

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ (1), với m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.
- b) Tìm m để hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $1 + \tan x = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt[4]{x-1} - \sqrt{y^4+2} = y \\ x^2 + 2x(y-1) + y^2 - 6y + 1 = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2} \ln x \, dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $(a+c)(b+c) = 4c^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$$P = \frac{32a^3}{(b+3c)^3} + \frac{32b^3}{(a+3c)^3} - \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c}.$$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x + y + 5 = 0$ và $A(-4; 8)$. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C , N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD . Tìm tọa độ các điểm B và C , biết rằng $N(5; -4)$.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và điểm $A(1; 7; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với Δ . Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $AM = 2\sqrt{30}$.

Câu 9.a (1,0 điểm). Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Xác định số phần tử của S . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn là số chẵn.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - y = 0$. Đường tròn (C) có bán kính $R = \sqrt{10}$ cắt Δ tại hai điểm A và B sao cho $AB = 4\sqrt{2}$. Tiếp tuyến của (C) tại A và B cắt nhau tại một điểm thuộc tia Oy . Viết phương trình đường tròn (C) .

Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 11 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 8 = 0$. Chứng minh (P) tiếp xúc với (S) . Tìm tọa độ tiếp điểm của (P) và (S) .

Câu 9.b (1,0 điểm). Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Viết dạng lượng giác của z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = (1 + i)z^5$.

—————Hết—————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh: