

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CASIO
NĂM HỌC 2009 – 2010 -Lớp 12 THPT**

Học sinh điền kết quả của mỗi câu hỏi vào ô trống, nếu không có yêu cầu gì thêm thì điền kết quả với độ chính xác tới 5 chữ số thập phân

Bài 1: (5 điểm) : Dân số một nước là 65 triệu, mức tăng dân số là 1,2% / năm.

- Tính dân số nước ấy sau 15 năm.
- Dân số nước đó sau n năm sẽ vượt 100 triệu. Tìm n bé nhất.

Cách giải	Kết quả
a)	a)
b)	b)

Bài 2: (5 điểm) Tìm số dư trong các phép chia sau:

- 1234567890987654321 chia cho 207207 (2,5 điểm)
- 9^{15} chia cho 2007 (2,5 điểm)

Cách giải	Kết quả
a)	Số dư:
b)	Số dư:

Bài 3: (5 điểm) Tìm thương và số dư trong phép chia đa thức: $P(x) = 5x^6 + 2x^5 - 7x^4 + 2x^2 - 6x + 9$ cho nhị thức $x + 5$. Tìm giá trị của đa thức $P(x)$ tại $x = 3$

Cách giải	Kết quả
	Thương $Q(x) =$
	Số dư $r =$
	$P(3) =$

Bài 4: (5 điểm) Tính gần đúng các nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình:

$$2\sqrt{2} \cos 5x - \sin 5x = 2$$

Cách giải	Kết quả

--	--

Bài 5: Cho dãy số: $a_1 = 1$; $a_2 = 2$; $a_{n+2} = \frac{1}{3}a_{n+1} + \frac{1}{2}a_n$, với $n > 0$. Tính a_{10} và tổng S_{10} của 10 số hạng đầu tiên.

Cách giải	Kết quả
a)	a) $u_{10} \approx$
b)	b) $S_{10} \approx$

Bài 6: (5 điểm) Tính gần đúng giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ tại tiếp điểm có hoành độ $x = 1 + \sqrt{2}$

Cách giải	Kết quả
	$a \approx$ $b \approx$

Bài 7: (5 điểm) Tìm nghiệm gần đúng (với 9 chữ số ở phần thập phân) của phương trình:
 $\cos x = 3x$

Cách giải	Kết quả
	$x \approx$

Bài 8: (5 điểm)

Cho tứ diện ABCD có các cạnh $AB = 12\sqrt{3}$, $BC = 6\sqrt{7}$, $CD = 7\sqrt{5}$, $BD = 9\sqrt{6}$ và chân đường vuông góc hạ từ A xuống mặt phẳng (BCD) là trọng tâm của tam giác BCD. Tính V_{ABCD} .

Cách giải	Kết quả

	$V_{ABCD} \approx$
--	--------------------

Bài 9: (5 điểm) Tìm hai chữ số tận cùng của số

a) $A = 2^{999}$

b) $B = 3^{999}$

Cách giải	Kết quả
a)	a)
b)	b)

Bài 10: (5 điểm) Cho hai đường tròn có phương trình tương ứng là:

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 6 = 0 \text{ và } x^2 + y^2 - 2x + 3y - 2 = 0$$

a) Tính gần đúng tọa độ các giao điểm của hai đường tròn đó

b) Tìm a và b để đường tròn có phương trình: $x^2 + y^2 + ax + by - 4 = 0$ cũng đi qua 2 giao điểm trên

Cách giải	Kết quả
a)	a)
b)	b)

Bài 1: (5 điểm) : Dân số một nước là 65 triệu, mức tăng dân số là 1,2% / năm.

a. Tính dân số nước ấy sau 15 năm.

b. Dân số nước đó sau n năm sẽ vượt 100 triệu. Tìm n bé nhất.

Cách giải	Kết quả
a) Áp dụng công thức $A = a(1 + r)^n$ với $a = 65$ triệu, $r = 1,2\%/năm$ và $n = 15$ ta được $A = 77735794,96$ người	a) 77735795 người

b) Từ công thức $A = a(1 + r)^n$, suy ra $n = \frac{\ln\left(\frac{A}{a}\right)}{\ln(1 + r)}$. Thay số ta được $n \approx 36,11$.	b) 37 năm
--	-----------

Bài 2: (5 điểm) Tìm số dư trong các phép chia sau:

a) 1234567890987654321 chia cho 207207

(2,5 điểm)

b) 9^{15} chia cho 2007

(2,5 điểm)

Cách giải	Kết quả
a) Ta cắt ra thành nhóm đầu 9 chữ số rồi tìm số dư của phép chia 123456789 cho 207207 được: $123456789 - 207207 \times 595 = 168624$ Viết liên tiếp sau số dư đó các số tiếp theo ở số bị chia (kể từ trái) tới đủ 9 chữ số: $168624098 - 207207 \times 813 = 164807$ $164807765 - 207207 \times 795 = 78200$ $782004321 - 207207 \times 3774 = 5103$	Số dư: 5103
b) $9^5 \equiv 846 \pmod{2007}$ $9^{5 \times 3} \equiv 846^3 \pmod{2007} \equiv 1899$	Số dư: 1899

Bài 3: (5 điểm) Tìm thương và số dư trong phép chia đa thức: $P(x) = 5x^6 + 2x^5 - 7x^4 + 2x^2 - 6x + 9$ cho nhị thức $x + 5$. Tìm giá trị của đa thức $P(x)$ tại $x = 3$

Cách giải								Kết quả																
Lược đồ Hoocne: <table><tr><td></td><td>5</td><td>2</td><td>-7</td><td>0</td><td>2</td><td>-6</td><td>9</td></tr><tr><td>-5</td><td>5</td><td>-23</td><td>108</td><td>-540</td><td>2702</td><td>-13516</td><td>67589</td></tr></table>									5	2	-7	0	2	-6	9	-5	5	-23	108	-540	2702	-13516	67589	Thương $Q(x) = 5x^5 - 23x^4 + 108x^3 - 540x^2 + 2702x - 13516$
									5	2	-7	0	2	-6	9									
								-5	5	-23	108	-540	2702	-13516	67589									
								Số dư $r = 67589$																
$P(3) = 3573$																								

Bài 4: (5 điểm) Tính gần đúng các nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình:

$$2\sqrt{2} \cos 5x - \sin 5x = 2$$

Cách giải	Kết quả
$5x = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) \pm \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (-1)^2}}\right) + k.360^\circ$ $x = \left[\tan^{-1}\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right) \pm \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (-1)^2}}\right) + k.360^\circ \right] \div 5$	$x \approx 5^\circ 44' 37'' + k.72^\circ$ $x \approx -13^\circ 31' 56'' + k.72^\circ$

Bài 5: Cho dãy số: $a_1 = 1$; $a_2 = 2$; $a_{n+2} = \frac{1}{3}a_{n+1} + \frac{1}{2}a_n$, với $n > 0$. Tính a_{10} và tổng S_{10} của 10 số hạng đầu tiên.

Cách giải	Kết quả
a) Gán $D = 2$; $A = 1$; $B = 2$; $C = 3$. Nhập biểu thức: $D = D + 1$; $A = \frac{1}{3}B + \frac{1}{2}A$; $C = C + A$; $D = D + 1$; $B = \frac{1}{3}A + \frac{1}{2}B$; $C = C + B$. Bấm đến khi $D = 10$, bấm $\boxed{=}$ được u_{10} .	a) $a_{10} \approx 0,64131$
b) Bấm $\boxed{=}$ thêm một lần nữa được S_{10} .	

$$b) S_{10} \approx 10,67523$$

Bài 6: (5 điểm) Tính gần đúng giá trị của a và b nếu đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ tại tiếp điểm có hoành độ $x = 1 + \sqrt{2}$

Cách giải	Kết quả
$a = f'(1 + \sqrt{2})$. Ghi vào màn hình: $\frac{d}{dx} \left(\frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}, 1 + \sqrt{2} \right) =$ $b = y - ax = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}} - ax$	$a \approx 0,04604$ $b \approx 0,74360$

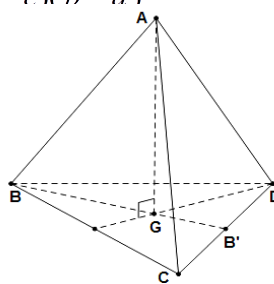
Bài 7: (5 điểm) Tìm nghiệm gần đúng (với 9 chữ số ở phần thập phân) của phương trình:
 $\cos x = 3x$

Cách giải	Kết quả
Để ở chế độ R. Ghi vào màn hình phương trình trên, rồi dùng phím SOLVE để giải hoặc: $\cos x = 3x \Leftrightarrow x = \frac{\cos x}{3} = g(x)$. Chọn x1 tùy ý rồi ấn $\boxed{=}$. Ghi vào màn hình: $\cos \text{Ans} \boxed{\div} 3 \boxed{=}$... $\boxed{=}$.	$x \approx 0,316750828$

Bài 8: (5 điểm)

Cho tứ diện ABCD có các cạnh $AB = 12\sqrt{3}$, $BC = 6\sqrt{7}$, $CD = 7\sqrt{5}$, $BD = 9\sqrt{6}$ và chân đường vuông góc hạ từ A xuống mặt phẳng (BCD) là trọng tâm của tam giác BCD. Tính V_{ABCD} .

Cách giải	Kết quả
Đặt $a = AB = 12\sqrt{3}$; $b = CD = 7\sqrt{5}$; $c = BD = 9\sqrt{6}$; $d = BC = 6\sqrt{7}$ Ta có nửa chu vi tam giác BCD: $p = (b + c + d)/2$ và $S = \sqrt{p(p-b)(p-c)(p-d)}$ Trung tuyến $BB' = \frac{1}{2}\sqrt{2c^2 + 2d^2 - b^2}$ $\Rightarrow BG = \frac{2}{3}BB' = \frac{1}{3}\sqrt{2c^2 + 2d^2 - b^2}$ $\Rightarrow AG = \sqrt{AB^2 - BG^2}$. Vậy $V = \frac{1}{3}S \cdot AG$	$V_{ABCD} \approx 711,37757$ (đvtt)



Bài 9: (5 điểm) Tìm hai chữ số tận cùng của số

- a) $A = 2^{999}$
 b) $B = 3^{999}$.

Cách giải	Kết quả
a) $2^{999} = 2^{20 \cdot 49 + 19} = (2^{20})^{49} \cdot 2^{19}$. Ta có 2^{20} tận cùng bằng 76 nên $(2^{20})^{49}$ tận cùng bằng 76; 2^{19} tận cùng bằng 88. Ta có 76.88 tận cùng là 88.	a) 88

b) $3^{999} = 3^{20 \cdot 49 + 19} = (3^{20})^{49} \cdot 3^{19}$. Ta có 3^{20} tận cùng bằng 01 nên $(3^{20})^{49}$ tận cùng bằng 01; 3^{19} tận cùng bằng 67. Do đó 3^{999} tận cùng bằng 67.	b) 67
---	-------

Bài 10: (5 điểm) Cho hai đường tròn có phương trình tương ứng là:

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 6 = 0 \text{ và } x^2 + y^2 - 2x + 3y - 2 = 0$$

- a) Tính gần đúng tọa độ các giao điểm của hai đường tròn đó
b) Tìm a và b để đường tròn có phương trình: $x^2 + y^2 + ax + by - 4 = 0$ cũng đi qua 2 giao điểm trên

Cách giải	Kết quả
a) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 6y - 6 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 2x + 3y - 2 = 0 & (2) \end{cases}$ Trừ (1) và (2) $\Rightarrow -9y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{4}{9}$ (3) Thay (3) vào (1) $\Rightarrow x^2 - 2x + (-\frac{4}{9})^2 - 6(-\frac{4}{9})^2 - 6 = 0$.	a) $\begin{cases} x \approx 3,03367 \\ y \approx -0,44444 \quad (\text{hay } -\frac{4}{9}) \end{cases}$ $\begin{cases} x \approx -1,03367 \\ y \approx -0,44444 \end{cases}$
b) $\begin{cases} (3,03367)^2 + (-0,44444)^2 + 3,03367a - 0,44444b - 4 = 0 \\ (-1,03367)^2 + (-0,44444)^2 - 1,03367a - 0,44444b - 4 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (3,03367)a - 0,44444b = -5,40068 \\ -1,03367a - 0,44444b = 3,12905 \end{cases}$	b) $\begin{cases} a = -2,09713 \\ b = -2,16297 \end{cases}$