - 5m + 1 = 0 \Leftrightarrow m(x+y-5) + (-2x+y+1) = 0$$

Khi đó, Δ_m luôn đi qua điểm cố định $M(2; 3)$.

$$\text{Gọi } d = d(A, \Delta_m) = AH, H \in \Delta_m \Rightarrow d \leq AM$$

$\Rightarrow d$ lớn nhất khi $H \equiv M$ hay M là hình chiếu của A trên Δ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AM}(5; -6), \Delta_m \text{ có Vectơ chỉ phương } \vec{u} = (m+1; 2-m) \text{ và } AM \perp \Delta_m \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\Leftrightarrow 5(m+1) - 6(2-m) = 0 \Leftrightarrow 11m - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{11} \Rightarrow S = 2a - b = 2 \cdot 7 - 11 = 3$$

Câu 125: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng Δ cách điểm $A(1;1)$ một khoảng bằng 2 và cách điểm $B(2;3)$ một khoảng bằng 4.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm có dạng $\Delta: ax+by+c=0$ với $a^2+b^2 \neq 0$.

Vì Δ cách điểm $A(1;1)$ một khoảng bằng 2 nên

$$d(A, \Delta) = 2 \Leftrightarrow \frac{|a+b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2 \Leftrightarrow |a+b+c| = 2\sqrt{a^2+b^2} \quad (1)$$

Vì Δ cách điểm $B(2;3)$ một khoảng bằng 4 nên

$$d(B, \Delta) = 4 \Leftrightarrow \frac{|2a+3b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 4 \Leftrightarrow |2a+3b+c| = 4\sqrt{a^2+b^2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $|2a+3b+c| = 2|a+b+c| \Leftrightarrow \begin{cases} c=b \\ 3c = -4a-5b \end{cases}$

□ Trường hợp $c=b$. Thay vào (1), ta được:

$$|a+2b| = 2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 3a^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ 3a-4b=0 \end{cases}$$

+ Với $a=0$, ta chọn $b=1$ suy ra $c=b=1$. Khi đó $\Delta: y+1=0$.

+ Với $3a-4b=0$, ta chọn $a=4$ suy ra $b=3$ và $c=b=3$. Khi đó $\Delta: 4x+3y+3=0$.

□ Trường hợp $3c = -4a-5b$. Thay vào (1), ta được $|a+2b| = 6\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 35a^2 - 4ba + 32b^2 = 0$

. Ta coi đây như là phương trình bậc hai theo a và có $\Delta' = (2b)^2 - 35.32b^2 < 0$

nên phương trình vô nghiệm.

Vậy có hai đường thẳng cần tìm là $\Delta: y+1=0$ hoặc $\Delta: 4x+3y+3=0$.



Câu 126: Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong mỗi trường hợp sau:

a) $A(1;-2)$ và $\Delta_1: 3x-y+4=0$ b) $B(-3;2)$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=-2+t \\ y=1-2t \end{cases}$

Lời giải

a) $A(1;-2)$ và $\Delta_1: 3x-y+4=0$

$$d(A; \Delta_1) = \frac{|3 \cdot 1 - (-2) + 4|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{9}{\sqrt{10}} = \frac{9\sqrt{10}}{10}$$

b) $B(-3; 2)$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$

Đường thẳng Δ_2 qua điểm $T(-2; 1)$, có vectơ pháp tuyến $n = (2; 1)$.

Phương trình của đường thẳng Δ_2 là: $2 \cdot (x + 2) + (y - 1) = 0$. Từ đó, ta nhận được phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_2 là: $2x + y + 3 = 0$

Vậy
$$d(B; \Delta_2) = \frac{|2 \cdot (-3) + 2 + 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Câu 127: Có hai con tàu A và B cùng xuất phát từ hai bến, chuyển động đều theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình radar của trạm điều khiển (được coi như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính theo ki-lô-mét), sau khi xuất phát t

(giờ) ($t \geq 0$), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 35t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$, vị trí của tàu B có tọa độ là $N(4 - 30t; 3 - 40t)$.

a) Tính cosin góc giữa hai đường đi của hai tàu A và B .

b) Sau bao lâu kể từ thời điểm xuất phát hai tàu gần nhau nhất?

c) Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

Lời giải

a) Tàu A di chuyển theo hướng cùng hướng với vectơ $u_1 = (-35; 25)$; tàu B di chuyển theo hướng cùng hướng với vectơ $u_2 = (-30; -40)$. Gọi α là góc giữa hai đường đi của hai tàu.

Ta có:
$$\cos \alpha = \left| \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \right| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| |\vec{u}_2|} = \frac{|(-35)(-30) + 25(-40)|}{\sqrt{(-35)^2 + 25^2} \cdot \sqrt{(-30)^2 + (-40)^2}} = \frac{1}{5\sqrt{74}}.$$

b) Vị trí của tàu A tại thời điểm sau khi xuất phát t (giờ) ($t \geq 0$) là điểm M có tọa độ là $(3 - 35t; -4 + 25t)$

Vị trí của tàu B tại thời điểm sau khi xuất phát t (giờ) ($t \geq 0$) là điểm N có tọa độ là $(4 - 30t; 3 - 40t)$.

Do đó, $\vec{MN} = (1 + 5t; 7 - 65t)$. Suy ra

$$MN = \sqrt{(1+5t)^2 + (7-65t)^2} = \sqrt{4250t^2 - 900t + 50}$$

$$= \sqrt{4250 \left(t - \frac{9}{85}\right)^2 + \frac{40}{17}} \geq \sqrt{\frac{40}{17}} \approx 1,53(km).$$

MN nhỏ nhất xấp xỉ bằng $1,53 km$ khi $t = \frac{9}{85}$ giờ.

Như vậy, sau $\frac{9}{85}$ giờ kể từ thời điểm xuất phát thì hai tàu gần nhau nhất và cách nhau khoảng $1,53 km$.

c) Vị trí ban đầu của tàu A tại M_0 ứng với $t=0$, khi đó $M_0(3; -4)$.

Tàu B di chuyển theo đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $n=(40; -30)$ và đi qua điểm $K(4;3)$. Phương trình tổng quát của Δ là: $40(x-4) - 30(y-3)=0$ hay $4x - 3y - 7 = 0$.

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|4 \cdot 3 - 3 \cdot (-4) - 7|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{17}{5} = 3,4(km)$$

Ta có:

Kiểm tra thấy khoảng cách này bằng khoảng cách giữa tàu A tại M_0 và tàu B tại vị trí sau khi xuất phát $t = \frac{31}{250}$ (giờ).

Vậy nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng $3,4 km$.

Câu 128: Cho ba điểm $A(2;0), B(3;4)$ và $P(1;1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua P đồng thời cách đều A và B.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua P có dạng $a(x-1)+b(y-1)=0$ ($a^2+b^2 \neq 0$) hay $ax+by-a-b=0$. Δ cách đều A và B khi và chỉ khi:

$$d(A; \Delta) = d(B; \Delta) \Leftrightarrow \frac{|a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|2a+3b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2a+3b \\ b-a=2a+3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4b \\ 3a=-2b \end{cases}$$

□ Nếu $a = -4b$, chọn $a = 4$, $b = -1$ suy ra $\Delta: 4x - y - 3 = 0$.

□ Nếu $3a = -2b$, chọn $a = 2$, $b = -3$ suy ra $\Delta: 2x - 3y + 1 = 0$.

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn bài toán là $\Delta_1: 4x - y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 2x - 3y + 1 = 0$.

Câu 129: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$ và cách d một khoảng bằng 1.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Do Δ song song với đường thẳng d nên có dạng $\Delta: 3x - 4y + c = 0$.

Vì Δ cách d một khoảng bằng 1 nên:

$$d(d; \Delta) = 1 \Leftrightarrow d(A; \Delta) = 1 \Leftrightarrow \frac{|3 - 4 + c|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 1 \Leftrightarrow |c - 1| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \\ c = -4 \end{cases}$$

Với $c = 6$, ta được $\Delta: 3x - 4y + 6 = 0$.

Với $c = -4$, ta được $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$.

Vậy có hai đường thẳng cần tìm $\Delta: 3x - 4y + 6 = 0$ hoặc $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$.

Câu 130: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 4), B(3; 5)$.

Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $I(0; 1)$ sao cho khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ gấp hai lần khoảng cách từ B đến Δ .

Lời giải

Gọi $\vec{n} = (a; b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ . Suy ra:

$$\Delta: a(x - 0) + b(y - 1) = 0 \text{ hay } ax + by - b = 0.$$

Vì khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ gấp hai lần khoảng cách từ B đến Δ nên:

$$d(A; \Delta) = 2d(B; \Delta) \Leftrightarrow \frac{|-2a + 4b - b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \cdot \frac{|3a + 5b - b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow |-2a + 3b| = 2|3a + 4b| \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + 5b = 0 \\ 3a + 11b = 0 \end{cases}$$

Với $8a + 5b = 0$, ta chọn $a = 5$ suy ra $b = -8$. Khi đó $\Delta: 5x - 8y + 8 = 0$.

Với $3a + 11b = 0$, ta chọn $a = 11$ suy ra $b = -3$. Khi đó $\Delta: 11x - 3y + 3 = 0$.

Vậy có hai đường thẳng cần tìm $\Delta: 5x - 8y + 8 = 0$ hoặc $\Delta: 11x - 3y + 3 = 0$.



Câu 131: Khoảng cách từ điểm $A(1; 1)$ đến đường thẳng $5x - 12y - 6 = 0$ là
A. 13. **B.** -13. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ điểm $A(1; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 6 = 0$ là

$$d(A, \Delta) = \frac{|5 \cdot 1 - 12 \cdot 1 - 6|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = 1$$

Câu 132: Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $3x + 2y + 13 = 0$ là:

- A. $2\sqrt{13}$. B. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. C. 26. D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Khoảng cách } d = \frac{|3 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 133: Khoảng cách từ điểm $A(-3; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - y + 1 = 0$ bằng:

- A. $\sqrt{10}$. B. $\frac{11\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{10\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{11}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } d(A; \Delta) = \frac{|3 \cdot (-3) - 2 + 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}.$$

Câu 134: Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(0; 4)$ đến đường thẳng $\Delta: x \cos \alpha + y \sin \alpha + 4(2 - \sin \alpha) = 0$ bằng

- A. $\sqrt{8}$. B. $4 \sin \alpha$. C. $\frac{4}{\cos \alpha + \sin \alpha}$. D. 8.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|0 \cdot \cos \alpha + 4 \cdot \sin \alpha + 4(2 - \sin \alpha)|}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}} = 8.$$

Câu 135: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; -4)$, $B(1; 5)$ và $C(3; 1)$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. 10. B. 5. C. $\sqrt{26}$. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(3; -4) \\ B(1; 5), C(3; 1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A(3; -4) \\ BC = 2\sqrt{5} \\ BC: 2x + y - 7 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} BC = 2\sqrt{5} \\ h_A = d(A; BC) = \sqrt{5} \end{cases}$$

Cách 1:

$$\rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5.$$

Chọn B.

Cách 2: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$.

- Câu 136:** Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ bằng:
- A. 2. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases} \rightarrow \Delta: 4x - 3y + 2 = 0 \rightarrow d(M; \Delta) = \frac{|8 + 0 + 2|}{\sqrt{16 + 9}} = 2. \quad \text{Chọn A.}$$

- Câu 137:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.
- A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. Không tồn tại m .

Lời giải

$$d(A; \Delta) = \frac{|-m + 2 - m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |m - 3| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow 4m^2 + 6m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{Chọn B.}$$

- Câu 138:** Cho đường thẳng $d: 21x - 11y - 10 = 0$. Trong các điểm $M(21; -3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và $Q(1;5)$ điểm nào gần đường thẳng d nhất?
- A. M . B. N . C. P . D. Q .

Lời giải

$$f(x; y) = |21x - 11y - 10| \rightarrow \begin{cases} f(M(21; -3)) = 464 \\ f(N(0; 4)) = 54 \\ f(P(-19; 5)) = 464 \\ f(Q(1; 5)) = 44 \end{cases} \quad \text{Chọn D.}$$

- Câu 139:** Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $\Delta_1: 6x - 8y + 3 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 4y - 6 = 0$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(2;0) \in \Delta_2 \\ \Delta_2 \parallel \Delta_1 : 6x - 8y + 3 = 0 \end{cases} \rightarrow d(\Delta_1; \Delta_2) = d(A; \Delta_1) = \frac{|12 + 3|}{\sqrt{100}} = \frac{3}{2}.$$

Chọn B.

Câu 140: Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2 - 7t \end{cases}$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. 15.

C. 9.

D. $\frac{9}{\sqrt{50}}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(-2;2) \in \Delta, n_{\Delta} = (7;1) \\ d: 7x + y - 3 = 0 \rightarrow n_d = (7;1) \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta \uparrow \uparrow d \rightarrow d(d; \Delta) = d(A; d) = \frac{|-14 + 2 - 3|}{\sqrt{50}} = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

Chọn A.

Câu 141: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;3)$ và $B(1;4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều hai điểm A và B ?

A. $x - y + 2 = 0$.

B. $x + 2y = 0$.

C. $2x - 2y + 10 = 0$.

D. $x - y + 100 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng cách đều hai điểm A, B thì đường thẳng đó hoặc song song (hoặc trùng) với AB , hoặc đi qua trung điểm I của đoạn AB .

Ta có:
$$\begin{cases} A(2;3) \\ B(1;4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right) \\ \overrightarrow{AB} = (-1;1) \rightarrow n_{AB} = (1;1) \end{cases} \rightarrow AB \parallel d: x - y - 2 = 0.$$

Chọn A.

Câu 142: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$, $B(-2;4)$ và đường thẳng $\Delta: mx - y + 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B .

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.

Lời giải

$$AB \rightarrow \begin{cases} I \left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2} \right) \\ \overrightarrow{AB} = (-3; 3) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1; 1) \end{cases}$$

Gọi I là trung điểm đoạn

Khi đó: $\Delta: mx - y + 3 = 0$ ($n_A = (m; -1)$) cách đều A, B

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I \in \Delta \\ \frac{m}{1} = \frac{-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{m}{2} - \frac{5}{2} + 3 = 0 \\ m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 143: Trong mặt phẳng tọa độ O_{xy} , gọi d là đường thẳng đi qua $M(4; 2)$ và cách điểm

$A(1; 0)$ khoảng cách $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng d có dạng $x + by + c = 0$ với b, c là hai số nguyên. Tính $b + c$.

- A. 4. B. 5. C. -1. D. -5.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $M(4; 2) \in d \Leftrightarrow 4 + 2b + c = 0 \Rightarrow c = -4 - 2b$. (1)

$$d(A, d) = \frac{|1 + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \Leftrightarrow 10(1 + c)^2 = 9(1 + b^2). \quad (2)$$

$$31b^2 + 120b + 81 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3 \text{ (tmdk)} \\ b = -\frac{27}{31} \text{ (ktmdk)} \end{cases}$$

Thay $c = -4 - 2b$ vào PT (2) ta được PT:

$$\Rightarrow b = -3, c = 2 \Rightarrow b + c = -1.$$

Câu 144: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O_{xy} , cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(4; -3)$ và đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$. Tìm điểm M thuộc d có tọa độ nguyên và thỏa mãn khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 6.

- A. $M(3; 7)$. B. $M(7; 3)$. C. $M(-43; -27)$. D. $M\left(3; -\frac{27}{11}\right)$.

Lời giải

$$\begin{cases} M \in d: x - 2y - 1 = 0 \rightarrow M(2m + 1; m), m \in \mathbb{Z} \\ AB: 4x + 3y - 7 = 0 \end{cases}$$

Khi đó

$$6 = d(M; AB) = \frac{|8m + 4 + 3m - 7|}{5} \Leftrightarrow |11m - 3| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{27}{11} \end{cases} \text{ (1)} \rightarrow M(7; 3).$$

Chọn B.

Câu 145: Biết rằng có đúng hai điểm thuộc trục hoành và cách đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$ một khoảng bằng $2\sqrt{5}$. Tích hoành độ của hai điểm đó bằng:

- A. $-\frac{75}{4}$. B. $-\frac{25}{4}$. C. $-\frac{225}{4}$. D. Đáp số khác.

Lời giải

Gọi $M(x; 0) \in Ox$ thì hoành độ của hai điểm đó là nghiệm của phương trình:

$$d(M; \Delta) = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2x + 5|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} = x_1 \\ x = -\frac{15}{2} = x_2 \end{cases} \rightarrow x_1 \cdot x_2 = -\frac{75}{4}.$$

Chọn A.

Câu 146: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(4; 3)$, $B(2; 7)$, $C(-3; -8)$. Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là:

- A. $(-1; 4)$. B. $(1; -4)$. C. $(1; 4)$. D. $(4; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm B và C có dạng: $\frac{x+3}{2+3} = \frac{y+8}{7+8}$
 $\Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình:

$$1(x - 4) + 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 13 = 0$$

Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 \\ x + 3y - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Câu 147: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; 0)$ và $B(0; -4)$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6.

- A. $\begin{bmatrix} M(0; 0) \\ M(0; -8) \end{bmatrix}$ B. $M(0; -8)$. C. $M(6; 0)$. D. $\begin{bmatrix} M(0; 0) \\ M(0; 6) \end{bmatrix}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} AB: 4x - 3y - 12 = 0 \\ AB = 5 \\ M(0; y) \rightarrow h_M = d(M; AB) = \frac{|3y + 12|}{5} \end{cases} \rightarrow 6 = S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{|3y + 12|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow M(0; 0) \\ y = -8 \rightarrow M(0; -8) \end{cases}$$

Câu 148: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-3; 2)$ và đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$. Tìm điểm C thuộc d sao cho tam giác ABC cân tại C .

- A. $C(-2; -1)$. B. $C\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$. C. $C(-1; 1)$. D. $C(0; 3)$

Lời giải

$$\begin{cases} M \in d: 2x - y + 3 = 0 \rightarrow M(m; 2m + 3) \\ MA = MB \end{cases} \rightarrow (m + 1)^2 + (2m + 1)^2 = (m + 3)^2 + (2m + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow m = -2 \rightarrow M(-2; -1). \text{ Chọn A.}$$

Câu 149: Điểm $A(a; b)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 - t \end{cases}$ và cách đường thẳng $\Delta: 2x - y - 3 = 0$ một khoảng bằng $2\sqrt{5}$ và $a < 0$. Tính $P = a \cdot b$.

- A. $P = -72$. B. $P = 72$. C. $P = 132$. D. $P = -132$.

Lời giải

Chọn B

$$A(a; b) \in d \Rightarrow \begin{cases} a = 3 - t \\ b = 2 - t \end{cases}$$

Giả thiết: $a < 0 \Leftrightarrow 3 - t < 0 \Leftrightarrow t > 3$.

$$d(A; \Delta) = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2(3 - t) - (2 - t) - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |1 - t| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 11 \\ t = -9 \end{cases}$$

Ta có

Vì $t > 3$ nên chọn $t = 11$. Khi đó $\begin{cases} a = -8 \\ b = -9 \end{cases} \Rightarrow P = 72$. Do đó chọn đáp án **B**.

Câu 150: Trong hệ tọa độ Oxy cho $A(1; 1)$, $B(4; -3)$. Gọi $C(a; b)$ thuộc đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6. Biết rằng C có hoành độ nguyên, tính $a + b$?

- A. $a + b = 10$. B. $a + b = 7$. C. $a + b = 4$. D. $a + b = -4$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overleftrightarrow{AB} = (3; -4)$.

$\Rightarrow$ phương trình tổng quát của đường thẳng AB có dạng $4x + 3y + m = 0$.

Vì $A(1;1) \in AB$ nên $4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -7 \Rightarrow AB: 4x + 3y - 7 = 0$.

Vì $C(a;b) \in d: x - 2y - 1 = 0 \Rightarrow a - 2b - 1 = 0 \Rightarrow a = 2b + 1$.

Theo đề ra $d(C; AB) = 6 \Leftrightarrow \frac{|4a + 3b - 7|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 6 \Leftrightarrow |4a + 3b - 7| = 30$.

Thay $a = 2b + 1$ vào ta được:

$$|4(2b + 1) + 3b - 7| = 30 \Leftrightarrow |11b - 3| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} 11b - 3 = 30 \\ 11b - 3 = -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ b = -\frac{27}{11} \end{cases}.$$

Do C có tọa độ nguyên nên $b = 3; a = 7 \Rightarrow a + b = 10$.

Khó khăn nhất định sẽ qua đi, tựa như cơn mưa ngoài trời, dù có tầm tã cỡ nào thì đến lúc rồi cũng phải ngưng.

BÀI TẬP NÂNG CAO VỀ ĐƯỜNG THẲNG

- VDC 1: (CD 2012)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Các đường thẳng BC, BB', CC' lần lượt có phương trình là $y - 2 = 0, x - y + 2 = 0, x - 3y + 2 = 0$; với B', C' tương ứng là chân đường cao kẻ từ B, C của tam giác ABC . Viết phương trình các đường thẳng AB, AC .
- VDC 2: (CD 2013)** Trong (Oxy) , cho tam giác ABC vuông tại $A(-3; 2)$ và có trọng tâm $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. Đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC đi qua điểm $P(-2; 0)$. Tìm tọa độ A, B, C .
- VDC 3: (D2009)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2; 0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AC . **ĐS:** $AC: 3x - 4y + 5 = 0$
- VDC 4: (D2012)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$. Các đường thẳng AC và AD lần lượt có phương trình là $x + 3y = 0$ và $x - y + 4 = 0$; đường thẳng BD đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.
ĐS: $A(-3; 1); B(1; -3); C(3; -1); D(-1; 3)$
- VDC 5: (B2013)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D ?
ĐS: $C(-1; 6); D(4; 1)$ hoặc $C(-1; 6); D(-8; 7)$
- VDC 6: (B2013)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ A là $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc A là $D(5; 3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C . **ĐS:** $C(9; 11)$
- VDC 7: (ĐH D2011-CB)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $B(-4; 1)$, trọng tâm $G(1; 1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc A có phương trình $x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A và C . **ĐS:** $A(4; 3); C(3; -1)$
- VDC 8: (ĐH B2002)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, phương trình đường thẳng AB là $x - 2y + 2 = 0$ và $AB = 2AD$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết rằng A có hoành độ âm. **ĐS:** $A(-2; 0); B(2; 2); C(3; 0); D(-1; -2)$
- VDC 9: (ĐH B2004)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 1), B(4; -3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x - 2y - 1 = 0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

ĐS: $C(7;3); C\left(-\frac{43}{11}; -\frac{27}{11}\right)$

VDC 10: (ĐH D2004) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-1;0), B(4;0), C(0;m)$ với $m \neq 0$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC theo m . Xác định m để tam giác GAB vuông tại G . **ĐS:** $m = \pm 3\sqrt{6}$

VDC 11: (ĐH B2007–CB) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(2;2)$ và các đường thẳng: $d_1: x+y-2=0, d_2: x+y-8=0$. Tìm tọa độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A . **ĐS:** $B(-1;3); C(3;5)$ hoặc $B(3;-1); C(3;5)$

VDC 12: (ĐH B2009–NC) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(-1;4)$ và các đỉnh B, C thuộc đường thẳng $\Delta: x-y-4=0$. Xác định tọa độ các điểm B và C , biết diện tích tam giác ABC bằng 18. **ĐS:** $B\left(\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right); C\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ hoặc $B\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right); C\left(\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right)$

VDC 13: (ĐH D2009–CB) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Viết phương trình đường thẳng AC . **ĐS:** $AC: 3x-4y+5=0$

VDC 14: (ĐH B2010–CB) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A , có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC , biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương. **ĐS:** $BC: 3x-4y+16=0$

VDC 15: (ĐH B2011–CB) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta: x-y-4=0$ và $d: 2x-y-2=0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng ON cắt đường thẳng Δ tại điểm M thỏa mãn $OM \cdot ON = 8$. **ĐS:** $N(0;-2); N\left(\frac{6}{5}; \frac{2}{5}\right)$

VDC 16: (ĐH A2005) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng: $d_1: x-y=0$ và $d_2: 2x+y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh hình vuông $ABCD$ biết rằng đỉnh A thuộc d_1 , C thuộc d_2 , và các đỉnh B, D thuộc trục hoành. **ĐS:** $A(1;1); B(0;0); C(1;-1); D(2;0)$ hoặc $A(1;1); B(2;0); C(1;-1); D(0;0)$

- VDC 17: (ĐH A2006–CB)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho các đường thẳng: $d_1: x + y + 3 = 0$, $d_2: x - y - 4 = 0$, $d_3: x - 2y = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng d_2 . **ĐS:** $M(-22; -11); M(2; 1)$
- VDC 18: (ĐH A2009–CB)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm $I(6; 2)$ là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Điểm $M(1; 5)$ thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $\Delta: x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB
- ĐS:** $AB: y - 5 = 0; AB: x - 4y + 19 = 0$
- VDC 19: (ĐH A2010–NC)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(6; 6)$, đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC có phương trình $x + y - 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C , biết điểm $E(1; -3)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác đã cho. **ĐS:** $B(0; -4); C(-4; 0)$ hoặc $B(-6; 2); (2; -6)$
- VDC 20: (A2013)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x + y + 5 = 0$ và $A(-4; 8)$. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C , N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD . Tìm tọa độ các điểm B và C , biết rằng $N(5; -4)$.
- ĐS:** $B(-4; -7); C(1; -7)$