

Bài 26. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng
Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

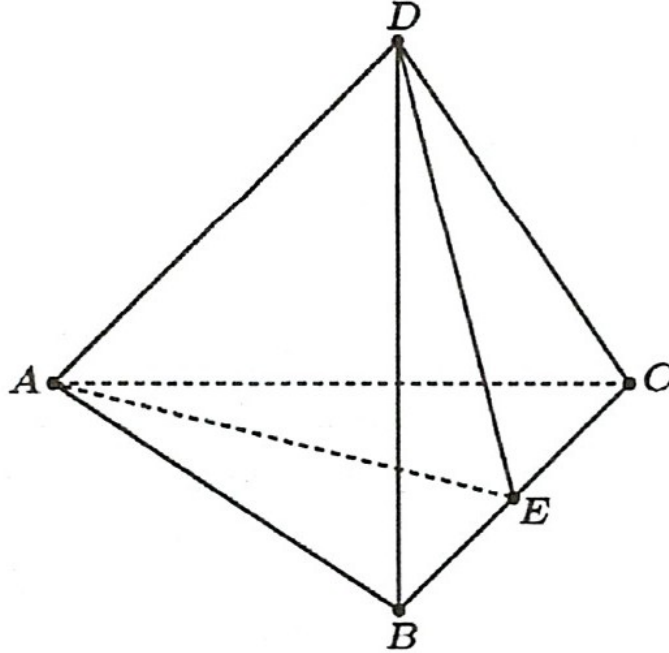
Số báo danh:

PHẦN E. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Xác định góc của hai đường thẳng BC, AD .

Lời giải

Lời giải



Gọi E là trung điểm đoạn BC .

Vì $\triangle ABC$ cân tại A có AE là đường trung tuyến nên $AE \perp BC$. (1)

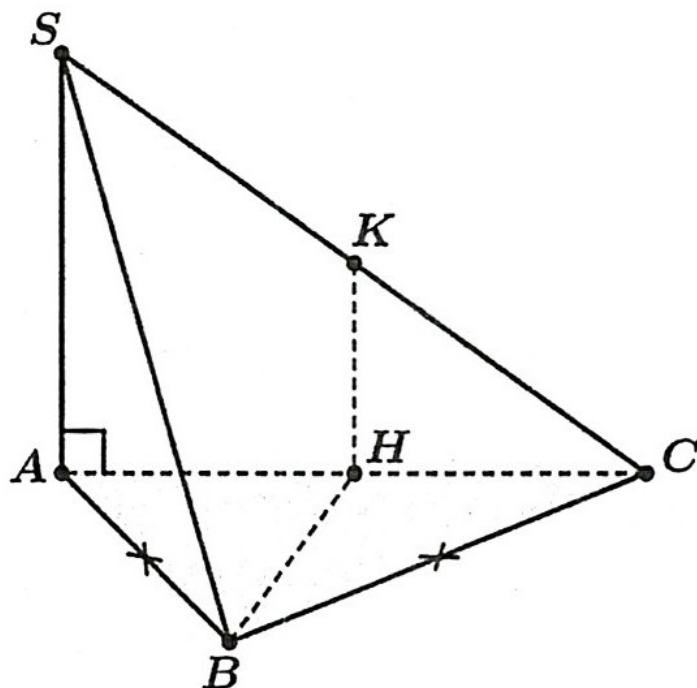
Tương tự, $\triangle DBC$ cân tại D có DE là đường trung tuyến nên $DE \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (ADE)$, mà $AD \subset (ADE)$ nên $BC \perp AD$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở B . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AC và SC . Xác định góc của hai đường thẳng BH, SK .

Lời giải

Lời giải



Tam giác ABC cân tại B có đường trung tuyến BH nên $BH \perp AC$. (1)

Mặt khác $BH \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BH \perp (SAC)$, mà $SC \subset (SAC)$ nên $BH \perp SC$.

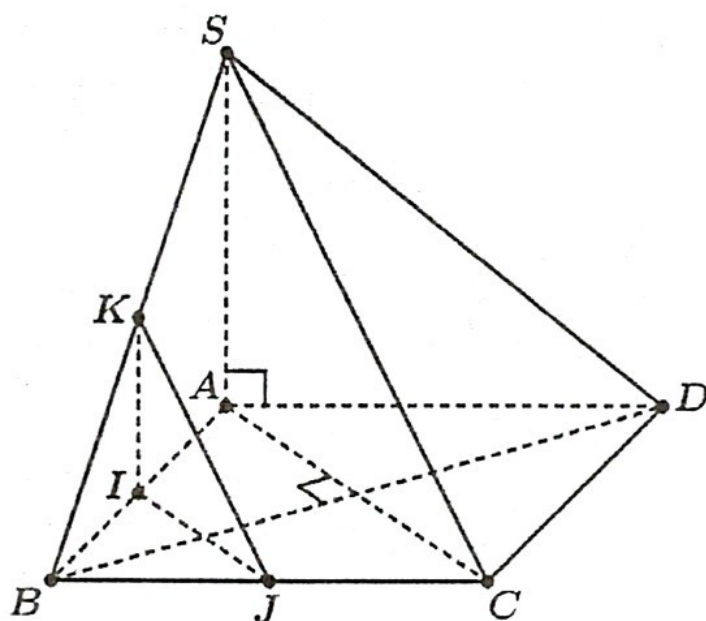
Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và SB . Xác định góc của hai đường thẳng KJ, BD .

Lời giải

Lời giải

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC , mà $BD \perp AC$ nên $BD \perp SC$.

Từ đó, ta có $BD \perp (SAC)$.



Ta có IK, IJ lần lượt là đường trung bình của các tam giác SAB, ABC nên $IK \parallel SA, IJ \parallel AC$.

Suy ra $(IJK) \parallel (SAC)$.

Khi đó: $\begin{cases} (IJK) // (SAC) \\ BD \perp (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (IJK)$,

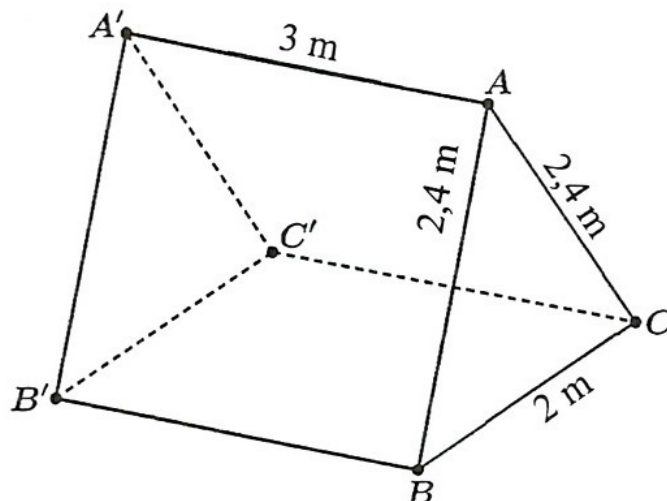
mà $KJ \subset (IJK)$ nên $KJ \perp BD$.

Câu 4. Một cái lều có dạng hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có các cạnh bên vuông góc với hai mặt phẳng đáy.

Cho biết $AB = AC = 2,4 \text{ m}$; $BC = 2 \text{ m}$; $AA' = 3 \text{ m}$.

(a) Tìm góc giữa hai đường thẳng AA' và BC ; $A'B'$ và AC .

(b) Tính diện tích hình chiếu của tam giác ABA' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.



Trả lời: a) $(AA', BC) = 90^\circ$; $(A'B', AC) \approx 49,25^\circ$; b) $S = 1,5 \text{ m}^2$

Lời giải

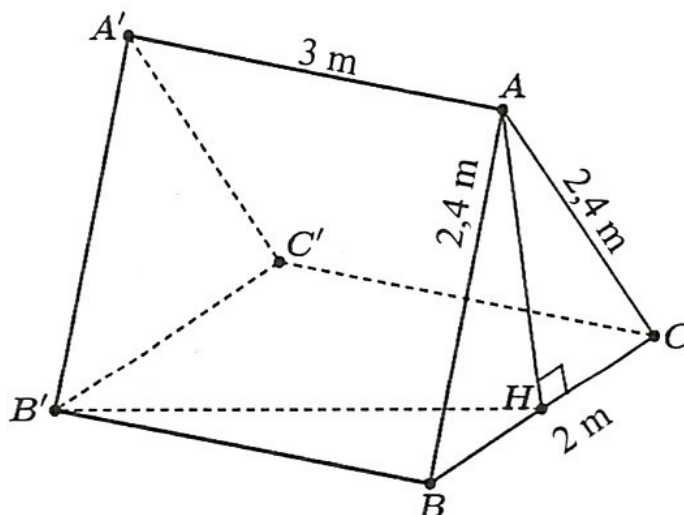
a) Vì $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC)$, mà $BC \subset (ABC) \Rightarrow AA' \perp BC$ hay $(AA', BC) = 90^\circ$.

Ta có: $AB // A'B' \Rightarrow (A'B', AC) = (AB, AC)$

Áp dụng định lý côsin cho tam giác ABC , ta có:

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{47}{72} > 0 \Rightarrow \widehat{BAC} \text{ là góc nhọn.}$$

Vậy $(A'B', AC) = (AB, AC) = \widehat{BAC} \approx 49,25^\circ$



b) Gọi H là trung điểm BC thì $AH \perp BC$ (do tam giác ABC cân tại A). Mặt khác $AH \perp BB'$ (do $ABC \cdot A'B'C'$ là lăng trụ đứng có $BB' \perp (ABC)$).

Suy ra $AH \perp (BB'C'C)$.

Từ đó ta có HB' là hình chiếu của AB' trên mặt phẳng $(BCC'B')$ và BH là hình chiếu của AB trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Vậy tam giác $BB'H$ là hình chiếu của tam giác ABB' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Dễ thấy các mặt bên của lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ là các hình chữ nhật, suy ra $\angle BB'H = 90^\circ$.

Diện tích tam giác $BB'H$ là: $S_{BB'H} = \frac{1}{2} BB' \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = 1,5 m^2$.

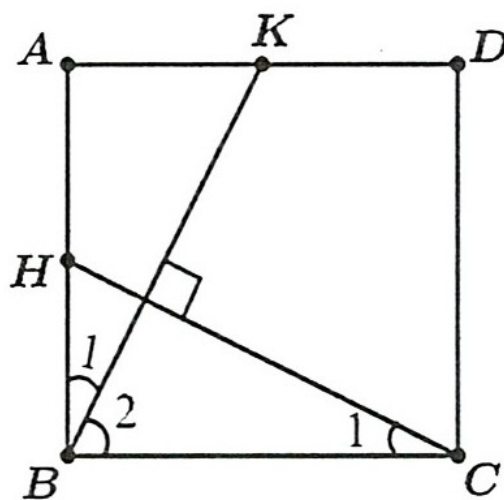
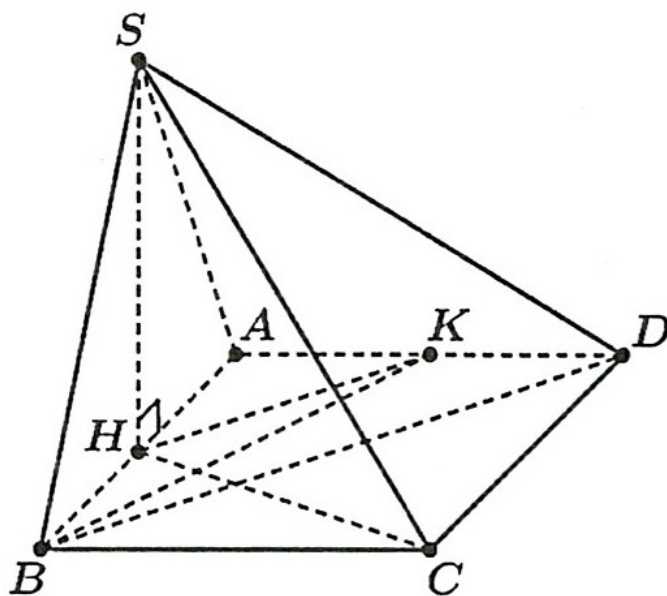
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi H là trung điểm của AB và $SH \perp (ABCD)$; gọi K là trung điểm của cạnh AD .

(a) Xác định góc của hai đường thẳng AC và SK .

(b) Xác định góc của hai đường thẳng BK và SC .

Trả lời: a) $(AC, SK) = 90^\circ$; b) 90°

Lời giải



(a) Vì HK là đường trung bình của tam giác ABD nên $HK \parallel BD$, mà $BD \perp AC \Rightarrow HK \perp AC$. (1)

Mặt khác $SH \perp AC$ (do $SH \perp (ABCD)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SHK)$.

Ta lại có $SK \subset (SHK)$ nên $AC \perp SK$ hay $(AC, SK) = 90^\circ$.

(b) Xét hai tam giác BCH, CBH , ta có: $\angle BHC = \angle BAK = 90^\circ, BC = AB, BH = AK$.

Suy ra $\triangle BCH = \triangle ABK \Rightarrow \angle B_1 = \angle C_1$, mà $\angle B_1 + \angle B_2 = 90^\circ$ nên $\angle B_2 + \angle C_1 = 90^\circ$,

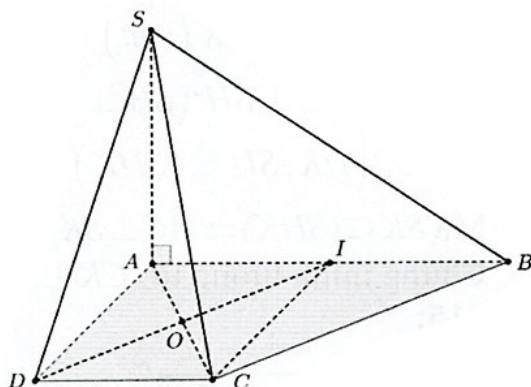
suy ra $BK \perp CH$

Ta có: $\begin{cases} BK \perp CH \\ BK \perp SH \end{cases} \Rightarrow BK \perp (SCH) \Rightarrow BK \perp SC$

Câu 6. Hình chóp $S.ABCD$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = \frac{AB}{2}$. Các mặt bên của hình chóp $S.ABCD$ là các tam giác gì?

Lời giải

Lời giải



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \Delta SAD, \Delta SAB$ vuông tại A .

Mặt khác $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ nên ΔSCD vuông tại D .

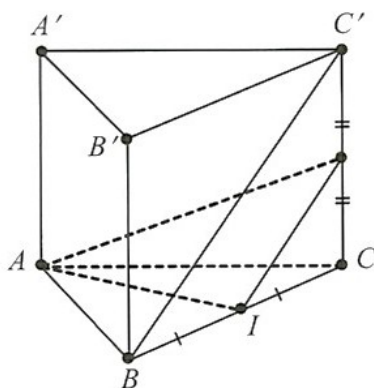
Xét ΔACB có trung tuyến $CI = \frac{1}{2} AB \Rightarrow \Delta ACB$ vuông tại $C \Rightarrow BC \perp AC$.

Mặt khác $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SC \Rightarrow \Delta SCB$ vuông tại C .

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' \perp (ABC)$ và $AA' = 2a$. Gọi I là trung điểm BC . Tính góc giữa hai đường thẳng AI và BC' .

Lời giải

Lời giải



Gọi M là trung điểm CC' .

Ta có: $IM \parallel BC' \Rightarrow (AI, BC') = (AI, IM)$

Ta có: $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $IM = \frac{1}{2} BC' = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} a$; $AM = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2} a$

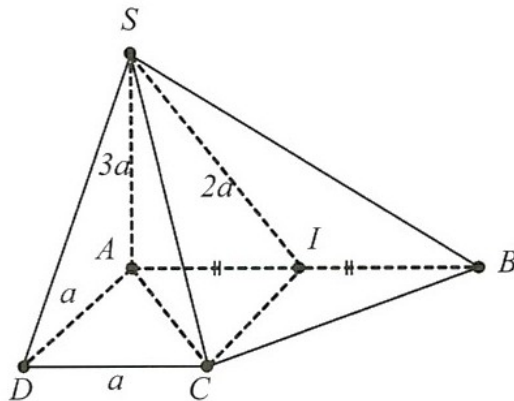
Xét ΔAIM có: $AM^2 = AI^2 + IM^2$ nên ΔAIM vuông tại I . Vậy $(AI, BC') = 90^\circ$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và $AB = 2AD = 2CD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD), SA = 3a$.

Tính diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB) .

Lời giải

Lời giải



-Gọi I là trung điểm AB .

Dễ dàng chứng minh $AICD$ là hình vuông $\Rightarrow CI = \frac{1}{2} AB \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$

- Ta có: $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SA \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$

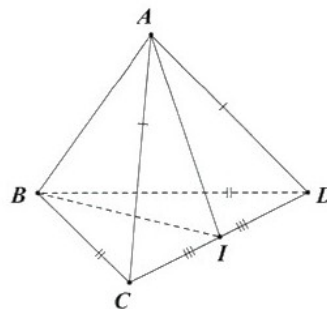
Hình chiếu của $\triangle SBC$ trên $mp(SAB)$ là $\triangle SIB$.

$$S_{\triangle SIB} = \frac{1}{2} S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AB = \frac{1}{4} \cdot 3a \cdot 2a = \frac{3}{2} a^2$$

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD, BC = BD$. Xác định số đo góc hai đường thẳng CD, AB .

Lời giải

Lời giải



Ta có:

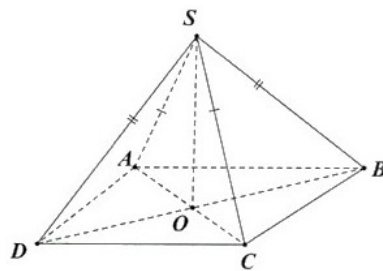
$$\begin{cases} CD \perp BI \\ CD \perp AI \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABI) \Rightarrow CD \perp AB$$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O .

Biết $SA = SC$ và $SB = SD$, xác định số đo góc hai đường thẳng AC, SD .

Lời giải

Lời giải

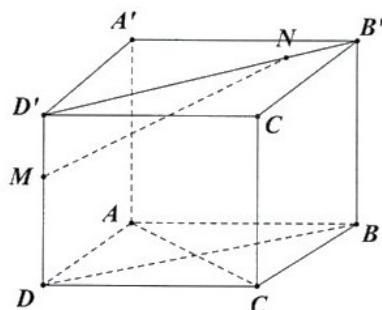


Ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp SD.$

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông. Gọi M, N lần lượt hai điểm tùy ý thuộc hai đoạn thẳng $DD', B'D'$. Xác định số đo góc hai đường thẳng AC, MN .

Lời giải

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} B'B \perp AB \\ B'B \perp BC \end{cases} \Rightarrow B'B \perp (ABCD) \Rightarrow B'B \perp AC$

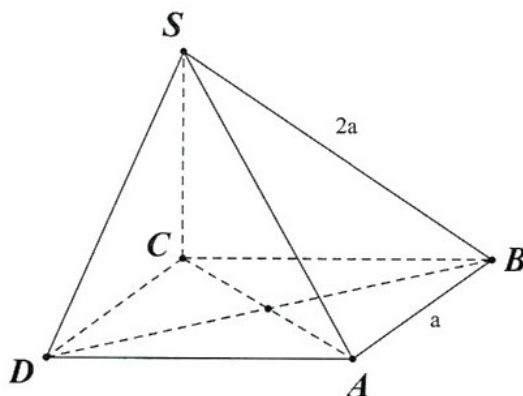
Ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp B'B \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BB'D'D) \Rightarrow AC \perp MN$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SC \perp (ABCD)$ và $SB = 2a$.

Tính góc giữa hai đường thẳng SA và DC .

Lời giải

Lời giải



Ta có: $AB \parallel CD \Rightarrow (SA, CD) = (SA, AB)$

Ta có: $\begin{cases} AB \perp CB \\ AB \perp SC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBC) \Rightarrow AB \perp SB$

Xét tam giác SAB vuông tại B có: $\tan \widehat{SAB} = \frac{SB}{AB} = \frac{2a}{a} = 2 \Rightarrow \widehat{SAB} \approx 63,4^\circ$

Vậy $(SA, CD) \approx 63,4^\circ$.

---HẾT---