

VŨ THANH KHIẾT

BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO

VẬT LÝ THPT

SÁCH THAM KHẢO DÙNG CHO:

- HỌC SINH KHÁ, GIỎI THPT
- HỌC SINH ÔN THI ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG

TẬP I

1112
10



NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

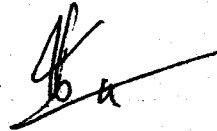
VŨ THANH KHIẾT

BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO
VẬT LÝ PTTH

TẬP I

Sách tham khảo dành cho:

- Giáo viên và phụ huynh học sinh
- Học sinh khá giỏi Lý PTTH
- Học sinh ôn thi Đại học, Cao đẳng



Vũ Thanh Khiết

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Giám đốc NGUYỄN KHẮC OÁNH

Chịu trách nhiệm nội dung :

ĐỖ NINH

Biên tập và sửa bản in :

VŨ THANH

Trình bày bìa :

NGỌC ANH

BÀI TẬP CƠ BẢN NÂNG CAO VẬT LÝ PTTH, TẬP I

In 3.000 cuốn, khổ 14,5x20,5 cm, tại Công ty In KHKT - Hà Nội.

Số in : 44. Số giấy phép : 32TK/1014 CXB.

In xong và nộp lưu chiểu III năm 2001.

Mã số: 373 - 373(V) 32-1014-01: HN - 01

LỜI NÓI ĐẦU

Để giúp cho các bạn học sinh, đặc biệt là các học sinh khá, giỏi (bao gồm cả học sinh các lớp chuyên và các trường Trung học chuyên ban) rèn luyện phương pháp giải các bài tập vật lí, chuẩn bị cho các kì thi học kì, thi cuối năm, thi học sinh giỏi vật lí các cấp, chúng tôi biên soạn bộ sách này, gồm 2 tập: Tuyển chọn các bài tập Vật lí lớp 10 và tuyển chọn các bài tập Vật lí lớp 11. Nội dung (mỗi tập) bám sát chương trình Vật lí lớp 10 và lớp 11 và được trình bày theo các chủ đề lớn, tương ứng với các phần và các chương của sách giáo khoa Vật lí lớp 10 và lớp 11. Mỗi chủ đề có các phần sau đây:

1) Kiến thức cần nhớ bao gồm các *Kiến thức cơ bản* (cần nhớ và nắm chắc để làm bài tập), và các *Kiến thức bổ sung* (là các kiến thức mở rộng thêm trong khuôn khổ chương trình vật lí phổ thông)

2) **Bài tập thí dụ**, bao gồm các *thí dụ về các dạng bài tập* thuộc chủ đề. Mỗi thí dụ đều có *lời giải* chi tiết, và sau đó có *hướng dẫn phương pháp giải* các bài tập thuộc dạng đó.

3) **Bài tập luyện tập**, bao gồm các bài tập chọn lọc thuộc chủ đề, được sắp xếp theo các dạng bài tập đã xét ở phần trên, từ dễ đến khó, và các bài tập tổng hợp có liên quan đến nhiều dạng bài tập;

4) **Hướng dẫn giải và đáp số các bài tập** (trình bày hướng dẫn chi tiết cách giải tất cả các bài tập đã nêu).

Để việc sử dụng cuốn sách này đạt hiệu quả cao, các bạn học sinh cần lưu ý:

Nghiên cứu kĩ phân kiến thức cần nhớ để ôn tập và nhớ lại các kiến thức cơ bản, cần thiết trong sách giáo khoa;

Lần lượt nghiên cứu kĩ từng thí dụ về các dạng bài tập cơ bản để nắm được phương pháp giải bài tập thuộc dạng đó, sau đó làm một số bài tương tự với thí dụ đó (xem trong mục Bài tập luyện tập, lần lượt và từ bài đầu tiên).

Sau khi đã nghiên cứu xong các thí dụ và làm một số bài tập tương tự, so sánh các dạng bài tập để khắc sâu nội dung kiến thức và cách giải. Trên cơ sở đó tự làm tất cả các bài tập còn lại và đối chiếu với hướng dẫn giải. Vì khuôn khổ cuốn sách có hạn nên ở đây chỉ chọn lọc một số bài tập; nhưng nếu các bạn đã tự giải đúng các bài tập nêu trong sách, thì bạn có thể giải bất kì bài tập nào thuộc chương trình Vật lí lớp 10 và lớp 11.

Chúc các bạn thành công trong các kì thi sắp tới.

TÁC GIẢ

Phần thứ nhất

ĐỘNG HỌC

§1. CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Chuyển động thẳng đều là chuyển động trên một đường thẳng trong đó vật đi được những quãng đường bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau bất kỳ.

2. Vận tốc của chuyển động thẳng đều

• Độ lớn của vận tốc đo bằng thương số : $\frac{s}{t}$. Đơn vị vận tốc trong hệ đơn vị SI : mét trên giây (m/s); thường dùng đơn vị km/h.

• Vectơ vận tốc \vec{v} có :

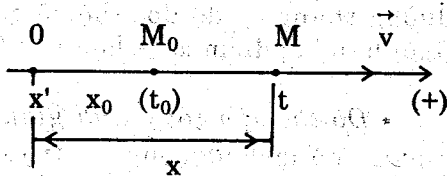
- Gốc đặt ở vật chuyển động;

- Hướng trùng với hướng của chuyển động;

- Độ dài biểu diễn thương số $\frac{s}{t} : |\vec{v}| = \frac{s}{t}$ (theo một tỷ lệ

xích chọn trước tùy ý);

Chọn trục tọa độ Ox trùng với đường thẳng quỹ đạo. Khi đó vận tốc chuyển động, ký hiệu là v , có giá trị :



Hình 1.1

+ $v > 0$ nếu \vec{v} cùng chiều với chiều dương của trục tọa độ (ký hiệu tắt bằng (+)); $v = |\vec{v}|$;

+ $v < 0$ nếu \vec{v} ngược chiều với chiều (+); $v = -|\vec{v}|$;

2. Phương trình của chuyển động thẳng đều.

• Công thức đường đi $s = |v|t$ hoặc $s = vt$ (xem như $v > 0$).

• Phương trình chuyển động (là hệ thức giữa tọa độ x của vật và thời gian). Dạng tổng quát: $x = x_0 + v(t - t_0)$; x là tọa độ của vật lúc t ; x_0 là tọa độ của lúc t_0 (tọa độ ban đầu); v là vận tốc chuyển động (Hình 1.1).

• Một số trường hợp riêng.

Nếu chọn gốc tọa độ 0 trùng với vị trí ban đầu của vật:

$$x = v(t - t_0)$$

Nếu chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu chuyển động (hoặc bắt đầu khảo sát chuyển động): $x = x_0 + vt$

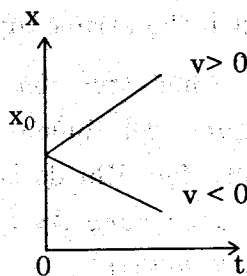
Nếu vật bắt đầu chuyển động từ 0 và gốc thời gian là lúc bắt đầu chuyển động: $x = vt$

Quãng đường đi được của vật: $s = |x - x_0|$

3. Đồ thị của chuyển động thẳng đều

• Đồ thị tọa độ - thời gian: là đường thẳng có độ dốc (hệ số góc) là v (giới hạn bởi điểm x_0 (chọn $t_0 = 0$))

• Đồ thị vận tốc - thời gian: là đường thẳng song song với trục thời gian; (đường đi s được biểu diễn bằng diện tích S) (Hình 1.3)

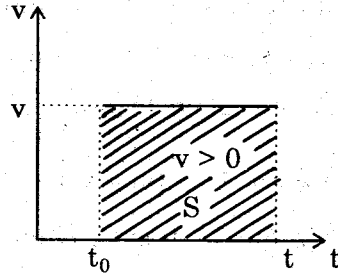


Hình 1.2

4. Tính tương đối của chuyển động

• *Tính tương đối của toạ độ của vật* : Đối với các hệ qui chiếu khác nhau thì toạ độ của vật sẽ khác nhau .

• *Tính tương đối của vận tốc* : Vận tốc của cùng một vật đối với các hệ qui chiếu khác nhau thì khác nhau .



Hình 1.3

• *Công thức cộng vận tốc*: $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$

\vec{v}_{12} là vận tốc của vật 1 so với vật 2 ; \vec{v}_{23} là vận tốc của vật 2 so với vật 3 ; \vec{v}_{13} là vận tốc của vật 1 so với vật 3.

Kí hiệu $|\vec{v}_{12}|$ bằng v_{12} ; $|\vec{v}_{23}|$ bằng v_{23} và $|\vec{v}_{31}|$ bằng v_{31} ta có $|\vec{v}_{12} - \vec{v}_{23}| \leq v_{13} \leq v_{12} + v_{23}$.

Các trường hợp riêng :

- Trường hợp $\vec{v}_{12} \perp \vec{v}_{23}$: $v_{13} = \sqrt{v_{12}^2 + v_{23}^2}$;

- Trường hợp \vec{v}_{12} và \vec{v}_{23} cùng phương, cùng chiều :
 $v_{13} = v_{12} + v_{23}$

- Trường hợp \vec{v}_{12} và \vec{v}_{23} cùng phương, ngược chiều :
 $v_{13} = |v_{12} - v_{23}|$; khi đó \vec{v}_{13} có phương của \vec{v}_{12} hoặc của \vec{v}_{23} , tùy theo $v_{12} > v_{23}$ hoặc $v_{12} < v_{23}$.

II. BÀI TẬP THÍ DỤ

1. *Thí dụ 1* . Một ô tô và một mô tô chuyển động thẳng đều trên cùng một đường thẳng . Nếu hai xe đi ngược thì sau 10 phút khoảng cách giữa chúng giảm đi 15km . Nếu hai xe đi cùng chiều thì sau 10 phút khoảng cách giữa chúng chỉ giảm 5km . Tính vận tốc của mỗi xe .

Đối với ôtô : $x_0 = 0$; $v = v_1 = 40$ km/h; $t_0 = 0$, ta có phương trình chuyển động: $x_1 = 40t$ (1).

Đối với ô tô : $x_0 = 140$ km; $v = v_2 = -60$ km/h ; $t_0 = 1$ h, ta có phương trình chuyển động : $x_2 = -60(t - 1) + 140$ (2).

Khi hai xe gặp nhau $x_1 = x_2$.

→ $40t = -60(t - 1) + 140$. Suy ra $t = 2$ h và $x_2 = x_1 = 80$ km.

Vậy hai xe gặp nhau lúc 8 h (6 + 2), tại nơi cách A 80km.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về lập phương trình chuyển động của hai vật, từ đó xác định vị trí và thời điểm gặp nhau của hai vật.

1. Để giải bài toán, cần phải :

a) Chọn chiều dương, gốc tọa độ và gốc thời gian, thông thường để thuận tiện, ta chọn vị trí ban đầu của một trong hai vật làm gốc tọa độ, và chọn thời điểm xuất phát của một trong hai vật làm gốc thời gian, và chiều chuyển động của một trong hai vật làm chiều dương của trục tọa độ. Từ đó suy ra giá trị đại số của vận tốc các vật và các giá trị x_0, t_0 tương ứng;

b) Áp dụng phương trình tổng quát để lập phương trình chuyển động của mỗi vật : $x = v(t - t_0) + x_0$;

c) Khi hai vật gặp nhau, tọa độ của hai vật bằng nhau : $x_2 = x_1$.

d) Giải phương trình trên để tìm thời gian và tọa độ gặp nhau.

2. Ngoài bài toán thuận như trên, còn có bài toán ngược : cho biết thời gian hoặc tọa độ lúc gặp nhau có thể xác định được các đại lượng khác .

3. Cũng có thể dựa vào các phương trình chuyển động để xác định khoảng cách giữa các vật một thời điểm nào đó, hoặc ngược lại, cho biết khoảng cách đó để xác định các đại lượng khác.

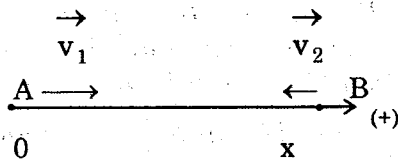
4. Về nguyên tắc, dựa vào phương trình chuyển động của các vật có thể xét chuyển động của ba vật (hoặc nhiều hơn).

5. Trong mọi trường hợp, cần phải lập đúng phương trình chuyển động sau khi đã chọn gốc toạ độ, gốc thời gian, chiều dương của trục toạ độ. (nghĩa là xác định đúng dấu của v , các giá trị đại số của x_0, t_0).

3. **Thí dụ 3** : Lúc 6h sáng hai ô tô khởi hành từ hai địa điểm A và B cách nhau 150 km, chuyển động thẳng đều theo hướng đi tới gặp nhau với các vận tốc 40km/h và 60km/h. Hỏi hai ô tô sẽ gặp nhau lúc nào và ở đâu. Giải bài toán bằng phương pháp đại số và bằng phương pháp đồ thị.

A. Lời giải :

Chọn gốc toạ độ là địa điểm A; chiều dương là chiều từ A đến B; gốc thời gian là lúc xe ở A (và ở B) khởi hành.



Hình 1.6

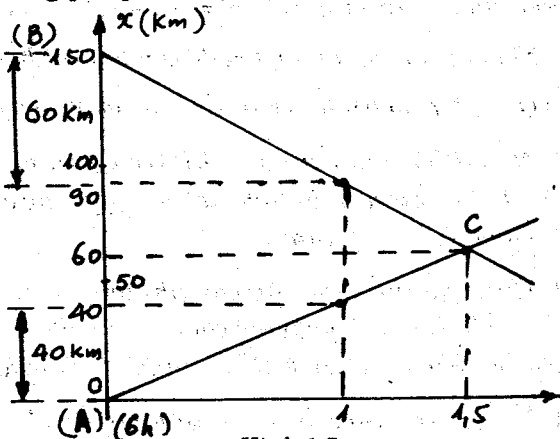
Phương trình chuyển động của xe từ A : $x_1 = 40t$ (1)

Phương trình chuyển động của xe từ B : $x_2 = -60t + 150$ (2)

Giải bằng phương pháp đại số : Hai xe gặp nhau như $x_1 = x_2$, suy ra $40t = -60t + 150 \rightarrow t = 1,5h = 1h\ 30\ \text{phút}$; $x_1 = x_2 = 40 \cdot 1,5 = 60\text{km}$. Vậy hai xe gặp nhau tại nơi cách A 60 km, vào lúc 7 h 30 phút sáng (6 + 1,5)

Giải bằng phương pháp đồ thị :

Theo các dữ kiện của bài toán ta vẽ đồ thị chuyển động của hai ô tô. Có thể dựa vào hai phương trình (1) và (2). Với mỗi đồ thị chỉ cần xác định hai điểm như trên hình 1.7



Hình 1.7

một điểm ứng với $t = 0$; còn một điểm ứng với $t = 1h$. Từ đồ thị xác định toạ độ của giao điểm C, ta thấy điểm C có toạ độ: $x = 60$ (km) và $t = 1,5$ h. Vậy hai xe gặp nhau tại nơi cách xe 60km, vào lúc 7h 30 phút.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán vẽ đồ thị của chuyển động (dùng đồ thị để giải bài toán về chuyển động)

1. Để giải bài toán cần phải :

a) Lập phương trình chuyển động (theo phương pháp đã nêu ở thí dụ hai);

b) Đưa vào phương trình để xác định hai điểm của đồ thị (thuận tiện là chọn các điểm ứng với $t = 0$ và $t = 1(h)$); lưu ý giới hạn của đồ thị và chọn tỷ lệ xích cho thích hợp trên đồ thị (một đơn vị của toạ độ hoặc thời gian ứng với giá trị bằng bao nhiêu).

c) Vẽ đường thẳng nối hai điểm đó (độ dốc của đường thẳng có trị số bằng vận tốc).

d) Vẽ giao điểm của hai đường thẳng (nếu bài toán đòi hỏi xác định của điểm gặp nhau của hai điểm chuyển động), và tìm toạ độ của giao điểm đó trên đồ thị. Các toạ độ x_c và t_c của giao điểm đó xác định vị trí và thời điểm hai vật gặp nhau. (Như vậy đòi hỏi phải vẽ thật chính xác các đồ thị). Sau đó có thể kiểm tra kết quả bằng phương pháp giải phương trình (phương pháp đại số).

2. Cần chú ý đến các đặc điểm của chuyển động theo đồ thị:

+ Đồ thị hướng đi lên : $v > 0$ (vật chuyển động theo chiều dương; xe từ A trong thí dụ trên); đồ thị hướng xuống: $v < 0$ (vật chuyển động ngược chiều dương; xe từ B trong thí dụ trên);

+ Hai đồ thị song song : hai vật có cùng vận tốc, chuyển động cùng chiều (và không bao giờ gặp nhau!);

+ Hai đồ thị cắt nhau : giao điểm cho biết lúc và nơi hai vật gặp nhau;

Dựa trên đồ thị của hai chuyển động, có thể xác định trên trục x và trên trục t khoảng cách và khoảng chênh lệch thời gian của hai chuyển động

3. Do đó nếu đề bài cho trước đồ thị chuyển động (bài toán ngược) thì có thể suy ra được các đặc điểm của chuyển động và tìm được lời giải của bài toán từ đồ thị đó. Trong nhiều trường hợp, nhờ có đồ thị chuyển động mà ta có thể hình dung (một cách trực quan) được chuyển động của vật.

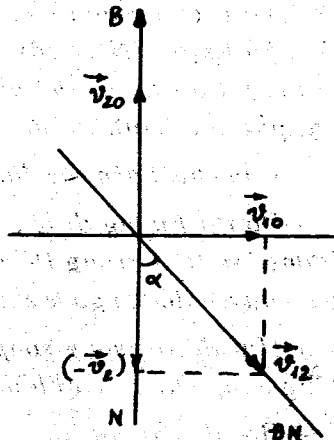
4. **Thí dụ 4 :** Hai xe chuyển động thẳng đều trên hai con đường vuông góc với nhau với vận tốc 30km/h và 40km/h ; sau khi gặp nhau ở ngã tư một xe chạy sang phía đông, xe kia chạy lên phía bắc.

- 1) Tìm vận tốc tương đối của xe thứ nhất so với xe thứ hai;
- 2) Ngồi trên xe thứ hai quan sát thì thấy xe thứ nhất chạy theo hướng nào?
- 3) Tính khoảng cách giữa hai xe sau 6 phút kể từ khi gặp nhau ngã tư.

A. Lời giải :

1. Gọi \vec{v}_{10} và \vec{v}_{20} là các véctơ vận tốc của xe 1 và xe 2 đối với mặt đường. Sau khi gặp nhau ở ngã tư, theo đề bài, các véctơ \vec{v}_{10} và \vec{v}_{20} có hướng như trên hình 1.9. Vận tốc tương đối \vec{v}_{12} của xe 1 đối với xe 2, áp dụng công thức cộng vận tốc, được xác định theo công thức :

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_{10} + \vec{v}_{02} = \vec{v}_{10} - \vec{v}_{20} = \vec{v}_{10} + (-\vec{v}_{20}).$$



Hình 1.9

Bằng qui tắc cộng vectơ ta dựng được vectơ \vec{v}_{12} như hình

1.9. Vì $\vec{v}_{10} \perp \vec{v}_{20}$, nên ta có $v_{12} = \sqrt{v_{10}^2 + v_{20}^2}$

Theo đề bài $v_{10} = v_1 = 30\text{km/h}$; $v_{20} = v_2 = 40\text{km/h}$; ta có

$$v_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 50\text{km/h}.$$

2. Ngồi trên xe thứ hai, ta thấy xe thứ nhất chạy theo hướng của vectơ \vec{v}_{12} ; đó là hướng đông nam, hướng này lập với hướng chuyển động của xe 2 một góc $\pi - \alpha$, với

$$\text{tg}\alpha = \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{4}.$$

3. Muốn tìm khoảng cách d giữa hai xe, ta tìm quãng đường mà xe 1 đi được nếu lấy xe 2 làm gốc quy chiếu, quãng đường đó bằng $s = v_{12}t$. Thay số ta được $s = 50 \cdot \frac{1}{10} = 5$ km. Vậy khoảng cách hai xe sau 6 phút kể từ khi gặp nhau là 5km.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán áp dụng công thức cộng vận tốc để xác định vận tốc của vật trong hệ quy chiếu đã chọn (đôi với mốc đã chọn), trên cơ sở đó xét chuyển động của vật. Nếu đề bài không định trước hệ quy chiếu thì chọn hệ quy chiếu thích hợp để tính toán được thuận tiện. Nói chung phải xác định đúng các hướng của các vectơ vận tốc để từ đó áp dụng công thức cộng vận tốc (lưu ý đến các trường hợp riêng đã nêu ở phần kiến thức cơ bản). Hướng chuyển động của vật nọ đối với vật kia (hai vật cùng chuyển động) được xác định bởi hướng của vectơ vận tốc tương đối. Khi giải cần áp dụng đúng qui tắc cộng vectơ, và thường phải lập luận tính toán trên hình vẽ.

III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP.

7 1.1. Một người đi xe đạp và một người đi xe máy chuyển động thẳng đều từ A đến B cách nhau 60km. Xe đạp có vận tốc 15km/h và đi liên tục không nghỉ. Xe máy khởi hành sớm hơn 1 giờ nhưng dọc đường phải dừng 3 giờ. Tìm vận tốc của xe máy để hai xe đến B cùng một lúc.

1.2. Từ hai địa điểm A và B cách nhau 100km có hai xe cùng khởi hành lúc 8h sáng, chạy ngược chiều nhau theo hướng đến gặp nhau. Xe từ A có vận tốc $v_1 = 30\text{km/h}$ và xe từ B có vận tốc $v_2 = 20\text{km/h}$.

1) Hai xe gặp nhau lúc nào và ở đâu ?

2) Nếu xe từ B khởi hành lúc 6h, sớm hơn xe A 2 giờ, thì hai xe gặp nhau lúc nào và ở đâu ?

1.3. Một ô tô khởi hành từ Hà Nội lúc 7h sáng, chạy về hướng Ninh Bình với vận tốc 60km/h. Sau khi đi được 45 phút, xe dừng 15 phút rồi tiếp tục chạy với vận tốc đều như lúc đầu. Lúc 7h 30 phút sáng một ô tô thứ hai khởi hành từ Hà Nội đuổi theo xe thứ nhất, với vận tốc đều 70km/h.

1) Vẽ đồ thị tọa độ - thời gian của mỗi xe ;

2) Hai xe gặp nhau lúc nào và ở đâu ?

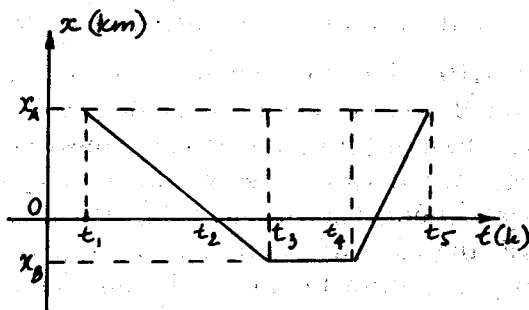
1.4. Một chiếc tàu thủy chuyển động thẳng đều trên sông với vận tốc $v_1 = 35\text{km/h}$, gặp một đoàn xà lan dài 250m đi ngược chiều với vận tốc $v_2 = 20\text{km/h}$. Trên boong tàu có một thủy thủ đi từ mũi đến lái với vận tốc $v_3 = 5\text{km/h}$. Hỏi người đó thấy đoàn xà lan qua mặt mình trong bao lâu ?

1.5. Một xe khởi hành từ địa điểm A lúc 6h sáng đi tới địa điểm B cách A 110km, chuyển động thẳng đều với vận tốc 40 km/h. Một xe khác khởi hành từ B lúc 6h 30 phút sáng đi về A, chuyển động thẳng đều với vận tốc 50km/h.

1) Tìm vị trí của mỗi xe và khoảng cách giữa chúng lúc 7h và lúc 8h sáng.

2) Hai xe gặp nhau lúc nào và ở đâu ?

7 1.6. Một xe đi trên quãng đường AB dài 110 km, có đồ thị tọa độ - thời gian như trên hình 1.10. Trong đó $x_A = 80$ km; $x_B = 30$ km; $t_1 = 0,5$ h; $t_2 = 2,5$ h; $t_3 = 3,25$ h; $t_4 = 4,25$ h; $t_5 = 5,5$ h. Góc thời gian là 6h sáng. Hãy nêu lên các thông tin về chuyển động của xe đó.



Hình 1.10

1.7. Lúc 6h sáng một người đi xe đạp chuyển động đều với vận tốc 12km/h gặp một người đi bộ đi ngược chiều, chuyển động đều với vận tốc 4km/h trên cùng đoạn đường thẳng. Người đi xe đạp dừng lại lúc 6h30ph sáng để nghỉ 30 phút, sau đó anh ta quay trở lại đuổi theo người đi bộ với vận tốc như trước. Hãy xác định lúc và nơi người đi xe đạp đuổi kịp người đi bộ.

1.8. Hai xe ô tô đi theo hai con đường vuông góc, xe A đi về hướng Tây với vận tốc 50km/h, xe B đi về hướng Nam với vận tốc 30km/h. Lúc 8h, A và B còn cách giao điểm của hai đường lần lượt là 4,4km và 4km và tiến về phía giao điểm. Tìm thời điểm mà khoảng cách hai xe : a) nhỏ nhất ; b) bằng khoảng cách lúc 8h.

1.9. Giữa hai bến sông A và B cách nhau 20km theo đường thẳng có một đoàn canô phục vụ chở khách liên tục, chuyển động đều với vận tốc như sau: 20km/h khi xuôi dòng từ A đến B, và 10 km/h khi ngược dòng từ B về A. Ở mỗi bến cứ cách 20 phút lại có một ca nô xuất phát, khi đến bến kia ca nô đó nghỉ 20 phút rồi quay về.

1) Tính số ca nô cần thiết phục vụ cho đoạn sông đó;

2) Một ca nô đi từ A đến B sẽ gặp trên đường bao nhiêu ca nô chạy ngược chiều; và khi đi từ B về A sẽ gặp bao nhiêu ca nô.

Giải bài toán bằng phương pháp đồ thị.

1.10. Một chiếc xuồng máy xuất phát từ bến A đi đến bến B ở cùng một bên bờ sông, với vận tốc so với nước là $v_1 = 9\text{km/h}$. Cùng lúc đó một canô xuất phát từ bến B đi đến bến A, với vận tốc so với nước là $v_2 = 30\text{km/h}$. Trong thời gian xuồng máy đi từ A đến B thì canô kịp đi được 4 lần khoảng cách đó và về đến B cùng một lúc với xuồng máy. Hãy xác định hướng và độ lớn của vận tốc chảy của dòng sông.

1.11. Một mô tô khởi hành từ một địa điểm A, chuyển động đều với vận tốc 40km/h , đi về phía địa điểm B cách A 30 km . Cùng lúc đó một xe máy khởi hành từ B, chuyển động đều theo cùng chiều với xe mô tô, với vận tốc 20 km/h .

1) Lập phương trình chuyển động của hai xe và tìm thời điểm, vị trí hai xe gặp nhau.

2) Tính quãng đường mỗi xe đã đi được cho đến khi gặp nhau.

1.12. Lúc 7h sáng một xe khởi hành từ một điểm A, chuyển động đều với vận tốc $v_1 = 36\text{ km/h}$ đi về phía điểm B, cách A $3,6\text{ km}$. Nửa phút sau, một xe thứ hai khởi hành từ điểm B đi về phía A với vận tốc $v_2 = 18\text{ km/h}$.

1) Tìm thời điểm và vị trí hai xe gặp nhau.

2) Tìm thời điểm và vị trí hai xe khi chúng cách nhau 2250m .

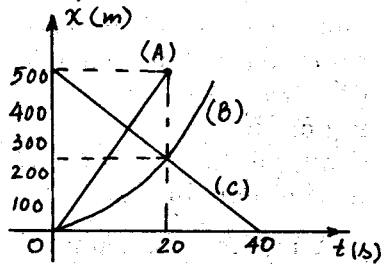
3) Vẽ đồ thị tọa độ của hai xe trên cùng một hệ trục tọa độ.

1.13. Một người đang ngồi ở trên một ô tô tải chuyển động đều với vận tốc 5m/s thì nhìn thấy một ô tô du lịch ở phía trước cách xe mình 300m và chuyển động ngược chiều. Sau 20 giây hai xe gặp nhau.

1) Tính vận tốc của ô tô du lịch (so với mặt đường).

2) Sau khi gặp nhau 30s, hai xe cách nhau bao nhiêu và cách chỗ gặp nhau bao nhiêu ?

1.14. Trên hình 1.15 có biểu diễn các đồ thị tọa độ - thời gian của ba vật A, B, C.



Hình 1.15

1) Nêu tính chất chuyển động của mỗi vật. Tìm vận tốc và lập phương trình chuyển động của các vật A và C.

2) Xác định bằng đồ thị và kiểm tra lại bằng tính toán vị trí và khoảng cách giữa hai vật A và C sau khi đi được 20 giây.

1.15. Lúc 7h sáng một xe máy xuất phát từ địa điểm A, chuyển động đều về phía địa điểm B cách A 20 km với vận tốc 40 km/h. Cùng lúc đó một xe máy thứ hai xuất phát từ B, chuyển động đều, cùng chiều với xe máy thứ nhất, với vận tốc 30km/h.

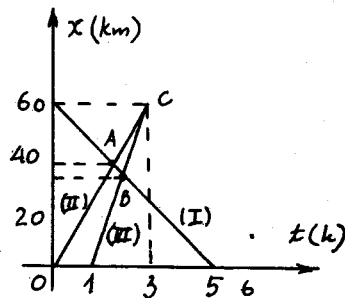
1) Tính khoảng cách giữa hai xe lúc 8h và lúc 10h.

2) Xác định thời điểm và vị trí gặp nhau của hai xe.

× 1.16. Trên hình 1.16 có biểu diễn đồ thị tọa độ thời gian của ba xe I, II và III.

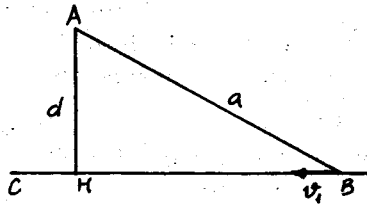
1) Dựa trên đồ thị hãy xác định thời điểm, vị trí xuất phát, vận tốc, chiều chuyển động của mỗi xe. Lập phương trình chuyển động của mỗi xe.

2) Xác định trên đồ thị vị trí gặp nhau của các xe. Kiểm tra lại bằng tính toán dựa vào phương trình chuyển động.



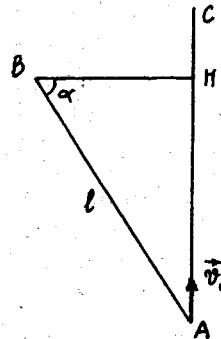
Hình 1.16

✧ 1.17. Một xe buýt đang chạy trên đoạn đường thẳng BC với vận tốc $v_1 = 15 \text{ m/s}$ thì có một hành khách đứng ở điểm A cách xe một đoạn $a = 400\text{m}$ và cách đường ô tô một đoạn $d = 80\text{m}$ (hình 1.17) đang tìm cách chạy đến gặp xe buýt. Hỏi người đó chạy với vận tốc nhỏ nhất bằng bao nhiêu và theo hướng nào thì gặp được xe ?



Hình 1.17

γ 1.18. Xe I xuất phát từ điểm A chạy trên đường thẳng AC với vận tốc v_1 . Cùng lúc đó tại điểm B cách A một đoạn l có một xe II cũng xuất phát với vận tốc v_2 để đi đến gặp xe I. Biết đoạn AB làm với đường BH vuông góc với AC một góc α (xem hình 1.18).



Hình 1.18

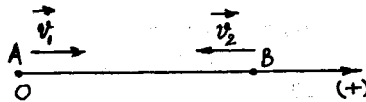
1) Hỏi xe II phải đi theo hướng nào để gặp được xe I và sau thời gian bao lâu thì gặp được xe I ?

2) Tìm điều kiện để hai xe gặp nhau tại H.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ CÁC BÀI TẬP VỀ CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU

1.1. Thời gian chuyển động của xe đạp $t_1 = \frac{s}{v_1} = 4\text{h}$. Để tới B cùng một lúc, thời gian chuyển động của xe máy phải là:
 $t_2 = t_1 + 1 - 3 = 2\text{h}$. Suy ra vận tốc của xe máy: $v_2 = \frac{s}{t_2} = 30\text{ km/h}$.

1.2. 1) Chọn A làm gốc tọa độ, gốc thời gian là lúc A (và B) khởi hành (8h sáng), chiều dương hướng từ A đến B. Phương trình chuyển động của xe từ A: $x_1 = 30t$ (1)



Hình 1.17

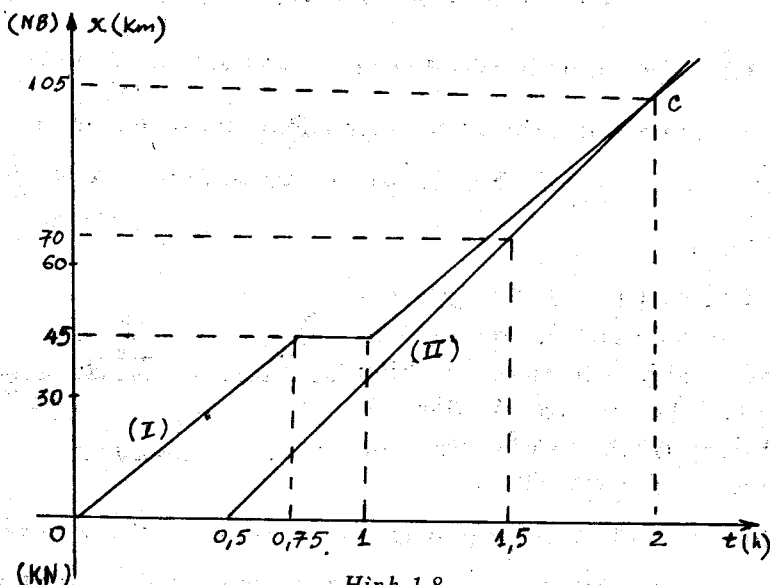
Phương trình chuyển động của xe từ B: $x_2 = -20t + 100$ (2)

Hai xe gặp nhau khi $x_1 = x_2 \rightarrow 30t = -20t + 100 \rightarrow t = 2\text{h}$ và $x_1 = x_2 = 30 \cdot 2 = 60\text{km}$. Hai xe gặp nhau cách A 60km, vào lúc 10h (8 + 2) sáng.

2) Bây giờ phương trình chuyển động của xe từ B là ($t_0 = -2\text{h}$):

$x'_2 = -20(t + 2) + 100$ (3). Hai xe gặp nhau khi $x_1 = x'_2 \rightarrow 30t = -20(t + 2) + 100 \rightarrow t = 1,2\text{h} = 1\text{h } 12\text{ phút}$ và $x_1 = x'_2 = 36\text{km}$. Hai xe gặp nhau cách A 36km, vào lúc 9h12 phút.

1.3. 1) Chọn gốc tọa độ tại Hà Nội, gốc thời gian là lúc ô tô (I) khởi hành, chiều dương là chiều từ Hà Nội tới Ninh Bình, và chọn tỉ lệ xích thích hợp trên trục tọa độ và trục thời gian. Căn cứ vào dữ liệu của đề bài, ta vẽ được các đồ thị của chuyển động của hai ô tô. Lưu ý rằng đồ thị chuyển động của ô tô (I) gồm hai đoạn song song với nhau (vì vận tốc



Hình 1.8

đều là 60km/h) và một đoạn nằm ngang (song song với trục thời gian, ứng với lúc xe dừng). Còn đồ thị của xe (II) bắt đầu từ điểm có tọa độ $x = 0$ (vì cũng khởi hành từ Hà Nội) và $t = 0,5\text{h}$ (vì xe II khởi hành sau xe (I) 30 phút).

2) Dựa vào đồ thị ở hình 1.8, xác định tọa độ của giao điểm của hai đồ thị. Ta thấy tọa độ của giao điểm là : $x = 105\text{km}$; $t = 2\text{h}$ Vậy hai ô tô gặp nhau tại điểm cách Hà Nội 105km , lúc 9h ($7 + 2$) sáng.

1.4. Theo đề bài, các vận tốc v_1, v_2 được tính đối với nước, còn vận tốc v_3 được tính với tàu. Để tìm được thời gian mà đoàn xà lan đi qua trước mặt người thủy thủ ta cần xác định được vận tốc tương đối của đoàn xà lan so với thủy thủ, nghĩa là phải xác định \vec{v}_{32} . Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có :

$$\vec{v}_{32} = \vec{v}_{31} = \vec{v}_{12} \quad (1) \quad \text{và} \quad \vec{v}_{12} = \vec{v}_{10} + \vec{v}_{02} = \vec{v}_{10} - \vec{v}_{20} \quad (2),$$

trong đó các kí hiệu 1, 2, 3, 0 lần lượt chỉ tàu thủy, xà lan, thủy thủ và nước. Theo đề bài $v_{31} = v_3 = 5 \text{ km/h}$; $v_{10} = v_1 = 35 \text{ km/h}$; $v_{20} = v_2 = 20 \text{ km/h}$. Chọn chiều dương là chiều

chuyển động của tàu thủy (vectơ \vec{v}_{10}), từ (1) và (2) ta có (các vectơ \vec{v}_{20} và \vec{v}_{31} ngược hướng với \vec{v}_{10} còn \vec{v}_{12} cùng chiều với \vec{v}_{10})

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_{10} + \vec{v}_{20} = 55 \text{ km/h} \dots$$

$$\vec{v}_{32} = \vec{v}_{12} - \vec{v}_{31} = 50 \text{ km/h}$$

(vì $v_{12} > v_{31}$) (như vậy là \vec{v}_{32} hướng theo chiều dương đã chọn). Thời gian cần tìm bằng :

$$t = \frac{l}{v_{32}} = \frac{0,250}{50} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ (h)} = 18 \text{ s.}$$

1.5. Chọn địa điểm A làm gốc tọa độ, chiều dương là chiều từ A đến B, gốc thời gian là lúc xe đi từ A khởi hành. Phương trình chuyển động của hai xe;

$$x_A = 40t; \quad x_B = -50(t - 0,5) + 110;$$

Khoảng cách hai xe là $|x_A - x_B|$. Hai xe gặp nhau khi $x_A = x_B$.

1) Lúc 7h : xe A cách A 40 km ; xe B cách A 85 km ; hai xe cách nhau 45 km.

Lúc 8h : xe A cách A 80 km ; xe B cách A 45 km ; hai xe cách nhau 35 km.

2) Hai xe gặp nhau tại nơi cách tại nơi cách A 60km, lúc 7h30 phút sáng.

1.6. Chiều dương của trục tọa độ hướng từ B đến A, gốc tọa độ được chọn tại điểm cách B 30 km trên đường AB. Xe xuất phát từ A lúc 6h 30 phút sáng ($6 + t_1$) đi về phía B, chuyển động

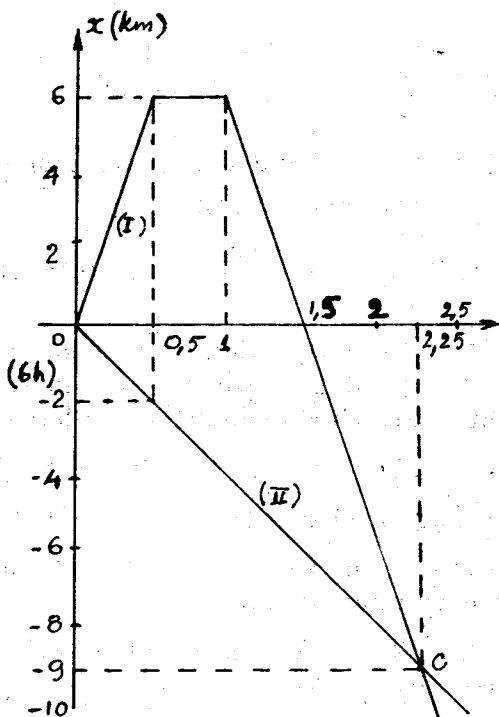
thẳng đều với vận tốc $v_1 = \frac{x_A}{t_2 - t_1} = \frac{80}{2} = 40 \text{ km/h}$. Vào lúc 8h30

ph sáng (6 + t₂) xe tới vị trí được chọn làm gốc tọa độ, sau đó đi tới B lúc 9h 15 ph (6 + t₃). Xe nghỉ tại B trong 1h (từ lúc 9h 15 ph đến 10h15ph). Sau đó xe quay trở lại A, chuyển động

đều với vận tốc $v_2 = \frac{x_A - x_B}{t_5 - t_4} = \frac{110}{1,25} = 88 \text{ km/h}$, và trở về A

lúc 11h 30ph (6 + t₅).

1.7. Thuận tiện là giải bài toán bằng phương pháp đồ thị. Chọn địa điểm hai người gặp nhau lúc đầu làm gốc tọa độ, chiều dương là chiều chuyển động của người đi xe đạp lúc đó và gốc thời gian là lúc 6h sáng. Căn cứ vào dữ liệu của đề bài, ta vẽ được đồ thị tọa độ - thời gian của (I) (người đi xe đạp) và (II) (người đi bộ) như trên hình 1.11. Dựa theo đồ thị ta tìm được tọa độ của giao điểm C (người đi xe đạp đuổi kịp người đi bộ: $x_C = -9(\text{km})$ và $t_C = 2,25\text{h}$. Như vậy người đi xe đạp đuổi kịp người đi bộ tại nơi cách chỗ gặp trước 9km, lúc 8h15 phút (6 + t_C).



Hình 1.11

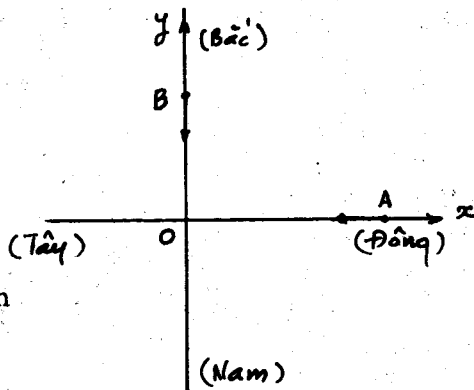
Ghi chú : Có thể kiểm tra kết quả bằng cách giải phương trình chuyển động . Quy ước chọn gốc và chiều như trên. Phương trình chuyển động của người đi bộ; $x_{II} = -4t$ (1) phương trình chuyển động của người đi xe đạp kể từ lúc người đó bắt đầu quay lại đuổi theo người đi bộ là :

$x_I = -12(t - 1) + 6$ (2) (lúc đó người đi xe đạp cách gốc đã chọn một khoảng bằng $12 \cdot \frac{1}{2} = 6$ km). Hai người gặp nhau

khi $x_{II} = x_I$, suy ra $t = \frac{18}{8} = 2,25h$ và $x_I = x_{II} = -4 \cdot 2,25 = -9(km)$.

1.8. Lấy hai trục tọa độ Ox và Oy trùng với hai con đường (xem hình 1.12).

Chọn gốc tọa độ là giao điểm của hai con đường, chiều dương trên hai trục tọa độ ngược hướng với chiều chuyển động của hai xe và gốc thời gian là lúc 8h.



Hình 1.12

Phương trình chuyển động của xe A là :

$$x = -50 + 4,4 \quad (1)$$

và của xe B là :

$$y = -30t + 4 \quad (2)$$

Gọi d là khoảng cách hai xe ta có:

$$\begin{aligned} d^2 &= x^2 + y^2 = (4,4 - 50t)^2 + (4 - 30t)^2 = \\ &= 3400t^2 - 680t + 35,36. \quad (3) \end{aligned}$$

Khoảng cách ban đầu của hai xe : $d_0^2 = (4,4)^2 + 4^2 = 35,36$. (có thể tìm từ (3) bằng cách đặt $t = 0$)

a) Ta viết lại biểu thức của d^2 :

$$d^2 = 3400 [(t - 0,1)^2 + 0,34].$$

Ta thấy khoảng cách hai xe là nhỏ nhất, tức là d^2 nhỏ nhất, khi $t = 0,1h = 6\text{phút}$. Vậy khoảng cách hai xe nhỏ nhất lúc 8h 6 phút.

b) Khoảng cách hai xe bằng khoảng cách ban đầu khi $d^2 = d_0^2$, hãy $3400t^2 - 680t + 35,36 = 35,36 \rightarrow 680t(5t - 1) = 0$

$\rightarrow t = \frac{1}{5} = 0,2h = 12\text{ph}$. Vậy khoảng cách hai xe bằng

khoảng cách ban đầu lúc 8h 12 phút.

1.9. Thuận tiện

là dùng phương pháp đồ thị.

Chọn gốc tọa độ

là bến A, chiều

dương là chiều đi

từ A đến B; gốc

thời gian là lúc

một canô đi từ A

đến B. Các đồ thị

biểu diễn chuyển

động của các

canô đi từ A đến

B là các đoạn

thẳng song song

hướng lên và

bằng OD,

cách đều nhau 20 phút. Còn các đồ thị biểu diễn

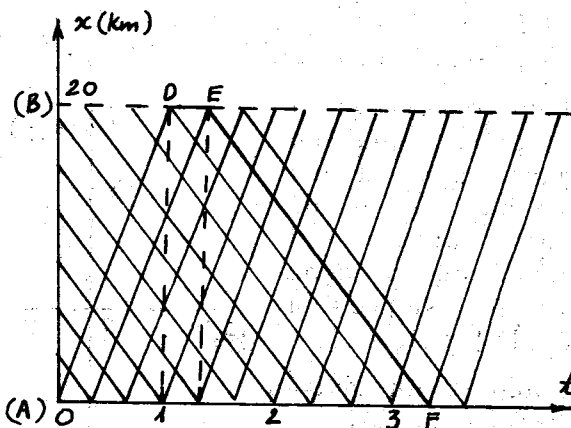
chuyển động của các canô đi từ B đến A là các đoạn thẳng song

song hướng xuống và bằng EF, cũng cách đều nhau 20 phút

(hình 1.13). Thời gian canô đi xuôi dòng từ A đến B; $t_1 = \frac{20}{20} = 1h$;

còn thời gian canô đi ngược dòng từ B đến A là: $t_2 = \frac{20}{10} = 2h$.

Ta có đồ thị chuyển động của các canô như trên hình 1.13.



Hình 1.13

1) Thời gian để một canô đi về biểu diễn bằng đoạn OF trên trục thời gian. Số canô cần thiết là số canô phải xuất phát từ A trong khoảng thời gian đó. Có tất cả 10 khoảng 20 phút trong đoạn OF. Vậy số canô cần thiết là : $N = 10 + 1 = 11$ canô.

2) Xét đồ thị đi và về của một canô: ODEF. Giao điểm của đồ thị này với các đoạn thẳng song song hướng lên cho biết số canô mà một canô đi từ A đến B sẽ gặp dọc đường; ta thấy số canô đó là 8. Tương tự giao điểm của đồ thị nói trên với các đoạn thẳng song song hướng xuống cho biết số canô mà một canô đi từ B về A sẽ gặp dọc đường; ta thấy số canô này cũng là 8.

1.10. Gọi khoảng cách AB là s , vận tốc của dòng nước là v_0 và giả sử dòng sông chảy theo hướng từ A đến B. Vận tốc của xuồng máy đối với bờ sông là $v_1 + v_0$; còn vận tốc của canô đối với bờ sông khi chạy từ A đến B là $v_2 + v_0$, và khi chạy từ B đến A là $v_2 - v_0$. Khoảng thời gian xuồng máy đi từ A

đến B: $t_1 = \frac{s}{v_1 + v_0}$ thời gian canô đi được 4 lần khoảng

cách AB bằng hai lần thời gian canô đi từ A đến B và ngược lại :

$$t_2 = 2 \left[\frac{s}{v_2 + v_0} + \frac{s}{v_2 - v_0} \right].$$

Theo đề bài $t_1 = t_2$, suy ra phương trình:

$$v_0^2 + 4v_2v_0 + 4v_2v_1 - v_2^2 = 0.$$

Thay số ta có : $v_0^2 + 120v_0 + 180 = 0$; phương trình này có hai nghiệm $v_0 = -118,5$ km/h và $v_0 = -1,5$ km/h. Ta phải loại nghiệm $-118,5$ km/h vì với vận tốc này của dòng sông thì cả xuồng máy lẫn canô không thể đi ngược dòng. Vậy ta có $v_0 = -1,5$ km/h. Như vậy một dòng nước chảy từ A đến B với vận tốc 1,5 km/h.

1.11. 1) Chọn trục tọa độ Ox và có gốc tại B, có chiều dương hướng theo chiều chuyển động của hai xe, gốc thời gian là lúc hai xe khởi hành. Lấy đơn vị thời gian là

giờ (h), đơn vị đường đi là km. Phương trình chuyển động của mô tô và xe máy là:

$$x_1 = -30 + 40t; \quad (1)$$

$$x_2 = 20t$$

Hai xe gặp nhau khi $x_1 = x_2 \rightarrow -30 + 40t = 20t \rightarrow t = \frac{3}{2} = 1,5$ h: hai xe gặp nhau sau khi khởi hành 1 giờ 30 phút. Vị trí hai xe gặp nhau cách B một khoảng:

$$x_1 = x_2 = -30 + 40 \times 1,5 = 30\text{km}, \text{ theo chiều chuyển động}$$

2) Quãng đường mô tô đã đi được:

$$s_1 = |x_1 - x_0| = |40 \cdot 1,5| = 60 \text{ km}.$$

Quãng đường xe máy đi được : $s_2 = |x_2| = |20 \cdot 1,5| = 30\text{km}.$

1.12. Chọn trục Ox trùng với đường thẳng AB, gốc toạ độ là A, chiều dương từ A đến B, gốc thời gian là lúc 7h sáng. Ta có ; $v_1 = 36 \text{ km/s} = 10\text{m/s}$; $v_2 = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}.$

Phương trình chuyển động của xe đi từ A và xe đi từ B là:

$$x_1 = 10t ; \quad (1)$$

$$x_2 = 3600 - 5(t - 30) = 3750 - 5t \quad (2).$$

1) Hai xe gặp nhau khi : $x_1 = x_2$, suy ra

$$10t = 3750 - 5t \rightarrow 15t = 3750 \rightarrow t = 250\text{s} = 4 \text{ phút } 10\text{s}.$$

Từ đó $x_1 = x_2 = 10 \cdot 250 = 2500\text{m}.$

Hai xe gặp nhau lúc 7h 4 ph 10s, tại vị trí cách A 2500m.

2) Hai xe cách nhau 2250 m:

$$|x_1 - x_2| = 2250 \rightarrow |15t - 3750| = 2250.$$

$$\text{Trường hợp 1: } 15t - 3750 = 2250 \rightarrow t = 400\text{s}.$$

Khi đó xe 1 cách A: $x_1 = 10t = 10 \cdot 400 = 4000 \text{ m}$; và xe 2 cách A ; $x_2 = 3750 - 5 \times 400 = 1750 \text{ m}.$

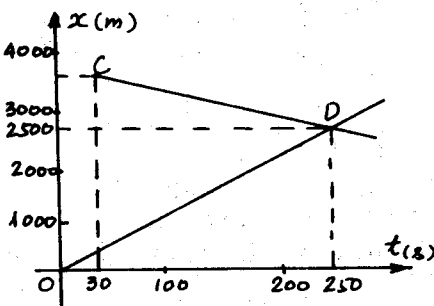
Trường hợp 2: $15t - 3750 = -2250 \rightarrow t = 100\text{s}$.

Khi đó xe 1 cách A: $x_1 = 10t = 1000\text{ m}$.

và xe 2 cách B; $x_2 = 3750 - 5t = 3250\text{ m}$.

3) Vẽ đồ thị (hình 1.14)

Hai xe chuyển động thẳng đều nên đồ thị tọa độ - thời gian là những đường thẳng CD và OD như trên hình vẽ (điểm D ứng với vị trí và thời điểm hai xe gặp nhau).



Hình 1.14

1.13. 1) Chọn trục tọa độ Ox cùng hướng với chuyển động của xe tải. Vận tốc của xe tải (vật 1) so với đường (vật 3) là $v_{13} = +5\text{ m/s}$.

Vận tốc của ô tô du lịch (vật 2) so với xe tải là (vật 1) là :

$$v_{21} = \frac{300\text{m}}{20\text{s}} = -15\text{ m/s}.$$

(có dấu - là vị trí của vectơ \vec{v}_{21} hướng ngược với chiều dương). Áp dụng công thức cộng vận tốc : $v_{13} = v_{12} + v_{23}$, với v_{23} là vận tốc của ô tô du lịch so với mặt đất ; suy ra $v_{23} = v_{13} - v_{12} = v_{13} + v_{21}$ (vì hai vectơ \vec{v}_{12} và \vec{v}_{21} ngược chiều nhau). Từ đó $v_{23} = 5 - 15 = -10\text{ m/s}$: Xe ô tô du lịch đang chạy với vận tốc 10 m/s so với đất và ngược chiều với Ox (ngược chiều với chiều chuyển động của xe tải).

2) Chọn gốc thời gian là lúc người ngồi trên xe tải bắt đầu nhìn thấy xe ô tô du lịch và gốc tọa độ là vị trí xe tải lúc đó. Phương trình chuyển động của xe tải và của xe du lịch là:

$$x_1 = 5t; \quad (1)$$

$$x_2 = 300 - 10t.$$

Khoảng cách giữa hai xe 30 giây sau khi gặp nhau, tức là vào lúc $t = 20 + 30 = 50s$ là :

$$d = |x_1 - x_2| = |5t - 300 + 10t| = |15 \cdot 50 - 300| = 450 \text{ m.}$$

Chú ý : Cũng có thể tính khoảng cách giữa hai xe bằng cách dựa vào vận tốc của xe du lịch so với xe tải v_{21} :

$$d = |v_{21} \cdot t_1| = |-15 \cdot 30| = 450 \text{ m.}$$

1.14. 1) Vật A và vật B chuyển động thẳng đều vì đồ thị tọa độ - thời gian là đường thẳng, còn vật B thì chuyển động không đều (nếu đồ thị có dạng đường parabol thì vật B chuyển động nhanh dần đều).

$$\text{Vận tốc của vật A : } v_1 = \frac{500\text{m}}{20\text{s}} = 25 \text{ m/s}$$

$$\text{Vận tốc của vật C : } v_3 = \frac{500\text{m}}{40\text{s}} = 12,5 \text{ m/s.}$$

Phương trình chuyển động của vật A và của vật C là :

$$x_1 = 25t; \quad (1)$$

$$x_2 = 500 - 12,5t \quad (2)$$

2) Theo đồ thị, sau 20 giây vật A có tọa độ $x_1 = 500\text{m}$, còn vật C có tọa độ $x_2 = 250\text{m}$; do đó khoảng cách giữa hai vật là: $d = x_1 - x_2 = 250\text{m}$

Thay $t = 20\text{s}$ vào các phương trình (1) và (2) ta cũng thu được kết quả như vừa tìm.

1.15. 1) Chọn trục tọa độ Ox trùng với đường thẳng AB, gốc tọa độ là A, chiều dương là chiều từ A đến B, gốc thời gian là lúc 7h sáng. Phương trình chuyển động của xe đi từ A và xe đi từ B là :

$$x_1 = 40t; \quad (1)$$

$$x_2 = 20 + 30t \quad (2)$$

Khoảng cách hai xe là :

$$d = |x_1 - x_2| = |10t - 20|$$

Lúc 8h tức là lúc $t = 1h$, khoảng cách hai xe là :

$$d = |10 \cdot 1 - 20| = 10\text{km.}$$

Lúc 10h tức là $t = 3h$, khoảng cách giữa hai xe là;

$$d = |10 \cdot 3 - 20| = 10 \text{ km.}$$

(lúc này xe thứ nhất đã vượt lên trước xe thứ hai).

2) Hai xe gặp nhau khi $x_1 = x_2$ (hay $d = 0$), suy ra

$10t - 20 = 0 \rightarrow t = 2h$ tức là lúc 9h sáng ($7 + 2$). Vị trí hai xe gặp nhau cách A là; $x_1 = 40 \cdot 2 = 80\text{km}$.

Ghi chú : Để tính khoảng cách hai xe có thể tích riêng x_1, x_2 sau đó lập hiệu $x_1 - x_2$.

1.16. 1) Xe I: xuất phát lúc $t = 0$, tại vị trí cách gốc tọa độ

$x_0 = 60\text{km}$. với vận tốc $v_1 = \frac{60}{5} = 12\text{km/h}$, chuyển động

theo chiều ngược với trục Ox, và có phương trình chuyển động là:

$$x_1 = 60 - 12t \text{ (km)}. \quad (1)$$

Xe II: xuất phát lúc $t = 0$, tại gốc tọa độ, với vận tốc

$v_2 = \frac{60}{3} = 20\text{km/h}$, chuyển động theo chiều Ox, và có phương

trình chuyển động :

$$x_2 = 20t \quad (2)$$

Xe III : Xuất phát lúc $t_0 = 1h$, tại gốc tọa độ, với vận tốc

$v_3 = \frac{60}{3} = 30\text{km/h}$, chuyển động theo chiều Ox, và có phương

trình chuyển động :

$$x_3 = 30(t - 1) \quad (3)$$

2) Xe I gặp xe II tại vị trí cách gốc toạ độ khoảng 37km.
 Xe I gặp xe III tại vị trí cách gốc toạ độ khoảng 34km.
 Xe II gặp xe III tại vị trí cách gốc toạ độ 60km.

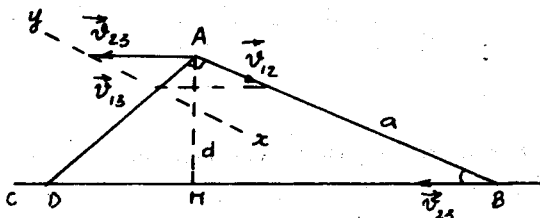
Kiểm tra bằng tính toán : Xe I gặp xe II khi $x_1 = x_2$, suy ra

$$60 - 12t = 20t \rightarrow t = \frac{60}{32} \text{ h và } x_1 = x_2 = 20 \cdot \frac{60}{32} = 37,5 \text{ km.}$$

Xe I gặp xe III khi $x_1 = x_3$, suy ra $60 - 12t = 30(t - 1) \rightarrow$

$$t = \frac{90}{42} \text{ h và } x_1 = x_3 = 30\left(\frac{90}{42} - 1\right) \approx 34,3 \text{ km}$$

1.17. Gọi hành khách là vật 1, xe buýt là vật 2 và mặt đất là vật 3. Muốn cho hành khách đuổi kịp xe buýt với vận tốc nhỏ nhất thì trước hết vectơ vận tốc \vec{v}_{12} của người đó đối với xe buýt phải luôn luôn hướng về xe buýt và tại thời điểm ban đầu của



Hình 1.19

vectơ \vec{v}_{12} hướng từ A đến D (D nằm trên đường thẳng BC, xem hình 1.19). Theo công thức cộng vận tốc $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$.

Căn cứ vào hình 1.19, ta thấy vectơ \vec{v}_{13} có gốc tại A ở thời điểm ban đầu và có mút (ngọn) nằm trên đường xy // AB. Muốn cho độ lớn của vectơ \vec{v}_{13} là nhỏ nhất thì vectơ \vec{v}_{12} phải vuông góc với đường xy, tức là vuông góc với phương

AD (\hat{A} là góc vuông). Xét hai tam giác đồng dạng, ta có :

$$\frac{v_{13}}{v_{23}} = \frac{d}{a}, \text{ suy ra } v_{13} = \frac{v_{23} \cdot d}{a} = 3 \text{ m/s}$$

Người đó phải chạy với vận tốc nhỏ nhất bằng 3 m/s, theo hướng làm với đường BC một góc α mà :

$$\cos \alpha = \frac{d}{a} \approx 0,2$$

1.18. 1) Giả sử hai xe gặp nhau tại điểm D sau thời gian t. Ta có

$$AD = v_1 t, \quad BD = v_2 t; \text{ suy ra } \frac{v_1}{v_2} = \frac{AD}{BD},$$

nghĩa là $EF \parallel AB$. Từ đó, ta có :

$$\begin{aligned} v_1 \sin(90^\circ - \alpha) &= v_2 \sin \beta \\ \rightarrow v_1 \cos \alpha &= v_2 \sin \beta \end{aligned} \quad (1).$$

Như vậy xe II phải đi theo hướng BD làm với AB một góc β mà $\sin \beta = \frac{v_1 \cos \alpha}{v_2}$.

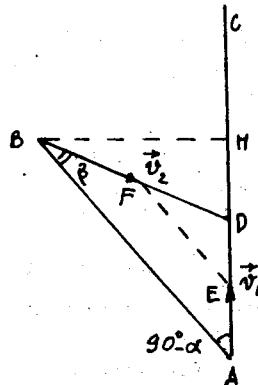
Ta thấy phải có điều kiện $v_1 \cos \alpha \leq v_2$.

Các hình chiếu của vận tốc \vec{v}_1 và \vec{v}_2 của hai xe xuống AB là $v_1 \sin \alpha$ và $v_2 \cos \beta$, đó cũng chính là vận tốc của các hình chiếu của hai xe lên AB. Từ đó, biết $AB = l$, ta tìm được thời gian t cần phải đi để xe II gặp xe I :

$$t = \frac{l}{v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \beta}. \text{ Thay } v_2 = \frac{v_1 \cos \alpha}{\sin \beta} \text{ từ (1)}$$

$$\text{ta tìm được; } t = \frac{l \sin \beta}{v_1 \cos(\alpha - \beta)}$$

2) Muốn cho hai xe gặp nhau tại H ta phải có $\beta = \alpha$, khi đó từ (1) suy ra $\text{tg} \alpha = \frac{v_1}{v_2}$ và $t = \frac{l \sin \alpha}{v_1} = \frac{l \cos \alpha}{v_2}$.



Hình 1:20

§2. CHUYỂN ĐỘNG THẲNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Vận tốc trung bình \bar{v} của một chuyển động thẳng biến đổi trên một quãng đường s nhất định : $\bar{v} = \frac{s}{t}$ (t là khoảng thời gian đi hết quãng đường s). Vận tốc trung bình có giá trị khác nhau trên những quãng đường khác nhau.

Vận tốc tức thời của chuyển động biến đổi : $v_t = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (Δt

là khoảng thời gian rất nhỏ để đi hết quãng đường đi rất nhỏ Δs).

Véc tơ vận tốc tức thời \vec{v}_t có gốc là vật chuyển động và cùng hướng với chuyển động.

2. Gia tốc của chuyển động thẳng biến đổi đặc trưng cho sự biến thiên nhanh hay chậm của vận tốc

Véc tơ gia tốc : $\vec{a} = \frac{\vec{v}_t - \vec{v}_0}{t - t_0} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ (khi $\Delta t \rightarrow 0$ thì \vec{a} là gia tốc tức thời). Đơn vị của gia tốc : m/s^2

3. Chuyển động thẳng biến đổi đều là chuyển động trong đó vận tốc biến thiên được những lượng bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau bất kì. Véc tơ gia tốc \vec{a} của chuyển động thẳng biến đổi đều không đổi cả về hướng và độ lớn.

- Chuyển động nhanh dần đều: \vec{a} và \vec{v} cùng hướng, hay $av > 0$;

- Chuyển động chậm dần đều : \vec{a} ngược chiều \vec{v} , hay $av < 0$.

- Nếu chọn chiều (+) là chiều chuyển động (chiều của véc tơ vận tốc ban đầu \vec{v}_0) thì : chuyển động nhanh dần đều có $a > 0$; còn chuyển động chậm dần đều có $a < 0$;

- Công thức đại số của gia tốc : $a = \frac{v_t - v_0}{t - t_0}$

4. Công thức vận tốc tức thời : $v_t = a(t - t_0) + v_0$

- Chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu chuyển động ($t_0 = 0$): $v_t = at + v_0$;

- Nếu $v_0 = 0$ và $t_0 = 0$: $v_t = at$.

(a, v_t, v_0 có giá trị dương khi $\vec{a}, \vec{v}_t, \vec{v}_0$ cùng chiều (+)).

- Đồ thị vận tốc : (Hình 2.1a)

5. Phương trình của chuyển động thẳng biến đổi đều

- Công thức đường đi :

$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Đường đi có thể

tính bằng diện tích S trên hình 2.1b)

- Dạng tổng quát của phương trình chuyển động :

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$$

- Chọn gốc thời gian lúc

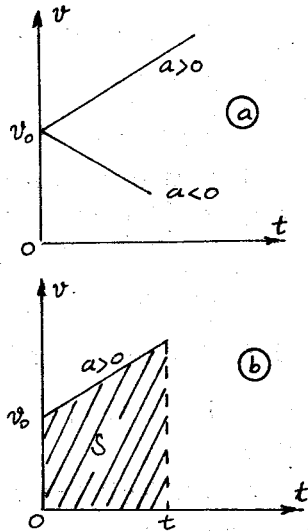
$$t_0 (t_0 = 0) : x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

- Các trường hợp riêng :

+ Nếu $v_0 = 0$ $x = x_0 + \frac{at^2}{2}$

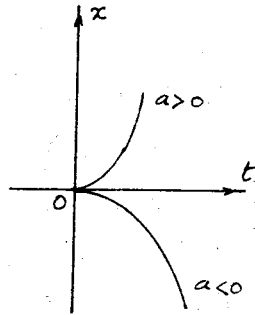
+ Chọn $x_0 = 0$ $x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

+ Nếu $v_0 = 0$ và chọn $x_0 = 0$: $x = \frac{at^2}{2}$



Hình 2.1

• Đồ thị tọa độ- thời gian : là đường parabol ; trong trường hợp đơn giản đồ thị tọa độ có dạng như trên hình 2.2.



Hình 2.2

• Quãng đường đi được (áp dụng cho trường hợp chuyển động không đổi chiều):

$$s = |x - x_0|.$$

6. Liên hệ giữa gia tốc, vận tốc và đường đi

• Dạng tổng quát :

$$v_t^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0), \text{ hay } v_t^2 - v_0^2 = 2as.$$

• Trường hợp riêng:

+ Nếu $v_0 = 0$: $v_t^2 = 2a(x - x_0)$, hay $v_t^2 = 2as$.

+ Chọn $x_0 = 0$: $v_t^2 - v_0^2 = 2ax$.

7. Sự rơi tự do là một chuyển động nhanh dần đều có gia tốc không đổi ở cùng một nơi trên trái đất.

• Công thức của sự rơi tự do (chọn vị trí bắt đầu rơi của vật làm gốc tọa độ, gốc thời gian là lúc vật bắt đầu rơi,

chiều (+) hướng xuống dưới) : $v_t = gt$; $h = \frac{gt^2}{2}$; $v_t = \sqrt{2gh}$;

trong đó $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$ và thay đổi theo vị trí của vật trên mặt đất.

II . BÀI TẬP THÍ DỤ

1. Thí dụ 1 : Một người đi xe đạp trên đoạn đường thẳng AB. Nửa đoạn đường đầu người ấy đi với vận tốc trung bình 20 km/h; trong nửa thời gian còn lại đi với vận tốc 10km/h, và sau cùng dắt bộ với vận tốc 5km/h . Tính vận tốc trung bình của người đó trên cả đoạn đường AB.

A. Lời giải : Gọi s là chiều dài đoạn đường AB . Thời gian đi nửa đoạn đường đầu tiên là: $t_1 = \frac{s/2}{v_1} = \frac{s}{2v_1}$, với $v_1 = 20\text{km/h}$; gọi t_2 là thời gian đi nửa đoạn đường còn lại, thì theo đề bài trong khoảng thời gian $\frac{t_2}{2}$ người đó đi với vận tốc $v_2 = 10\text{km/h}$; do đó đoạn đường đi được trong thời gian này là : $v_2 \cdot \frac{t_2}{2}$. Và cuối cùng trong thời gian $\frac{t_2}{2}$ còn lại người đó đi bộ với vận tốc $v_3 = 5\text{km/h}$; do đó đoạn đường đi được trong thời gian này là $v_3 \cdot \frac{t_2}{2}$. Như vậy ta có:

$$\frac{s}{2} = v_2 \cdot \frac{t_2}{2} + v_3 \cdot \frac{t_2}{2} , \text{ suy ra } t_2 = \frac{s}{v_2 + v_3} .$$

Thời gian đi hết toàn bộ đoạn đường AB là:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{v_2 + v_3} = s \left(\frac{1}{2v_1} + \frac{1}{v_2 + v_3} \right)$$

Từ đó, vận tốc trung bình trên cả đoạn đường AB là:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{1}{\frac{1}{2v_1} + \frac{1}{v_2 + v_3}}$$

Thay số ta được $\bar{v} = \frac{40 \cdot 15}{40 + 15} \approx 10,9 \text{ km/h}$.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về vận tốc trung bình trên một quãng đường của vật chuyển động không đều. Để giải bài toán chỉ cần áp dụng công thức $\bar{v} = \frac{s}{t}$. Thông thường trên từng đoạn khác nhau của quãng đường, đề bài cho biết vận tốc của vật, do đó công thức đó còn được viết dưới dạng :

$$\bar{v} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots} \quad \text{trong đó } v_i, t_i \text{ là vận tốc và thời gian}$$

trên đoạn s_i của quãng đường. Tùy thuộc vào dữ kiện của đề, có thể biết được t_i, s_i hoặc v_i .

2. Thí dụ 2 : Một xe chuyển động thẳng nhanh dần đều đi được những đoạn đường $s_1 = 35\text{m}$ và $s_2 = 120\text{m}$ trong khoảng thời gian liên tiếp bằng nhau là 5s . Tìm gia tốc và vận tốc ban đầu của xe.

A. Lời giải : Áp dụng công thức tính đường đi $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Theo đề bài : Khi $t_1 = 5\text{s}$, $s_1 = 35\text{m}$ và khi $t_2 = 10\text{s}$, $s_2 = 120\text{m}$

ta được phương trình :
$$\begin{cases} 5v_0 + \frac{25a}{2} = 35 & (1) \\ 10v_0 + 50a = 120 & (2) \end{cases}$$

Giải hệ (1) và (2) ta được ; $a = 2 \text{ m/s}^2$; $v_0 = 2 \text{ m/s}$.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán xác định các thông số đặc trưng cho chuyển động nhanh dần đều dựa vào công thức đường đi (hoặc vào định nghĩa của đại lượng). Để giải bài toán chỉ cần dựa vào công thức tính đường đi ; vào công

thức định nghĩa $a = \frac{v_t - v_0}{t - t_0}$ (thường chọn $t_0 = 0$), hoặc vào hệ

thức $v_t^2 - v_0^2 = 2as$.

Nếu kết quả tìm được $a > 0$ thì đó là chuyển động nhanh dần đều ; và nếu $a < 0$ thì chuyển động là chậm dần đều (có thể dự đoán điều này căn cứ vào dữ liệu của đề bài).

3. Thí dụ 3. Cùng một lúc hai xe đi qua hai địa điểm cách nhau 260m và đi ngược chiều nhau, tới gặp nhau. Xe A có vận tốc đầu $10,8\text{km/h}$ chuyển động nhanh dần đều với gia tốc 40 cm/s^2 ; Xe B có vận tốc đầu 36km/h chuyển động chậm dần đều với gia tốc $0,4 \text{ m/s}^2$. Hỏi sau bao lâu hai người gặp nhau và đến lúc gặp nhau mỗi người đã đi được quãng đường dài bao nhiêu ?

A. Lời giải : Ta chọn gốc tọa độ là vị trí của xe A khi nó cách xe B 260 m, chiều dương là chiều chuyển động của xe A (hình 2.3), gốc thời gian là lúc hai xe đi qua hai địa điểm đó. Đối với xe A, theo đề bài, $a = 40\text{cm/s}^2 = 0,4\text{m/s}^2$; $v_0 = 10,8\text{km/h} = 3\text{m/s}$. Do đó phương trình chuyển động của xe A là :

$$x_A = 3t + 0,2t^2 \quad (1)$$

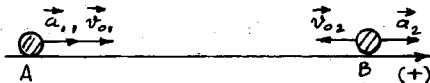
Đối với xe B : Với qui ước chiều dương đã chọn, theo đề bài: $a = 0,4 \text{ m/s}^2$ (vì vectơ \vec{a} cùng chiều với chiều dương đã chọn); $v_0 = -36\text{km/h} = -10\text{m/s}$. Do đó phương trình chuyển động của xe B là :

$$x_B = 260 - 10t + 0,2t^2 \quad (2)$$

Hai xe gặp nhau khi

$$x_A = x_B, \text{ hay :}$$

$$3t + 0,2t^2 = 260 - 10t + 0,2t^2$$



Hình 2.3

Suy ra $t = 20\text{s}$. Từ đó $x_A = 3.20 + 0,2 (20)^2 = 140\text{m}$. Vậy sau 20s hai xe gặp nhau, và đến lúc gặp nhau xe A đã đi được 140m, còn xe B đi được $260 - 140 = 120\text{m}$.

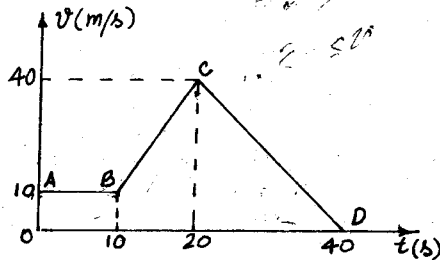
B. Chú ý : Đây là loại bài toán lập phương trình chuyển động của vật chuyển động biến đổi đều, từ đó có thể khảo sát về hai vật gặp nhau (lúc nào và ở đâu), cũng như xác định được khoảng cách hai vật (bằng $|x_1 - x_2|$). Điều quan trọng là : trên cơ sở chọn gốc tọa độ, chiều dương của trục tọa độ, gốc thời gian (chọn thế nào cho thuận lợi nhất), căn cứ vào dữ liệu của đề bài xác định đúng giá trị đại số của a, v_0 , từ đó lập phương trình chuyển động. Cũng cần lưu ý đến đơn vị đo các đại lượng khi thay số (như đã làm ở thí dụ trên). Có thể có tình huống là: một trong hai vật chuyển động thẳng đều theo phương trình tổng quát $x = v(t - t_0) + x_0$. Sau đó tùy theo yêu cầu và dữ liệu của bài toán, tìm ra các phương trình cần giải. Ngoài bài toán thuận như trên còn có các bài toán ngược, như phải tìm $a, v_0 \dots$ Để khẳng định được giá

$$v_1 = v_0 + a \cdot t$$

trị đại số của a , v_0 , nên dùng hình vẽ minh họa như ở thí dụ trên. Nói chung bài toán này phức tạp hơn bài toán về hai vật chuyển động đều đã xét ở chủ đề 1.

4. Thí dụ 4. Chuyển động của một vật có đồ thị vận tốc - thời gian như trên hình 2.4

1. Nêu tính chất của mỗi giai đoạn chuyển động của vật đó. Tính gia tốc và lập phương trình vận tốc trong mỗi giai đoạn chuyển động. Lập phương trình chuyển động của vật trong mỗi giai đoạn.



Hình 2.4

2. Tính quãng đường mà vật đã đi được cho đến khi vật dừng lại.

A. Lời giải :

1) Trong cả ba giai đoạn chuyển động, biểu diễn bằng các đoạn đồ thị AB, BC, CD, ta đều có $v \geq 0$ (chuyển động của vật luôn luôn theo một chiều).

Trong giai đoạn 1 (đoạn AB), gia tốc $a_1 = 0$, vật chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_1 = 10 \text{ m/s}$ trong khoảng thời gian $0 < t \leq 10 \text{ s}$. Phương trình chuyển động của vật là : $x_1 = 10t$ (1). Ta chọn gốc tọa độ là điểm khởi hành của vật.

Trong giai đoạn hai (đoạn BC) gia tốc :

$$a_2 = \frac{40-10}{20-10} = 3 \text{ m/s}^2 > 0: \text{ vật chuyển động nhanh dần}$$

đều; trong khoảng thời gian $10 \text{ s} < t \leq 20 \text{ s}$. Phương trình vận tốc của vật, theo đồ thị, có dạng : $v_2 = 3(t - 10) + 10$ (m/s) (2). Phương trình chuyển động của vật là:

$$x_2 = 1,5(t - 10)^2 + 10(t - 10) + 100 = 1,5t^2 - 20t + 150 \text{ (m)} \quad (3)$$

(ở đây $t_0 = 10s$; $v_0 = 10m/s$; $x_0 = x_1(t=0) = 10.10 = 100m$)

Trong giai đoạn ba (đoạn CD) vật có gia tốc:

$$a_3 = \frac{0-40}{40-20} = -2 \text{ m/s}^2 < 0 : \text{ vật chuyển động chậm dần đều}$$

trong khoảng thời gian $20s < t \leq 40s$, và dừng lại ($v_3 = 0$) lúc $t = 40s$. Phương trình vận tốc của vật có dạng: $v_3 = -2(t-20) + 40$ (m/s) (4). Phương trình chuyển động của vật là:

$$x_3 = -(t-20)^2 + 40(t-20) + 350 = -t^2 + 80t - 850 \text{ (m)} \quad (5)$$

(ở đây $t_0 = 20s$; $v_0 = v_2(t=20) = 40m/s$; $x_0 = x_2(t=20) = 350m$)

2) Vì gốc tọa độ là điểm khởi hành của vật và vì chiều chuyển động của vật không thay đổi trong suốt thời gian vật chuyển động, cho nên quãng đường vật đã đi bằng:

$$s = x_3(t=40) = -(40)^2 + 80.40 - 850 = 750(m)$$

Cũng có thể tính quãng đường đã đi dựa vào đồ thị: nó bằng diện tích của đa giác OABCD, do đó

$$s = 10.10 + \frac{(10+40)}{2}(20-10) + \frac{(40-20).40}{2} = 750m.$$

B. Chú ý: Đây là loại bài toán về đồ thị của chuyển động thẳng biến đổi đều.

1) Thường có các đồ thị sau đây: đồ thị vận tốc - thời gian, là đường thẳng có độ dốc là gia tốc a (nếu là chuyển động thẳng đều thì đồ thị là đường thẳng song song với trục thời gian); và đồ thị tọa độ - thời gian, là đường parabol. Vẽ đồ thị dựa vào một số điểm biểu diễn đặc biệt và đồ thị được giới hạn bởi các điều kiện của bài toán (như ở thí dụ trên). Ngược lại dựa vào đồ thị cho trước (thường là đồ thị vận tốc - thời gian) ta có thể tìm được đặc điểm của chuyển động và các phương trình (vận tốc, đường đi...), từ đó suy ra lời giải của bài toán.

2) Đặc điểm của chuyển động dựa theo đồ thị vận tốc - thời gian:

+ *Đồ thị hướng lên* : $a > 0$; *đồ thị hướng xuống* : $a < 0$; *đồ thị nằm ngang* : $a = 0$; *Kết hợp với dấu của v có thể suy ra tính chất của chuyển động* ;

+ *Hai đồ thị song song* : hai chuyển động có cùng gia tốc ;

+ *Giao điểm của đồ thị với trục thời gian* , xác định lúc vật dừng lại ;

+ *Hai đồ thị cắt nhau* : hai vật có cùng gia tốc .

Tính a và v_0 từ đồ thị có thể thiết lập được phương trình vận tốc và phương trình chuyển động .

3) *Giao điểm của hai đồ thị tọa độ- thời gian của hai vật chuyển động giúp ta xác định thời điểm và vị trí hai vật gặp nhau.*

5. Thí dụ 5. Từ trên tầng cao của một toà nhà cao tầng người ta thả rơi tự do một vật A. Một giây sau, ở tầng thấp hơn 10m, dọc theo phương chuyển động của vật A người ta buông rơi vật B.

1) Sau bao lâu hai vật A và B sẽ đụng nhau . Tính vận tốc của hai vật đó và quãng đường mà vật B đã đi được .

2) Tính khoảng cách giữa hai vật A và B sau hai giây kể từ lúc vật A bắt đầu rơi. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A. Lời giải :

1) Chọn gốc tọa độ 0 là vị trí vật A bắt đầu rơi, chiều dương của trục Oy hướng thẳng đứng xuống dưới, và gốc thời gian là lúc vật A bắt đầu rơi. Phương trình chuyển động của vật A và vật B là :

$$y_A = \frac{gt^2}{2} = 5t^2 \text{ (m)} \quad , \quad (1) \quad ; \quad v_A = gt = 10t \text{ (m/s)} \quad (2)$$

$$y_B = \frac{g(t-1)^2}{2} + 10 = 5t^2 - 10t + 15 \text{ (m)} \quad (3);$$

$$v_B = g(t-1) = 10t - 10 \text{ (m/s)} \quad (4).$$

Hai vật A và B đụng nhau khi $y_A = y_B \rightarrow - 10t + 15 = 0$
 $\rightarrow t = 1,5\text{s}$

Hai vật đụng nhau sau 1,5s kể từ lúc vật A bắt đầu rơi.
Vận tốc của hai vật khi đụng nhau : (theo (2) và (4)):

$$v_A = 10 \cdot 1,5 = 15 \text{ m/s} ; v_B = 10t - 10 = 5 \text{ m/s} .$$

Khi đụng với vật A , vật B đã đi được quãng đường là :

$$s_A = \frac{g(t-1)^2}{2} = 1,25 \text{ m} .$$

2) Khoảng cách giữa hai vật sau hai giây là:

$$d = | y_A - y_B | = | 10t - 15 | = 5\text{m} .$$

B. Chú ý : Đây là bài toán về sự rơi tự do của các vật .
Để giải bài toán, cần chọn gốc tọa độ, chiều dương (thường chọn chiều dương hướng xuống), gốc thời gian và áp dụng các công thức về sự rơi tự do . Cần chú ý rằng nếu gốc tọa độ và gốc thời gian không trùng với vị trí và lúc buông vật thì phương trình của sự rơi tự do có dạng tổng quát :

$$y = \frac{1}{2} g(t - t_0)^2 + y_0 \text{ với } y_0 \text{ và } t_0 \text{ tương ứng với dữ kiện của đề}$$

bài (như trường hợp vật B ở thí dụ trên chẳng hạn). Phương pháp giải bài toán tương tự như phương pháp giải các bài toán về chuyển động thẳng biến đổi đều đã nêu ở các thí dụ trước.

6. Thí dụ 6. Một viên đạn pháo nổ ở độ cao 100 m thành hai mảnh ; mảnh A có vận tốc $v_1 = 60 \text{ m/s}$ hướng thẳng đứng lên trên , và mảnh B có vận tốc $v_2 = 40 \text{ m/s}$ hướng thẳng đứng xuống dưới.

1) Hỏi sau 0,5s kể từ lúc đạn nổ, mảnh B cách mặt đất bao nhiêu ?

2) Tính khoảng cách giữa hai mảnh đó sau 0,5s kể từ lúc đạn nổ.

A. Lời giải : Chọn gốc tọa độ tại vị trí đạn nổ, chiều dương hướng thẳng đứng lên trên và gốc thời gian là lúc đạn nổ.

Phương trình chuyển động của hai mảnh A và B là:

$$y_A = -\frac{gt^2}{2} + v_1 t = -5t^2 + 60t \quad (1)$$

$$y_B = -\frac{gt^2}{2} - v_2 t = -5t^2 - 40t \quad (2)$$

1) Khoảng cách h từ mảnh B đến mặt đất bằng

$$h = 100 - |y_B(t = 0,5s)|.$$

Ta có : $y_B(t = 0,5s) = -5(0,5)^2 - 40(0,5) = -21,25 \text{ m}$

Từ đó : $h = 100 - |y_B(t = 0,5s)| = 78,75 \text{ m}$

2) Khoảng cách H giữa hai mảnh sau $0,5s$:

$$H = |y_A - y_B| = |100| = 100 \cdot 0,5 = 0,5s$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về chuyển động của một vật được ném thẳng đứng (lên trên hay xuống dưới). Nội dung của bài toán là: xét chuyển động của một vật (hoặc nhiều vật) có gia tốc bằng gia tốc rơi tự do g (vectơ gia tốc \vec{g} hướng thẳng đứng xuống dưới) và có vận tốc ban đầu \vec{v}_0 hướng thẳng đứng. Tùy thuộc vào hướng của vận tốc ban đầu \vec{v}_0 (hướng lên hoặc hướng xuống) mà chuyển động của vật sẽ là nhanh dần đều (nếu \vec{v}_0 cùng hướng với \vec{g}) hoặc chậm dần đều (nếu \vec{v}_0 ngược hướng với \vec{g}). Sau khi phân tích kỹ dữ kiện của đề bài, chỉ cần vận dụng các phương pháp giải bài toán chuyển động biến đổi đều đã nêu ra trong các thí dụ trước. Chỉ cần lưu ý một điều là : Cuối cùng, vật sẽ rơi đến mặt đất. Trong trường hợp vật được ném lên (\vec{v}_0 hướng lên trên), thì sau một thời gian chuyển động của vật sẽ đổi chiều, trong trường hợp đó cần thận trọng trong khi tính quãng đường vật đã đi được.

III . BÀI TẬP LUYỆN TẬP

2.1. Một vật đi một phần đường trong thời gian t_1 với vận tốc trung bình v_1 , đi phần còn lại trong thời gian t_2 với vận tốc trung bình v_2 . Tìm vận tốc trung bình \bar{v} của vật trên cả đoạn đường. Trong điều kiện nào vận tốc trung bình \bar{v} bằng trung bình cộng của hai vận tốc v_1 và v_2 .

$$v_f = v_0 + at = 5 \text{ m/s} + 0,3 \cdot 50 = 5 + 15 = 20 \text{ m/s}$$

2.2. Một vật chuyển động nhanh dần đều với vận tốc ban đầu $v_0 = 36 \text{ km/h}$. Trong giây thứ tư kể từ lúc vật bắt đầu chuyển động vật đi được $13,5 \text{ m}$. Tìm gia tốc của vật và quãng đường đi được sau 8 s .

2.3. Lúc 7h 30 phút sáng một ô tô chạy qua địa điểm A trên một con đường thẳng với vận tốc 36 km/h , chuyển động chậm dần đều với gia tốc 20 cm/s^2 . Cùng lúc đó tại điểm B trên cùng con đường đó cách A 560 m một ô tô khác bắt đầu khởi hành đi ngược chiều với xe thứ nhất, chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $0,4 \text{ m/s}^2$. Xác định thời gian hai xe đi để gặp nhau, thời điểm gặp nhau và vị trí lúc gặp nhau.

2.4. Trên một quốc lộ song song với đường sắt một ô tô bắt đầu khởi hành chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $0,5 \text{ m/s}^2$ đúng vào lúc một tàu hỏa vượt qua nó với vận tốc 18 km/h và gia tốc $0,3 \text{ m/s}^2$. Hỏi khi ô tô đuổi kịp tàu hỏa thì vận tốc của ô tô là bao nhiêu, và cách điểm khởi hành bao xa? Sau 1 phút kể từ lúc ô tô khởi hành hai xe cách nhau bao nhiêu km?

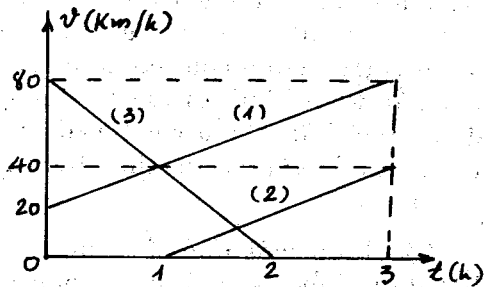
2.5. Hai ô tô cùng khởi hành một lúc từ địa điểm A sau thời gian 2 giờ chúng đều đi đến địa điểm B. Ô tô thứ nhất đã đi hết nửa đầu quãng đường với vận tốc trung bình $\overline{v}_1 = 30 \text{ km/h}$ và nửa còn lại với vận tốc trung bình $\overline{v}_2 = 45 \text{ km/h}$. Còn ô tô thứ hai thì đã đi cả quãng đường với vận tốc không đổi.

- 1) Tính vận tốc ô tô thứ hai khi đến B.
- 2) Tại thời điểm nào hai ô tô có vận tốc bằng nhau?
- 3) Trên đường đi có lúc nào xe nọ vượt xe kia không?

2.6. Từ lúc bắt đầu khởi hành một ô tô chuyển động nhanh dần đều. Trên đoạn đường 1 km đầu tiên nó có gia tốc a_1 và vận tốc của nó tăng lên 10 m/s . Còn trên đoạn đường 1 km thứ hai nó có gia tốc a_2 và vận tốc của nó tăng được 5 m/s . Tính a_1 và a_2 .

2.7. Một ô tô đang chuyển động đều trên con đường nằm ngang với vận tốc 36km/h thì xuống dốc và chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $0,1\text{m/s}^2$; vận tốc ô tô khi xuống hết dốc là 72 km/h . Tính chiều dài của dốc và thời gian xuống dốc

2.8. Chuyển động của ba vật 1, 2, 3 có đồ thị vận tốc - thời gian như hình 2.5. Hãy nêu tính chất chuyển động của mỗi vật, lập các phương trình vận tốc và phương trình đường đi của mỗi vật.



Hình 2.5

2.9. Thang máy của một toà nhà cao tầng chuyển động đi xuống theo ba giai đoạn liên tiếp. Giai đoạn 1: chuyển động nhanh dần đều, không có vận tốc ban đầu và sau $12,5\text{ m}$ thì đạt vận tốc 5m/s . Giai đoạn 2: chuyển động trên đoạn đường 25m liên theo. Giai đoạn 3: chuyển động chậm dần đều để dừng lại cách nơi khởi hành 50m .

1. Lập phương trình chuyển động của mỗi giai đoạn;
2. Vẽ các đồ thị vận tốc - thời gian và tọa độ thời gian của mỗi giai đoạn chuyển động.

2.10. Vật A rơi tự do từ độ cao $h = 20\text{m}$; cùng lúc đó vật B được ném thẳng xuống dưới với vận tốc đầu v_0 từ độ cao $h = 30\text{m}$. Biết hai vật rơi đến đất cùng một lúc. Tính vận tốc v_0 . Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

2.11. Một vật rơi tự do, trong giây cuối cùng rơi được quãng đường bằng quãng đường vật đã rơi trước đó 2 giây. Tính quãng đường tổng cộng vật đã rơi được. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

2.12. Một vật rơi tự do trong thời gian 10s . Hãy tính thời gian vật rơi trong 10m đầu tiên và thời gian vật rơi trong 10m cuối cùng, cho $g = 10\text{m/s}^2$.

2.13. Thả cho hai viên bi A và B rơi ở cùng một nơi vào hai thời điểm khác nhau . Sau 2s kể từ lúc viên bi B rơi thì khoảng cách giữa hai viên bi bằng 60m. Hỏi viên bi B rơi trễ hơn viên A bao lâu ? Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

2.14. Từ điểm A cách mặt đất 20 m người ta ném thẳng đứng lên trên một viên bi với vận tốc 10m/s.

1) Tính thời gian viên bi lên đến đỉnh cao nhất , viên bi rơi trở lại A và viên bi trở lại đất ;

2) Tính vận tốc viên bi khi nó rơi trở lại qua A và khi nó xuống tới đất. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

2.15. Từ một khí cầu đang bay lên cao theo phương thẳng đứng với vận tốc không đổi bằng 5m/s, người ta thả nhẹ nhàng một vật nặng. Hỏi sau 2s vật cách khí cầu bao xa ? Tính chiều dài tổng cộng đường đi của vật trong 2s đó . Cho biết khi thả vật vận tốc khí cầu không đổi. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

2.16. Một ô tô đang đi với vận tốc 36 km/h thì tăng tốc, chuyển động nhanh dần đều, sau 20s đạt được vận tốc 50,4 km/h.

1) Tìm vận tốc của xe sau 45s .

2) Sau bao lâu xe đạt được vận tốc 54 km/h.

3) Vẽ đồ thị vận tốc của xe.

2.17. Một đoàn tàu vào ga đang chuyển động với vận tốc 10m/s thì hãm phanh, chuyển động chậm dần đều, sau 20s vận tốc còn 18km/h.

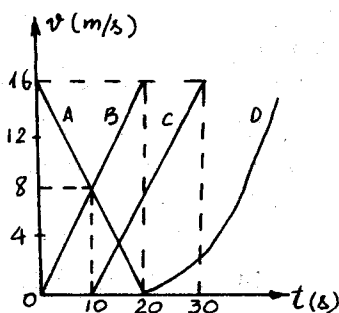
1) Sau bao lâu kể từ lúc hãm phanh thì tàu dừng hẳn ?

2) Tính vận tốc của tàu khi hãm phanh được 35s.

3) Vẽ đồ thị vận tốc của tàu :

7 **2.18.** Trên hình 2.11 có vẽ đồ thị vận tốc - thời gian của bốn vật A, B, C, D.

Nêu tính chất chuyển động của mỗi vật. Lập công thức vận tốc của mỗi vật và phương trình chuyển động của mỗi vật. Chọn gốc tọa độ là vị trí của vật lúc $t = 0$ và chiều dương là chiều chuyển động của vật.



Hình 2.11

2.19. Một viên bi được thả cho lăn không có vận tốc ban đầu trên một mặt phẳng nghiêng, chuyển động thẳng nhanh dần đều, sau 4 giây đi được 80cm.

- 1) Tính vận tốc và quãng đường đi được sau 6 giây.
- 2) Tính quãng đường viên bi đi được trong giây thứ sáu.

2.20. Một tàu hỏa đang đi với vận tốc 10m/s thì hãm phanh, chuyển động chậm dần đều. Sau khi đi thêm được 64m thì vận tốc của nó chỉ còn 21,6 km/h.

- 1) Tính gia tốc của xe và quãng đường xe đi thêm được kể từ lúc hãm phanh đến lúc dừng lại.
- 2) Tính vận tốc của tàu hỏa sau khi đã đi được nửa quãng đường trên.

2.21. Một người ngồi trên ô tô chuyển động thẳng đều trên một đoạn đường s nhận thấy rằng, trong nửa thời gian đầu, đồng hồ đo vận tốc (tốc kế) chỉ 40 km/h, trong 1/4 thời gian tiếp theo tốc kế chỉ 30 km/h và trong thời gian còn lại chỉ 10 km/h. Tìm vận tốc trung bình của ô tô trên cả quãng đường s .

2.22. Trên bốn phần bằng nhau liên tiếp của một quãng đường s , một ô tô chạy đều với các vận tốc liên tiếp là v_1, v_2, v_3, v_4 . Tìm vận tốc trung bình của ô tô trên cả quãng đường.

2.23. Một ô tô đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì xuống dốc, chuyển động nhanh dần đều, xuống đến chân dốc hết 100s và đạt được vận tốc 72 km/h.

- 1) Tính gia tốc của ô tô và chiều dài của dốc;
- 2) Ô tô đi xuống dốc được 625m thì nó có vận tốc là bao nhiêu ?

2.24. Sau khi chuyển bánh một đoàn tàu hỏa chuyển động nhanh dần đều, và sau khi đi được 1 km nó đạt được vận tốc 36 km/h.

- 1) Tính vận tốc của tàu hỏa sau khi nó đi được 2 km.
- 2) Tính quãng đường tàu hỏa đi được khi nó đạt được vận tốc 72 km/h.

2.25. Một ô tô đang chuyển động với vận tốc 18 km/h thì tăng tốc, chuyển động nhanh dần đều và sau 20s ô tô đi được 1,2 km. Tính gia tốc của ô tô khi đó và tìm vận tốc của ô tô sau khi nó đi được 30s kể từ lúc tăng tốc.

2.26. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì tắt máy, chạy chậm dần đều, đi thêm được 20 s nữa thì dừng hẳn.

- 1) Tính gia tốc của xe và quãng đường đi thêm được.
- 2) Kể từ lúc tắt máy, xe mất bao nhiêu thời gian để đi thêm được 150m.

2.27. Một xe đạp đang đi với vận tốc 2 m/s thì xuống dốc, chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $0,2 \text{ m/s}^2$. Cùng lúc đó một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì lên dốc, chuyển động chậm dần đều với gia tốc $0,4 \text{ m/s}^2$.

- 1) Xác định vị trí hai xe gặp nhau và quãng đường xe đạp đi được cho đến lúc gặp nhau. Biết chiều dài của dốc là 570m.
- 2) Xác định vị trí của hai xe khi chúng cách nhau 170m.

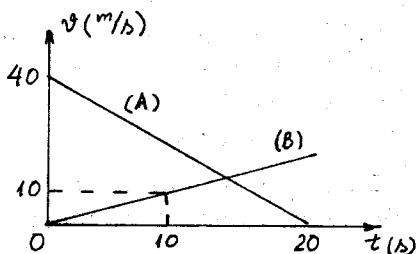
2.28. Cùng một lúc ở hai địa điểm cách nhau 300m có hai ô tô đi ngược chiều. Xe đi từ A có vận tốc ban đầu 20m/s và chuyển động nhanh dần đều với gia tốc 2 m/s^2 ; còn xe đi từ B có vận tốc ban đầu 10 m/s và chuyển động chậm dần đều với gia tốc -2 m/s^2 .

- 1) Tính khoảng cách giữa hai xe sau 5s.
- 2) Tìm vận tốc của xe đi từ B đối với xe đi từ A.
- 3) Sau bao lâu hai xe gặp nhau.

2.29. Lúc 6h sáng một ô tô khởi hành từ địa điểm A đi về phía địa điểm B cách A 300m, chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $0,4 \text{ m/s}^2$. 10 giây sau một xe đạp khởi hành từ B đi cùng chiều với ô tô. Lúc 6h50s thì ô tô đuổi kịp xe đạp. Tính vận tốc của xe đạp và tìm khoảng cách hai xe lúc 6h1ph.

2.30. Một vật rơi tự do, trong giây cuối cùng rơi được một đoạn bằng $3/4$ toàn bộ độ cao rơi. Tính thời gian rơi của vật và độ cao vật đã rơi. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

2.31. Hai vật A, B chuyển động ngược chiều đến gặp nhau, có đồ thị vận tốc biểu diễn trên hình 2.12.



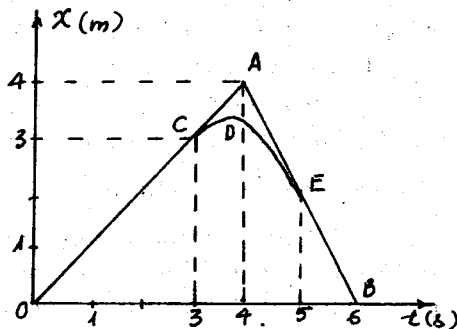
Hình 2.12

- 1) Lập công thức tính vận tốc và phương trình chuyển động của hai vật đó. Biết ban đầu hai vật cách nhau 78m.

- 2) Tìm vị trí gặp nhau của hai vật.

2.32. Hình 2.13 là đồ thị tọa độ - thời gian $x(t)$ của một vật chuyển động thẳng.

- 1) Mô tả chuyển động có đồ thị OAB và viết phương trình chuyển động $x(t)$.



Hình 2.13

- 2) Mô tả chuyển động có đồ thị OCDEB, trong đó CDE là một cung parabol tiếp xúc với hai đoạn thẳng OA và AB ở C và E, chuyển động nào ứng với thực tế.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ CÁC BÀI TẬP VỀ CHUYỂN ĐỘNG THẲNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

2.1. Ta có : $\bar{v} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$. Trung bình cộng của hai vận

tốc là $v_{tb} = \frac{v_1 + v_2}{2}$. Tìm điều kiện để cho $\bar{v} = v_{tb}$:

$$\frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow v_1 t_1 + v_2 t_2 \rightarrow v_1 t_2 + v_2 t_1$$

$$\rightarrow (v_1 - v_2)(t_1 - t_2) = 0 \rightarrow t_1 = t_2 :$$

Thời gian đi trên hai phần đường phải bằng nhau.

2.2. Áp dụng công thức tính đường đi, sau 3 giây và sau 4 giây ta có :

$$s_3 = 3v_0 + \frac{9a}{2}; s_4 = 4v_0 + 8a. \text{ Quãng đường vật đi được}$$

trong giây thứ tư là : $\Delta s_4 = s_4 - s_3 = \frac{7a}{2} + v_0$.

$$\text{Suy ra } a = \frac{2}{7}(\Delta s_4 - v_0). \text{ Thay số : } \Delta s_4 = 13,5\text{m};$$

$$v_0 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}, \text{ ta được } a = 1 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{Quãng đường đi được sau 8s : } s_8 = 112\text{m}.$$

2.3. Chọn địa điểm A làm gốc tọa độ, chiều dương là chiều từ A đến B, gốc thời gian là lúc 7h 30ph. Đối với xe A: $v_0 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}; a = 20 \text{ cm/s}^2 = 0,2 \text{ m/s}^2$.

$$\text{Phương trình chuyển động của xe đi từ A : } x_A = 10t - 0,1t^2 \quad (1)$$

$$\text{Phương trình chuyển động của xe đi từ B : } x_B = 560 - 0,2t^2 \quad (2)$$

Hai xe gặp nhau khi $x_A = x_B$, ta có phương trình :

$$0,1t^2 + 10t - 560 = 0.$$

Phương trình này có hai nghiệm : $t_1 = 40\text{s}$ và $t_2 = -140\text{s}$ (loại). Vậy sau khi xe đi từ B khởi hành 40s thì hai xe gặp

nhau, nghĩa là hai xe gặp nhau lúc 8h 10ph. Vị trí gặp nhau cách địa điểm A : $x_A = 10t - 0,1t^2 = 240m$.

2.4. Chọn gốc tọa độ là vị trí khởi hành của ô tô, chiều dương là chiều chuyển động của ô tô (và tàu hỏa), gốc thời gian là lúc ô tô khởi hành. Phương trình chuyển động của ô tô và tàu hỏa là :

$$x_1 = 0,25t^2 ; x_2 = 0,15t^2 + 5t.$$

Khi ô tô đuổi kịp tàu hỏa : $x_1 = x_2 \rightarrow t(t - 50) = 0 \rightarrow t = 50s$.

Vận tốc của ô tô khi đó : $v_1 = a_1t = 0,25 \cdot 50 = 12,5 \text{ m/s}$.

Địa điểm hai xe gặp nhau cách điểm khởi hành của ô tô :

$$x_1 = 0,25 (50)^2 = 625m.$$

Sau 1 phút hai xe cách nhau một khoảng :

$$|x_1 - x_2| = |0,1t^2 - 5t| = 60m.$$

2.5. 1) Chọn A làm gốc tọa độ, chiều dương hướng từ A đến B, gốc thời gian là lúc hai ô tô bắt đầu chuyển động. Gọi s là chiều dài quãng đường AB. Ô tô thứ nhất đi nửa đầu quãng đường trong thời gian t_1 , và đi nửa sau quãng đường trong thời gian t_2 , ta có :

$$t_1 = \frac{s}{2v_1}; t_2 = \frac{s}{2v_2}. \text{ Suy ra } \frac{t_1}{t_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{2}.$$

Theo đề bài $t_1 + t_2 = 2h$. Từ đó tìm được $t_1 = \frac{6}{5}h$ và

$t_2 = \frac{4}{5}h$, và do đó, chiều dài quãng đường AB bằng :

$s = \overline{v_1}t_1 + \overline{v_2}t_2 = 72 \text{ km}$. Công thức tính đường đi của xe ô tô

thứ hai : $s = \frac{at^2}{2}$, suy ra $a = \frac{2s}{t^2} = 36 \text{ km/h}^2$. Do đó vận tốc

của ô tô thứ hai khi đến B bằng $v = at = 36 \cdot 2 = 72 \text{ km/h}$.

2) Ô tô thứ hai đạt được vận tốc bằng $\overline{v_1} = 30 \text{ km/s}$ (vận tốc trung bình của ô tô thứ nhất trong nửa đầu quãng

đường) vào lúc t'_1 , mà $v_1 = \overline{v}_1 = at'_1$, suy ra $t'_1 = \frac{\overline{v}_1}{a} = \frac{5}{6}h$. Vì ô tô thứ nhất có vận tốc \overline{v}_1 trong suốt thời gian $t_1 = \frac{6}{5}h > t'_1$, nên hai xe có vận tốc bằng nhau (và bằng \overline{v}_1) vào lúc $t_1 = \frac{5}{6}h$.

Ô tô thứ hai đạt được vận tốc bằng $\overline{v}_2 = 45 \text{ km/h}$ (vận tốc trung bình của ô tô thứ nhất trong nửa quãng đường còn lại) vào lúc t'_2 , mà $v = \overline{v}_2 = at'_2 \rightarrow t'_2 = \frac{\overline{v}_2}{a} = \frac{5}{4}h$. Vì ô tô thứ nhất có vận tốc \overline{v}_2 trong suốt thời gian từ sau lúc $t_1 = \frac{6}{5}h < t'_2$ nên hai xe lại có vận tốc bằng nhau (và bằng \overline{v}_2) vào lúc $t_2 = \frac{5}{4}h$.

3) Ta hãy xét xem : Trên nửa quãng đường đầu hai xe có thể gặp nhau không ? Trên nửa quãng đường này phương trình chuyển động của hai xe là : $x_1 = 30t$, và $x_2 = \frac{at^2}{2} = 18t^2$. Muốn cho hai xe gặp nhau, phải có $x_1 = x_2 \leftrightarrow 30t = 18t^2 \leftrightarrow t = \frac{5}{3}h$ (không xét $t = 0$); nhưng $t = \frac{5}{3}h > t_1 (= \frac{6}{5}h)$, nghĩa là hai ô tô không thể gặp nhau trên nửa đầu quãng đường được.

Phương trình chuyển động của hai xe ô tô trên nửa quãng đường sau là :

$$x'_1 = x_{01} + \overline{v}_2(t - t_1), \text{ và } x_2 = \frac{at^2}{2} = 18t^2,$$

trong đó $x_{01} = \overline{v}_1 t_1 = 30 \cdot \frac{6}{5} = 36 \text{ km}; t_1 = \frac{6}{5} = 1,2h$.

Muốn cho hai xe gặp nhau rồi vượt nhau ta phải có $x'_1 = x_2$, suy ra $36 + 45(t - 1,2) = 18t^2$, với điều kiện $t_1 \leq t \leq 2h$. (1)

Giải phương trình này ta được hai nghiệm :

$t' = 2h$ và $t'' = \frac{1}{2}h$. Nghiệm $t' = 2h$ ứng với lúc hai xe gặp nhau ở B, ta không xét đến (vì là hiển nhiên theo đề bài). Còn nghiệm thứ hai $t' = \frac{1}{2}h < t_1$, không thỏa mãn điều kiện (1). Điều đó có nghĩa là, trên đường đi hai xe không vượt qua nhau (xe thứ nhất luôn luôn đi trước xe thứ hai).

2.6. Chọn vị trí ban đầu làm gốc tọa độ, chiều dương là chiều chuyển động. Ta có $v_1^2 - v_0^2 = 2a_1s$, với $v_0 = 0$, $v_1 = 10$ m/s; $s = 1$ km = 1000m. Suy ra $a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2s} = 0,05$ m/s².

Vận tốc ô tô ở cuối km thứ hai : $v_2 = v_1 + 5 = 15$ m/s. Ta có $v_2^2 - v_1^2 = 2a_2s$, với $s = 1$ km = 1000m. Suy ra : $a_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} = 0,0625$ m/s².

2.7. Chọn đỉnh dốc làm gốc tọa độ, chiều dương là chiều chuyển động, gốc thời gian là lúc bắt đầu xuống dốc. Ta có $v^2 - v_0^2 = 2as$, với $v_0 = 36$ km/h = 10 m/s; $v = 72$ km/h = 20 m/s; $a = 0,1$ m/s². Suy ra $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = 1500$ m. Ta lại có

$v = at + v_0$, suy ra $t = \frac{v - v_0}{a} = 100$ s.

2.8. Chuyển động của vật 1 là chuyển động nhanh dần đều, trong thời gian $0 < t \leq 3h$, với vận tốc ban đầu $v_{01} = 20$ km/h, và với gia tốc $a_1 = \frac{80 - 20}{3 - 0} = 20$ km/h².

Phương trình vận tốc của vật 1 : $v_1 = 20t + 20$ (km/h) (1).

Phương trình đường đi của vật 1: $s_1 = 10t^2 + 20t$ (km) (2).

Chuyển động của vật 2 là chuyển động nhanh dần đều với cùng gia tốc như vật 1 (hai đồ thị song song với nhau) $a_2 = a_1 = 20$ km/h². Nhưng với vận tốc đầu bằng không (xét

cùng gốc thời gian như trên đồ thị 2.5), trong khoảng thời gian $1 < t \leq 3$ h. Phương trình vận tốc của vật là:

$$v_2 = a_2(t - t_0) = 20(t - 1) = 20t - 20 \text{ (km/h)} \quad (3).$$

Phương trình đường đi của vật 2 :

$$s_2 = 10(t - 1)^2 = 10t^2 - 20t + 10 \text{ (km)}. \quad (4).$$

Chuyển động của vật 3 là chuyển động chậm dần đều, với vận tốc ban đầu $v_{03} = 80 \text{ km/h}$, với gia tốc $a_3 = \frac{0-80}{2-0} = -40 \text{ km/h}^2$

trong thời gian $0 < t \leq 2$ h. Phương trình vận tốc của vật 3 là : $v_3 = -40t + 80 \text{ (km/h)}$ (5). Phương trình đường đi của vật 3 : $s_3 = -20t^2 + 80t \text{ (km)}$ (6).

2.9 1) Giai đoạn 1:

Ta có $a_1 = \frac{v_1^2}{2s_1} = \frac{5^2}{2 \cdot 12,5} = 1 \text{ m/s}^2$. Thời gian chuyển động

của giai đoạn 1 là : $t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{5}{1} = 5 \text{ s}$. Phương trình vận tốc :

$v_1 = a_1 t = t \text{ (m/s)}$ (1). Phương trình chuyển động của thang

máy ở gian đoạn 1: $x_1 = \frac{a_1 t^2}{2} = 0,5t^2 \text{ (m)}$ (2).

Giai đoạn 2. Ta có $v_2 = v_1(t = 5\text{s}) = 5 \text{ m/s}$ (3). Thời gian chuyển động của thang máy ở giai đoạn 2: $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{25}{5} = 5\text{s}$.

Phương trình chuyển động ở giai đoạn 2:

$$x_2 = v_2(t - t_1) + x_1(t = 5) = 5(t - 5) + 12,5 = 5t - 12,5 \text{ (m)}. \quad (4)$$

Giai đoạn 3. Quãng đường thang máy đi được trong giai đoạn 3 bằng : $s_3 = 50 - (12,5 + 25) = 12,5 \text{ m}$. Từ đó gia tốc của thang máy $a_3 = \frac{-v_{03}^2}{2s_3}$, với $v_{03} = v_2 = 5 \text{ m/s}$, suy ra

$a_3 = -1 \text{ m/s}^2$. Thời gian chuyển động của thang máy ở giai

đoạn 3: $t_3 = \frac{-v_{03}}{a_3} = 5 \text{ s}$. Vậy phương trình chuyển động

của thang máy ở giai đoạn 3 :

$$x_3 = \frac{a_3(t-t_{03})^2}{2} + v_{03}(t-t_{03}) + x_{03}, \text{ trong đó :}$$

$$t_{03} = 5 + 5 = 10 \text{ s}; x_{03} = 12,5 + 25 = 37,5 \text{ m}; \text{ từ đó :}$$

$$x_3 = \frac{-t^2}{2} + 15t - 62,5 \text{ (m) (5)}.$$

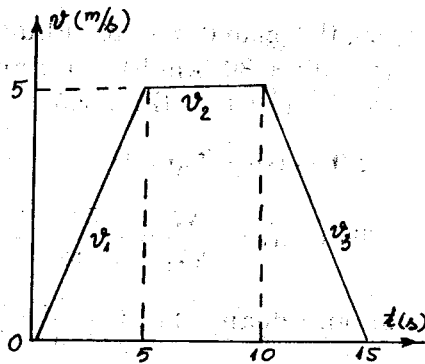
2) Dựa vào các phương trình :

$$v_1 = t, v_2 = 5 \text{ (m/s) và}$$

$$v_3 = a_3(t-t_{03}) + v_{03} = -t + 15,$$

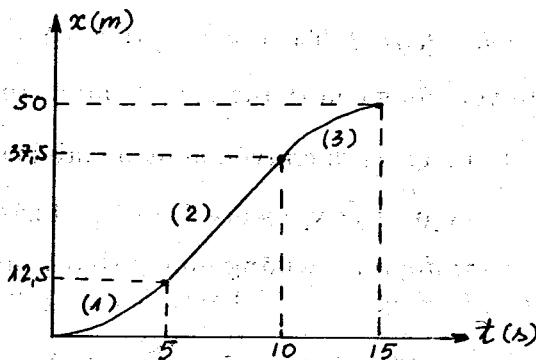
ta có đồ thị vận tốc như ở hình 2.6.

Theo các phương trình (2) (4) và (5) ta có đồ thị tọa độ - thời gian như ở hình 2.7.



Hình 2.6

2.10. Để cho thuận tiện, chọn vị trí ban đầu của mỗi vật làm gốc tọa độ để tính đường đi cho mỗi vật, chiều dương hướng xuống, gốc thời gian là lúc vật A bắt đầu rơi (hay lúc vật B bắt đầu được ném). Ta có các phương trình :



Hình 2.7

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad (1), \quad \text{và} \quad H = \frac{gt^2}{2} + v_0 t \quad (2)$$

Vi hai vật rơi đến đất cùng một lúc nên giá trị của t trong hai phương trình (1) và (2) giống nhau. Từ (1) $t^2 = \frac{2h}{g}$, thay vào (2) ta có :

$$H = \frac{g}{2} \cdot \frac{2h}{g} + v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad \text{suy ra } v_0 = \frac{H-h}{2h} \sqrt{2gh} = 5 \text{ m/s}.$$

2.11. Gọi t là thời gian vật rơi đến đất. Quãng đường vật rơi được trong giây cuối cùng bằng:

$$s = \frac{gt^2}{2} - \frac{g(t-1)^2}{2} = 5t^2 - 5(t-1)^2.$$

Quãng đường vật đã rơi được trước đó $2s$, tức là trong $(t-2)$ giây đầu tiên bằng $\frac{g(t-2)^2}{2} = 5(t-2)^2$, với $t > 2s$.

Theo đề bài, ta có $\frac{g(t-1)^2}{2} = s$, hay

$$5(t-2)^2 = 5t^2 - 5(t-1)^2 \rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0.$$

Phương trình này có hai nghiệm $t = 1s$ và $t = 5s$. Chỉ có nghiệm $t = 5s$ là thích hợp với điều kiện $t > 2s$. Vậy thời gian vật đó rơi đến đất là $5s$. Quãng đường tổng cộng vật đã

rơi được là : $h = \frac{gt^2}{2} = 125 \text{ m}.$

2.12. Thời gian vật rơi trong $10m$ đầu tiên :

$$h = \frac{gt_1^2}{2} \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{2} \approx 1,41 \text{ s}.$$

Quãng đường vật rơi trong $10s$ bằng : $h = \frac{gt^2}{2} = 500m.$

Thời gian vật rơi được $490m$ đầu tiên là : $t_2 : h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 = 490$

$\rightarrow t_2 = 9,9 \text{ s}.$ Vậy thời gian vật rơi $10m$ cuối cùng là : $10 - 9,9 \approx 0,1s$

2.13. Chọn vị trí ban đầu của hai viên bi làm gốc tọa độ, chiều dương hướng xuống dưới, gốc thời gian là lúc viên bi A rơi. Phương trình chuyển động của viên bi A :

$$A = \frac{gt^2}{2} = 5t^2. \text{ Viên bi B rơi trễ hơn viên A } t_0 \text{ giây.}$$

Phương trình chuyển động của viên bi B là: $B = \frac{g(t-t_0)^2}{2}$

với điều kiện $t > t_0$. Khoảng cách giữa hai viên bi ở thời điểm t là: $d = y_A - y_B = \frac{gt^2}{2} - \frac{g(t-t_0)^2}{2}$.

Sau 2s kể từ lúc viên bi B rơi, tức là vào lúc $t = t_0 + 2$, khoảng cách giữa hai viên bi bằng 60m; do đó ta có :

$60 = 5(t_0 + 2)^2 - 5(2)^2 \rightarrow t_0^2 + 4t_0 - 12 = 0$. Phương trình này có hai nghiệm: $t_0 = 2s$ và $t_0 = -6s$. Chỉ có nghiệm $t_0 = 2s$ là thích hợp. Vậy viên bi B trễ hơn viên bi A là 2s.

2.14. 1) Chọn điểm 0 trên mặt đất (chân đường thẳng đứng qua A) làm gốc tọa độ, chiều dương hướng lên trên (hình 2.8), gốc thời gian là lúc ném viên bi. Phương trình tọa độ và phương trình vận tốc của viên bi :

$$y = -\frac{gt^2}{2} + v_0t + x_0 = -5t^2 + 10t + 20 \quad (1)$$

$$v = -gt + v_0 = -10t + 10 \quad (2).$$

Khi viên bi lên đến điểm cao nhất thì vận tốc triệt tiêu, do đó $v = -10t_1 + 10 = 0$

$$\rightarrow t_1 = 1s.$$

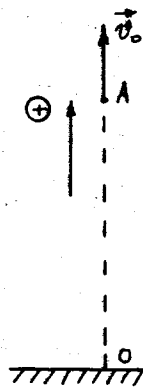
Khi viên bi trở lại A, nó có tọa độ $x = x_0 = 20$, do đó từ (1) suy ra $-5t_2^2 + 10t_2 = 0$

$$\rightarrow t_2 = 2s \text{ (loại } t_2 = 0s \text{)}.$$

Khi viên bi rơi đến đất: $x = 0$

$$\rightarrow -5t_3^2 + 10t_3 + 20 = 0 \rightarrow t_3 = 3,2s. \text{ (loại } t_3 = -1,2s < 0 \text{)}.$$

Vậy kể từ lúc ném, sau $t_1 = 1s$ viên bi lên đến điểm cao nhất; sau $t_2 = 2s$ viên bi rơi trở lại A; và sau $t_3 = 3,2s$ viên bi rơi tới đất.



Hình 2.8

2) Viên bi rơi trở lại A lúc $t_2 = 2s$, khi đó nó có vận tốc $v_2 = -10t_2 + 10 = -10m/s$, nghĩa là có cùng vận tốc như lúc ném nhưng hướng ngược chiều ($v_2 = -v_0$).

Viên bi rơi đến đất lúc $t_3 = 3,2s$, khi đó nó có vận tốc :

$$v_3 = -10t_3 + 10 = -22m/s.$$

2.15. Chọn gốc tọa độ là vị trí của khí cầu khi thả vật, chiều dương hướng lên trên, gốc thời gian là lúc thả vật.

Phương trình chuyển động của khí cầu : $y_1 = v_0t = 5t$. Vì vật nặng được thả nhẹ nhàng nên vận tốc ban đầu của vật nặng so với mặt đất bằng vận tốc của khí cầu. Phương trình

chuyển động của vật nặng là : $y_2 = -\frac{gt^2}{2} + v_0t = -5t^2 + 5t$.

Khoảng cách giữa hai vật và khí cầu sau 2s là :

$$d = |y_2 + y_1| = |-5t^2| = 20 \text{ m}.$$

Vận tốc của vật nặng : $v = -gt + v_0 = 10t + 5$.

Sau khi được thả, vật nặng chuyển động lên chậm dần đều, đến thời điểm t_1 vật dừng lại; ta có $v = -10t_1 + 5 = 0 \rightarrow t_1 = 0,5s$. Đoạn đường vật đi được sau $t_1 = 0,5s$ là :

$$s_1 = |y_2| = 1,25 \text{ m}$$

Trong thời gian $t_2 = 2 - 0,5 = 1,5s$ còn lại, vật rơi tự do được một đoạn đường s_2 : $s_2 = \left| \frac{gt_2^2}{2} \right| = 11,25 \text{ m}$.

Vậy chiều dài tổng cộng của quãng đường đi của vật trong thời gian 2s là : $s = s_1 + s_2 = 12,5 \text{ m}$.

2.16. Chọn trục tọa độ Ox cùng hướng với chuyển động, gốc thời gian là lúc xe bắt đầu tăng tốc. Gia tốc của xe bằng :

$$a = \frac{v_t - v_0}{t - t_0}, \text{ với } v_0 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s};$$

$$v_t = 50,4 \text{ km/h} = 14 \text{ m/s}. \text{ Suy ra } a = 0,2 \text{ m/s}^2.$$

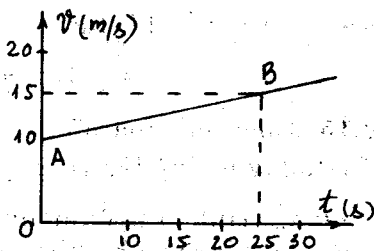
1) Vận tốc của xe sau 45s :

$$v_t = v_0 + at = 10 + 0,2 \cdot 45 = 19 \text{ m/s.}$$

2) Muốn đạt đến vận tốc $v_1 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$ cần một thời gian t là :

$$t = \frac{v_1 - v_0}{a} = \frac{15 - 10}{0,2} = 25 \text{ s.}$$

3) Đồ thị của vận tốc xe là đường thẳng AB (hình 2.9) đi qua hai điểm A ($t = 0; v = 10$) và B ($t = 25; v = 15$).



Hình 2.9

2.17. Chọn trục tọa độ Ox cùng hướng với chuyển động, gốc thời gian là lúc bắt đầu hãm phanh, gia tốc của đoàn tàu bằng:

$$a = \frac{v_t - v_0}{t - t_0}, \text{ với } v_0 = 10 \text{ m/s}; v_t = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s, suy ra}$$

$$a = -0,25 \text{ m/s}^2.$$

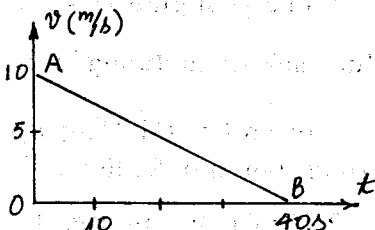
1) Tàu dừng lại sau thời gian t , lúc đó $v_t = 0$, ta có:

$$t = \frac{v_t - v_0}{a} = \frac{0 - 10}{-0,25} = 40 \text{ s}$$

2) Sau 35s kể từ lúc hãm phanh, tàu có vận tốc :

$$v_t = v_0 + at = 10 - 0,25 \cdot 35 = 1,25 \text{ m/s.}$$

3) Đồ thị vận tốc của tàu là đường thẳng AB (hình 2.10) đi qua hai điểm A ($t=0, v=10$) và B ($t=40, v=0$).



Hình 2.10

2.18. Vật A chuyển động chậm dần đều, với vận tốc ban đầu $v_0 = 16 \text{ m/s}$, sau 20 giây thì dừng lại. Gia tốc của vật A là:

$$a_1 = \frac{v_t - v_0}{t - t_0} = \frac{-16}{20} = -0,8 \text{ m/s}^2 < 0$$

Công thức vận tốc vật A :

$$v_1 = v_0 + a_1 t = 16 - 0,8t \text{ (m/s)}.$$

Phương trình chuyển động của vật A:

$$x_1 = 16t - 0,4t^2 \text{ (m)}$$

Vật B chuyển động nhanh dần đều, với vận tốc ban đầu bằng không. Gia tốc của vật B là ;

$$a_2 = \frac{v_t - v_0}{t - t_0} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ m/s}^2 > 0.$$

Công thức vận tốc vật B;

$$v_2 = v_0 + a_2 t = 0,8t \text{ (m)}.$$

Phương trình chuyển động của vật B :

$$x_2 = 0,4 t^2$$

Vật C chuyển động nhanh dần đều ; bắt đầu chuyển động lúc $t = 10\text{s}$, với gia tốc :

$$a_3 = \frac{16 - 0}{30 - 10} = 0,8 \text{ m/s}^2.$$

Công thức vận tốc C :

$$v_3 = v_0 + a_3 (t - t_0) = 0,8 (t - 10) = 0,8t - 8 \text{ (m/s)}$$

Phương trình chuyển động của vật C :

$$\begin{aligned} x_3 &= v_0 (t - t_0) + \frac{a_3}{2} (t - t_0)^2 = 0,4 (t - 10)^2 \\ &= 0,4 t^2 - 8t + 40 \text{ (m)} \end{aligned}$$

Vật D có chuyển động nhanh dần không đều, không biết rõ gia tốc nên không lập được phương trình .

2.19. Chọn trục tọa độ Ox trùng với đường thẳng quỹ đạo và hướng theo chiều chuyển động ; gốc tọa độ O tại điểm bắt đầu thả viên bi ; gốc thời gian từ lúc bắt đầu thả bi.

Ta có : $v = at$, $x = \frac{at^2}{2} = s$. Suy ra $a = \frac{2s}{t^2} = \frac{280}{4^2} = 10 \text{ cm/s}^2$

Sau 6 giây viên bi đi được quãng đường:

$$s = x = \frac{at^2}{2} = \frac{10}{2} \cdot 6^2 = 180 \text{ cm.}$$

2) Trong 5 giây viên bi đi được:

$$s' = x' = \frac{at^2}{2} = \frac{10}{2} \cdot 5^2 = 125 \text{ cm}$$

Vậy trong giây thứ sáu viên bi đi được một quãng đường:

$$l = s - s' = x - x' = 180 - 125 = 55 \text{ cm.}$$

2.20. Chọn trục Ox cùng hướng với chuyển động, ta có :

$$v_t^2 - v_0^2 = 2as.$$

1) Gia tốc của tàu hoả: $a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2s}$, với $v_0 = 10 \text{ m/s}$,

$$t = 21,6 \text{ km/h} = 6 \text{ m/s}; s = 64\text{m, suy ra: } a \approx -0,5 \text{ m/s}^2.$$

Quãng đường đi thêm được cho đến lúc dừng lại :

$$s = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a}, \text{ với } v_t = 0; v_0 = 10 \text{ m/s}; a = -0,5 \text{ m/s}^2;$$

suy ra $s = 100 \text{ m}$.

2) Sau khi đi thêm được quãng đường $s' = \frac{s}{2} = 50\text{m}$,

vận tốc tàu hỏa bằng v_t tính theo công thức:

$$v_t^2 - v_0^2 = 2as', \text{ hay } v_t^2 = 2as' + v_0^2. \text{ Thay số ta được } v_t^2 = 50, \text{ suy ra } v_t = \sqrt{50} \approx 7,1 \text{ m/s.}$$

2.21. Gọi t là thời gian ô tô đi được cả đoạn đường s , trong nửa thời gian đầu xe đi được : $s_1 = v_1 \cdot \frac{t}{2}$. Trong $\frac{1}{4}$ thời gian tiếp

theo ô tô đi được : $s_2 = v_2 \cdot \frac{t}{4}$. Và trong $1/4$ thời gian cuối cùng

ô tô đi được : $s_3 = v_3 \frac{t}{4}$.

Do đó $s = s_1 + s_2 + s_3 = v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{4} + v_3 \frac{t}{4}$. Thay số ta được
 $s = 30t$ (km). Vận vận tốc trung bình trên cả quãng đường
 s là : $\bar{v} = \frac{s}{t} = 30$ km/h.

2.22. Thời gian mỗi phân tử của quãng đường là :

$$t_1 = \frac{s}{4v_1} ; t_2 = \frac{s}{4v_2} ; t_3 = \frac{s}{4v_3} ; t_4 = \frac{s}{4v_4} .$$

Thời gian đi tổng cộng là ;

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{s}{4} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} + \frac{1}{v_4} \right)$$

Vận tốc trung bình trên cả quãng đường là :

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{4 v_1 v_2 v_3 v_4}{v_2 v_3 v_4 + v_3 v_4 v_1 + v_4 v_1 v_2 + v_1 v_2 v_3} .$$

2.23. Chọn trục Ox song song với dốc nghiêng và chiều dương từ trên xuống dưới, gốc tọa độ là đỉnh dốc, gốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu xuống dốc.

1) Gia tốc của xe: $a = \frac{v_t - v_0}{t}$, với $v_0 = 10$ m/s ; $v_t = 76$ km/h = 20 m/s ; $t = 100$ s ; suy ra $a = 0,1$ m/s². Chiều dài của dốc :

$$s = x = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 10t + 0,05t^2 = 1500 \text{ m (thay } t = 100 \text{ s).}$$

2) Xe đi được $s' = 625$ m thì thời gian t là nghiệm của phương trình : $625 = 10t + 0,05t^2 \rightarrow 0,05t^2 + 10t - 625 = 0$. Phương trình này có hai nghiệm, loại bỏ nghiệm âm, ta được $t_1 = 50$ s.

2.24. Chọn chiều dương trục Ox cùng hướng với chuyển động , gốc tọa độ là vị trí ban đầu của tàu hỏa, gốc thời gian là lúc tàu hỏa bắt đầu chuyển bánh. Ta có :

$v_t^2 - v_0^2 = 2as$, suy ra $a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2s}$, với $v_0 = 0$; $v_t = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$; $s = 1000 \text{ m}$; suy ra $a = 0,05 \text{ m/s}^2$. Vận tốc v_1 của tàu hỏa sau khi đi được 2 km, tính theo công thức trên:

$$v_t^2 - v_0^2 = 2as_1, \text{ với } s_1 = 2 \text{ km} = 2000\text{m}, \text{ suy ra } v_t^2 = 200$$

$$\rightarrow v = 10\sqrt{2} = 14,1 \text{ m/s}.$$

2) Quãng đường tàu hỏa đi được khi nó đạt được vận tốc $v_2 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$: $v_2^2 - v_0^2 = 2as_2 \rightarrow s_2 = \frac{v_2^2}{2a} = 4000 \text{ m}$.

2.25. Áp dụng công thức: $s = x = v_0t + \frac{at^2}{2}$, với $s = 1,2 \text{ km} = 1200\text{m}$; $v_0 = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$; $t = 20\text{s}$, suy ra $a = 0,5 \text{ m/s}^2$. Vận tốc sau khi đi được 30s: $v = v_0 + at = 20 \text{ m/s}$.

2.26. 1) Áp dụng công thức: $v = v_0 + at$, với $v = 0$, $v_0 = 20 \text{ m/s}$, $t = 20\text{s}$, suy ra $a = -1 \text{ m/s}^2$. Quãng đường đi được cho đến lúc dừng hẳn; $s = v_0t + \frac{at^2}{2}$, hoặc dùng công thức:

$$v_t^2 - v_0^2 = 2as \rightarrow s = -\frac{v_0^2}{2a} = 200\text{m}.$$

2) Thời gian đi thêm được 150m :

$$s = v_0t + \frac{at^2}{2} = 20t - 0,5t^2 \text{ với } s = 150\text{m}, \text{ suy ra phương}$$

trình $0,5 t^2 - 20t + 150 = 0$, phương trình này có hai nghiệm $t_1 = 10\text{s}$ và $t_2 = 30\text{s}$. Loại nghiệm (t_2 vì $t_2 > 20\text{s}$: ô tô đã dừng lại rồi?). Vậy $t_1 = 10\text{s}$.

2.27. Chọn trục tọa độ Ox song song với mặt dốc, gốc tọa độ là đỉnh dốc, chiều dương từ trên xuống dưới, gốc thời gian là lúc xe đạp bắt đầu xuống dốc (cũng là lúc ô tô bắt đầu lên dốc). Phương trình chuyển động của xe đạp và ô tô là :

$$x_1 = 2t + \frac{0,2}{2}t^2 = 2t + 0,1 t^2;$$

$$x_2 = 570 - 20t + \frac{0,4}{2}t^2 = 570 - 20t + 0,2t^2$$

Hai xe gặp nhau khi $x_1 = x_2$:

$$2t + 0,1t^2 = 570 - 20t + 0,2t^2 \rightarrow 0,1t^2 - 22t + 570 = 0$$

Phương trình này có hai nghiệm $t_1 = 30s$, và $t_2 = 190s$.
Bỏ nghiệm $t_2 = 190s$ vì lúc đó ô tô đã dừng lại rồi ! Tọa độ của vị trí hai xe gặp nhau ; $x_1 = 2.30 + 0,1.30^2 = 150 \text{ m}$

2) Khi khoảng cách hai xe là 170 m, thì có thể có hai trường hợp ; hai xe đang đi đến gặp nhau ; hoặc là khoảng cách hai xe sau khi đã gặp nhau.

Trường hợp 1: $l = x_2 - x_1 = 170 \text{ m}$, suy ra phương trình $170 = 0,1t^2 - 22t + 570 \rightarrow 0,1t^2 - 22t + 400 = 0$.

Giải ra ta được: $t_1 = 20s$ và $t_2 = 200s$ (loại). Tọa độ của xe đạp và ô tô khi đó:

$$x_1 = 2.20 + 0,1.20^2 = 80 \text{ m};$$

$$x_2 = 570 - 20.20 + 0,2.20^2 = 250 \text{ m}.$$

Trường hợp 2: $l = x_1 - x_2 = 170 \text{ m}$, suy ra phương trình :

$$-0,1t^2 + 22t - 740 = 0.$$

Giải ra ta được: $t_1 = 41,5s$ và $t_2 = 180s$ (loại)

Tọa độ hai xe khi đó là: $x_1 = 255 \text{ m}$ và $x_2 = 85 \text{ m}$.

2.28. Chọn chiều dương trục Ox hướng từ A đến B, gốc tọa độ ở A, gốc thời gian là lúc xe đi từ A. Phương trình chuyển động của hai xe là:

$$x_1 = 20t + \frac{2}{2}t^2 = 20t + t^2 \quad (1)$$

$$x_2 = 300 - 10t + \frac{2}{2}t^2 = 300 - 10t + t^2 \quad (2)$$

1) Khoảng cách giữa hai xe sau 5s:

$$d = |x_2 - x_1| = |300 - 30t| = 300 - 30.5 = 150 \text{ m}.$$

2) Áp dụng công thức vận tốc, vận tốc của xe đi từ B đối với xe đi từ A là :

$$v_{BA} = v_B - v_A \text{ với } v_B = v_2 = -10 + 2t;$$

$$v_A = v_1 = 20 + 2t; \text{ suy ra } v_{BA} = -30 \text{ m/s.}$$

Ta thấy vận tốc của xe đi từ B đối với xe đi từ A có trị số không thay đổi và bằng 30 m/s (hướng từ B đến A).

3) Hai xe gặp nhau khi $x_1 = x_2$ hay $d = 0$, suy ra :

$$300 - 30t = 0 \rightarrow t = 10\text{s.}$$

2.29. Chọn chiều dương trục Ox cùng chiều với chuyển động của ô tô, gốc tọa độ là A, gốc thời gian là lúc 6h sáng. Phương trình chuyển động của ô tô và của xe đạp là:

$$x_1 = \frac{0,4}{2} t^2 = 0,2t^2 \quad (1)$$

$$x_2 = 300 + v(t - 10) \quad (2)$$

với v là vận tốc xe đạp. Hai xe gặp nhau lúc 6h 50s, tức là sau 50s :

$x_1 = x_2 \rightarrow 0,2t^2 = 300 + v(t - 10)$ (3). Thay $t = 50\text{s}$ vào (3) ta được $v = 5 \text{ m/s}$.

Khoảng cách hai xe lúc 6h 1ph sáng, tức là khi $t = 60\text{s}$:

$$d = |x_1 - x_2| = |0,2t^2 - 300 - 5(t - 10)| = 250\text{m.}$$

2.30. Ta có $h = \frac{1}{2} gt^2$. Theo đề bài $h - \frac{h}{3} = \frac{1}{2} g(t - 1)^2$. Suy

$$\text{ra } t^2 = 4(t - 1)^2 \rightarrow t = 2(t - 1) \rightarrow t = 2\text{s. Từ đó } h = \frac{1}{2} gt^2 = 20 \text{ m.}$$

2.31. 1) Theo đồ thị ở hình 2.12, vật A chuyển động chậm dần đều với vận tốc ban đầu 40m/s. Còn vật B chuyển động nhanh dần đều với vận tốc đầu bằng không. Chọn trục Ox có gốc tại vị trí ban đầu của vật B và chiều dương là chiều chuyển động của vật B. Khi đó, đối với vật A : $v_1 = v_0 + a_1 t$, với $v_1 = 0$ khi $t = 20\text{s}$ và $v_0 = -40 \text{ m/s}$; suy ra $0 = -40 + 20a_1 \rightarrow a_1 = 2 \text{ m/s}^2$ ($a_1 > 0$ vì vectơ gia tốc hướng ngược chiều chuyển động của vật A, nghĩa là nó hướng theo trục Ox). Công thức vận tốc của vật A : $v_1 = -40 + 2t \text{ (m/s)}$ (1).

Phương trình chuyển động của vật A:

$$x_1 = 78 - 40t + t^2 \quad (\text{m}) \quad (2)$$

Đối với vật B, theo đồ thị, gia tốc bằng: $a = \frac{10-0}{10} = 1 \text{ m/s}^2$

Công thức vận tốc của vật B: $v_2 = t \text{ (m/s)}$ (3)

Phương trình chuyển động của vật B: $x_2 = \frac{t^2}{2} \text{ (m)}$ (4)

2) Hai vật A và B gặp nhau khi $x_1 = x_2$, suy ra:

$$78 - 40t + t^2 = \frac{t^2}{2} \rightarrow t^2 - 80t + 156 = 0. \text{ Phương trình}$$

này có hai nghiệm $t_1 = 78\text{s}$ và $t_2 = 2\text{s}$. Loại nghiệm t_1 vì vật A đi được 20s thì dừng (theo đồ thị). Vậy khi $t = 2\text{s}$ hai vật gặp nhau tại vị trí có tọa độ $x = x_1 = x_2 = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2\text{m}$. Vị trí gặp nhau cách vị trí ban đầu của vật B 2m.

2.32. 1) Theo đồ thị ở hình 2.13, trong khoảng thời gian $0 < t < 4\text{s}$, vật chuyển động đều theo chiều dương với vận tốc $v = \frac{3}{3} = 1 \text{ m/s}$, do đó phương trình chuyển động là $x = t \text{ (m)}$.

Đến thời điểm $t = 4\text{s}$, vật đột ngột đổi chiều chuyển động. Trong khoảng thời gian $4 < t < 6$ vật chuyển động theo chiều âm với vận tốc $v = \frac{4}{2} = 2\text{m/s}$; do đó phương trình chuyển động của vật là: $x = x_0 + v(t - t_0) = 4 - 2(t - 4) = 12 - 2t$.

2) Theo đồ thị, trong khoảng thời gian $0 < t < 3\text{s}$ vật chuyển động thẳng đều với vận tốc $v = \frac{3}{3} = 1 \text{ m/s}$, từ $t = 3\text{s}$ vật chuyển động chậm dần đều, cho đến thời điểm $t \approx 3,5$ thì dừng lại, và đổi chiều chuyển động, chuyển động nhanh dần đều đến thời điểm $t = 5\text{s}$ thì đạt vận tốc $v = 2 \text{ m/s}$, sau đó vật tiếp tục chuyển động đều với vận tốc đó.

Chuyển động sau phù hợp với thực tế vì vật có quán tính, không thể đột ngột đổi chiều chuyển động.

§3. CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

A. Kiến thức cơ bản

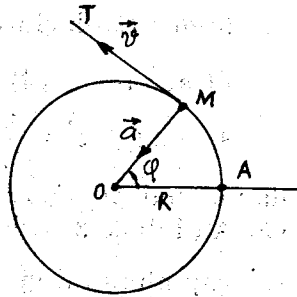
1. Toạ độ của vật chuyển động tròn đều :

- Toạ độ cong ; $s = \overset{\frown}{AM}$;
- Toạ độ góc ; $\varphi = \overset{\frown}{AOM}$
- $s = R\varphi$

2. Vận tốc.

• Vectơ vận tốc (dài) \vec{v} có phương tiếp tuyến với đường tròn.

Trong chuyển động tròn đều, vận tốc (dài) có độ lớn không đổi :



Hình 3.1

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{const. Đường đi của vật ; } s = vt.$$

• Vận tốc góc ; $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$. Trong chuyển động tròn đều, vận tốc góc có giá trị không đổi. Đơn vị vận tốc góc : radian/s.

$$v = R\omega ; \quad \varphi = \omega t$$

3. Vectơ gia tốc \vec{a} trong chuyển động tròn đều luôn luôn hướng vào tâm O của đường tròn quỹ đạo, được gọi là gia tốc hướng tâm và có độ lớn không đổi $a = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$.

4. Chu kì quay. Tần số

$$\bullet \text{ Chu kì } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{n} \text{ (n là số vòng quay/ giây)}$$

$$\bullet \text{ Tần số } f = \frac{1}{T} = n. \text{ Suy ra } \omega = 2\pi n.$$

- Đơn vị của T là giây; của f là héc (Hz).
- Hệ thức : $v = R\omega = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi fR = 2\pi nR$.

B. Kiến thức bổ sung

1. Trong chuyển động tròn bất kì, không đều, ngoài vectơ gia tốc hướng tâm, kí hiệu \vec{a}_n ($a_n = \frac{v^2}{R}$), còn có vectơ gia tốc tiếp tuyến, hướng theo tiếp tuyến với đường tròn, kí hiệu \vec{a}_t ($a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$). Vectơ gia tốc $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$ hướng vào bề lõm của quỹ đạo.

- Gia tốc góc: $\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$. Đơn vị của γ : rad/s².

Trong chuyển động tròn biến đổi đều: $\gamma = \text{const}$, và $a_t = R\gamma$.

2. Các phương trình của chuyển động tròn biến đổi đều;

- $v = a_t t + v_0$; $s = \frac{a_t t^2}{2} + v_0 t + s_0$; $v^2 - v_0^2 = 2a_t (s - s_0)$;

Nếu $a_t v_0 > 0$: chuyển động tròn nhanh dần đều.

Nếu $a_t v_0 < 0$: chuyển động tròn chậm dần đều.

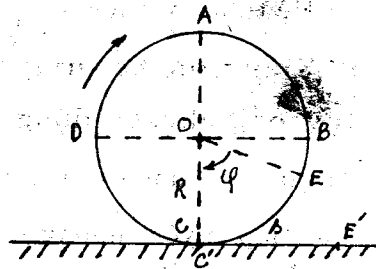
- $\omega = \gamma t + \omega_0$; $\varphi = \frac{\gamma t^2}{2} + \omega_0 t + \varphi_0$; $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma (\varphi - \varphi_0)$.

3. Khi một vật rắn chuyển động quay quanh một trục, các điểm của vật ở ngoài trục quay chuyển động tròn (tâm trên trục quay) với cùng một vận tốc góc (bằng vận tốc góc của vật), nhưng có vận tốc dài tùy thuộc bán kính quỹ đạo tròn (khoảng cách từ điểm đó đến trục quay).

II. BÀI TẬP THÍ DỤ

Một xe ô tô có các bánh xe với bán kính $R = 30$ cm, chuyển động lăn không trượt trên đường.

1) Biết rằng các bánh xe ô tô đang quay đều với vận tốc 10 vòng/s. Tính vận tốc của ô tô. Tính chu kì quay và gia tốc hướng tâm của một điểm M trên bánh xe cách trục quay 20 cm. Xác định vận tốc tức thời so với mặt đất của các điểm A, B, C, D trên vành bánh xe (hình 3.2).



Hình 3.2

2) Ô tô giảm tốc độ, sau 10 giây vận tốc quay của bánh xe chỉ còn 5 vòng/s. Tính gia tốc của ô tô trong chuyển động chậm dần đều. Tính vận tốc của ô tô sau 10 giây và gia tốc của điểm A trong chuyển động quay quanh trục sau 5 giây kể từ lúc ô tô bắt đầu giảm tốc độ.

A. Lời giải :

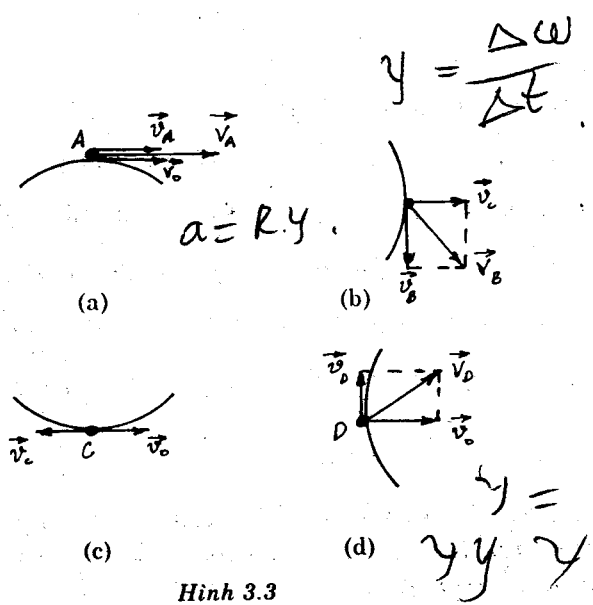
1) Khi bánh xe lăn không trượt, độ dài cung quay CE của một điểm trên vành bằng quãng đường xe đi C'E' ;

$s = CE = R\varphi = C'E'$. Do đó vận tốc của xe (và của bánh xe) bằng: $v = \frac{A'B'}{t} = R \frac{\varphi}{t} = R\omega = 2\pi nR$. Theo đề bài ; $n = 10$ vòng/s

; $R = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$, ta được $v \cong 18,6 \text{ m/s}$. Chu kì quay của điểm M (và của bánh xe) là : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{n} = 0,1 \text{ s}$.

Gia tốc hướng tâm của điểm M : $a = R\omega^2 = R.4\pi^2 n^2 \cong 789 \text{ m/s}^2$.

Áp dụng công thức cộng vận tốc, vận tốc tức thời của điểm A so với mặt đất bằng: $\vec{V}_A = \vec{v}_A + \vec{v}_0$, trong đó \vec{v}_A là vectơ vận tốc của A đối với trục bánh xe O, \vec{v}_0 là vận tốc của O (của xe) đối với mặt đất.



Hình 3.3

Suy ra (hình 3.3a), vectơ \vec{V}_A song song với mặt đường và có độ lớn : $V_A = v_A + v_0 = 2v_0 = 2v \approx 37,2 \text{ m/s}$ (vì $v_A = v_B = v_C = v_D = R\omega = v$). Lập luận tương tự ta có:

- + Vận tốc tức thời của B so với mặt đất (hình 3.3b) có độ lớn $V_B = v\sqrt{2} \approx 26,2 \text{ m/s}$ và có phương hợp với \vec{v} góc 45° ;
- + Vận tốc tức thời của C so với mặt đất (hình 3.3c) $\vec{V}_C = 0$!
- + Vận tốc tức thời của D so với mặt đất (hình 3.3d) có độ lớn $V_D = v\sqrt{2} \approx 26,2 \text{ m/s}$ và có phương hợp với \vec{v} góc 45° ;

2) Gia tốc góc của bánh xe là :

$$\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{5 - 10}{10} \cdot 2\pi = \pi \approx -3,14 \text{ rad/s}^2.$$

Gia tốc (dài) của bánh xe (và của ô tô) bằng ;

$$a = R\gamma \approx -0,94 \text{ m/s}^2.$$

Vận tốc của ô tô sau 10 giây :

$$v = v_0 + at = 18,6 - 0,94 \cdot 10 \cong 9,2 \text{ m/s.}$$

Gia tốc của điểm A trong chuyển động quay bằng ;

$$\vec{a}_A = \vec{a}_t + \vec{a}_n. \text{ Ta có } a_t = R\gamma = -0,94 \text{ m/s}^2 ;$$

$$a_n = R\omega^2, \text{ với } \omega = \omega_0 + \gamma t = 2\pi \cdot 10 - \pi \cdot 5 = 15\pi \text{ rad/s}^2;$$

Từ đó ; $a_n = 0,3 \cdot (15\pi)^2 \cong 665,5 \text{ m/s}^2$. Suy ra

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} \cong 665,5 \text{ m/s}^2.$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về chuyển động tròn (đều và biến đổi đều). Để giải bài toán chỉ cần nắm được các công thức về chuyển động tròn. Nếu vật vừa quay tròn vừa tịnh tiến ta cần chú ý rằng : khi vật là hình trụ tròn lăn không trượt (như bánh xe, khúc gỗ tròn....) thì độ dài của cung quay của một điểm trên vành bằng quãng đường đi và vận tốc dài của điểm đó bằng vận tốc của vật (khi đó điểm tiếp xúc C của vật với đường như trong thí dụ trên được gọi là tâm quay tức thời); ngoài ra vận tốc của một điểm của vật đối với mặt đường được xác định bằng công thức cộng vận tốc. Như ta thấy, thông thường gia tốc hướng tâm có giá trị lớn. Cần đặc biệt lưu ý đến đơn vị đo khi tính toán bằng số.

III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

3.1. Một vệ tinh nhân tạo chuyển động tròn đều quanh Trái Đất mỗi vòng hết 90 phút. Vệ tinh bay ở độ cao 320km cách mặt đất. Tính vận tốc và gia tốc hướng tâm của vệ tinh. Cho biết bán kính Trái Đất là 6380km.

3.2. Một vô lăng quay với gia tốc góc không đổi, vận tốc góc của nó biến thiên từ 60 vòng / phút tới 780 vòng/ phút trong 2 phút. Hãy tính gia tốc góc và số vòng quay của vô lăng trong 2 phút đó.

✦ 3.3. Một máy bay bỏ nhào xuống mục tiêu rồi bay vọt lên theo một cung tròn bán kính $R = 800$ m với vận tốc 600 km/h. Tính gia tốc hướng tâm của máy bay.

3.4. Hai điểm A và B nằm trên cùng một bán kính của một vô lăng đang quay đều, cách nhau 20 cm. Điểm A ở phía ngoài có vận tốc $v_A = 0,6$ m/s, còn điểm B có vận tốc $v_B = 0,2$ m/s. Tính vận tốc góc của vô lăng và khoảng cách từ điểm B đến trục quay.

✦ 3.5. Trái đất có thể coi như một hình cầu bán kính $R_0 = 6400$ km có tâm O quay đều quanh Mặt trời trên một đường tròn bán kính $R = 1,5 \cdot 10^8$ km, đồng thời Trái đất tự quay quanh trục đi qua O và vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo của O. Tính các vận tốc dài của một điểm trên xích đạo Trái đất lúc giữa trưa và lúc nửa đêm. Các chiều tự quay của Trái đất và quay quanh Mặt trời trùng nhau.

✦ 3.6. Một hình trụ kim loại đường kính 10 cm được đặt vào máy tiện để tiện một cái rãnh. Hình trụ quay với vận tốc góc 2 vòng/s. Cứ mỗi vòng quay lưỡi dao tiện bóc được một lớp kim loại dày $0,1$ mm.

1) Viết các phương trình cho vận tốc dài v và gia tốc a của điểm tiếp xúc giữa dao và hình trụ.

2) Tính v và a khi rãnh đã sâu 10 mm.

✦ 3.7. Một vệ tinh nhân tạo, ở cách mặt đất 320 km, chuyển động tròn đều quay quanh Trái đất, mỗi vòng mất $4,5$ h. Tính vận tốc và gia tốc hướng tâm của vệ tinh. Cho biết bán kính Trái đất là 6380 km.

✦ 3.8. Một ô tô chạy với vận tốc 36 km/h thì qua một khúc quanh là một cung tròn bán kính 100 m. Tính gia tốc hướng tâm của xe.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ BÀI TẬP VỀ CHUYỂN ĐỘNG TRÒN

3.1. Bán kính quỹ đạo của vệ tinh :

$$r = R + h = 6380 + 320 \rightarrow r = 6700 \text{ km.}$$

Vận tốc góc của vệ tinh:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ với } T = 90 \text{ ph} = 1,5 \text{ h} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1,5} \approx 4,18 \text{ rad/h.}$$

Vận tốc dài của vệ tinh : $v = r\omega = 28066 \text{ km/h.}$

Gia tốc hướng tâm của vệ tinh : $a = r\omega^2 = 117065 \text{ km/h}^2.$

3.2. Ta có $\omega_1 = \frac{60.2\pi}{60} = 2\pi \text{ rad/s ;}$

$$\omega_2 = \frac{780.2\pi}{60} = 26\pi \text{ rad/s ;}$$

Suy ra gia tốc góc ; $\gamma = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{24\pi}{260} = \frac{\pi}{5} \approx 0,62 \text{ rad/s}^2.$

Góc quay của vô lăng trong hai phút:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\gamma} = 1680\pi$$

Số vòng quay của vô lăng trong hai phút :

$$n = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi} = 840 \text{ vòng.}$$

3.3. Ta có $a = \frac{v^2}{R}$. Theo đề bài:

$$v = 600 \text{ km/h} = \frac{10^3}{6} \text{ m/s ; } R = 800 \text{ m. Do đó}$$

$$a = \frac{1}{800} \cdot \left(\frac{10^3}{6} \right)^2 \approx 34,72 \text{ m/s}^2 \approx 3,5 \text{ g ?}$$

3.4. Gọi r là khoảng cách từ B đến trục quay, áp dụng công thức $v = \omega R$, theo đề bài ta có ; $0,6 = \omega (r + 0,2)$ (1) và $0,2 = \omega r$ (2).

Từ (1) và (2) rút ra : $\omega = 2 \text{ rad/s}$, và $r = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm.}$

3.5. Ta lấy km và s làm các đơn vị dài và thời gian.

$$T = 1 \text{ năm} = 365.24.3600 \cong 31,5.10^6 \text{ s.}$$

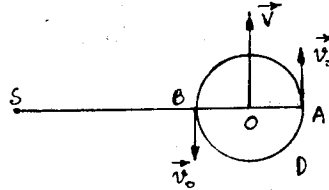
Vận tốc dài mà tâm O chuyển động quanh Mặt trời là :

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi.1,5.10^8}{31,5.10^6} \cong 30 \text{ km/s.}$$

$$T_0 = 1 \text{ ngày đêm} = 3600 \times 24 = 86400 \text{ s.}$$

Vận tốc của một điểm M trên xích đạo trong chuyển động tự quay của

$$\text{Trái đất là : } v_0 = \frac{2\pi R_0}{T_0} \cong 0,5 \text{ km/s.}$$



Hình 3.4

Lúc giữa trưa M ở vị trí B (hình 3.4) và đang đi ngược chiều quay của Trái đất quanh Mặt trời S. Vì $BO = R_0 \ll SO = R$ nên có thể coi như $v_B = V \rightarrow v_B$ (quanh mặt trời) $\cong 30 \text{ km/s}$. Do đó v (M lúc giữa trưa) $= V - v_0 = 29,5 \text{ km/s}$. Tương tự, v (M lúc nửa đêm ở vị trí A) $= V + v_0 = 30,5 \text{ km/s}$.

3.6. 1) Vận tốc góc ; $\omega = 2\pi n = 4\pi \text{ rad/s}$. Bán kính ban đầu của hình trụ là $R = \frac{100}{2} = 50 \text{ mm}$. Mỗi giây (2 vòng) bán

kính giảm $0,1.2 = 0,2 \text{ mm}$. Vậy bán kính hình trụ ở thời điểm t (tính từ lúc bắt đầu tiện) là $r = R - 0,2t$ (mm).

Vận tốc dài của điểm tiếp xúc là:

$$v = r\omega = 4\pi (R - 0,2t) = 629 - 2,5t \text{ (mm/s)} \quad (1)$$

Gia tốc hướng tâm của điểm ấy

$$a = r\omega^2 = 16\pi^2 (R - 0,2t) = 7888 - 31,55t \text{ (mm/s}^2\text{)} \quad (2)$$

2) Để tiện được rãnh sâu 10mm cần thời gian bằng :

$$t = \frac{10}{0,2} = 50 \text{ s}$$

Theo (1) và (2), vận tốc và gia tốc lúc mới bằng :

$$v_1 = 503 \text{ mm/s} = 0,5 \text{ m/s.}$$

$$a_1 = 6310 \text{ mm/s}^2 = 6,3 \text{ m/s}^2.$$

Kiểm lại : bán kính lúc mới bằng $r_1 = R - 10 = 40\text{mm} = 0,04 \text{ m}$.
Do đó vận tốc bằng $v_1 = r_1\omega = 0,04 \cdot 4\pi \approx 0,5 \text{ m/s}$ và gia tốc

$$a_1 = \frac{v_1^2}{r_1} = r_1 \omega^2 = 6,25 \text{ m/s}^2.$$

3.7. $v = 2593 \text{ m/s}$

$a = 1,004 \text{ m/s}^2$

3.8. $a \approx 1 \text{ m/s}^2$.

§4. CÁC ĐỊNH LUẬT VỀ CHUYỂN ĐỘNG

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Lực

• Lực là đại lượng đặc trưng cho tác dụng cơ học của vật này lên vật khác mà kết quả là truyền gia tốc cho vật hay làm cho vật biến dạng.

Lực được biểu diễn bằng một vectơ có gốc chỉ điểm đặt của lực, có hướng chỉ hướng của lực và có độ dài (theo một tỉ xích quy ước) chỉ độ lớn (cường độ) của lực. Vectơ lực có hướng trùng với hướng của vectơ gia tốc do lực truyền cho vật. Hai lực được coi là bằng nhau nếu cho chúng lần lượt tác dụng vào cùng một vật thì chúng gây ra cho vật đó cùng một gia tốc, hay cùng một mức độ biến dạng.

• Hai lực cân bằng (nhau) là hai lực có độ lớn bằng nhau cùng tác dụng vào một vật theo hai hướng ngược nhau.

• Đơn vị của lực trong hệ SI là Niutơn (N).

2. Khối lượng : là đại lượng đặc trưng cho mức quán tính của mỗi vật.

• Tính chất :

– Khối lượng là đại lượng vô hướng, dương và không thay đổi đối với mỗi vật.

– Khối lượng có tính chất rộng.

• Đơn vị của khối lượng là kg.

• *Khối lượng riêng* của một chất đo bằng thương số giữa khối lượng m của vật làm bằng chất ấy và thể tích V của vật :

$$\Delta = \frac{m}{V}. \text{ Đơn vị khối lượng riêng là : } \text{kg/m}^3.$$

3. Các định luật Niuton

• *Định luật I Niuton* (định luật quán tính) : Một vật sẽ đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều nếu không chịu lực nào tác dụng hoặc các lực tác dụng vào nó cân bằng nhau.

• *Định luật II Niuton* : Gia tốc của một vật tỉ lệ thuận với lực tác dụng vào vật và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật :

$$a = \frac{F}{m}. \text{ Dưới dạng vectơ: } \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \text{ Nếu chịu nhiều lực tác}$$

dụng: $\vec{a} = \frac{\vec{F}_{hl}}{m}$ (\vec{F}_{hl} là hợp lực của tất cả các lực) (*Nguyên lý độc lập của tác dụng*).

• *Định luật III Niuton*: Khi vật A tác dụng vào vật B một lực thì vật B cũng tác dụng trở lại vật A một lực. Hai lực này là hai lực trực đối, nghĩa là cùng giá, cùng độ lớn nhưng ngược chiều: $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$.

- Một trong hai lực tương tác giữa hai vật, gọi là lực tác dụng, còn lực kia gọi là phản lực.

- Lực và phản lực đặt vào hai vật khác nhau nên không thể cân bằng nhau.

- Lực và phản lực luôn luôn xuất hiện từng cặp và bao giờ cũng cùng loại.

$$0,15 = a \cdot 0,5$$

$$a = \frac{0,15}{0,5} = 0,3 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{0,6 \text{ m}}{2}$$

II. BÀI TẬP THÍ DỤ

1. **Thí dụ 1.** Một ô tô có khối lượng 2 tấn đang chuyển động trên đường ngang với vận tốc 54 km/h thì người lái xe hãm phanh, ô tô chạy tiếp được 20 m thì dừng lại. Tính lực hãm phanh.

A. Lời giải : Lực hãm phanh bằng $F = ma$, với $m = 2 \text{ tấn} = 2000 \text{ kg}$. Để tính a , áp dụng công thức $v^2 - v_0^2 = 2as$. Theo đề bài $v_0 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$; $v = 0$; $s = 20 \text{ m}$. Suy ra gia tốc ô tô :

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{-(15)^2}{2 \cdot 20} = -5,625 \text{ m/s}^2.$$

Vậy độ lớn của lực hãm phanh bằng :

$$F = m |a| = 2000 \cdot (5,625) = 11250 \text{ N !}$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về chuyển động dưới tác dụng của lực. Nếu biết lực F (hợp lực), ta tính được gia tốc

$a = \frac{F}{m}$, từ đó khảo sát được chuyển động của vật (tìm được

đường đi, vận tốc, thời gian...). Và, ngược lại, nếu biết được các thông số của chuyển động thì dựa vào các công thức đã biết (ở chủ đề 2), ta tính được gia tốc a và tìm được lực tác dụng. Lực tác dụng có thể là lực phát động (truyền gia tốc cho vật), hoặc lực cản (hãm chuyển động).

Thường chỉ đòi hỏi chỉ tính độ lớn của lực ($F = m |a|$). Chú ý đến dấu của các vận tốc khi tính a (dựa theo chiều dương đã chọn).

2. **Thí dụ 2.** Một viên bi A chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang với vận tốc 0,1 m/s. Viên bi B chuyển động với vận tốc 0,3 m/s tới va chạm vào viên bi A từ phía sau. Sau va chạm cả hai viên bi chuyển động với cùng một vận tốc 0,15 m/s. So sánh khối lượng hai viên bi đó.

A. Lời giải : Chọn chiều dương là chiều chuyển động của hai viên bi. Gọi a_1 , a_2 lần lượt là gia tốc hai viên bi A và B thu được trong thời gian va chạm Δt , ta có :

$$a_1 = \frac{v_1 - v_{01}}{\Delta t}, \quad a_2 = \frac{v_2 - v_{02}}{\Delta t},$$

với $v_{01} = 0,1 \text{ m/s}$; $v_1 = 0,15 \text{ m/s}$; $v_{02} = 0,3 \text{ m/s}$; $v_2 = 0,15 \text{ m/s}$.
Lực tác dụng của viên bi B lên viên bi A trong thời gian

va chạm:
$$F_{BA} = m_A a_1 = m_A \frac{(v_1 - v_{01})}{\Delta t}$$

và lực tác dụng của viên bi A lên viên bi B trong thời gian va chạm:

$$F_{AB} = m_B a_2 = m_B \frac{(v_2 - v_{02})}{\Delta t}$$

(trong đó m_A và m_B là khối lượng hai viên bi). Theo định luật III Niuton, ta có: $F_{AB} = -F_{BA} \rightarrow m_B a_2 = -m_A a_1 \rightarrow$

$$m_B \frac{(v_2 - v_{02})}{\Delta t} = -m_A \frac{(v_1 - v_{01})}{\Delta t} \rightarrow m_B (v_2 - v_{02}) = -m_A (v_1 - v_{01})$$

Thay số theo đầu bài ta được $-0,15 m_B = -0,05 m_A \rightarrow$
 $m_A = 3 m_B$: viên bi A có khối lượng lớn gấp 3 lần viên bi B.

B. Chú ý: Đây là loại bài toán về tương tác giữa hai vật. Chỉ cần áp dụng định luật III Niuton và áp dụng công thức tính gia tốc. Lưu ý rằng thời gian tương tác (va chạm) càng nhỏ thì lực tương tác có thể càng lớn. Khi tính gia tốc cần chú ý đến dấu của vận tốc (dựa theo một chiều dương đã chọn). (Trong thí dụ trên các vận tốc đều là đại lượng dương).

III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

4.1. Một ô tô có khối lượng $m = 1000 \text{ kg}$ đang chạy với vận tốc 18 km/h thì hãm phanh. Biết lực hãm là 2000 N . Tính quãng đường xe còn chạy thêm trước khi dừng hẳn.

4.2. Một quả bóng có khối lượng 300 g bay với vận tốc 72 km/h đến đập vuông góc vào một bức tường thẳng đứng rồi bật trở lại theo phương cũ với vận tốc 54 km/h . Thời gian va chạm bằng $0,14 \text{ s}$. Tính lực do tường tác dụng lên bóng.

4.3. Dưới tác dụng của một lực F , vật có khối lượng m_1 thu được gia tốc $a_1 = 1\text{m/s}^2$, vật có khối lượng m_2 thu được gia tốc $a = 3\text{m/s}^2$. Tính gia tốc thu được của vật có khối lượng $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$ khi chịu tác dụng của lực F .

4.4. Xe lăn A khối lượng 200g đang chạy trên đường ngang với vận tốc 2m/s thì đụng vào xe lăn B đang đứng yên. Sau va chạm xe A giật lùi lại với vận tốc $0,5\text{m/s}$ còn xe B thì chuyển động với vận tốc $0,5\text{ m/s}$.

1) Tính khối lượng xe B;

2) Tính độ lớn của lực tương tác giữa hai xe biết thời gian va chạm là: $\Delta t = 0,05\text{s}$.

4.5. Một lực \vec{F} không đổi truyền cho một vật có khối lượng m_1 một gia tốc bằng 4m/s^2 , truyền cho một vật khác có khối lượng m_2 một gia tốc bằng 2m/s^2 . Nếu đem ghép hai vật đó làm một vật thì lực đó truyền cho vật ghép một gia tốc bằng bao nhiêu ?

4.6. Một lực \vec{F}_1 không đổi tác dụng lên một vật trong khoảng thời gian $0,4\text{s}$, cùng phương với vận tốc của vật, làm vận tốc của nó thay đổi từ $0,2\text{m/s}$ đến $0,4\text{m/s}$.

Một lực không đổi khác \vec{F}_2 tác dụng lên cùng vật đó trong khoảng thời gian 4s , cùng phương với vận tốc của vật làm vận tốc của nó thay đổi từ 2m/s đến $0,4\text{m/s}$.

1) Lực nào cùng hướng với vận tốc ? ngược hướng với vận tốc ?

2) Tính tỉ số F_1/F_2

3) Nếu lực \vec{F}_2 tác dụng lên vật trong khoảng thời gian 10s thì vận tốc của vật thay đổi thế nào ?

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ BÀI TẬP VỀ CÁC ĐỊNH LUẬT CHUYỂN ĐỘNG

4.1. Lực tác dụng lên xe là lực hãm. Chiều phương trình của định luật II Niuton $\vec{F} = m \vec{a}$ lên hướng chuyển động ta có: $-\vec{F} = ma$, suy ra gia tốc chuyển động của xe:

$$a = -\frac{F}{m} = -\frac{2000}{1000} = -2 \text{ m/s}^2; \text{ xe chuyển động chậm dần đều}$$

Quãng đường xe chạy thêm $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$, với $v = 0$;

$$v_0 = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}, \text{ suy ra } s = \frac{-(5)^2}{2 \cdot (-2)} = 6,25 \text{ m.}$$

4.2. Độ lớn của gia tốc quả bóng thu được trong thời gian va chạm: $a = \left| \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \right|$. Theo đề bài $v_1 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$;

$v_2 = -54 \text{ km/h} = -15 \text{ m/s}$; $\Delta t = 0,14 \text{ s}$, ta có $a = 250 \text{ m/s}^2$.
Lực do tường tác dụng lên bóng trong thời gian va chạm là:

$$F = ma = 0,3 \cdot 250 = 75 \text{ N.}$$

4.3. Gọi a_1, a_2 và a là gia tốc của vật có khối lượng m_1, m_2 và $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$. Ta có: $a_1 = \frac{F}{m_1} \rightarrow m_1 = \frac{F}{a_1}$; $a_2 = \frac{F}{m_2} \rightarrow m_2 = \frac{F}{a_2}$;

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F}{\frac{m_1 + m_2}{2}} = \frac{2F}{m_1 + m_2} = \frac{2F}{\frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2}} = \frac{2a_1 a_2}{a_1 + a_2} = 1,5 \text{ m/s}^2$$

4.4. 1) Chọn chiều dương là chiều chuyển động của xe A trước khi va chạm. Gọi a_1, a_2 là gia tốc mà xe A và xe B thu được trong thời gian va chạm Δt . Ta có ;

$$a_1 = \frac{v_1 - v_{10}}{\Delta t}; \quad a_2 = \frac{v_2 - v_{20}}{\Delta t}, \text{ với (theo đề bài)}$$

$$v_{10} = 2 \text{ m/s}; v_1 = -0,5 \text{ m/s}; v_{20} = 0; v_2 = 0,5 \text{ m/s}.$$

Theo định luật III Niuton ta có: $F_{BA} = -F_{AB} \rightarrow m_A a_1 = -m_B$

$$a_2 \rightarrow m_A \frac{v_1 - v_{10}}{\Delta t} = -m_B \frac{v_2 - v_{20}}{\Delta t} \rightarrow m_A(v_1 - v_{10}) = -m_B(v_2 - v_{20}).$$

$$\text{Suy ra: } m_B = \frac{m_A(v_1 - v_{10})}{v_{20} - v_2} = 1 \text{ kg}.$$

$$2) |F_{AB}| = |F_{BA}| = \left| m_A \frac{v_1 - v_{10}}{\Delta t} \right| = 10 \text{ N}.$$

4.5. Chọn chiều dương của trục Ox là chiều của lực \vec{F} . Ta có:

$$F = m_1 a_1 = m_2 a_2 \rightarrow m_2 = 2m_1.$$

$$\text{Ngoài ra } F = m_1 a_1 = (m_1 + m_2) a \rightarrow a = \frac{4}{3} = 1,33 \text{ m/s}^2.$$

4.6. 1) Lực \vec{F}_1 cùng chiều với \vec{v} vì nó làm tăng vận tốc của vật. Lực \vec{F}_2 ngược chiều với \vec{v} vì nó làm giảm vận tốc của vật.

$$2) \frac{F_1}{F_2} = \frac{m a_1}{m a_2} = \frac{a_1}{a_2} \text{ với}$$

$$a_1 = \frac{0,4 - 0,2}{0,4} = 0,5 \text{ m/s}^2; a_2 = \frac{0,4 - 2}{4} = -0,4 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Suy ra } \frac{F_1}{F_2} = 0,25 \text{ (không xét dấu).}$$

$$3) v = v_0 + at = 2 - 0,4 \cdot 10 = -2 \text{ m/s}.$$

Lực \vec{F}_2 làm cho vận tốc của vật đổi chiều và có cùng độ lớn với vận tốc ban đầu.

§5. CÁC LỰC CƠ HỌC

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Lực hấp dẫn, trọng lực, trọng lượng.

• *Định luật vạn vật hấp dẫn* : Hai vật bất kì có khối lượng m_1, m_2 nằm cách nhau một khoảng r thì hút nhau một lực tỉ lệ thuận với tích khối lượng của chúng và tỉ lệ nghịch với khoảng cách giữa chúng :

$$F_{hd} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

(G là hằng số hấp dẫn $G = 6,68 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$)

• *Trọng lực của một vật ở gần mặt đất chính là lực hấp dẫn mà trái đất hút vật đó, lực này truyền cho vật gia tốc rơi tự do g (g còn được gọi là gia tốc trọng trường).*

– Biểu thức của trọng lực của vật : $\vec{P} = m \vec{g}$.

– Biểu thức của gia tốc g ở độ cao h so với mặt đất:

$$g = G \frac{M_d}{(R_d + h)^2}$$

(M_d là khối lượng trái đất ; R_d là bán kính Trái Đất) .

Nếu $h = 0$ gia tốc trọng trường g_0 trên mặt đất là :

$$g_0 = G \frac{M_d}{R_d^2}$$

• *Trọng lượng của vật là lực mà vật tác dụng lên giá đỡ hoặc dây treo vật.*

– Khi vật đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều đối với Trái Đất, trọng lượng của vật bằng trọng lực tác dụng lên vật : $P = mg$.

– Trọng lượng của vật được đo bằng lực kế.

2. Lực đàn hồi.

• *Định luật Húc*: Trong giới hạn đàn hồi, lực đàn hồi của lò xo tỉ lệ với độ biến dạng của lò xo và luôn luôn ngược chiều với biến dạng: $F = -kx$; k là độ cứng (hay hệ số đàn hồi) của lò xo, có đơn vị là N/m; $|x| = \Delta l$ là độ biến dạng (nén hoặc giãn) của lò xo. Dấu "-" để chỉ lực \vec{F} luôn luôn ngược chiều với biến dạng \vec{x} .

– Độ lớn của lực đàn hồi: $F = k \cdot \Delta l$.

– Lực kế lò xo dùng để đo lực.

3. Lực ma sát

• *Lực ma sát trượt* là lực xuất hiện ở mặt tiếp xúc giữa hai vật khi vật này trượt lên vật kia, và luôn luôn ngược hướng với vận tốc tương đối của vật này với vật kia;

– Lực ma sát trượt có phương tiếp tuyến với mặt tiếp xúc và ngược chiều chuyển động;

– Độ lớn của lực ma sát trượt không phụ thuộc diện tích tiếp xúc mà tỉ lệ với áp lực N (lực nén vuông góc):

$$F_{ms} = kN$$

k là *hệ số ma sát trượt*, phụ thuộc bản chất các vật và tính chất hai mặt tiếp xúc: $k < 1$; $k = \tan \varphi$ với φ là góc giữa phản lực \vec{N} và hợp lực của \vec{F}_{ms} và \vec{N} .

• *Lực ma sát nghỉ* là lực xuất hiện khi hai vật đứng yên tương đối với nhau nhưng có xu hướng trượt lên nhau dưới tác dụng của lực bên ngoài (ngoại lực).

– Lực ma sát nghỉ luôn luôn cân bằng với ngoại lực đặt vào vật, hướng song song với mặt tiếp xúc.

– Lực ma sát nghỉ cực đại xấp xỉ bằng lực ma sát trượt.

• *Lực ma sát lăn* là lực xuất hiện khi một vật lăn trên mặt một vật khác và cản lại chuyển động của vật.

- Lực ma sát lăn cũng tỉ lệ với áp lực N , nhưng hệ số ma sát lăn nhỏ hơn hệ số ma sát trượt.

II. BÀI TẬP THÍ DỤ

1. **Thí dụ 1.** Tìm gia tốc rơi tự do ở nơi có độ cao so với mặt đất bằng một phần tư bán kính trái đất. Cho biết gia tốc rơi tự do trên mặt đất là $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$

A. Lời giải.

Ta biết gia tốc rơi tự do tại nơi có độ cao h và ở trên mặt đất được tính theo công thức:

$$g = G \frac{M_d}{(R_d + h)^2} \quad \text{và} \quad g_0 = G \frac{M_d}{R_d^2}$$

$$\text{Suy ra} \quad \frac{g}{g_0} = \frac{R_d^2}{(R_d + h)^2} = \left(\frac{R_d}{R_d + h} \right)^2 \rightarrow g = \left(\frac{R_d}{R_d + h} \right)^2 g_0$$

$$\text{Theo đề bài: } h = \frac{R_d}{4}$$

$$\text{ta có } g = g_0 \left(\frac{1}{1 + 1/4} \right)^2 = g_0 \cdot \frac{16}{25} \cong 6,27 \text{ m/s}^2$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về lực hấp dẫn và trọng lực. Ta chỉ cần vận dụng đúng các công thức đã biết. Cần chú ý đến các đơn vị đo khi tính toán bằng số. Lưu ý rằng với các vật trên mặt đất lực hấp dẫn là rất nhỏ, và dĩ nhiên là đối với các vật ở gần mặt đất khi $h \ll R_d$ thì $g \cong g_0$.

2. **Thí dụ 2.** Một xe tải, khối lượng $m_1 = 5$ tấn, kéo một xe con, khối lượng $m_2 = 1$ tấn, bằng một dây cáp có độ cứng $k = 2 \cdot 10^6 \text{ N/m}$. Kể từ lúc bắt đầu chạy, hai xe chạy nhanh dần đều, sau 20s đi được 200m. Hãy tính độ giãn của dây cáp và lực kéo xe tải chuyển động. Bỏ qua ma sát của đường.

A. Lời giải :

Áp dụng công thức tính đường đi của hai xe

$$s = \frac{at^2}{2} \text{ (không có vận tốc đầu), ta tính được gia tốc}$$

$$\text{chuyển động của hai xe bằng : } a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2.200}{(20)^2} = 1 \text{ m/s}^2.$$

Xét chuyển động của xe con. Lực tác dụng lên xe con theo hướng chuyển động là lực đàn hồi F_{dh} của dây cáp. Theo định luật II Niuton: $F_{dh} = m_2 a = 1000.1 = 1000 \text{ N}$. Mặt khác ta có $F_{dh} = k. \Delta l$, với Δl là độ giãn của dây cáp.

$$F_{dh} = 1000$$

$$\text{Suy ra } \Delta l = \frac{F_{dh}}{k} = \frac{1000}{2.10^6} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,5 \text{ mm}.$$

Xét chuyển động của xe tải. Ngoài lực F kéo xe tải (do động cơ), theo phương chuyển động, còn có lực đàn hồi F'_{dh} của dây cáp, lực này có hướng ngược với lực kéo; do đó hợp lực tác dụng lên xe tải bằng $F - F'_{dh}$. Theo định luật III Niuton hai lực F_{dh} và F'_{dh} có độ lớn bằng nhau; $F'_{dh} = F_{dh} = 1000 \text{ N}$. Do đó theo định luật II Niuton; $F - F'_{dh} = m_1 a \rightarrow$

$$F = m_1 a + F'_{dh} = 6000 \text{ N}.$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về lực đàn hồi, áp dụng công thức của định luật Húc. Cần chú ý rằng khi dây cáp (hoặc lò xo) bị biến dạng thì ở hai đầu dây đều có lực đàn hồi tác dụng vào hai vật nối với hai đầu đó, theo hai hướng ngược nhau và có độ lớn bằng nhau tính theo công thức của định luật Húc. Trong thí dụ trên, lực đàn hồi ở đầu dây cáp nối với xe con là lực phát động, còn lực đàn hồi ở đầu dây cáp nối với xe tải lại là lực cản. Thông thường biết lực đàn hồi ta tính được độ cứng (k) hoặc độ biến dạng (Δl) và ngược lại. Chú ý đến đơn vị đo như tính toán bằng số, đặc biệt là đơn vị đo Δl phải đổi ra mét (tuy Δl thường có trị số rất nhỏ).

3. Thí dụ 3. Một vật có khối lượng 3 kg được đặt trên mặt bàn nằm ngang. Tác dụng lên vật một lực \vec{F} song song với mặt bàn.

1. Tính gia tốc và vận tốc chuyển động của vật sau 3 giây, trong hai trường hợp : a) $F = 5\text{N}$; và b) $F = 7\text{N}$.

2. Lực \vec{F} chỉ tác dụng lên vật trong 3 giây. Tính quãng đường tổng cộng mà vật đi được cho đến khi nó dừng lại. Cho biết hệ số ma sát giữa vật và bàn là $k = 0,2$.

$$\text{Lấy } g = 10 \text{ m/s}^2.$$

A. Lời giải.

1. Xét theo phương chuyển động (phương nằm ngang), vật chịu tác dụng của lực \vec{F} và lực ma sát (lực cản) \vec{F}_{ms} . Áp dụng định luật II Niuton, ta có : $F - F_{ms} = ma$ (1).

Khi vật chuyển động, lực ma sát là lực ma sát trượt, có độ lớn $F_{ms} = kN$, với N là áp lực (lực nén vuông góc); còn khi vật chưa chuyển động, lực ma sát là lực ma sát nghỉ, có độ lớn $F_{ms} < kN$. Như vậy nói chung $F_{ms} \leq kN$, áp lực N có độ lớn bằng trọng lượng $P = mg$ của vật. Do đó:

$$F_{ms} \leq kmg = 0,2.3.10 = 6 \text{ N} \quad (2)$$

a) Trường hợp lực kéo $F = 5\text{N}$, khi đó lực kéo nhỏ hơn lực ma sát trượt, vật sẽ đứng yên và gia tốc $a = 0$.

b) Trường hợp lực kéo $F = 7\text{N}$, khi đó lực kéo lớn hơn lực ma sát trượt, vật chuyển động với gia tốc (theo (1))

$$a = \frac{F - F_{ms}}{m} = \frac{1}{3} \text{ m/s}^2.$$

Vận tốc của vật sau 3 giây:

$$v = at = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1 \text{ m/s}.$$

2) Trong 3 giây đầu, với lực kéo $F = 7\text{N}$, vật chuyển động với gia tốc $a = 1/3 \text{ m/s}^2$ và đi được quãng đường :

$$s_1 = \frac{at^2}{2} = 1,5 \text{ m}.$$

Khi lực \vec{F} ngừng tác dụng, theo phương chuyển động chỉ còn lực ma sát $F_{ms} = 6\text{N}$ tác dụng lên vật, khi đó vật chuyển động chậm dần đều với gia tốc:

$$a_1 = \frac{-F_{ms}}{m} = \frac{-6}{3} = -2 \text{ m/s}^2.$$

Quãng đường vật đi được trong chuyển động chậm dần đều cho đến khi dừng lại, tính theo công thức $v^2 = v_0^2 + 2as$, ta có

$$s_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_1} = \frac{-v_0^2}{2a_1} = \frac{-(1)^2}{2 \cdot (-2)} = 0,25 \text{ m}.$$

Quãng đường tổng cộng vật đã đi được:

$$s = s_1 + s_2 = 1,5 + 0,25 = 1,75 \text{ m}.$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về lực ma sát . Cần phân biệt khi nào có lực ma sát trượt, khi nào là lực ma sát nghỉ, từ đó biết được vật chuyển động hoặc vẫn đứng yên khi có lực bên ngoài tác dụng vào vật. Khi tính lực ma sát , cần lưu ý rằng N là áp lực (lực ép vuông góc) của vật lên mặt đường, do đó nếu mặt đường nằm ngang thì $N = P = mg$, còn nếu mặt đường là mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt nằm ngang thì N chỉ là thành phần của trọng lực \vec{P} vuông góc với mặt nghiêng, nghĩa là $N = P \cos \alpha$; điều này được xem xét kĩ ở chủ đề 6.

III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

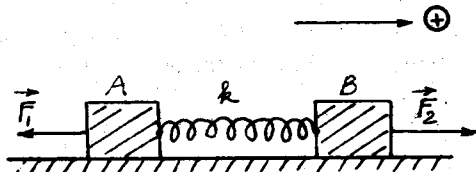
5.1. Tính lực hút giữa Trái Đất và Mặt Trăng, biết rằng chúng có khối lượng $6 \cdot 10^{24}\text{kg}$ và $7,4 \cdot 10^{22}\text{kg}$ và chúng cách nhau 384000 km.

5.2. Sao Hoả có bán kính bằng 0,53 bán kính Trái Đất và có khối lượng bằng 0,11 khối lượng Trái Đất. Tính gia tốc rơi tự do trên Sao Hoả .

5.3. Hai quả cầu kim loại, mỗi quả có khối lượng 40kg, bán kính 10 cm. Hỏi lực hấp dẫn giữa chúng có thể đạt giá trị tối đa là bao nhiêu?

5.4. Một tàu hoả gồm đầu máy và hai toa xe A, B được nối với nhau bằng hai lò xo giống nhau có khối lượng không đáng kể, độ cứng của mỗi lò xo bằng 60000N/m; toa A có khối lượng 20 tấn và toa B có khối lượng 10 tấn. Sau khi khởi hành 20s thì vận tốc của tàu bằng 10,8km/h. Tính độ giãn của mỗi lò xo. Bỏ qua ma sát.

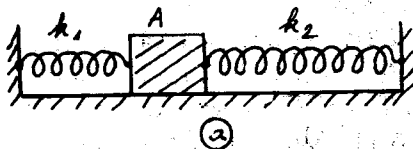
5.5. Hai vật A và B, có khối lượng $m_1 = 20\text{kg}$, $m_2 = 10\text{kg}$, nối với nhau bằng một lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng $k = 500\text{ N/m}$, được đặt trên một mặt bàn nằm ngang (hình 5.1). Ban đầu lò xo



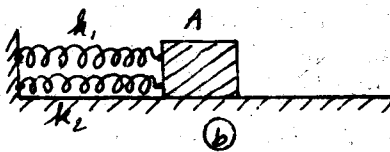
Hình 5.1

chưa bị biến dạng. Tác dụng vào hai vật A, B hai lực $\vec{F}_1 = 25\text{N}$ và $\vec{F}_2 = 40\text{N}$. Hãy tính độ giãn của lò xo trong hai trường hợp :

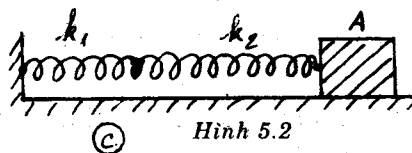
- 1) Lực \vec{F}_1 tác dụng vào vật A, còn lực \vec{F}_2 tác dụng vào vật B;
- 2) Lực \vec{F}_1 tác dụng vào vật B, còn lực \vec{F}_2 tác dụng vào vật A. Bỏ qua ma sát.



5.6. Có hai lò xo có độ cứng k_1, k_2 nối với vật A đặt trên mặt bàn nằm ngang như trên hình (5.2, a, b, c). Tính độ cứng của hệ lò xo.



5.7. Khi treo vật có khối lượng 200g vào một lò xo người ta thấy nó giãn 5 cm.

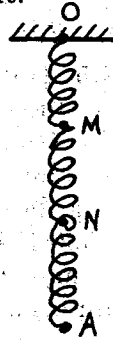


Hình 5.2

Nếu treo thêm vào lò xo vật thứ hai có khối lượng m_2 người ta thấy độ giãn tổng cộng của lò xo là 7,5cm. Tìm độ cứng của lò xo và m_2 . Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

5.8. Đoàn tàu gồm một đầu máy, một toa xe 10 tấn và một toa xe 5 tấn nối với nhau theo thứ tự trên bằng hai lò xo giống nhau. Sau khi khởi hành 10s, đoàn tàu đó có vận tốc 3,6 km/h. Tìm độ giãn của hai lò xo đó. Biết rằng khi chịu tác dụng lực 1000 N lò xo giãn 2cm. Bỏ qua ma sát.

5.9. Cho một lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ dài ban đầu $l_0 = 33\text{cm}$ và có độ cứng $k_0 = 100\text{N/m}$; M và N là hai điểm trên lò xo với $OM = \frac{l_0}{3}$ và $ON = 2 \frac{l_0}{3}$.



Hình 5.3

1) Giữ đầu O cố định vào kéo đầu A của lò xo bằng một lực $F = 3\text{N}$ dọc theo chiều dài của lò xo để nó giãn ra. Gọi A', M', N' là các vị trí mới của A, M, N. Tính các đoạn OA', OM', và ON'.

2) Cắt lò xo trên thành hai lò xo có chiều dài bằng $\frac{l_0}{3}$ và $2 \frac{l_0}{3}$ rồi lần lượt kéo giãn hai lò xo này cũng bằng một lực $F = 3\text{N}$. Hãy tìm độ giãn của hai lò xo đó và từ đó tính độ cứng của chúng.

5.10. Người ta phải dùng một lực kéo theo phương ngang có độ lớn 54000 N để kéo đều một tấm bê tông có khối lượng 12 tấn. Tìm hệ số ma sát giữa tấm bê tông và mặt đất. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

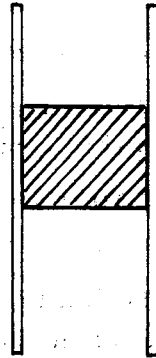
5.11. Một ô tô đang chạy với vận tốc 36 km/h thì tắt máy, chuyển động chậm dần đều do ma sát. Tính gia tốc, thời gian và quãng đường chuyển động chậm dần đều. Cho biết hệ số ma sát lăn giữa bánh xe ô tô và mặt đường là $k = 0,05$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

5.12. Hai học sinh đứng trên nền nhà kéo tay nhau.

1) Lực tác dụng từ tay người nọ đến tay người kia có như nhau không?

2) Vì sao người nọ có thể kéo được người kia.

5.13. Một khúc gỗ có khối lượng $m = 4$ kg bị ép chặt giữa hai tấm gỗ dài (hình 5.4) song song thẳng đứng. Mỗi tấm ép vào khúc gỗ một lực $Q = 50$ N. Tìm độ lớn của lực F cần đặt vào khúc gỗ đó để có thể kéo đều nó xuống dưới hoặc lên trên. Cho biết hệ số ma sát giữa mặt khúc gỗ và tấm gỗ bằng 0,50.



Hình 5.4

5.14. Một đầu máy kéo một toa xe có khối lượng 20 tấn. Trong khi chuyển động lò xo nối đầu máy với toa xe giãn thêm 0,8mm so với khi không giãn. Tính lực kéo của đầu máy và gia tốc của đoàn tàu. Cho biết độ cứng của lò xo bằng $5 \cdot 10^4$ N/m. Bỏ qua lực ma sát cản trở chuyển động.

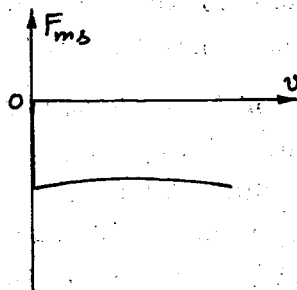
5.15. Một xe tải kéo một xe du lịch có khối lượng 2 tấn, bắt đầu chuyển động nhanh dần đều, đi được 40 m trong 20s. Tính lực kéo của xe tải và độ giãn của dây cáp nối hai xe. Cho biết độ cứng của dây cáp là $2 \cdot 10^5$ N/m. Bỏ qua ma sát.

5.16. Người ta đặt một cái cốc lên trên một tờ giấy nhẹ đặt trên bàn rồi dùng tay kéo tờ giấy theo phương ngang.

1) Cần truyền cho tờ giấy một gia tốc bằng bao nhiêu để cốc bắt đầu trượt về phía sau so với tờ giấy ?

2) Kết quả này có thay đổi không nếu cốc đựng nước. Cho biết hệ số ma sát trượt giữa cốc và tờ giấy là $k = 0,3$. Lấy $g = 10$ m/s².

5.17. Đồ thị ở (hình 5.5) cho biết sự phụ thuộc của lực ma sát vào vận tốc của một vật. Hãy giải thích đồ thị này.



Hình 5.5

5.18. Một vật có khối lượng $m = 30$ kg đang nằm yên trên mặt sàn nằm ngang. Muốn cho vật chuyển động người ta phải tác dụng vào vật theo phương ngang một lực có độ lớn tối thiểu bằng 88N. Khi vật đã chuyển động người ta chỉ cần tác dụng vào vật

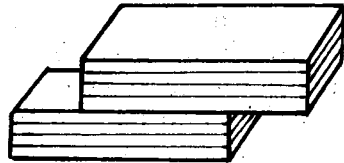
theo phương ngang một lực tối thiểu bằng 71N.

1) Tính hệ số ma sát nghỉ (cực đại) và hệ số ma sát trượt.

2) Khi tác dụng vào vật theo phương ngang một lực bằng 50N thì lực ma sát bằng bao nhiêu ? Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

5.19. Có 8 tấm thép như nhau xếp chồng lên nhau như trên hình 5.6, khối lượng mỗi tấm là 10 kg.

1) Cần tác dụng một lực theo phương ngang bằng bao nhiêu để kéo 4 tấm trên cùng.



Hình 5.6

2) Cần tác dụng vào tấm thứ tư một lực theo phương ngang bằng bao nhiêu để kéo nó ra khỏi

các tấm còn lại. Cho biết hệ số ma sát giữa các tấm là 0,2. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

5.20. Một đoàn tàu hoả có khối lượng tổng cộng 100 tấn đang chuyển động thẳng đều trên đường sắt nằm ngang thì một số toa ở cuối đoàn tàu có khối lượng tổng cộng là 10 tấn rời khỏi đoàn tàu. Hỏi khi phần cuối của đoàn tàu tách ra còn chuyển động thì khoảng cách giữa hai phần đoàn tàu thay đổi theo quy luật nào ? Cho biết lực kéo của đầu máy không thay đổi và có hệ số ma sát lăn $k = 0,09$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

5.21. Một lò xo khối lượng không đáng kể, có độ cứng k và chiều dài ban đầu là l_0 . Người ta giữ cho đầu trên của lò xo cố định và buộc vào đầu dưới của lò xo một vật nặng có khối lượng m ; sau đó người ta buộc thêm vào điểm giữa của lò xo đã bị giãn một vật thứ hai cũng có khối lượng m . Tìm chiều dài của lò xo khi đó.

5.22. Biết gia tốc rơi tự do của một vật tại nơi cách mặt đất một khoảng h là $g = 4,9 \text{ m/s}^2$. Tìm h , cho biết gia tốc rơi tự do trên mặt đất là $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ và bán kính trái đất $R = 6400 \text{ km}$

5.23. Một xe lăn khi được đẩy bằng lực $F = 30 \text{ N}$ theo phương ngang thì xe chuyển động thẳng đều. Khi chất lên xe một kiện hàng có khối lượng 10 kg thì phải tác dụng lực $F' = 40 \text{ N}$ theo phương ngang xe mới chuyển động thẳng đều. Tìm hệ số ma sát giữa xe và mặt đường và khối lượng xe lăn. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ BÀI TẬP CÁC LỰC CƠ HỌC

5.1. Áp dụng định luật vạn vật hấp dẫn, suy ra $F \approx 2.10^{20} \text{N}$.

5.2. Ta biết gia tốc rơi tự do trên mặt đất:

$$g_0 = G \frac{M_d}{R_d^2} \quad (1)$$

Lập luận tương tự ta có gia tốc rơi tự do trên mặt Sao Hoả

$$g = G \frac{M_h}{R_h^2} \quad (2), \text{ với } M_h \text{ là khối lượng Sao Hoả, và } R_h \text{ là}$$

bán kính Sao Hoả. Từ (1) và (2) suy ra :

$$\frac{g}{g_0} = \frac{M_h}{M_d} \cdot \frac{R_d^2}{R_h^2} \rightarrow g = g_0 \frac{M_h}{M_d} \cdot \left(\frac{R_d}{R_h} \right)^2$$

Theo đề bài $M_h = 0,11 M_d$; $R_h = 0,53 R_d$ và biết $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$, suy ra $g = 3,83 \text{ m/s}^2$.

5.3. Lực hấp dẫn giữa hai quả cầu là : $F = G \frac{m^2}{r^2}$

Lực F có giá trị lớn nhất khi r nhỏ nhất, muốn vậy hai quả cầu phải đặt sát nhau và r bằng hai lần bán kính mỗi quả cầu:

$$r = 2R = 20 \text{ cm. Thay số } m = 40 \text{ kg ; } r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$G = 6.68.10^{-11} \frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2}, \text{ ta được } F \approx 2,67.10^{-6} \text{N.}$$

5.4. Gia tốc chuyển động của tàu tính theo công thức $v = at$ với $v = 10,8 \text{ km/h} = 3 \text{ m/s}$, $t = 20 \text{ s}$

$$\text{Suy ra : } a = \frac{v}{t} = \frac{3}{20} = 0,15 \text{ m/s}^2.$$

Để tính độ giãn của lò xo nối với đầu máy ta xem hai toa như một vật có khối lượng $m = m_1 + m_2 = 30 \text{ tấn} = 30000 \text{ kg}$. Lực kéo hai toa chuyển động với gia tốc $a = 0,15 \text{ m/s}^2$ chính

lực đàn hồi F_{dh1} của lò xo này. Theo định luật II Niuton $F = F_{dh1} = ma = 4500 \text{ N}$. Gọi Δl_1 là độ giãn của lò xo nối với đầu máy ta có :

$$F_{dh1} = k\Delta l_1 \rightarrow \Delta l_1 = \frac{F_{dh1}}{k} = \frac{4500}{60000} = 0,075\text{m} = 7,5\text{cm}$$

Để tính độ giãn Δl_2 của lò xo nối hai toa ta xét hai trường hợp :

1) Đầu máy nối với toa A ; khi đó lực kéo toa B chính là lực đàn hồi của lò xo nối hai toa , do đó:

$$F_2 = m_2 a = F_{dh2} = 1500\text{N}.$$

Độ giãn của lò xo nối hai toa bằng:

$$\Delta l_2 = \frac{F_{dh2}}{k} = 0,025\text{m} = 2,5\text{cm}.$$

2) Đầu máy nối với toa B, khi đó lực kéo toa A chính là lực đàn hồi của lò xo nối hai toa, do đó.

$$F_1 = m_1 a = F_{dh3} = 3000 \text{ N}.$$

Độ giãn của lò xo nối hai toa trong trường hợp này bằng :

$$\Delta l_3 = \frac{F_{dh3}}{k} = 0,05\text{m} = 5\text{cm}.$$

5.5. Chọn chiều dương là chiều của lực \vec{F}_2 . Vì $F_2 > F_1$ nên hệ vật sẽ chuyển động theo chiều của lực \vec{F}_2 với gia tốc \vec{a} có độ lớn tính theo định luật II Niuton: $F_2 - F_1 = (m_1 + m_2)a$;
suy ra : $a = \frac{F_2 - F_1}{m_1 + m_2} = \frac{40 - 25}{20 + 10} = 0,5 \text{ m/s}^2$.

1) Trường hợp \vec{F}_2 tác dụng vào vật B (như trên hình 5.1) :

Xét riêng vật A, ta thấy vật A chuyển động dưới tác dụng của lực đàn hồi \vec{F}_{dh1} của lò xo (hướng theo chiều dương) và chịu lực \vec{F}_1 , kết quả là A chuyển động theo chiều dương với gia tốc a .

Áp dụng định luật II Niuton ta có; $F_{dh1} - F_1 = m_1 a \rightarrow F_{dh1} = m_1 a + F_1 = 20.0,5 + 25 = 35\text{N}$. Suy ra độ giãn Δl_1 của lò xo :

$$\Delta l_1 = \frac{F_{dh1}}{k} = \frac{35}{500} = 0,07\text{m} = 7\text{cm}.$$

2) Trường hợp \vec{F}_2 tác dụng vào vật A: khi đó \vec{a} hướng sang phía bên trái. Xét riêng chuyển động của vật B, thì vật B chuyển động dưới tác dụng của đàn hồi \vec{F}_{dh2} của lò xo (hướng sang bên trái) và lực \vec{F}_1 , kết quả là vật B chuyển động sang trái với gia tốc \vec{a} . Áp dụng định luật II Niuton ta có:

$F_{dh2} - F_1 = m_2 a \rightarrow F_{dh2} = m_2 a + F_1 = 20\text{N}$. Độ giãn của lò xo trong trường hợp này bằng:

$$\Delta l_2 = \frac{F_{dh2}}{k} = \frac{20}{500} = 0,04\text{m} = 4\text{cm}.$$

5.6. Xét trường hợp a: Khi vật A lệch khỏi vị trí cân bằng theo phương ngang một đoạn x thì A chịu tác dụng của các lực đàn hồi của hai lò xo, có độ lớn : $F_1 = k_1 x$ và $F_2 = k_2 x$ (khi lò xo 1 bị giãn đoạn x thì lò xo 2 bị nén đoạn x , và ngược lại).

Hai lực \vec{F}_1 và \vec{F}_2 luôn luôn cùng chiều nên ta có hợp lực \vec{F} do hệ lò xo tác dụng lên vật A bằng.

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \rightarrow F = F_1 + F_2 = (k_1 + k_2)x$. Mặt khác $F = kx$, với k là độ cứng của hệ lò xo. Ta suy ra $k = k_1 + k_2$.

Xét trường hợp b. Lập luận tương tự như trên, khi A lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn x , cả hai lò xo đều bị giãn hoặc nén một đoạn x và hai lực đàn hồi \vec{F}_1, \vec{F}_2 tác dụng lên A cùng chiều. Hợp lực tác dụng lên vật A :

$$F = F_1 + F_2 = k_1 x + k_2 x = (k_1 + k_2)x.$$

Mặt khác $F = kx$, suy ra $k = k_1 + k_2$.

Xét trường hợp c : Khi vật A lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn x , sang bên phải chẳng hạn, thì độ giãn của hai lò xo là x_1, x_2 với $x_1 + x_2 = x$ (1). Mặt khác lực tác dụng lên vật A là lực đàn hồi F_2 của lò xo 2, bằng lực đàn hồi F_1 của lò xo 1 (vì hai lò xo nối với nhau), đó cũng chính là lực đàn hồi của hệ lò xo tác dụng lên vật A; như vậy ta có :

$$F = F_1 = F_2 \rightarrow kx = k_1x_1 = k_2x_2. \text{ Thay } x = \frac{F}{k}, x_1 = \frac{F_1}{k_1} = \frac{F}{k_1}$$

$$x_2 = \frac{F_2}{k_2} = \frac{F}{k_2} \text{ vào (1), suy ra } \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \rightarrow k = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$$

5.7. Vật đứng cân bằng dưới tác dụng của lực đàn hồi \vec{F}_{dh} của lò xo và trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ của vật.

Ta có $F_{dh} = P \rightarrow k \cdot \Delta l = mg$. Suy ra : $k = \frac{mg}{\Delta l}$.

Thay số $m = 200g = 0,2 \text{ kg}$; $\Delta l = 5cm = 0,05m$, $g = 10 \text{ m/s}^2$
ta được $k = \frac{0,2 \cdot 10}{0,05} = 40N/m$. Khi treo thêm một vật m_2 , ta có:

$$k \cdot \Delta l' = (m + m_2)g. \text{ Suy ra } m_2 = \frac{k \cdot \Delta l'}{g} - m. \text{ Thay số}$$

$$\Delta l' = 7,5 \text{ cm} = 0,075m, \text{ ta được } m_2 = 0,1 \text{ kg} = 100g.$$

5.8. Giải tương tự như bài 5.4. Độ cứng của lò xo bằng

$$k = \frac{1000}{0,02} = 50000 \text{ N/m}.$$

Độ giãn của lò xo lần lượt bằng 3 cm và 1 cm.

5.9. 1) Vì lực đàn hồi cân bằng với lực kéo nên ta có :

$$F = k_0 \cdot \Delta l \rightarrow \Delta l = \frac{F}{k_0} = 3 \cdot 10^{-2}m = 3cm.$$

$$\text{Từ đó } OA' = l_0 + \Delta l = l = 33 + 3 = 36cm.$$

Vì lò xo giãn đều nên: $OM' = \frac{l}{3} = 12\text{cm}$ và $ON' = \frac{2l}{3} = 24\text{cm}$.

2) Vì lực đàn hồi tại mọi điểm của lò xo OA đều như nhau và đều bằng $F = 3\text{N}$ nên có thể suy ra rằng: do tác dụng của lực kéo $F = 3\text{N}$, đoạn OM của lò xo OA giãn ra một đoạn:

$$\Delta l_1 = \frac{1}{3} - \frac{l_0}{3} = 1\text{cm}, \text{ còn đoạn ON giãn ra một đoạn:}$$

$$\Delta l_2 = 2 \frac{1}{3} - 2 \frac{l_0}{3} = 2 \text{ cm. Như vậy nếu lò xo có chiều dài}$$

$$OM = \frac{l_0}{3} \text{ thì nó có độ cứng } k_1 = \frac{F}{\Delta l_2} = \frac{3}{10^{-2}} = 300 \text{ N/m.}$$

Còn nếu lò xo có chiều dài $ON = \frac{2l_0}{3}$ thì nó có độ cứng là:

$$k_2 = \frac{F}{\Delta l_2} = \frac{3}{2 \cdot 10^{-2}} = 150 \text{ N/m.}$$

Nhận xét : Ta thấy $\frac{k_1}{k_2} = \frac{ON}{OM}$, hay độ cứng của một đoạn lò xo cắt ra từ một lò xo dài thì tỉ lệ nghịch với chiều dài đoạn đó: $\frac{k}{k_0} = \frac{l_0}{l}$. Nói chung $k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 \dots$ với l_1, l_2 là các đoạn cắt ra từ một lò xo.

5.10. Vì tấm bê tông chuyển động đều trên mặt đất nên lực kéo cân bằng với lực ma sát trượt; $F = F_{ms}$, với

$$F_{ms} = k N = k P = k mg. \text{ Như vậy } F = k mg. \text{ Suy ra}$$

$$k = \frac{F}{mg} = \frac{54000}{12.000 \times 10} = 0,45.$$

5.11. Theo phương chuyển động lực tác dụng lên ô tô sau khi tắt máy là lực ma sát (cản chuyển động); theo định luật II Newton ta có: $-F_{ms} = ma$, với $F_{ms} = kN = kmg$ (vì áp lực N là trọng lượng của xe).

Do đó ta có: $-kmg = ma \rightarrow a = -kg = -0,5 \text{ m/s}^2$: Ô tô chạy chậm dần đều. Thời gian ô tô chuyển động sau khi tắt máy:

$$t = \frac{v - v_0}{a} \text{ với } v = 0; v_0 = 36\text{km/h} = 10\text{m/s}; \text{ suy ra : } t = 20\text{s}.$$

Quãng đường ô tô còn chạy được sau khi tắt máy :

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = 100\text{m}. \text{ (Cũng có thể tính } s \text{ theo công thức}$$

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2} \text{.)}$$

5.12. 1) Theo định luật III Niuton thì lực kéo của hai người là như nhau.

2) Xét theo phương ngang ngoài lực kéo giữa hai người còn có lực ma sát nghỉ tác dụng vào mỗi người. Do đó xét theo phương ngang mỗi người chịu tác dụng của hai lực : Lực kéo của người kia và lực ma sát nghỉ của mặt đất. Người nào tác dụng vào mặt đất một lực lớn hơn thì mặt đất sẽ tác dụng lại lực ma sát nghỉ lớn hơn và người đó sẽ thắng.

5.13. Lực ma sát của mỗi tấm gỗ tác dụng của khúc gỗ là:

$$f_{ms} = kQ = 0,5 \cdot 50 = 25 \text{ N}. \text{ Lực ma sát tổng cộng của hai tấm gỗ tác dụng vào khúc gỗ bằng : } F_{ms} = 2 f_{ms} = 50 \text{ N}.$$

1) Trường hợp khúc gỗ chuyển động đều xuống dưới : lực kéo \vec{F} và trọng lực \vec{P} của khúc gỗ cùng hướng, còn lực ma sát \vec{F}_{ms} hướng ngược lại. Vì khúc gỗ chuyển động đều, hợp lực $\vec{F} + \vec{P}$ cân bằng với lực ma sát \vec{F}_{ms} , ta có $F + P = F_{ms}$, suy ra

$$F = F_{ms} - P = F_{ms} - mg = 10\text{N}.$$

2) Trường hợp khúc gỗ chuyển động đều lên trên : lực \vec{F} cân bằng với hợp lực $\vec{P} + \vec{F}_{ms}$, ta có $F = P + F_{ms} = mg + F_{ms} = 90\text{N}$.

5.14. Lực kéo của đầu máy: $F = k \cdot \Delta l = 5 \cdot 10^4 \cdot 0,8 = 40000 \text{ N}$.
Chọn chiều dương của trục Ox là chiều chuyển động, ta có:

$$a = \frac{F}{m} = 2 \text{ m/s}^2.$$

5.15. Chọn chiều dương của trục Ox là chiều chuyển động, gia tốc chuyển động :

$$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2,40}{(20)^2} = 0,2 \text{ m/s}^2.$$

Lực kéo của xe tải ; $F = ma = 2000 \cdot 0,2 = 400\text{N}$.

Lực kéo của xe tải bằng lực đàn hồi của dây cáp tác dụng lên xe du lịch:

$F_{dh} = F = k \cdot \Delta l$. Độ giãn của dây cáp:

$$\Delta l = \frac{F_{dh}}{k} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2\text{mm}.$$

5.16. 1) Khi kéo nhẹ tờ giấy ta thấy cốc đứng yên trên tờ giấy và chuyển động cùng với tờ giấy. Tờ giấy và cốc có cùng một gia tốc, nếu xét riêng cái cốc thì lực truyền gia tốc cho nó là lực ma sát nghỉ từ phía tờ giấy tác dụng lên cốc tại mặt tiếp xúc. Do đó gia tốc của cốc bằng:

$a = \frac{F_{ms}}{m}$. Gia tốc này phụ thuộc vào độ lớn của lực ma sát nghỉ. Vì lực ma sát nghỉ cực đại bằng lực ma sát trượt nên gia tốc cực đại của cốc bằng: $a_{max} = \frac{kmg}{m} = kg = 0,3 \cdot 10 = 3 \text{ m/s}^2$.

Nếu kéo tờ giấy để truyền cho tờ giấy một gia tốc lớn hơn 3 m/s^2 thì cốc sẽ bị trượt về phía sau so với tờ giấy (mặc dù cốc vẫn chuyển động về phía trước so với mặt bàn).

2) Vì gia tốc cực đại của cốc không phụ thuộc vào khối lượng m nên kết quả sẽ không thay đổi nếu cốc đựng nước.

5.17. Khi vật chưa chuyển động lực ma sát nghỉ tăng dần từ 0 đến một giá trị cực đại (đoạn thẳng đứng của đồ thị). Khi lực kéo có độ lớn bằng lực ma sát nghỉ cực đại thì vật bắt đầu chuyển động. Khi ấy lực ma sát trượt xuất hiện ngược

chiều với chuyển động và có độ lớn giảm đi một chút. Sau đó khi vận tốc tăng nhưng vẫn còn nhỏ thì lực ma sát trượt giữ giá trị không đổi. Khi vận tốc đã lớn thì lực ma sát lại tăng.

5.18. 1) Lực 88N bằng lực ma sát nghỉ cực đại, lực này có độ lớn tính theo công thức : $F_{msn} = k_n N = k_n mg$, suy ra hệ số ma sát nghỉ cực đại bằng : $k_n = \frac{F_{msn}}{mg} = \frac{88}{309,8} \approx 0,3$.

Lực tối thiểu 71N là lực cần cho vật chuyển động đều, do đó cân bằng với lực ma sát trượt F_{mst} có độ lớn tính theo công thức :

$F_{mst} = k_t N = k_t mg$, suy ra hệ số ma sát trượt :

$$k_t = \frac{F_{mst}}{mg} = \frac{71}{309,8} \approx 0,24.$$

2) Lực kéo vật nhỏ hơn lực ma sát nghỉ cực đại, do đó lực ma sát nghỉ cân bằng với lực kéo, vì vậy lực ma sát có độ lớn bằng 50N.

Chú ý : Trong nhiều trường hợp ta có thể coi hệ số ma sát nghỉ cực đại bằng hệ số ma sát trượt. Tuy nhiên có những trường hợp, như trong trường hợp của bài toán này hệ số ma sát nghỉ cực đại khác hệ số ma sát trượt.

5.19. 1) Khi kéo 4 tấm trên cùng ta chỉ cần tác dụng một lực F để thắng lực ma sát của 4 tấm dưới tác dụng lên 4 tấm đó; do đó

$$F = F_{ms} = k \cdot 4mg = 0,2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 10 = 80 \text{ N}.$$

2) Khi kéo riêng tấm thứ tư, cần tác dụng một lực kéo F' để thắng hai lực ma sát tác dụng vào hai mặt của tấm này :

$F' = F_1 + F_2$, trong đó F_1 là lực ma sát tác dụng vào mặt dưới của bốn tấm dưới: $F_1 = F = 80\text{N}$; còn F_2 là lực ma sát tác dụng vào mặt trên của 3 tấm trên cùng:

$$F_2 = k \cdot 3mg = 0,2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 10 = 60\text{N}.$$

Do đó lực kéo bằng $F' = F_1 + F_2 = 140N$.

5.20. Khi phân cuối của đoàn tàu tách ra khỏi đoàn tàu, nó chịu tác dụng của lực ma sát và chuyển động chậm dần đều với gia tốc a_1 tính theo công thức : $a_1 = \frac{-F_{ms}}{m}$, với

$m = 10$ tấn = 10000 kg ; $F_{ms} = kN = kP = kmg$. Suy ra :

$$a_1 = -kg = -0,09 \cdot 10 = -0,9 \text{ m/s}^2.$$

Chọn gốc tọa độ là vị trí lúc phân cuối bắt đầu tách ra; chiều dương là chiều chuyển động ban đầu của đoàn tàu, gốc thời gian là lúc phân cuối bắt đầu tách ra. Gọi v_0 là vận tốc của cả đoàn tàu lúc chưa tách, phương trình chuyển động của phân cuối đoàn tàu khi đã tách ra là:

$$x_1 = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (\text{với } a_1 = -0,9 \text{ m/s}^2).$$

Xét chuyển động của phần đầu tàu. Lực kéo phân này bằng lực kéo F cả đoàn tàu lúc đầu. Vì đoàn tàu chuyển động đều nên lực kéo F cân bằng với lực ma sát tác dụng lên cả đoàn tàu; ta có :

$$F = kMg, \text{ với } M = 100 \text{ tấn} = 100000 \text{ kg}.$$

Sau khi phân cuối đoàn tàu đã tách ra, ngoài lực kéo F , phần đầu tàu còn chịu tác dụng của lực ma sát, lực này bằng $F'_{ms} = kN' = kP' = k(M - m)g$, với $M - m = 90$ tấn là khối lượng của phần đầu tàu. Gia tốc a_2 của phần đầu tàu được tính theo công thức:

$$a_2 = \frac{F - F'_{ms}}{M - m} = \frac{kmg}{M - m} = 0,09 \cdot \frac{10}{90} \cdot 10 = 0,1 \text{ m/s}^2.$$

Phương trình chuyển động của phần đầu tàu là :

$$x_2 = v_0 t + \frac{a_2 t^2}{2} \quad (\text{với } a_2 = 0,1 \text{ m/s}^2).$$

Khoảng cách giữa hai phần đoàn tàu là :

$$l = |x_2 - x_1| = \left| \frac{a_2 t^2}{2} - \frac{a_1 t^2}{2} \right| = 0,5t^2 \text{ (m)}.$$

5. 21. Khi buộc vào đầu dưới của lò xo một vật khối lượng m , lò xo bị giãn một đoạn: $\Delta l_1 = \frac{F_1}{k} = \frac{mg}{k}$.

Khi buộc vào điểm giữa của lò xo vật nặng thứ hai, thì lập luận tương tự như ở bài 5.9, nửa trên của lò xo có độ cứng k' bằng : $k' = k \frac{l}{l/2} = 2k$. Do đó khi buộc vào điểm giữa vật nặng thứ hai, nửa trên của lò xo bị giãn thêm một đoạn:

$\Delta l_2 = \frac{F_2}{k'} = \frac{mg}{2k}$. Như vậy độ giãn tổng cộng của cả lò xo khi buộc hai vật nặng bằng

$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{mg}{k} + \frac{mg}{2k} = \frac{3mg}{2k}$, và, do đó, chiều dài của lò xo khi đó bằng $l = l_0 + \Delta l = l_0 + \frac{3mg}{2k}$.

5.22. Lập luận tương tự như ở thí dụ 1, ta có :

$$g = \left(\frac{R_d}{R_d + h} \right)^2 g_0 \rightarrow \frac{g_0}{g} = \left(\frac{R_d + h}{R_d} \right)^2 = \left(1 + \frac{h}{R_d} \right)^2$$

Thay số ta được $h = 2650 \text{ km}$.

5.23. Vì xe lăn chuyển động thẳng đều, lực tác dụng lên xe cân bằng với lực ma sát. Ta có phương trình :

$$F = kmg \text{ và } F' = k(m + 10)g$$

Thay số, giải ra ta được : $m = 30\text{kg}$; $k = 0,10$.

§6. ỨNG DỤNG CÁC ĐỊNH LUẬT NIUTON VÀ CÁC LỰC CƠ HỌC

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

A. Kiến thức cơ bản

1. Phương pháp động lực học là phương pháp vận dụng các kiến thức động lực học (ba định luật Niuton và các lực cơ học) để giải các bài toán cơ học.

a) Phương pháp giải bài toán thuận (xác định chuyển động khi biết trước các lực):

- Chọn hệ qui chiếu sao cho việc giải bài toán được đơn giản (có một trục song song với phương chuyển động) và viết dữ kiện bài toán;

- Biểu diễn trên một hình các lực tác dụng vào vật (đặc biệt lưu ý đến lực phát động và lực cản);

- Xác định gia tốc của vật theo định luật II Niuton

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{hl}}{m},$$

hoặc $ma_x = F_x$; $ma_y = F_y$; $ma_z = F_z$;

- Biết các điều kiện ban đầu có thể xác định được chuyển động.

b) Phương pháp giải bài toán nghịch (xác định lực khi biết trước chuyển động).

- Chọn hệ qui chiếu sao cho việc giải bài toán được đơn giản nhất;

- Xác định gia tốc căn cứ vào chuyển động đã cho;

- Xác định hợp lực tác dụng theo định luật II Niuton: $\vec{F}_{hl} = m \vec{a}$

– Biết \vec{F}_{hl} có thể xác định được các lực đã tác dụng vào vật.

2. Hiện tượng tăng hoặc giảm trọng lượng là hiện tượng khi treo một vật vào lực kế để đo trọng lượng của nó thì thấy lực kế chỉ *một lực nhỏ hơn* (khi lực kế chuyển động có gia tốc hướng xuống dưới), hoặc *lớn hơn* (khi lực kế chuyển động có gia tốc hướng lên trên) trọng lực tác dụng lên vật; thậm chí *bằng không* (khi lực kế rơi tự do: hiện tượng không có trọng lượng, hay *tình trạng mất trọng lượng*)

Tình trạng mất trọng lượng thường gặp trong các con tàu vũ trụ đang quay quanh Trái đất.

3. Gia tốc của một vật chuyển động trên mặt phẳng nghiêng một góc α so với mặt phẳng nằm ngang:

$a = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$, với k là hệ số ma sát

– Nếu ma sát không đáng kể ($k \approx 0$) thì $a = g\sin\alpha$;

– Nếu $k = \tan\alpha$ thì $a = 0$: vật đứng yên hay chuyển động thẳng đều.

4. Phương pháp tọa độ dùng để khảo sát chuyển động phức tạp:

– Chọn hệ qui chiếu là hệ tọa độ Đề các trong mặt phẳng xOy , rồi chiếu chất điểm (vật) M xuống hai trục tọa độ Ox , Oy để có các hình chiếu M_x , M_y ;

– Dựa vào điều kiện ban đầu, xác định riêng rẽ chuyển động của M_x , M_y ;

– Phối hợp các lời giải riêng rẽ thành lời giải đầy đủ cho chuyển động thực của M .

5. Chuyển động của vật được ném ngang với vận tốc

\vec{v}_0 từ điểm O có độ cao h

– Chọn trục hoành Ox hướng theo \vec{v}_0 , trục tung Oy hướng thẳng đứng xuống dưới; (Hình 6.1)

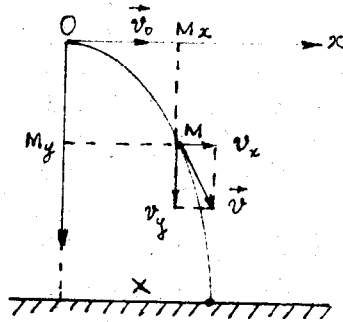
Phương trình chuyển động của M_x ;

$$v_x = v_0 ; x = v_0 t ;$$

Phương trình chuyển động của M_y : $a = g$;

$$v_y = gt ; y = \frac{gt^2}{2} .$$

Quỹ đạo của M là một nhánh Parabol có đỉnh O , bề lõm quay xuống dưới ;



- Vận tốc của M : $v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$; Hình 6.1

- Thời gian từ khi ném đến khi chạm đất : $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

- Tầm xa : $X = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

6. Lực tác dụng vào vật chuyển động tròn đều là lực hướng tâm có độ lớn: $F = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$.

Lực hướng tâm tác dụng lên vật có thể chỉ là một lực, hoặc là hợp lực của các lực tác dụng vào vật.

a) *Lực hướng tâm tác dụng lên vệ tinh nhân tạo của Trái đất chính là lực hút của Trái đất (lực hấp dẫn)*

+ Vận tốc vệ tinh ở độ cao h so với mặt đất : $v = \sqrt{\frac{GM_d}{R_d + h}}$;

+ Nếu $h \ll R$ thì $v \approx \sqrt{G \frac{M_d}{R_d}} = \sqrt{gR_d} = 7,9 \text{ km/s}$.

+ Vận tốc 7,9 km/s là vận tốc ném ngang cần phải truyền cho vật để nó không rơi trở lại Trái đất và trở thành vệ tinh nhân tạo của Trái đất; vận tốc đó được gọi là vận tốc vũ trụ cấp 1.

b) Lực nén lên mặt cầu của xe chuyển động trên cầu cong:

+ Khi xe đi qua mặt cầu võng lên, lực nén của xe lên mặt cầu nhỏ hơn trọng lượng của xe: $N = mg - m \frac{v^2}{R} < mg = P$.

+ Khi xe đi qua mặt cầu võng xuống, lực nén của xe lên mặt cầu lớn hơn trọng lượng của xe: $N = mg + \frac{mv^2}{R} > mg = P$.

c) Khi xe chuyển động qua khúc quanh, hợp lực tác dụng lên xe (trọng lực của xe, phản lực của mặt đường ...) phải là lực hướng tâm.

+ Nghiêng xe đạp (xe máy) một góc α so với phương thẳng đứng; phản lực của mặt đường gồm hai thành phần: thành phần vuông góc với mặt đường và cân bằng với trọng lực; thành phần song song với mặt đường, hướng vào tâm giữ cho bánh xe khỏi trượt, là lực ma sát nghỉ. Lực hướng tâm chính là lực ma sát nghỉ.

+ Để tránh cho xe (xe lửa, ô tô ...) khỏi bị trượt khi vào khúc quanh, người ta nâng mặt đường nghiêng về phía trong một góc α

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{P} = \frac{v^2}{gR}. \quad (R \text{ là bán kính khúc quanh}).$$

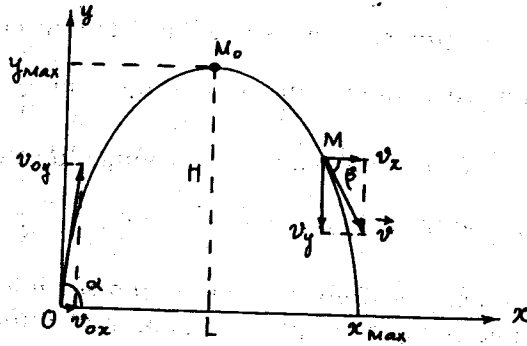
Để xe khỏi bị trượt khi vào khúc quanh, hệ số ma sát k giữa xe và mặt đường phải thoả mãn điều kiện $k \geq \frac{v^2}{gR}$.

B. Kiến thức bổ sung

1. Chuyển động của vật được ném xiên (xem hình 6.2)

a) Các phương trình chuyển động:

+ Chọn hệ trục tọa độ như hình 6.2 (Ox có phương ngang hướng theo phía ném; Oy hướng thẳng đứng lên trên).



Hình 6.2

+ Gia tốc : $a_x = 0$; $a_y = -g$

+ Công thức vận tốc : $v_x = v_0 \cos \alpha$; $v_y = -gt + v_0 \sin \alpha$;

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} ; \operatorname{tg}(\vec{v}, \vec{Ox}) = \operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x}$$

+ Phương trình chuyển động : $x = v_0 \cos \alpha \cdot t$;

$$y = -\frac{gt^2}{2} + v_0 \sin \alpha \cdot t$$

+ Vật đạt tới vị trí cao nhất M_0 : $v_y = 0 \rightarrow t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$;

$$H = y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

+ Tầm xa : $y = 0$; $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$; $L = y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

b) Quỹ đạo của vật là đường Parabol có phương trình :

$$y = \operatorname{tg} \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2$$

2. Chuyển động của vật trong hệ qui chiếu không quán tính

a) Hệ qui chiếu quán tính là hệ qui chiếu đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều (so với mặt đất ; đứng ra là đối với Mặt trời). Hệ qui chiếu không quán tính là hệ chuyển động có gia tốc \vec{a}_h đối với hệ qui chiếu quán tính (thường là mặt đất).

b) Nếu hệ qui chiếu mà ta dùng chuyển động với gia tốc \vec{a}_h thì khi áp dụng phương pháp động lực học để giải bài toán, ngoài các lực tương tác thông thường, phải kể thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}_h$ (m là khối lượng của vật mà ta xét chuyển động)

+ Phương trình của định luật II Niuton trong hệ qui chiếu không quán tính là: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{qt}$ với \vec{F} là tổng các lực tác dụng lên vật;

+ Trong hệ qui chiếu không quán tính quay đều với vận tốc góc ω , lực quán tính là lực quán tính li tâm có độ lớn

$F_{qt} = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$ (R là khoảng cách từ vật đến trục quay của hệ). Lực quán tính li tâm hướng ra xa trục quay.

+ Trọng lượng của vật nằm trong hệ qui chiếu không quán tính là hợp lực của lực hấp dẫn của Trái đất và lực quán tính tác dụng vào vật.

3. Chuyển động của hệ vật

a) Hệ vật gồm các vật tương tác với nhau (chẳng hạn hai hay nhiều vật nối với nhau bằng một sợi dây, hoặc bằng lò xo nhẹ, hoặc bằng sợi dây vắt qua ròng rọc...). Lực tương tác giữa các vật là nội lực. (Lực tương tác trực đối; đặc biệt lực căng của dây hay lò xo nhẹ có độ lớn như nhau). Lực do các vật bên ngoài tác dụng lên các vật của hệ được gọi là ngoại lực.

b) Nếu các vật của hệ có cùng gia tốc thì có thể coi hệ là một vật có khối lượng là tổng khối lượng, chịu tác dụng của ngoại lực ; phương trình của định luật II Niuton có dạng:

$$m_{\text{hệ}} \vec{a} = \vec{F}_{\text{ngoại}}, \text{ với } m_{\text{hệ}} = m_1 + m_2 + \dots$$

c) Có thể khảo sát chuyển động từng vật của hệ, khi đó các lực tác dụng đều là ngoại lực.

II. BÀI TẬP THÍ DỤ

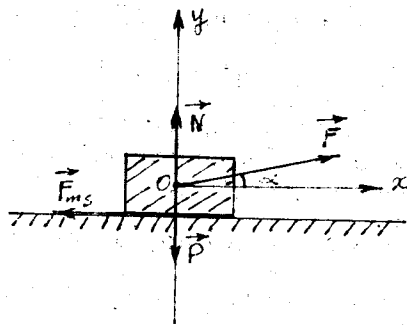
1. *Thí dụ 1.* Một vật có khối lượng $m = 10 \text{ kg}$ được kéo trượt trên một mặt sàn nằm ngang bởi lực \vec{F} hợp với phương nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$. Cho biết hệ số ma sát trượt giữa vật và sàn là $k = 0,1$.

1) Biết lực có độ lớn $F = 20 \text{ N}$. Tính quãng đường vật đi được trong 4 s .

2) Tính lực F để sau khi chuyển động 2 s vật đi được quãng đường 5 m . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A. Lời giải :

Các lực tác dụng lên vật: trọng lực \vec{P} , phản lực đàn hồi \vec{N} của sàn, lực ma sát \vec{F}_{ms} của mặt sàn và lực kéo \vec{F} . (Hình 6.3).



Hình 6.3

1) Áp dụng định luật II Niuton ta có :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{ms}} = m \vec{a} \quad (1).$$

Chiếu (1) lên trục Oy (hướng theo \vec{N}) (hình 6.3), ta có :

$$-P + N + F\sin\alpha = 0 ; \text{ suy ra } N = P - F\sin\alpha, \text{ từ đó}$$

$$F_{ms} = kN = k(mg - F\sin\alpha) \quad (2)$$

Chiếu (1) lên trục Ox (theo hướng chuyển động) ta có :

$$F\cos\alpha - F_{ms} = ma \rightarrow F\cos\alpha - k(mg - F\sin\alpha) = ma \quad (3)$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{F\cos\alpha - k(mg - F\sin\alpha)}{m}$$

Thay số ta được $a \approx 0,832 \text{ m/s}^2$.

$$\text{Quãng đường vật đi được trong 4s là : } s = \frac{at^2}{2} = 6,66 \text{ m}$$

$$2) \text{ Theo đề bài : } a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 5}{2^2} = 2,5 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{Từ (3) ta có } F = \frac{ma + kmg}{\cos\alpha + k\sin\alpha} = 38,04 \text{ N.}$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán cơ bản về áp dụng các định luật Niuton để khảo sát chuyển động. Chỉ cần áp dụng phương pháp động lực học. Chú ý xác định được các lực (điểm đặt, phương chiều của chúng); lưu ý rằng vì vật được coi như chỉ chuyển động tịnh tiến và như là một điểm nên cũng có thể vẽ điểm đặt của các lực lên vật là điểm O.

2. Thí dụ 2. Một kiện hàng có khối lượng $m = 100\text{kg}$ được đặt lên sàn buồng thang máy có khối lượng $M = 900\text{kg}$ để chuyển lên tầng cao. Thang máy chuyển động đi lên từ trạng thái đứng yên. Trong giai đoạn đầu thang máy chuyển động nhanh dần đều, đạt vận tốc 4 m/s sau thời gian 5 s . Sau đó thang máy chuyển động thẳng đều trên quãng đường 20 m và cuối cùng chuyển động chậm dần đều dừng lại tại một nơi cách vị trí ban đầu 35m . Tính lực kéo của động cơ thang máy và lực ép của kiện hàng lên sàn thang máy. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A. Lời giải :

Lực tác dụng lên thang máy khi thang chuyển động là: Trọng lực

\vec{P} ($P = (M + m)g$) và lực kéo \vec{F} .
Theo định luật II Niuton:

$$\vec{P} + \vec{F} = (M + m) a.$$

Chiếu phương trình lên trục Oy (trục thẳng đứng hướng lên), ta có:

$$F - P = (M + m)a.$$

$$\text{Suy ra } F = P + (M + m)a = (M + m)(g + a) \quad (1).$$

Kiên hàng chịu tác dụng của trọng lực \vec{P}_1 ($P_1 = mg$) và phản lực đàn hồi của mặt sàn \vec{N} . Theo định luật II Niuton :

$$\vec{P}_1 + \vec{N} = m a$$

Chiếu phương trình này lên trục Oy, ta có : $N - P_1 = ma$.
Suy ra $N = ma + P_1$ (2). Lực ép của kiên hàng lên mặt sàn thang máy có độ lớn bằng N.

a) Giai đoạn thang máy chuyển động nhanh dần đều: gia tốc chuyển động là:

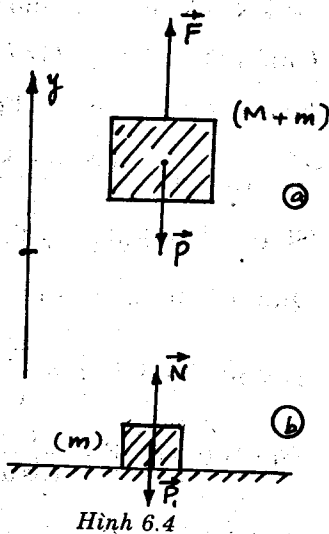
$$a = \frac{v_1 - v_{01}}{t_1}, \text{ với } v_1 = 4 \text{ m/s}; v_{01} = 0; t_1 = 5 \text{ s}. \text{ Suy ra}$$

$a = 0,8 \text{ m/s}^2$. Quãng đường chuyển động trong giai đoạn này là:

$$s_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} = 10 \text{ m}.$$

Lực kéo của động cơ thang máy trong giai đoạn này bằng :

$$F_1 = (M + m) (g + a_1) = 1000(10 + 0,8) = 10800 \text{ N}$$



Lực ép của kiện hàng lên sàn thang máy bằng :

$$N_1 = ma_1 + P_1 = 100.0,8 + 100.10 = 1080 \text{ N} > P_1 .$$

Vậy lực ép của kiện hàng lên sàn lớn hơn trọng lượng kiện hàng.

b) Giai đoạn thang máy chuyển động đều : $v_2 = v_1 = 4 \text{ m/s}$

Gia tốc chuyển động : $a_2 = 0$. Lực kéo của động cơ thang máy là :

$$F_2 = (M + m) (g + a_2) = (M + m)g = 10000\text{N}.$$

Lực ép của kiện hàng lên sàn thang máy bằng :

$$N_2 = ma_2 + P_1 = P_1 = 1000\text{N}$$

Vậy lực ép của kiện hàng lên sàn bằng trọng lượng vật .

c) Giai đoạn thang máy chuyển động chậm dần đều :

$$\text{Gia tốc chuyển động là : } a_3 = \frac{v_3^2 - v_{03}^2}{2s_3} \quad (3), \quad \text{với } v_3 = 0 ;$$

$$v_{03} = v_2 = 4 \text{ m/s} ; s_3 = s - s_1 - s_2 , \text{ với } s = 35 ; s_1 = 10 \text{ m} ; s_2 = 20\text{m}; \text{ từ đó } s_3 = 5 \text{ m và } a_3 = -1,6 \text{ m/s}^2 .$$

Lực kéo của động cơ thang máy trong giai đoạn này là :

$$F_3 = (M + m) (g + a_3) = 8400\text{N}.$$

Lực ép kiện hàng lên sàn thang máy bằng

$$N_3 = ma_3 + P_1 = 840\text{N} , \text{ nhỏ hơn trọng lượng kiện hàng.}$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về hiện tượng tăng, giảm trọng lượng. Cần lưu ý chiều phương trình vectơ của định luật II Niuton lên trục Oy có chiều dương hướng lên trên, từ đó tìm được độ lớn của lực ép (áp lực) của vật lên giá đỡ, hoặc lực tác dụng của vật lên dây treo (hoặc lên lò xo).

3. Thí dụ 3. Một vật đang chuyển động trên đường ngang với vận tốc 20 m/s thì trượt lên một cái dốc dài 100m, cao 10m.

1) Tìm gia tốc của vật khi lên dốc. Vật có lên hết dốc không? Nếu có, tìm vận tốc của vật ở đỉnh dốc và thời gian lên dốc.

2) Nếu trước khi trượt lên dốc vận tốc của vật chỉ là 15 m/s thì đoạn lên dốc của vật là bao nhiêu? Tính vận tốc của vật khi trở lại chân dốc và thời gian kể từ khi vật bắt đầu trượt lên dốc cho đến khi nó trở lại chân dốc. Cho biết hệ số ma sát giữa vật và dốc là $k = 0,1$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

A. Lời giải :

1) Các lực tác dụng lên vật khi lên dốc (hình 6.5) là : trọng lực \vec{P} , phản lực đàn hồi \vec{N} và lực ma sát \vec{F}_{ms} . Theo định

luật II Niuton ta có : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m \vec{a}$ (1)

Chọn trục Ox dọc theo mặt dốc hướng lên, trục Oy vuông góc với mặt dốc hướng lên. Chiếu phương trình (1) lên trục Oy và lên trục Ox, ta có :

$$-P \cos \alpha + N = 0 \quad (2); \quad -P \sin \alpha - F_{ms} = ma \quad (3).$$

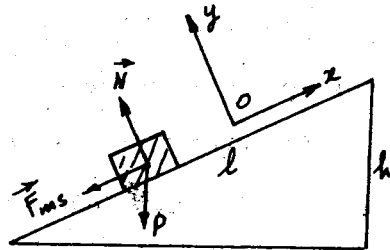
$$\text{Trong đó } \sin \alpha = \frac{h}{l} = \frac{10}{100} = 0,1;$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \approx 0,995$$

$$\text{Từ (2) và (3) suy ra : } F_{ms} = kN = kmg \cos \alpha \text{ và}$$

$$a = \frac{-P \sin \alpha - kmg \cos \alpha}{m} = -g(\sin \alpha + k \cos \alpha) \quad (4).$$

Thay số ta được : $a = -1,995 \text{ m/s}^2$.



Hình 6.5

Gọi s là chiều dài tối đa vật có thể đi lên trên mặt dốc (cho đến lúc vận tốc $v = 0$), ta có $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$ (5), với $v = 0$;

$v_0 = 20 \text{ m/s}$; suy ra $s = 100,25\text{m} > l = 100\text{m}$. Như vậy vật sẽ lên hết dốc. Khi lên đến đỉnh dốc, vận tốc của vật v_1 được tính theo công thức: $v_1^2 - v_0^2 = 2as$, với $s = l$, suy ra

$$v_1 = \sqrt{2al + v_0^2} = 1 \text{ m/s}.$$

$$\text{Thời gian vật lên dốc: } t = \frac{v_1 - v_0}{a} \approx 9,52\text{s}.$$

2) Nếu vận tốc lúc đầu của vật là 15 m/s , thì theo (5), chiều dài tối đa s_1 mà vật có thể đi trên mặt dốc là:

$$s_1 = \frac{0 - 15^2}{-2 \cdot 1,995} \approx 56,4 \text{ m},$$

nghĩa là, vật không lên hết dốc, mà dừng lại tại điểm A cách chân dốc $56,4\text{m}$. Sau đó do tác dụng của trọng lực vật lại trượt xuống dốc. Lập luận tương tự như ở câu 1, ta tìm được gia tốc của vật khi xuống dốc là: $a_1 = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$ (6). Thay số ta được $a_1 = 0,005 \text{ m/s}^2$. Vật chuyển động nhanh dần đều từ vị trí A, với vận tốc ban đầu bằng không. Thời gian vật đi từ A đến chân dốc là

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s_1}{a_1}} \approx 150\text{s}.$$

Vận tốc của vật khi trở lại chân dốc: $v_2 = a_1 t_1 = 0,75 \text{ m/s}$.

Thời gian vật trượt từ chân dốc lên tới A (và dừng lại) là:

$$t_2 = \frac{0 - 15}{a} = 7,5\text{s}. \text{ Vậy thời gian tổng cộng kể từ khi vật bắt}$$

đầu trượt lên dốc cho đến khi nó trở lại chân dốc bằng:

$$t_1 + t_2 = 157,5\text{s}.$$

B. Chú ý: Đây là loại bài toán về chuyển động trên mặt phẳng nghiêng. Cần chú ý rằng do có lực ma sát mà gia tốc của vật lúc đi lên và lúc đi xuống là khác nhau. Như ta thấy, gia tốc lúc trượt lên (do có vận tốc ban đầu) là:

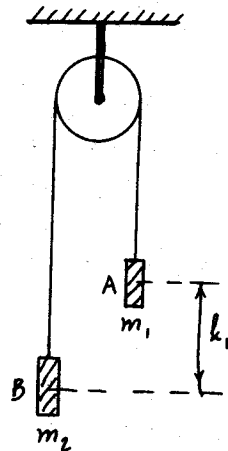
$a = -g(\sin \alpha - k \cos \alpha)$, và luôn luôn có $|a| \neq 0$. Để thuận tiện khi xét chuyển động, thường chọn chiều dương của trục Ox là chiều chuyển động của vật. Cần vẽ đúng chiều của lực ma sát.

4. Thí dụ 4. Ở hai đầu một đoạn dây vắt qua một chiếc ròng rọc người ta treo hai vật nặng A và B có khối lượng lần lượt là $m_1 = 1,3 \text{ kg}$ và $m_2 = 1,2 \text{ kg}$ (Hình 6.6). Ban đầu hai vật cách nhau một đoạn $h = 0,4 \text{ m}$. Sau khi buông tay, hãy tính :

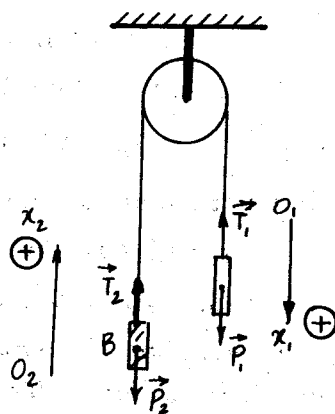
- 1) Gia tốc chuyển động của mỗi vật
- 2) Lực căng của dây treo các vật
- 3) Sau bao lâu hai vật sẽ ở ngang nhau và vận tốc của của mỗi vật khi đó. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Bỏ qua khối lượng ròng rọc và dây. Bỏ qua ma sát.

A. Lời giải :

1. Lực tác dụng lên vật A là trọng lực \vec{P}_1 và lực căng \vec{T}_1 của dây. Lực tác dụng lên vật B là trọng lực \vec{P}_2 và lực căng \vec{T}_2 của dây. Chọn chiều dương của các trục tọa độ như trên hình vẽ (là chiều chuyển động). Gia tốc của hai vật A và B có cùng độ lớn.



Hình 6.6



Hình 6.7

Theo định luật II Niutơn :

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a} \quad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a} \quad (2)$$

$T_1 = T_2 = 0$ (3) (vì khối lượng ròng rọc và dây không đáng kể). Chiếu (1) lên trục $O_1 x_1$ và (2) lên trục $O_2 x_2$ ta có :

$$P_1 - T_1 = m_1 a \quad (4)$$

$$-P_2 - T_2 = m_2 a \quad (5).$$

Từ đó $P_1 - P_2 + T_1 - T_2 = (m_1 + m_2)a$

Mặt khác, $T_1 = T_2$. Suy ra

$$a = \frac{P_1 - P_2}{m_1 - m_2} = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}.$$

Thay số ta được : $a = 0,4 \text{ m/s}^2$

2) Từ (4) và (6) ta tìm được lực căng của dây :

$$T_1 = T_2 = P_1 - m_1 a = 12,48 \text{ N}$$

3) Quãng đường đi của cả hai vật sau thời điểm t:

$$s = s_1 + s_2 = \frac{at^2}{2} + \frac{at^2}{2} = at^2. \text{ Hai vật sẽ ở ngang}$$

nhau khi $s = h = 0,4 \text{ m}$. Suy ra : $t = \sqrt{\frac{h}{a}} = 1 \text{ s}$. Khi đó vận tốc của hai vật là $v_1 = v_2 = at = 0,4 \text{ m/s}$.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về chuyển động của hệ vật. Có thể xét riêng rẽ chuyển động của từng vật theo phương pháp động lực học, như đã xét trong thí dụ. Vì hai vật có cùng gia tốc nên có thể tìm gia tốc bằng cách sau đây: Coi hai vật là một hệ có khối lượng $m = m_1 + m_2 = 2,5 \text{ kg}$; ngoại lực tác dụng lên hệ (không xét đến lực căng là nội lực)

là các trọng lực P_1, P_2 , các lực này tác dụng lên hệ theo hai hướng ngược nhau nên hợp lực tác dụng lên hệ có độ lớn là $F_{ngoài} = P_1 - P_2 = (m_1 - m_2)g = 1N$, hợp lực có hướng của P_1 (vì $P_1 > P_2$) nên vật A đi xuống và vật B đi lên. Suy ra gia tốc của hệ (và của từng vật):

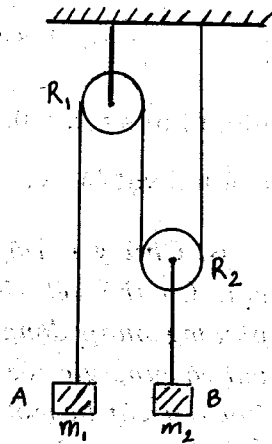
$$a = \frac{F_{ngoài}}{m} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ m/s}^2. \text{ Dĩ nhiên để tìm lực căng của dây}$$

nối ta phải xét chuyển động của một trong hai vật. Trong tất cả các bài toán, đều coi khối lượng của ròng rọc và của dây nối không đáng kể (trừ trường hợp bài toán về chuyển động của vật rắn xét ở lớp 12), do đó luôn luôn có $T_1 = T_2$ ở mỗi dây nối. Khi xét riêng rẽ chuyển động của mỗi vật có thể dùng một trục toạ độ Ox chung (một chiều dương chung cho các vật), hoặc dùng cho mỗi vật một trục toạ độ và chiều dương riêng cho mỗi vật (như đã làm ở thí dụ trên). Trong mọi trường hợp cần viết đúng phương trình của định luật II Niuton chiếu lên trục toạ độ (trên cơ sở đã xác định đúng các lực tác dụng lên vật). Căn cứ vào phương trình đó, dựa vào dữ liệu cho trong đề bài, sẽ tìm được lời giải của bài toán.

5. Thí dụ 5. Cho hệ vật như ở hình vẽ.

Vật A và B có khối lượng $m_1 = 1,5kg$
 $m_2 = 2kg$; R_1 là ròng rọc cố định, R_2
 là ròng rọc động; Bỏ qua khối lượng
 của ròng rọc và dây và bỏ qua ma sát.
 Ban đầu hai vật A và B ở ngang nhau.
 Sau khi buông tay hãy tính :

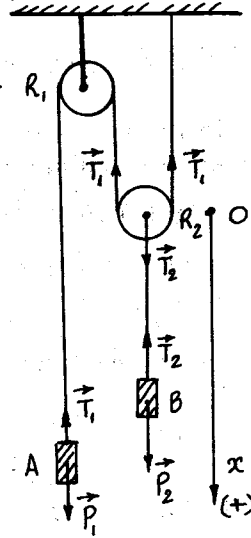
- 1) Gia tốc chuyển động của mỗi vật;
- 2) Lực căng của dây treo các vật và khoảng cách hai vật sau 1s



Hình 6.8

A. Lời giải .

1) Lực tác dụng lên vật A là trọng lực \vec{P}_1 và lực căng \vec{T}_1 của dây. Lực tác dụng lên vật B là trọng lực \vec{P}_2 và lực căng \vec{T}_2 của dây. Lực tác dụng lên ròng rọc động là các lực căng \vec{T}_1 , \vec{T}_1 và \vec{T}_2 của các dây. Chọn trục Ox có chiều dương hướng thẳng đứng xuống xuống dưới. (Ta đã lưu ý các lực căng trên một dây nối là như nhau, như đã vẽ trên hình 6.9).



Hình 6.9

Theo định luật II Niuton ta có :

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 a_1, \quad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 a_2, \quad (2)$$

$2\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$ (3) (vì khối lượng của ròng rọc động và dây không đáng kể). Chiếu (1) và (2) lên trục Ox, với giả thiết A đi xuống và B đi lên, ta có:

$$P_1 - T_1 = m_1 a_1, \quad (4)$$

$$P_2 - T_2 = m_2 (-a_2) = -m_2 a_2 \quad (5)$$

Từ (3) ta suy ra $2T_1 = T_2$ (6). Ta nhận xét : khi A đi được một đoạn s thì B đi được đoạn $\frac{s}{2}$, do đó $a_1 = 2a_2$ (7)

Từ đó ta có :

$$m_1 g - T_1 = m_1 a_1 \quad (8)$$

$$m_2 g - 2T_1 = -m_2 \cdot \frac{a_1}{2}$$

$$\text{Suy ra } a_1 = \frac{2(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2} \quad (9)$$

Thay số ta được $a_1 = 2,5 \text{ m/s}^2$, và do đó, $a_2 = \frac{a_1}{2} = 1,25 \text{ m/s}^2$.

Như vậy $a_1 > 0$, chứng tỏ giả thiết của ta là phù hợp thực tế: vật A đi xuống, còn vật B đi lên.

2) Từ (8) và (6) ta suy ra lực căng của các dây:

$$T_1 = m_1g - m_1a_1 = 11,25 \text{ N};$$

$$T_2 = 2 T_1 = 22,5 \text{ N}.$$

Khoảng cách hai vật sau 1 s:

$$d = \frac{a_1 t^2}{2} + \frac{a_2 t^2}{2} = (a_1 + a_2) \frac{t^2}{2} = 1,875 \text{ m}.$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về hệ các vật có gia tốc khác nhau. Để giải bài toán, cần áp dụng phương pháp động lực học cho từng vật (trên cơ sở xác định đầy đủ các lực tác dụng vào các vật trong hệ) và, ngoài ra, cần tìm được mối liên hệ giữa các gia tốc của các vật (chẳng hạn, dựa vào mối liên hệ giữa các quãng đường đi được của các vật, như đã lập luận trong thí dụ trên). Đồng thời cần xác định được mối liên hệ giữa các nội lực trong hệ (như là hệ thức $2T_1 = T_2$ trong thí dụ trên). Để chiếu các phương trình của định luật II Niuton lên trục tọa độ, cần hình dung được chiều chuyển động của các vật và giả thiết về chiều chuyển động đó. Nếu giá trị tìm được của gia tốc là dương thì có nghĩa là chiều đã giả thiết là phù hợp với thực tế. Còn nếu giá trị tìm được của gia tốc là âm thì có nghĩa là chiều chuyển động thực tế là ngược chiều với chiều đã giả thiết. Cũng có thể có trường hợp chiều chuyển động được khẳng định ngay từ đầu. Khác với thí dụ 4, ở thí dụ này chỉ chọn một trục tọa độ (một chiều dương). Cần kiểm tra kỹ về dấu của các đại lượng khi chiếu các phương trình vectơ lên trục Ox.

6. Thí dụ 6.

Từ độ cao 7,5m người ta ném một quả cầu với vận tốc ban đầu 10 m/s.

1) Viết phương trình quỹ đạo của quả cầu đó trong hai trường hợp : a) Ném ngang; b) Ném lên xiên góc 45° so với phương ngang.

2) Tìm tầm xa đạt được và vận tốc chạm đất của quả cầu trong hai trường hợp đó. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Bỏ qua sức cản của không khí.

A. Lời giải.

1. Chọn gốc tọa độ O tại nơi ném vật, hệ trục Oxy như trên hình 6.10, gốc thời gian là lúc ném vật.

a) Trường hợp ném ngang:

Phương trình tọa độ của quả cầu ($a = g$):

$$x = v_0 t \rightarrow x = 10t \text{ (m)} \quad (1)$$

$$y = \frac{gt^2}{2} \rightarrow y = 5t^2 \text{ (m)} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta suy ra phương trình quỹ đạo của quả cầu :

$$y = 5 \left(\frac{x}{10} \right)^2 = \frac{x^2}{20} \text{ (m)} \quad (3) \text{ với } x \geq 0. \text{ Quỹ đạo này là một}$$

nhánh Parabol, đỉnh O. (Hình 6.10, đồ thị I).

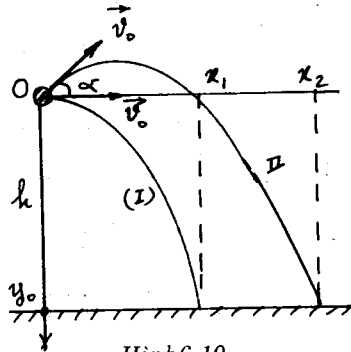
b) Trường hợp ném xiên góc $\alpha = 45^\circ$.

Phương trình tọa độ của quả cầu:

$$x = v_0 \cos \alpha t = 5\sqrt{2} \cdot t \text{ (m)} \quad (4)$$

$$y = \frac{gt^2}{2} - v_0 \sin \alpha t = 5t^2 - 5\sqrt{2} \cdot t \text{ (m)} \quad (5).$$

Từ (4) và (5) ta suy ra phương trình quỹ đạo của quả cầu:



Hình 6.10

$$y = \frac{x^2}{10} - x \text{ (m) (6) với } x \geq 0.$$

Quỹ đạo này là một phần đường Parabol (hình 6.10, đồ thị II)

2. Xét trường hợp ném ngang.

Tầm xa ứng với đoạn $Ox_1 = x_1$ khi $y_1 = y_0 = h = 7,5\text{m}$.

Từ (3) ta có $x_1 = \sqrt{20y_1} = \sqrt{150} \cong 12,24\text{m}$.

Vận tốc quả cầu : $v_x = 0$; $v_y = gt$, từ đó

$$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}. \text{ Lúc quả cầu chạm đất : } t = \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = 1,22\text{s}$$

Vận tốc lúc chạm đất: $v_1 = \sqrt{10^2 + (10 \cdot 1,22)^2} \cong 15,8 \text{ m/s}$.

+ Trường hợp ném xiên: Tầm xa ứng với đoạn $Ox_2 = x_2$ khi

$y_2 = y_0 = h = 7,5\text{m}$. Từ (5) ta có: $\frac{x_2^2}{10} - x_2 = 7,5$. Giải phương trình và loại nghiệm âm ta được : $x_2 = 15\text{m}$.

Vận tốc quả cầu: $v_x = v_0 \cos \alpha = 5\sqrt{2} \text{ (m/s)}$.

$$v_y = gt - v_0 \sin \alpha = 10t - 5\sqrt{2} \text{ (m/s)}.$$

Từ đó: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{100t^2 - 100\sqrt{2}t + 100} \text{ m/s}$.

Chạm đất (suy từ (4)): $t = \frac{x^2}{5\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ (s)}$.

Vận tốc lúc chạm đất: $v_2 = 15,8 \text{ m/s} = v_1 !$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về ném vật (ném ngang, ném xiên, ném thẳng đứng). Vật có gia tốc bằng gia tốc rơi tự do. Chỉ cần chọn hệ tọa độ thích hợp, chọn gốc thời gian và viết phương trình tọa độ, từ đó suy ra phương trình quỹ đạo, vận tốc, tầm xa.... Với loại bài toán này nói chung phải dùng phương pháp tọa độ (trừ trường hợp ném thẳng đứng).

7. Thí dụ 7. Một vận động viên đạp xe trên một vòng xiếc nằm trong mặt phẳng thẳng đứng có dạng hình tròn bán kính 6,4m. Người đó phải có vận tốc tối thiểu bằng bao nhiêu để khỏi bị rơi khi qua điểm cao nhất của vòng xiếc. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Bỏ qua ma sát.

A. Lời giải :

Các lực tác dụng lên người đi xe đạp là : trọng lực \vec{P} và phản lực \vec{Q} của vòng xiếc. Ta có $\vec{P} + \vec{Q} = m \vec{a}$. Chiếu phương trình lên trục Ox hướng thẳng đứng, chiều dương hướng xuống dưới, ta có: $P + Q = ma = m \frac{v^2}{R}$. Suy ra $Q = \frac{mv^2}{R} - mg$.

Gọi \vec{N} là lực ép của người đi xe lên vòng xiếc ta có:

$$N = Q = \frac{mv^2}{R} - mg. \text{ Muốn khỏi bị rơi tức là người vẫn còn}$$

ép lên vòng xiếc thì $N \geq 0$. Vậy $\frac{mv^2}{R} - mg \geq 0 \rightarrow v \geq \sqrt{Rg}$.

Thay số ta được: $v \geq 8 \text{ m/s}$. Vận tốc tối thiểu phải bằng 8 m/s.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về vật chuyển động tròn. Chỉ cần xác định đầy đủ các lực tác dụng lên vật, viết phương trình của định luật II Niuton và chú ý rằng a là gia tốc hướng tâm (chỉ xét chuyển động tròn đều).

8. Thí dụ 8. Một ô tô có khối lượng 5 tấn chuyển động với vận tốc không đổi bằng 36 km/h. Tính áp lực của ô tô lên mặt cầu khi nó đi qua điểm giữa cầu trong các trường hợp.

a) Cầu nằm ngang.

b) Cầu vồng lên với bán kính 50m.

c) Cầu vồng xuống với bán kính 50m.

Bỏ qua ma sát. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

A. Lời giải :

a) Trường hợp cầu nằm ngang . Ta có $\vec{P} + \vec{Q} = m \vec{a} = 0$

$$\rightarrow Q = P. \text{ Áp lực } N = Q = P = 50000 \text{ N.}$$

b) Trường hợp cầu vồng lên . Ta có $\vec{P} + \vec{Q} = m \vec{a}$ chiếu lên trục Ox hướng thẳng đứng xuống dưới ta có:

$$(v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}):$$

$$P - Q = ma = m \frac{v^2}{R} \rightarrow Q = P - \frac{mv^2}{R}. \text{ Áp lực lên cầu:}$$

$$N = Q = P - \frac{mv^2}{R} = 40000 \text{ N.}$$

c) Trường hợp cầu vồng xuống. Ta có $\vec{P} + \vec{Q} = m \vec{a}$ chiếu lên trục Ox hướng thẳng đứng lên trên ta có:

$$-P + Q = ma = m \frac{v^2}{R} \rightarrow Q = P + \frac{mv^2}{R}. \text{ Áp lực lên cầu:}$$

$$N = Q = 60000 \text{ N.}$$

B. Chú ý : Đây là bài toán về áp lực của ô tô lên mặt cầu. Chỉ cần áp dụng định luật Niuton và chọn chiều trục Ox thích hợp để lúc chiếu lên trục gia tốc hướng tâm có giá trị dương.

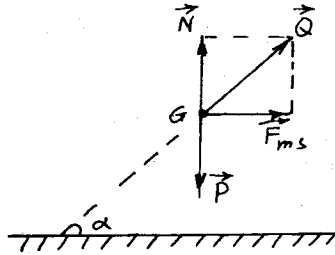
9. Thí dụ 9. Một người đi xe đạp vào khúc quanh nằm ngang có bán kính 16m. Hỏi vận tốc tối đa của người đó để khỏi trượt ngã. Tính góc nghiêng α của người so với phương thẳng đứng khi vận tốc bằng 10,8 km/h. Cho biết hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường $k = 0,1$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A. Lời giải :

Khi vào khúc quanh người và xe nghiêng về phía tâm khúc quanh. Người và xe chịu tác dụng của trọng lực \vec{P} , phản lực

đàn hồi của mặt đường \vec{N} và lực ma sát \vec{F}_{ms} . (Hợp lực \vec{N} và \vec{F}_{ms} là phản lực tổng cộng \vec{Q} của mặt đường do xe nghiêng). Theo định luật II Niuton (hình 6.11)

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m \vec{a} \quad (1).$$



Hình 6.11

Chiếu phương trình (1) lên trục thẳng đứng ta có:

$$-P + N = 0 \rightarrow N = P \quad (2)$$

Chiếu phương trình (1) lên trục nằm ngang (hướng tâm) ta có:

$$F_{ms} = m \frac{v^2}{R} \quad (3)$$

Để xe khỏi trượt lực ma sát là lực ma sát nghỉ :

$$F_{ms} \leq kN = kP = kmg \quad (4). \text{ Từ (3) và (4) ta suy ra:}$$

$$v^2 \leq kgR \text{ hay } v \leq \sqrt{kgR} = 4 \text{ m/s.}$$

Vậy vận tốc tối đa khi vào khúc quanh là 4 m/s.

Góc nghiêng α của xe khi $v = 10,8 \text{ m/h} = 3 \text{ m/s}$ được xác định từ hệ thức (Hình 6.11):

$$\text{tg} \alpha = \frac{F_{ms}}{P} = \frac{v^2}{gR} \cong 0,06$$

$$\text{Vậy } \alpha \approx \arctg 0,06 \approx 3^{\circ}26'.$$

B. Chú ý : Đây là bài toán về xe chuyển động qua khúc quanh. Cần chú ý là lực ma sát nghỉ đóng vai trò lực hướng tâm; và, ở đây, phản lực Q hướng theo phương nghiêng của người và xe, và gồm hai phần: thành phần đàn hồi \vec{N} vuông

góc với mặt đường cân bằng với trọng lực \vec{P} , và thành phần \vec{F}_{ms} song song với mặt đường hướng về tâm khúc quanh là lực ma sát nghỉ, lực này chống lại khuynh hướng làm bánh xe trượt ra phía ngoài lề đường ($\vec{Q} = \vec{N} + \vec{F}_{ms}$).

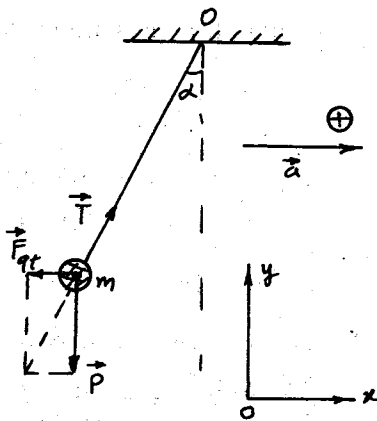
10. Thí dụ 10. Một vật có khối lượng $m = 2 \text{ kg}$ được treo vào trần của một toa xe lửa bằng một sợi dây. Khi toa xe chạy trên đường sắt nằm ngang với gia tốc a người ta thấy dây treo vật lập với phương thẳng đứng một góc $\alpha = 30^\circ$. Tính gia tốc a , lực căng của dây treo và lực quán tính. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A. Lời giải :

Ta xét vật trong hệ quy chiếu gắn với toa xe. Lực tác dụng lên vật là trọng lực \vec{P} , lực căng của dây \vec{T} và lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m \vec{a}$. Đối với toa xe vật đứng yên ta có:

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{qt} = 0 \quad (1)$$

Chọn trục Ox hướng theo chiều chuyển động của toa xe và trục $Oy \perp Ox$ (hình 6.12). Chiếu (1) lên Ox và lên Oy ta có:



Hình 6.12

$$T \sin \alpha - F_{qt} = 0 ; T \cos \alpha - P = 0. \text{ Suy ra}$$

$$T \sin \alpha = ma \quad (2) ; T \cos \alpha = mg \quad (3). \text{ Từ (2) và (3) ta có}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{g} \rightarrow a = g \tan \alpha = \frac{g}{\sqrt{3}} \cong 5,78 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{Từ (3) ta có } T = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{2mg}{\sqrt{3}} \cong 23 \text{ N.}$$

Lực quán tính có độ lớn : $F_{qt} = ma \cong 11,6 \text{ N}$.

B. Chú ý : Đây là bài toán về chuyển động trong hệ quy chiếu không quán tính. Ngoài lực tác dụng thông thường, nếu xét bài toán trong hệ quy chiếu không quán tính còn phải kể thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}_h$, với \vec{a}_h là gia tốc chuyển động của hệ.

Cần chú ý là với bài toán ở thí dụ trên, cũng có thể giải bằng phương pháp động lực học khi xét chuyển động của vật đối với mặt đất; khi đó vật chuyển động với gia tốc \vec{a} (bằng gia tốc của toa xe, vì vật đứng yên đối với toa xe) và chịu lực tác dụng của lực căng \vec{T} của dây treo và trọng lực \vec{P} . Phương trình của định luật II Niuton bây giờ có dạng:

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$. Giải ra ta cũng thu được kết quả như trên. Dĩ nhiên là nếu vật chuyển động có gia tốc đối với toa xe thì xét bài toán trong hệ quy chiếu không quán tính sẽ thuận tiện hơn.

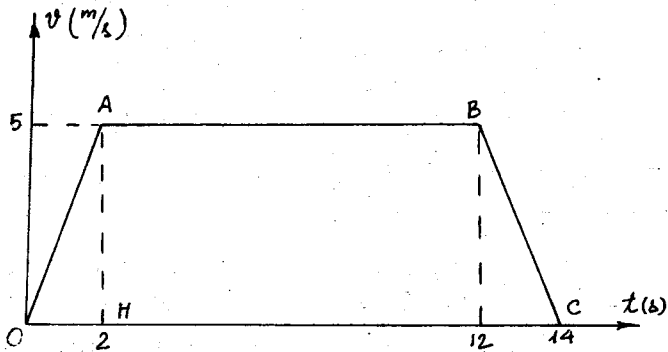
III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

6.1. Một vật có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được kéo chuyển động ngang bởi một lực \vec{F} có độ lớn $F = 10 \text{ N}$ và có phương hợp với chiều chuyển động của vật một góc 30° .

1) Tính hệ số ma sát trượt giữa vật và sàn, biết rằng sau khi bắt đầu chuyển động được 2s , vật đi được quãng đường là $1,66\text{m}$.

2) Nếu với lực \vec{F} nói trên vật chuyển động thẳng đều thì hệ số ma sát trượt bằng bao nhiêu?

6.2. Một thang máy có khối lượng $m_1 = 450 \text{ kg}$ chở một người có khối lượng $m_2 = 50 \text{ kg}$, chuyển động có đồ thị vận tốc



Hình 6.13

thời gian như trên hình 6.13. Tính lực căng của dây cáp treo thang máy và lực ép của người lên sàn thang máy trong từng giai đoạn chuyển động. Xét hai trường hợp :

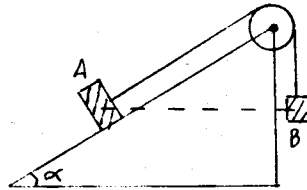
a) Thang máy đi lên

b) Thang máy đi xuống. Tính vận tốc trung bình của thang máy trong suốt thời gian chuyển động đi lên. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.3. Một vật có khối lượng $m = 10\text{kg}$ chuyển động đều lên một mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với mặt ngang do chịu tác dụng của lực $F = 60\text{N}$ hướng lên song song với mặt nghiêng. Hỏi khi thả vật nó chuyển động xuống với gia tốc bằng bao nhiêu? Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

6.4. Đặt lên một mặt sàn nằm ngang ba vật A, B, C có khối lượng lần lượt là $m_1 = 4 \text{ kg}$; $m_2 = 3 \text{ kg}$; $m_3 = 1 \text{ kg}$; nối với nhau bằng hai sợi dây có khối lượng không đáng kể. Người ta kéo ba vật đó theo phương ngang bởi một lực $F = 20 \text{ N}$ đặt vào vật C. Tính gia tốc chuyển động của hệ vật và lực căng dây nối các vật. Cho biết hệ số ma sát giữa các vật và sàn bằng 0,1. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.5. Hai vật A và B có khối lượng $m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc gắn ở đỉnh của mặt phẳng nghiêng, góc $\alpha = 30^\circ$ (hình 6.16) Ban đầu A được giữ ở vị trí ngang với B. Thả cho hai vật chuyển động.



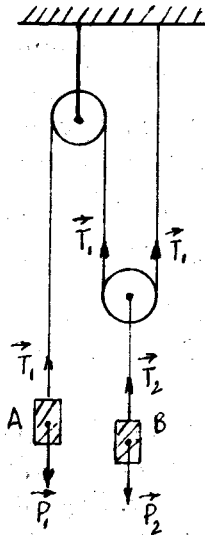
Hình 6.16

1) Hỏi hai vật chuyển động theo chiều nào ?

2) Bao lâu sau khi bắt đầu chuyển động, vật nhỏ ở thấp hơn vật kia một đoạn bằng $0,75 \text{ m}$.

3) Tính lực nén lên trục ròng rọc. Bỏ qua ma sát, khối lượng ròng rọc và dây. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.6. Trên hình 6.18 là một cơ cấu gồm một ròng rọc động và một ròng rọc cố định. Một sợi dây vắt qua hai ròng rọc đó, một đầu buộc cố định vào giá đỡ, còn một đầu tự do treo vật A có khối lượng bằng $m_1 = 2 \text{ kg}$. Một vật khác B có khối lượng $m_2 = 3 \text{ kg}$ được treo vào trục ròng rọc động. Xác định gia tốc của mỗi vật và các lực căng T_1 và T_2 của dây treo vật. Bỏ qua ma sát và khối lượng của các ròng rọc. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Hình 6.18

6.7. Một vật được ném theo phương nằm ngang từ độ cao 80 m . Sau 3 s vận tốc của vật hợp với phương nằm ngang góc 45° . Hỏi vật chạm đất lúc nào, ở đâu, với vận tốc bằng bao nhiêu. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.8. Cầm một xô đựng nước và quay tròn trong mặt phẳng thẳng đứng, bán kính của vòng tròn là 1 m . Hỏi phải quay xô

với vận tốc nào để nước trong xô không đổ ra khi xô đi qua điểm cao nhất? Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.9 Một xe ô tô có khối lượng 5 tấn đi qua một chiếc cầu vòng lên với bán kính cong là 50m, chuyển động đều với vận tốc 36 km/h. Tính lực nén của ô tô lên cầu tại đỉnh cầu và tại nơi bán kính cong hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha = 20^\circ$. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ và cho biết $\cos 20^\circ = 0,94$.

6.10. Một vật được đặt lên một đĩa nằm ngang quay quanh trục thẳng đứng với vận tốc $n = 30$ vòng /phút; vật cách trục quay 30 cm. Muốn cho vật không trượt trên đĩa thì hệ số ma sát giữa vật và đĩa phải bằng bao nhiêu?

6.11. Một máy bay bay dọc theo một kinh tuyến địa lý. Hỏi máy bay phải bay với vận tốc bằng bao nhiêu để trọng lượng của phi công giảm bớt $\frac{1}{64}$ lần so với khi máy bay chưa cất cánh. Xem rằng độ cao của máy bay là nhỏ không đáng kể so với bán kính R_d của Trái đất ($R_d = 6400 \text{ km}$). Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.12. Hai khối hình hộp A, B khối lượng $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$ đặt tiếp xúc nhau trên một mặt bàn ngang nhẵn sát không đáng kể. Tác dụng lên khối A một lực đẩy \vec{F} theo phương ngang, $F = 8 \text{ N}$.

- 1) Phân tích các lực tác dụng lên mỗi vật;
- 2) Tính gia tốc chuyển động và lực tương tác giữa các vật đó.

6.13. Một vật trượt từ đỉnh mặt phẳng nghiêng nhẵn (ma sát không đáng kể), chiều dài $l = 10 \text{ m}$, góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$. Hỏi khi xuống hết mặt phẳng nghiêng vật còn tiếp tục chuyển động trên mặt phẳng ngang bao nhiêu lâu và đi được quãng đường dài bao nhiêu. Cho biết hệ số ma sát với mặt phẳng ngang $k = 0,1$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.14. Một vật có khối lượng 10 kg chuyển động đi lên dọc theo mặt phẳng nghiêng dài 10 m, cao 6 m. Hãy xác định độ

lớn của lực \vec{F} cần tác dụng lên vật theo phương song song với mặt phẳng nghiêng để :

- 1) Vật đi lên đều ;
- 2) Vật đi lên với gia tốc 1 m/s^2 .

Cho biết hệ số ma sát giữa vật và mặt nghiêng là $0,2$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

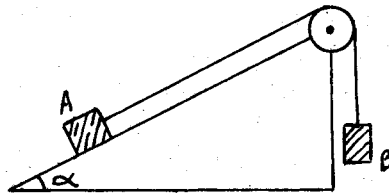
6.15. Một khúc gỗ có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ trượt trên mặt phẳng nghiêng có góc $\alpha = 45^\circ$ so với mặt ngang. Tìm lực \vec{F} cần ép lên khúc gỗ theo phương vuông góc với mặt nghiêng để khúc gỗ trượt đều xuống dưới. Hệ số ma sát giữa khúc gỗ và mặt phẳng nghiêng bằng $0,2$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.16. Xe A có khối lượng $m_1 = 4 \text{ kg}$ có thể chuyển động không ma sát trên một mặt bàn ngang nhẵn. Đặt lên xe vật B có khối lượng $m_2 = 1 \text{ kg}$ rồi tác dụng lên vật B một lực kéo \vec{F} theo phương ngang, dọc theo xe A. Hãy tính gia tốc của A và B, và lực ma sát giữa A và B khi :

- a) $F = 0,4 \text{ N}$;
- b) $F = 2,4 \text{ N}$;
- c) $F = 4 \text{ N}$.

Cho biết hệ số ma sát giữa A và B là $k = 0,2$.

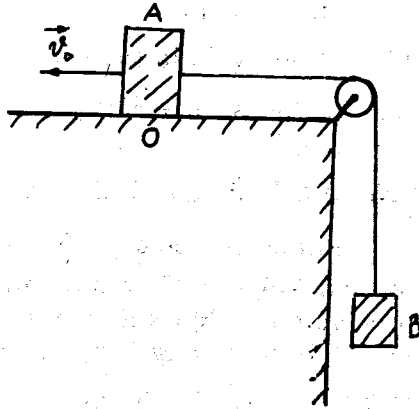
6.17. Hai vật A và B có khối lượng $m_1 = 2,5 \text{ kg}$ và $m_2 = 1 \text{ kg}$, được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc gắn ở đỉnh của mặt nghiêng, góc $\alpha = 30^\circ$. (Hình 6.23). Vật A chuyển động xuống dưới theo mặt phẳng nghiêng ; hệ số ma sát giữa vật A và mặt



Hình 6.23

ngiêng bằng 0.1. Bỏ qua khối lượng và ma sát ở ròng rọc .
 Hãy tính gia tốc chuyển động của hệ và lực căng của dây .
 Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

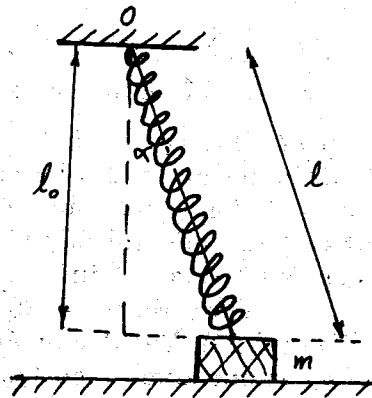
6.18. Hai vật A và B có khối lượng $m_1 = 5 \text{ kg}$ và $m_2 = 2 \text{ kg}$, được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc gắn cố định vào mép bàn . Ma sát giữa vật A và mặt bàn, dây và ròng rọc , khối lượng ròng rọc là nhỏ không đáng kể . (Hình 6.24) . Ban đầu người ta truyền cho vật A vận tốc $v_0 = 2,8 \text{ m/s}$ hướng về bên trái . Hãy xác định :



Hình 6.24

- 1) Gia tốc của vật A, độ lớn và hướng của vận tốc của A sau 2s ; lực căng của sợi dây.
- 2) Vị trí của vật A tại thời điểm đó và đoạn đường mà vật A đi được trong khoảng thời gian 2s.

6.19. Một lò xo có độ cứng $k = 20 \text{ N/m}$, đặt thẳng đứng, một đầu nối với một vật $m = 2 \text{ kg}$ nằm trên mặt bàn ngang . Đầu kia của lò xo được giữ chặt ở điểm O phía trên, khi đó lò xo không bị biến dạng và có độ dài $l_0 = 20 \text{ cm}$. Người ta cho mặt bàn chuyển động đều theo phương ngang về bên phải và thấy lò xo bị lệch đi một góc $\alpha = 30^\circ$ khỏi phương thẳng đứng (hình 6.25). Tính hệ số ma sát giữa vật và mặt bàn . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



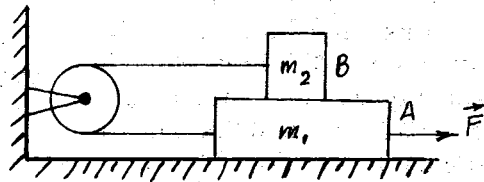
Hình 6.25

6.20. Người ta buộc một trọng vật có khối lượng $m = 1 \text{ kg}$ vào đầu một sợi dây dài $l = 1 \text{ m}$, rồi cầm đầu kia của dây mà quay trọng vật trong mặt phẳng thẳng đứng với vận tốc 1 vòng/s .

1) Tính lực căng của dây khi vật đi qua vị trí cao nhất và thấp nhất của quỹ đạo.

2) Quay dây nhanh dần lên cho đến khi dây bị đứt. Hãy tính vận tốc quay dây khi bị đứt. Cho biết dây bị đứt khi lực căng bằng 170 N . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.21. Đặt một vật A có khối lượng $m_1 = 4 \text{ kg}$ trên một mặt bàn nhẵn (ma sát không đáng kể) nằm ngang. Trên vật A đặt một vật B có khối lượng $m_2 = 2 \text{ kg}$, nối với vật A bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc cố định (hình 6.27). Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và của dây.



Hình 6.27

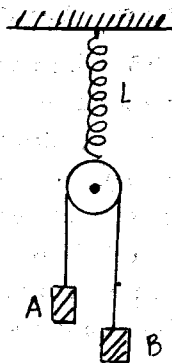
Hệ số ma sát giữa hai vật A và B bằng $0,5$. Xác định lực \vec{F} cần kéo vật A theo phương ngang để nó chuyển động với gia

tốc $a = \frac{g}{2}$. Tính lực căng của dây nối hai

vật khi đó. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.22. Hai vật A, B có khối lượng $m_1 = 4 \text{ kg}$ và $m_2 = 6 \text{ kg}$, được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc; ròng rọc được treo vào một lực kế L như hình 6.28.

1) Xác định chiều chuyển động của A, B và gia tốc của chúng.



Hình 6.28

2) Tính lực căng của dây và tìm số chỉ của lực kế.

Bỏ qua ma sát và khối lượng của ròng rọc , Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.23. Hòn bi A được ném thẳng đứng từ mặt đất lên với vận tốc ban đầu 20 km/s . Một giây sau đó , từ độ cao 35m hòn bi B được thả rơi tự do .

1) Hai hòn bi sẽ ở cùng độ cao lúc nào , tại đâu ?

2) Lúc đó hòn bi A đang đi lên hay đi xuống , với vận tốc bao nhiêu .

Bỏ qua lực cản của không khí. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.24. Cho bốn vật A,B,C,D có cùng khối lượng $m = 1 \text{ kg}$, được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc như trên hình 6.29. Tính các lực căng T_1 , T_2 , T_3 của các dây nối trong hai trường hợp :

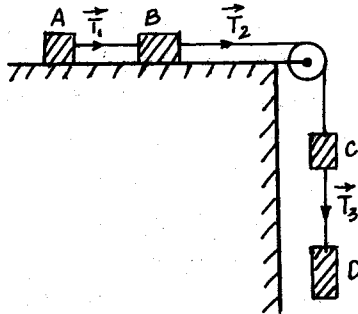
1) Bỏ qua ma sát giữa các vật A,B với bàn .

2) Hệ số ma sát giữa các vật A,B với bàn bằng $0,2$.

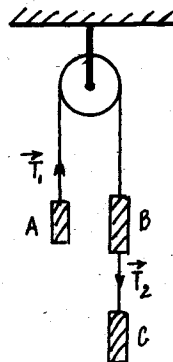
Bỏ qua ma sát và khối lượng ở ròng rọc . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.25. Cho các vật A,B,C có khối lượng $m_1 = m_2 = 2\text{kg}$, $m_3 = 1 \text{ kg}$ được nối với nhau bằng sợi dây vắt qua một ròng rọc cố định như trên hình 6.30. Khối lượng ròng rọc và dây treo không đáng kể; bỏ qua ma sát .

1) Tính gia tốc chuyển động của hệ ; *Hình 6.30*



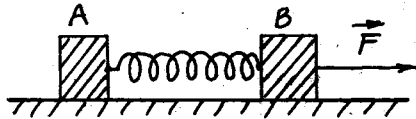
Hình 6.29



2) Tính lực căng T_1 , T_2 của các dây nối và lực tác dụng lên ròng rọc.

3) Sau khi chuyển động được 3s, dây nối giữa vật B và C bị đứt. Mô tả chuyển động của các vật. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.26. Hai vật A và B có khối lượng $m_1 = 7\text{kg}$; $m_2 = 5\text{kg}$, được nối với nhau bằng một lò xo và được đặt trên một mặt bàn nhẵn, ngang (ma sát không đáng kể). Ban đầu lò xo chưa bị biến dạng. Kéo vật B bằng một lực $F = 9 \text{ N}$ theo phương song song với mặt bàn, người ta thấy lò xo dãn ra 3 cm. Bỏ qua khối lượng của lò xo và ma sát. (Hình 6.31)



Hình 6.31

1) Tính gia tốc chuyển động của các vật và độ cứng của lò xo;

2) Nếu thay lò xo bằng một sợi dây chịu được sức căng cực đại 4,5 N thì dây có đứt không?

3) Nếu bây giờ ta không kéo vật B mà kéo vật A bằng một lực $F = 9 \text{ N}$ theo hướng ngược lại với trên thì lò xo sẽ dãn ra bao nhiêu?

6.27. Từ một khí cầu đang hạ xuống đều với vận tốc $v_0 = 7,2 \text{ km/h}$ người ta phóng thẳng đứng lên trên một vật với vận tốc $v_1 = 64,8 \text{ km/h}$ (so với mặt đất).

1) Hỏi khi vật lên đến vị trí cao nhất thì nó cách khí cầu một khoảng bao nhiêu?

2) Sau bao lâu vật rơi trở lại gặp khí cầu. Khi đó khí cầu còn cách mặt đất 20 m. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

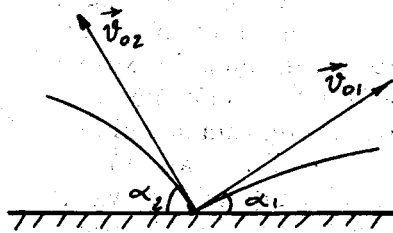
6.28. Một máy bay biểu diễn nhào lộn theo một vòng tròn nằm trong mặt phẳng thẳng đứng có bán kính 500 m với vận tốc 540km/h.

1) Hỏi phi công đề lên ghế một lực bằng bao nhiêu khi máy bay qua vị trí thấp nhất và cao nhất.

2) Muốn cho lực ép lên ghế ở vị trí cao nhất bằng 0 thì vận tốc của máy bay phải bằng bao nhiêu ?

Cho biết khối lượng của phi công bằng 60 kg. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.29. Từ một điểm người ta ném đồng thời hai vật với vận tốc ban đầu bằng nhau $v_0 = 5 \text{ m/s}$, nhưng dưới các góc khác nhau $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 60^\circ$ so với phương ngang như trên hình 6.32. Hãy tính:

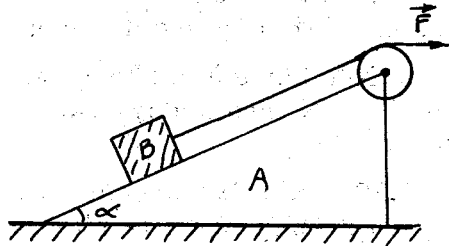


Hình 6.32

1) Vận tốc chuyển động tương đối giữa hai vật .

2) Khoảng cách giữa hai vật sau 2s kể từ lúc bắt đầu ném.

6.30. Chiếc nêm A có khối lượng $m_1 = 5 \text{ kg}$, có góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$ có thể chuyển động tịnh tiến không qua ma sát trên mặt bàn nhẵn nằm ngang. (hình 6.33). Một vật B có khối lượng $m_2 = 1 \text{ kg}$, đặt trên nêm được kéo bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc cố định gắn chặt với nêm. Lực



Hình 6.33

kéo \vec{F} phải có độ lớn bằng bao nhiêu để vật B chuyển động lên trên theo mặt nêm. Khi $F = 10 \text{ N}$, gia tốc của vật và nêm bằng bao nhiêu. Bỏ qua ma sát, khối lượng của dây và của ròng rọc. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.31. Buộc một quả cầu vào đầu một sợi dây dài $l = 40 \text{ cm}$, đầu trên của sợi dây được buộc vào đỉnh một chiếc cốc cắm

thẳng đứng ở mép đĩa tròn nằm ngang. Người ta thấy khi đĩa quay với vận tốc góc 30 vòng/ phút thì dây lệch đi một góc $\alpha = 30^\circ$ khỏi phương thẳng đứng. Hãy tính bán kính R của đĩa. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.32. Khi ô tô đi vào đường vòng thì người bị xô về một phía, nhưng tại sao khi máy bay lượn vòng thì người không bị xô như vậy?

Người ấy có chịu ảnh hưởng gì khác không? Nếu có thì hãy tính ảnh hưởng ấy trong trường hợp người có khối lượng $m = 60 \text{ kg}$, máy bay đi theo đường tròn bán kính $R = 10 \text{ km}$ với vận tốc $v = 20 \text{ m/s}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.33. Khi tăng tốc với gia tốc cực đại trên một đoạn đường đua thẳng một ô tô đua đã tăng vận tốc từ 72 km/h đến 75,6 km/h trong 0,2s.

1) Hỏi trong thời gian bao lâu nó có thể tăng tốc như thế trên một đoạn đường vòng nằm ngang có bán kính $R = 120 \text{ m}$?

2) Trên một đoạn đường vòng nằm ngang có bán kính bằng bao nhiêu thì nó không thể tăng vận tốc của mình tới quá 72 km/h.

6.34. Ở đầu một dây cao su dài $l_0 = 60 \text{ cm}$, có độ cứng $k = 5000 \text{ N/m}$ người ta buộc một vật có khối lượng $m = 2 \text{ kg}$ và cầm đầu kia của dây quay đều vật trong mặt phẳng thẳng đứng với vận tốc 80 vòng / phút. Hãy tính độ giãn và lực căng dây ở các vị trí cao nhất và thấp nhất của vật, xem rằng quỹ đạo của vật là tròn tại hai điểm đó. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.35. Ở mép một chiếc đĩa nằm ngang bán kính $R = 20 \text{ cm}$ người ta đặt một đồng xu. Đĩa quay tròn nhanh dần đều với vận tốc góc $\omega = bt$, trong đó b là gia tốc góc $b = 1 \text{ rad/s}^2$. Sau bao lâu đồng xu văng ra khỏi đĩa, cho biết hệ số ma sát giữa đồng xu và đĩa là $k = 0,2$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.36. Một vật có khối lượng $m_1 = 10 \text{ kg}$ được treo vào trên một buồng thang máy (khối lượng $m_2 = 240 \text{ kg}$) ở độ cao

$h = 1,5\text{m}$ so với sàn. Do tác dụng của lực kéo $F = 2550\text{N}$ thang máy đi lên.

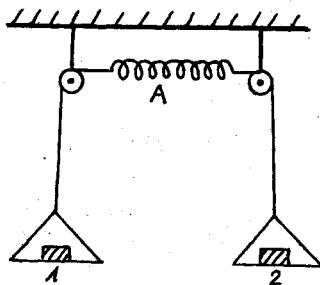
- 1) Tính gia tốc của thang máy và lực căng của dây treo vật.
- 2) Dây treo bỗng nhiên bị đứt, tính gia tốc ngay sau đó của vật và thang máy. Tính thời gian vật rơi tới sàn. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.37. Hai vật A và B có khối lượng $m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây không giãn vắt qua một ròng rọc. Ròng rọc này được treo vào trần của một thang máy nhờ một lực kế. Tìm số chỉ của lực kế khi:

- 1) Thang máy chuyển động thẳng đều lên trên;
- 2) Thang máy chuyển động lên với gia tốc $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$.
- 3) Thang máy đi xuống với gia tốc $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$.

Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và lực kế. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.38. Trên hình 6.38 hai đĩa cân 1 và 2 nối với nhau bằng lực kế A nhờ hai sợi dây vắt qua hai ròng rọc cố định.



Hình 6.38

1) Đặt vào mỗi đĩa cân một quả cân 3 kg . Hỏi lực kế A chỉ bao nhiêu.

2) Ở đĩa 1 thay quả cân 3 kg bằng quả cân 2kg thì lực kế A chỉ bao nhiêu?

3) Muốn cho lực kế A vẫn chỉ như cũ thì phải thêm vào đĩa 2 một khối lượng bằng bao nhiêu.

Bỏ qua khối lượng của các đĩa cân và của lực kế. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ CÁC BÀI TẬP VỀ ỨNG DỤNG CÁC ĐỊNH LUẬT NIUTƠN VÀ CÁC LỰC CƠ HỌC

6.1. Lực tác dụng lên vật là : trọng lực \vec{P} , phản lực đàn hồi \vec{N} của sàn, lực ma sát \vec{F}_{ms} và lực kéo.

1) Theo định luật II Niutơn ta có: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m \vec{a}$ (1) D
Chiếu (1) xuống trục Oy hướng thẳng đứng lên trên ta có:

$$-P + N + F \sin \alpha = 0 \rightarrow N = P - F \sin \alpha ; \text{ từ đó}$$

$$F_{ms} = k N = k (mg - F \sin \alpha).$$

Chiếu (1) xuống trục Ox theo hướng chuyển động ta có:

$$F \cos \alpha - F_{ms} = ma \rightarrow F \cos \alpha - k (mg - F \sin \alpha) = ma.$$

$$\rightarrow k = \frac{F \cos \alpha - ma}{mg - F \sin \alpha} \quad (2) \text{ Theo đề bài } a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2,166}{2^2} = 0,83 \text{ m/s}^2$$

Thay số vào (2) ta được $k \approx 0,1$.

2) Nếu vật chuyển động đều $a = 0$, suy ra (từ (2)):

$$k' = \frac{F \cos \alpha}{mg - F \sin \alpha} \text{ thay số ta được } k' \approx 0,19.$$

6.2. Lập luận tương tự như ở thí dụ 2. Khi thang máy đi lên lực căng của dây cáp treo thang máy là $T = (m_1 + m_2)(g + a)$ (1) và lực ép của người lên mặt sàn thang máy có độ lớn:

$$N = m_2 (g + a) \quad (2)$$

a) Trường hợp thang máy đi lên. Chọn chiều dương là chiều chuyển động. Dựa vào đồ thị ở hình 6.13 ta nhận thấy:

+ Ứng với đoạn OA trên đồ thị, thang máy chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a_1 = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ m/s}^2$.

Theo (1) lực căng của dây cáp bằng:

$$T_1 = (m_1 + m_2)(g + a_1) = 6250N.$$

Theo (2) lực ép của người lên mặt sàn thang máy bằng:

$$N_1 = m_2 (g + a) = 625 N.$$

+ Ứng với đoạn AB thang máy chuyển động thẳng đều ($a = 0$) lực căng của dây cáp là $T_2 = (m_1 + m_2)g = 5000N$ và lực ép của người lên mặt sàn thang máy bằng: $N_2 = m_2 g = 500N$.

+ Ứng với đoạn BC trên đồ thị, thang máy chuyển động chậm dần đều với gia tốc: $a_2 = \frac{-5}{2} = -2,5 \text{ m/s}^2$. Lực căng của dây cáp là $T_3 = (m_1 + m_2)(g + a_2) = 3750N$.

Lực ép của người lên mặt sàn là: $N_3 = m_2 (g + a) = 375N$.

b) Trường hợp thang máy đi xuống. Chọn chiều dương hướng xuống dưới:

+ Ứng với đoạn OA trên đồ thị thang máy chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a'_1 = 2,5 \text{ m/s}^2$. Lực căng của dây cáp là (lập luận tương tự như ở thí dụ 2):

$$T'_1 = (m_1 + m_2)(g - a'_1) = 3750N = T_3.$$

Lực ép của người lên mặt sàn thang máy là:

$$N'_1 = m_1(g - a'_1) = 375N = N_3.$$

+ Ứng với đoạn AB của đồ thị thang máy chuyển động thẳng đều, lực căng của dây cáp là: $T'_2 = (m_1 + m_2)g = 5000N = T_2$.

Lực ép của người lên mặt sàn thang máy là:

$$N'_2 = m_2 g = 500N = N_2.$$

+ Ứng với đoạn AB của đồ thị thang máy chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a'_2 = -2,5 \text{ m/s}^2$. Lực căng của dây cáp là:

$$T'_3 = (m_1 + m_2)(g - a'_2) = 6250N + T_1.$$

Lực ép của người lên mặt sàn thang máy là:

$$N'_3 = m_2 (g - a'_2) = 625\text{N} = N_1.$$

c) Quãng đường thang máy đã đi lên có thể tính bằng diện tích của hình thang OABC, và bằng:

$$s = \frac{(AB+OC)}{2} \cdot A4 = 60\text{m}. \text{ Vận tốc trung bình của thang}$$

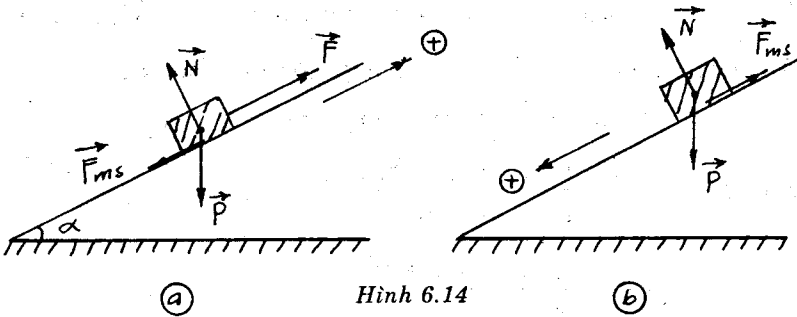
máy trong suốt thời gian đi lên bằng:

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{60}{14} \cong 4,29 \text{ m/s}.$$

6.3. Các lực tác dụng lên vật khi nó chuyển động lên đều

(hình 6.14a): trọng lực \vec{P} , lực kéo \vec{F} , phản lực đàn hồi \vec{N} và lực ma sát \vec{F}_{ms} . Theo định luật Newton $\vec{P} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$ (1). Chiếu hệ thức vectơ (1) lên phương song song với mặt phẳng nghiêng và chọn chiều dương là chiều chuyển động, ta có:

$$-P\sin\alpha + F - F_{ms} = 0 \rightarrow F_{ms} = F - P\sin\alpha \quad (2).$$



Hình 6.14

Khi vật trượt xuống các lực tác dụng lên vật là: trọng lực \vec{P} , phản lực đàn hồi \vec{N} và lực ma sát \vec{F}_{ms} (hình 6.14b). Theo định luật II Newton ta có: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ (3). Chiếu hệ thức vectơ (3) lên phương song song với mặt phẳng nghiêng và chọn chiều dương là chiều chuyển động, ta có:

$$P \sin \alpha - F_{ms} = ma.$$

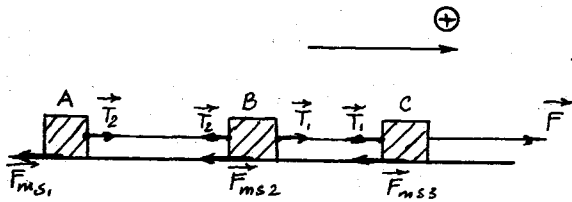
Suy ra (chú ý đến (2)):

$$a = \frac{P \sin \alpha - F_{ms}}{m} = \frac{P \sin \alpha - (F - P \sin \alpha)}{m}$$

$$a = \frac{2P \sin \alpha - F}{m} = \frac{2mgs \sin \alpha - F}{m}$$

Thay số ta được $a = 4 \text{ m/s}^2$.

6.4. Ta phân tích lực tác dụng theo phương ngang lên các vật và chọn chiều dương là chiều chuyển động như trên hình 6.15. Lực ma sát tác dụng lên các vật là:



Hình 6.15

$$F_{ms1} = kN_1 = km_1g ; F_{ms2} = kN_2 = km_2g ; F_{ms3} = kN_3 = km_3g$$

Áp dụng định luật II Niuton ta tính gia tốc a của hệ vật; ta có:

$$F - F_{ms1} - F_{ms2} - F_{ms3} = (m_1 + m_2 + m_3) a \quad (1)$$

$$\text{Suy ra : } a = \frac{F - F_{ms1} - F_{ms2} - F_{ms3}}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$a = \frac{F - kg(m_1 + m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (2)$$

Thay số ta được : $a = 1,5 \text{ m/s}^2$

Áp dụng định luật II Niuton vào vật A, ta có:

$$\vec{T}_2 + \vec{T}_{ms1} + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 = m_1 \vec{a} \quad (3)$$

Chiếu (3) lên phương ngang ta có:

$$T_2 - F_{ms1} = m_1 a.$$

Suy ra $T_2 = m_1 a + F_{ms1} = m_1 a + km_1 g = 10 \text{ N}$.

Lực căng của dây nối vật A và B bằng 10N.

Áp dụng định luật II Niuton cho vật C, ta có:

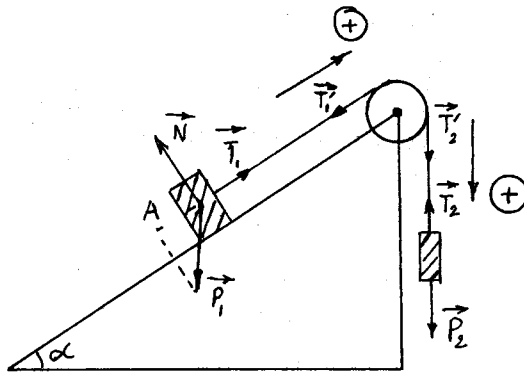
$$\vec{F} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms3} + \vec{P}_3 + \vec{N}_3 = m_3 \vec{a}.$$

Suy ra $F - T_1 - F_{ms3} = m_3 a$,

Từ đó $T_1 = F - F_{ms3} - m_3 a = F - km_3 g - m_3 a = 17,5 \text{ N}$.

Lực căng của dây nối vật B và C bằng 17,5N.

6.5. 1) Vật A có thể chuyển động dọc theo mặt phẳng nghiêng, còn vật B chuyển động thẳng đứng. Xét hệ vật A + B. Các thành phần ngoại lực có tác dụng làm hệ vật chuyển động là: trọng lực P_2 của B và thành phần $P_1 \sin \alpha$ của trọng lực của A, hai lực này có tác



Hình 6.17

dụng trái ngược nhau. Theo đề bài $P_2 = m_2 g = 20 \text{ N}$, còn $P_1 \sin \alpha = m_1 g \sin \alpha = 15 \text{ N}$; như vậy $P_2 > P_1 \sin \alpha$. Điều đó có nghĩa là vật B sẽ đi xuống, còn vật A đi lên.

2) Theo định luật II Niuton ta có :

$$\vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1 \quad (1).$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2 \quad (2)$$

Chiều (1) và (2), theo thứ tự, lên hướng chuyển động của A và B, ta có :

$$-P_1 \sin \alpha + T_1 = m_1 a_1 \quad (3)$$

$$P_2 - t_2 = m_2 a_2 \quad (4)$$

Vì $a_1 = a_2 = a$, $T_1 = T_2 = T$, từ (3) và (4) ta suy ra :

$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha)g}{m_1 + m_2} \quad (5)$$

$$\text{và } T = m_2 (g - a) \quad (6)$$

Thay số ta được $a = 1 \text{ m/s}^2$; $T = 18\text{N}$.

Gọi quãng đường đi của mỗi vật là $s_1 = s_2 = s$, với $s_2 = \frac{at^2}{2}$ (7).

Khoảng cách hai vật tính theo phương thẳng đứng là:

$$d = s_2 + s_1 \sin \alpha = s (\sin \alpha + 1) = \frac{3s}{2}. \text{ Theo đề bài } d = 0,75\text{m},$$

suy ra $s = \frac{2d}{3} = 0,5\text{m}$; từ đó :

$$t = \sqrt{\frac{2s_2}{a}} = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 1\text{s}.$$

3) Dây sẽ nén lên ròng rọc hai lực căng \vec{T}'_1 và \vec{T}'_2 (xem hình 6.17) với $T'_1 = T'_2 = T_1 = T_2 = 18\text{N}$. Góc hợp bởi \vec{T}'_1 và \vec{T}'_2 là bằng $\beta = 90^\circ - \alpha = 60^\circ$. Do đó lực nén lên hai ròng rọc $\vec{F} = \vec{T}'_1 + \vec{T}'_2$ có độ lớn bằng

$$F = 2T \cos \frac{\beta}{2} = 18\sqrt{3} \cong 31\text{N}.$$

6.6. Xác định các lực tác dụng lên các vật A và B như trên hình 6.18. Gọi a là gia tốc vật A thì vật B có gia tốc $\frac{a}{2}$. Lực căng $T_1 = \frac{T_2}{2}$ (1). Giả sử vật A đi xuống, còn vật B đi lên, và

chọn chiều dương là chiều chuyển động, ta có (hình 6.18):

$$P_1 - T_1 = m_1 a \quad (2); \quad T_2 - P_2 = m_2 \cdot \frac{a}{2} \quad (3)$$

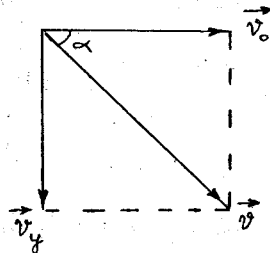
Giải hệ phương trình (1), (2), (3) ta được $a = 1,8 \text{ m/s}^2 > 0$.
 Chứng tỏ giả thiết A đi xuống là hợp lí. Ngoài ra :

$$T_1 = P_1 - m_1 a = 24,6 \text{ N} \quad \text{và} \quad T_2 = T_1 = 49,2 \text{ N}.$$

6.7. Ở một thời điểm bất kì lúc

đang rơi vật có vận tốc \vec{v} (hình 6.19) với $v^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_0^2 + (gt)^2$. (1)

Theo đề bài, lúc $t = 3\text{s}$, ta có (hình 6.19) $\alpha = 45^\circ$, do đó $v = v_0 \sqrt{2}$, và từ (1) suy ra $(v_0 \sqrt{2})^2 = v_0^2 + (3g)^2 \rightarrow v_0 = 3g = 30 \text{ m/s}$: đó là vận tốc ném ngang lúc đầu.



Hình 6.19

Thời gian vật chạm đất được xác định theo công thức

$$h = \frac{gt^2}{2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4\text{s}. \text{ Suy ra tầm xa (vị trí rơi):}$$

$x = v_0 t = 120\text{m}$. Vận tốc khi chạm đất:

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} = \sqrt{(3g)^2 + (4g)^2} = 5g = 50 \text{ m/s}.$$

6.8. Các lực tác dụng lên khối nước trong xô là: trọng lực

\vec{P} của khối nước và phản lực của đáy xô. Xô nước chuyển động tròn đều nên lực tổng hợp tác dụng lên khối nước là lực hướng tâm; ta có:

$$\vec{P} + \vec{Q} = m \vec{a}$$

Chọn chiều dương hướng thẳng đứng xuống dưới, xét xô nước ở vị trí cao nhất A (hình 6.20), ta có:

$P + Q = ma$, với $a = \omega^2 R = 4\pi^2 n^2 R$
 (R là bán kính hình tròn, w là vận tốc góc, n là số vòng quay mỗi giây)

Suy ra $Q = ma - P = ma - mg$.

Gọi \vec{N} là lực ép của nước lên đáy xô:
 $N = Q$. Muốn cho nước không đổ ra ngoài thì ta phải có $N \geq 0$, nghĩa là $Q \geq 0$, suy ra $a \geq g \rightarrow 4\pi^2 n^2 R \geq g$.

Từ đó $n \geq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$. Thay số ta được
 $n \cong 0,5$ vòng/s.

Vậy phải quay xô với vận tốc 0,5 vòng/s.

6.9. Áp dụng định luật II Niuton $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$ và chiếu lên trục hướng vào tâm O.

Khi xe ở đỉnh cầu ta có $P - N = \frac{mv^2}{R}$. Suy ra :

$$N = P - \frac{mv^2}{R} = m(g - \frac{v^2}{R}). \text{ Lực nén của ô tô lên cầu bằng :}$$

$$N' = N \cong 39000N.$$

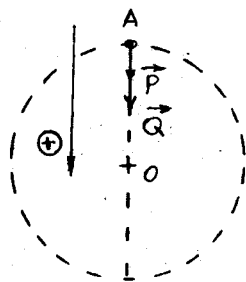
Khi xe ở vị trí $\alpha = 20^\circ$, ta có $P\cos\alpha - N = \frac{mv^2}{R}$. Suy ra lực nén của ô tô lên cầu :

$$N' = N = m(g\cos\alpha - \frac{v^2}{R}) \cong 36000N.$$

6.10. Khi đĩa quay đều lực hướng tâm tác dụng lên vật là lực ma sát nghỉ. Để vật không trượt trên đĩa thì lực ma sát nghỉ cực đại $F_{ms} = kmg$ phải thoả mãn điều kiện:

$$F_{ms} \geq F_{ht} \rightarrow kmg \geq mr\omega^2 \text{ hay } k \geq \frac{r}{g} \omega^2 = \frac{r}{g} \cdot 4\pi^2 n^2$$

Thay số ta được $k \geq 0,3$.



Hình 6.20

6.11. Ta xét trong hệ quy chiếu gắn với máy bay (và phi công). Các lực tác dụng lên phi công là : trọng lực \vec{P} (hướng thẳng đứng xuống dưới), phản lực \vec{N} của ghế (hướng lên) và lực quán tính li tâm \vec{F}_{qt} hướng lên. Áp dụng định luật Niuton ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} = 0$$

Suy ra $-\vec{N} = \vec{P} + \vec{F}_{qt}$.

Trọng lượng \vec{F} của phi công là : $\vec{F} = -\vec{N} = \vec{P} + \vec{F}_{qt}$ (1)

Chiếu (1) lên trục toạ độ hướng vào tâm quỹ đạo ta có:

$$F = mg - g \frac{v^2}{R} \quad (2) \text{ với } v \text{ là vận tốc máy bay, } R \text{ là bán}$$

kính quỹ đạo $R \approx R_d = 6400 \text{ km}$.

Theo đề bài, khi máy bay đang bay, trọng lượng của phi công chỉ còn bằng ; $F = (1 - \frac{1}{64})mg = \frac{63}{64} mg$.

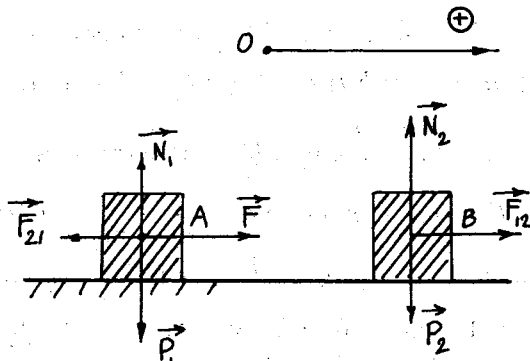
Thay vào (2) ta

có : $\frac{mv^2}{R} = \frac{1}{64} mg$

$\rightarrow v = \sqrt{\frac{gR}{64}}$. Thay số

ta được $v \approx 1000 \text{ m/s}$
 $= 1 \text{ km/s}$.

6.12. 1) Các lực tác dụng lên vật A là: trọng lực \vec{P}_1 , phản lực đàn hồi \vec{N}_1 của mặt bàn,



Hình 6.21

lực đẩy \vec{F} , phản lực \vec{F}_{21} của vật B lên vật A. (hình 6.21).

Các lực tác dụng lên vật B là ; trọng lực \vec{P}_2 , phản lực \vec{N}_2 của mặt bàn, lực tác dụng \vec{F}_{12} của vật A lên vật B. (hình 6.21).

2) Áp dụng định luật II Niuton cho vật A và vật B ta có:

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F} + \vec{F}_{21} = m_1 \vec{a}_1 \quad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{12} = m_2 \vec{a}_2 \quad (2)$$

Chiếu (1) và (2) lên trục Ox cùng hướng chuyển động ta được :

$$F - F_{21} = m_1 a_1 \quad (3)$$

$$F_{12} = m_2 a_2 \quad (4)$$

Hai vật A, B chuyển động với cùng gia tốc ; $a_1 = a_2 = a$, và theo định luật III Niuton $F_{21} = F_{12}$. Từ (3) và (4) suy ra

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} \text{ và } F_{12} = F_{21} = m_2 a.$$

Thay số ta được: $a = 1,6 \text{ m/s}^2$; $F_{12} = F_{21} = 4,8 \text{ N}$.

Chú ý : Do hai vật chuyển động với cùng gia tốc ta có thể xem hai vật là một hệ . Khi đó các lực \vec{F}_{12} và \vec{F}_{21} là nội lực.

Áp dụng định luật II Niuton cho hệ ta có:

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F} = (m_1 + m_2) \vec{a} . \text{ Suy ra}$$

$$F = (m_1 + m_2)a \rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} . \text{ Để tính lực tương tác giữa}$$

hai vật, áp dụng định luật II Niuton cho vật B, ta suy ra (4).

6.13. Gia tốc của vật trên mặt phẳng nghiêng (ma sát không đáng kể): $a_1 = g \sin \alpha = 5 \text{ m/s}^2$. Vận tốc của vật khi xuống hết mặt phẳng nghiêng là: $v^2 = 2a_1 l \rightarrow v = 10 \text{ m/s}$. Khi vật chuyển động trên mặt ngang các lực tác dụng lên

vật là : trọng lực \vec{P} , phản lực đàn hồi \vec{N} của mặt ngang, lực ma sát trượt \vec{F}_{ms} . Áp dụng định luật II Niuton ta có:

$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}_2$ (a_2 là gia tốc của vật trên mặt phẳng ngang).

Chọn chiều dương là chiều chuyển động, ta có:

$$-F_{ms} = ma_2 \rightarrow -kmg = a_2 \rightarrow a_2 = -kg = -1\text{m/s}^2.$$

Thời gian vật chuyển động trên mặt phẳng ngang:

$$v_t = a_2 t + v_0, \text{ với } v_0 = 10\text{m/s}; v_t = 0, \text{ suy ra } t = \frac{-v_0}{a_2} = 10\text{s}.$$

$$\text{Quãng đường đi được : } s = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a} = 50\text{m}.$$

6.14. 1) Vật đi lên đều, ta có phương trình

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (1)$$

Chiếu (1) lên trục Ox hướng dọc theo mặt nghiêng lên trên, ta có: $F - P\sin\alpha - F_{ms} = 0 \rightarrow F = mg\sin\alpha + F_{ms}$, với

$$F_{ms} = kN = kmg\cos\alpha. \text{ Suy ra } F = mg(\sin\alpha + k\cos\alpha). \quad (2)$$

Theo đề bài $\sin\alpha = \frac{6}{10} = 0,6$; từ đó $\cos\alpha = 0,8$.

Thay số, từ (2) ta được $F = 38\text{ N}$.

2) Vật đi lên với gia tốc $a = 1\text{ m/s}^2$, ta có phương trình :

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \quad (3)$$

Chiếu (3) lên trục Ox như trên ta có:

$$F - P\sin\alpha - F_{ms} = ma \rightarrow F = P\sin\alpha + F_{ms} + ma = 43\text{ N}.$$

6.15. Các lực tác dụng lên khúc gỗ là : trọng lực \vec{P} , phản lực đàn hồi \vec{N} của mặt nghiêng, lực ma sát \vec{F}_{ms} và lực ép \vec{F} . Để khúc gỗ trượt đều xuống, theo định luật Niuton ta có:

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (1)$$

Chiếu (1) lên trục Ox hướng dọc theo mặt nghiêng xuống dưới và lên trục Oy \perp Ox, ta có ; $P \sin \alpha - F_{ms} = 0$ (2) và

$$-P \cdot \cos \alpha - f + N = 0 \quad (3)$$

Từ (3) ta có $N = F + P \cos \alpha$. Suy ra lực ma sát:

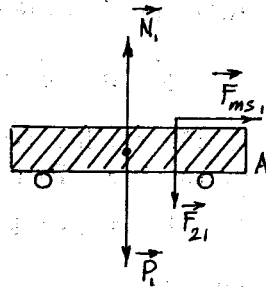
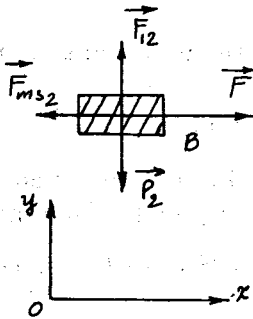
$F_{ms} = kN = k(F + P \cos \alpha)$. Do đó, từ (2) suy ra :

$$P \sin \alpha - k(F + P \cos \alpha) = 0 \rightarrow F = \frac{P \sin \alpha - kP \cos \alpha}{k} = 141 \text{ N.}$$

6.16. Lực tác dụng lên vật B là (hình 6.22): trọng

lực \vec{P}_2 , lực kéo \vec{F} , phản lực \vec{F}_{12} của xe tác dụng lên vật và lực ma sát

\vec{F}_{ms2} của xe.



Hình 6.22

Lực tác dụng lên xe là : trọng lực \vec{P}_1 , phản lực đàn hồi \vec{N}_1 của mặt bàn, lực \vec{F}_{21} của vật B tác dụng lên xe và lực ma sát \vec{F}_{ms1} của vật B.

Áp dụng định luật II Niuton cho xe và vật, ta có:

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{ms1} = m_1 \vec{a}_1 \quad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{F}_{12} + \vec{F} + \vec{F}_{ms2} = m_2 \vec{a}_2 \quad (2)$$

Theo định luật III Niutơn ta có :

$$F_{12} = F_{21} \text{ và } F_{ms1} = F_{ms2} = F_{ms} \quad (3)$$

Chọn các trục Ox và Oy như trên hình vẽ.

Chiếu (2) lên trục Oy, ta có :

$$F_{12} - P_2 = 0 \rightarrow F_{12} = F_{21} = m_2 g \quad (4)$$

Chiếu (1) và (2) lên trục Ox ta có (chú ý đến (3)):

$$F_{ms} = m_1 a_1 \quad (5);$$

$$F - F_{ms} = m_2 a_2 \quad (6)$$

Vi xe và vật B đều có thể chuyển động nên ta cần xem lực ma sát giữa xe và vật B là lực ma sát trượt hay ma sát nghỉ.

Nếu ma sát là ma sát trượt thì $F_{ms} = km_2 g$ và $a_2 > a_1$; khi đó từ (5) và (6) suy ra :

$$\frac{F - km_2 g}{m_2} > \frac{km_2 g}{m_1} \rightarrow F > km_2 g \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right) = 2,5 \text{ N.}$$

a) $F = 0,4 \text{ N}$: ma sát là ma sát nghỉ và $a_1 = a_2 = a$. Từ (5)

và (6) suy ra: $a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 0,08 \text{ m/s}^2$.

$$\text{và } F_{ms} = m_1 a = 0,32 \text{ N.}$$

b) $F = 2,4 \text{ N}$: ma sát là ma sát nghỉ và $a_1 = a_2 = a$. Từ (5)

và (6) suy ra: $a = 0,48 \text{ m/s}^2$ và $F_{ms} = 1,92 \text{ N}$.

c) $F = 4 \text{ N}$: ma sát là ma sát trượt:

$$F_{ms} = km_2 g = 2 \text{ N}; \text{ Từ (5) và (6) suy ra:}$$

$$a_1 = 0,5 \text{ m/s}^2 \text{ và } a_2 = 2 \text{ m/s}^2 .$$

6.17. Coi hai vật A và B hợp thành một hệ vật chuyển động với cùng gia tốc a . Các ngoại lực gây gia tốc cho hệ là lực ma sát \vec{F}_{ms} (tác dụng lên A), thành phần $P_1 \sin \alpha$ của trọng lực \vec{P}_1 của vật A và trọng lực \vec{P}_2 của vật B. Ta có $P_1 \sin \alpha = m_1 g \sin \alpha = 12,5 \text{ N}$ và $P_2 = m_2 g = 10 \text{ N}$. Như vậy $P_1 \sin \alpha > P_2$, do đó vật A đi xuống mặt phẳng nghiêng, còn vật B thì đi lên (đúng theo như đề bài). Ta có :

$$a_{\text{hệ}} = \frac{P_1 \sin \alpha - P_2 - F_{ms}}{m_1 + m_2}$$

Với $F_{ms} = kN_1 = km_1 g \cos \alpha$. Thay số ta được : $a = 0,093 \text{ m/s}^2$.

Xét chuyển động của vật B, ta có: $T - m_2 g = m_2 a$, suy ra :

$$T = m_2(a + g) \approx 10,1 \text{ N}.$$

6.18. 1) Vật A chịu tác dụng của lực căng \vec{T}_1 của sợi dây. Trọng lực \vec{P}_1 và phản lực \vec{N}_1 của mặt bàn. Vật B chịu tác dụng của lực căng \vec{T}_2 của dây và trọng lực \vec{P}_2 .

Áp dụng định luật II Niuton cho vật A và vật B ta có:

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1 \quad (1)$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2 \quad (2)$$

Ta có $a_1 = a_2 = a$ và $T_1 = T_2 = T$. Chọn các trục tọa độ có gốc O là vị trí ban đầu, chiều dương là chiều chuyển động lúc đầu và chiếu (1) và (2) lên các trục tọa độ ta có:

$$-T = m_1 a \quad (3) ; T - m_2 g = m_2 a \quad (4)$$

Từ đó suy ra $a = \frac{-m_2 g}{m_1 + m_2} = -2,8 \text{ m/s}^2$.

(Có thể tìm được a bằng cách coi A và B là hệ vật, chịu tác dụng của ngoại lực \vec{P}_2 hướng theo phương chuyển động). Chọn gốc thời gian là lúc vật A bắt đầu chuyển động thì vận tốc của vật A sau 2s : $v_t = v_0 + at = -2,8 \text{ m/s}$: như vậy ở thời điểm $t = 2\text{s}$ vật A chuyển động theo hướng ngược với hướng ban đầu và có vận tốc 2,8 m/s. Từ (3) ta tìm được lực căng của dây :

$$T = -m_1 a = 14 \text{ N.}$$

2) Áp dụng phương trình chuyển động. $x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ ta tìm được vị trí của vật A lúc $t = 2\text{s}$; $x(t = 2\text{s}) = 0$! Lúc $t = 2\text{s}$, vật A trở về vị trí ban đầu. Như vậy có nghĩa là ban đầu vật A chuyển động chậm dần đều cho đến khi vận tốc bằng không, sau đó nó chuyển động nhanh dần đều về phía ngược lại. Đoạn đường s vật A đi được trong 2s bằng hai lần đoạn đường xe chuyển động chậm dần đều cho đến lúc vận tốc bằng 0:

$$0 = v_0 + at_1 \rightarrow t_1 = \frac{v_0}{-a} = 1\text{s} \quad s = 2 \left(v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2} \right) = 2,8 \text{ m.}$$

6.19. Xét riêng vật (hình 6.26) ta thấy nó chịu tác dụng của các lực ; trọng lực \vec{P} , phản lực \vec{N} của bàn, lực đàn hồi \vec{T} của lò xo và lực ma sát \vec{F}_{ms} . Áp dụng định luật II Niuton

$$(\vec{a} = 0) \text{ ta có: } \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (1),$$

Trong đó $P = mg$; $T = k(l - l_0) = k \left(\frac{l_0}{\cos \alpha} - l_0 \right) = k l_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$

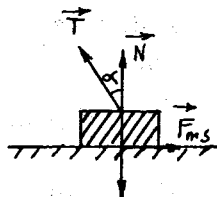
(l là độ dài của lò xo khi bị lệch) ; $F_{ms} = k_1 N$ (2) (k_1 là hệ số ma sát). Chiều (1) lên hai trục tọa độ nằm ngang và thẳng đứng ta có :

$$F_{ms} - T \sin \alpha = 0 \rightarrow F_{ms} = T \sin \alpha \quad (3);$$

$$\text{và } -mg + N + T \cos \alpha = 0 \rightarrow N = mg - T \cos \alpha.$$

$$\text{Từ đó } F_{ms} = k_1 (mg - T \cos \alpha) \quad (4).$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra } k_1 = \frac{kl_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) \sin \alpha}{mg - kl_0 (1 - \cos \alpha)}$$



Hình 6.26

6.20. Trong khi chuyển động tròn vật chịu tác dụng của trọng lực và lực căng của dây.

1) Ở vị trí cao nhất, hai lực này cùng chiều và hướng vào tâm. Hợp lực của chúng sẽ truyền cho vật gia tốc hướng tâm:

$$P + T_1 = ma = m\omega^2 l = 4\pi^2 n^2 ml$$

$$\rightarrow T_1 = m (4\pi^2 n^2 l - g) = 29,44 \text{ N.}$$

Ở vị trí thấp nhất, lực căng \vec{T}_2 hướng về tâm, còn trọng lực \vec{P} lại hướng từ tâm ra ngoài. Hợp lực của chúng phải hướng vào tâm, truyền gia tốc hướng tâm cho vật. Do đó:

$$T_2 - P = ma = 4\pi^2 n^2 ml$$

$$\rightarrow T_2 = m (4\pi^2 n^2 l + g) = 49,44 \text{ N.}$$

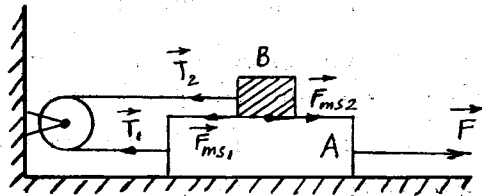
2) Rõ ràng là ở vị trí thấp nhất, lực căng của dây lớn hơn cả, nên nếu bị đứt, dây sẽ đứt ở vị trí này. Theo đề bài ta có:

$$T_{\max} = 4\pi^2 n^2 ml + mg, \text{ với } T_{\max} = 170 \text{ N.}$$

$$n_1 = \sqrt{\frac{T_{\max} - mg}{4\pi^2 ml}} \cong 2 \text{ vòng/s.}$$

6.21. Hai vật A và B chuyển động với cùng gia tốc a nhưng ngược chiều nhau. Xét theo phương chuyển động (hình 6.28) vật A chịu tác dụng của lực kéo \vec{F} , lực căng \vec{T}_1 của dây và lực ma sát \vec{F}_{ms1} do B tác dụng lên A (không kể phản lực đàn hồi N_1 của bàn và trọng lực P_1); còn vật B chịu tác dụng của lực căng \vec{T}_2 của dây

($T_2 = T_1 = T$) và lực ma sát \vec{F}_{ms2} do A tác dụng lên B ($F_{ms1} = F_{ms2} = F_{ms}$) (không kể phản lực vuông góc N_2 của vật



Hình 6.28

A và trọng lực P_2). Ta có $F_{ms} = kN_2 = km_2g$. Viết các phương trình của định luật II Niuton và chiếu chúng lên trục nằm ngang, chọn chiều chuyển động của mỗi vật là chiều dương, ta có:

$$F - T - F_{ms} = m_1 a \quad (1);$$

$$T - F_{ms} = m_2 a \quad (2)$$

Theo đề bài $a = \frac{g}{2}$, từ (1) và (2) suy ra

$$F - 2F_{ms} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)g, \text{ với } F_{ms} = km_2g.$$

$$\text{Từ đó } F = (m_1 + m_2) \frac{g}{2} + 2km_2g = 50 \text{ N.}$$

$$\text{Từ (2) suy ra } T = m_2 a \rightarrow F_{ms} = m_2 (a + kg) = 20 \text{ N.}$$

6.22. 1) Vật A chịu tác dụng của lực căng \vec{T}_1 và trọng lực \vec{P}_1 . Vật B chịu tác dụng của lực căng \vec{T}_2 ($T_2 = T_1 = T$) và trọng lực \vec{P}_2 . Xét hệ gồm hai vật A và B thì ngoại lực tác dụng chỉ là \vec{P}_1 và \vec{P}_2 . Vì $P_2 > P_1$ ($m_2 > m_1$) nên vật B đi xuống còn vật A đi lên. Gia tốc của hệ (của vật A và B) bằng:

$$a = \frac{P_2 - P_1}{m_1 + m_2} = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2} = 2 \text{ m/s}^2.$$

2) Xét riêng chuyển động của vật A, chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật A, ta có:

$$T_1 - P_1 = m_1 a \rightarrow T_1 = m_1 (a + g) = 48 \text{ N}.$$

$$\text{Suy ra } T_2 = T_1 = 48 \text{ N}.$$

$$\text{Lực kế chỉ } F = T_1 + T_2 = 96 \text{ N}.$$

6.23. 1) Chọn gốc tọa độ O ở mặt đất, trục tọa độ Oy thẳng đứng hướng lên, gốc thời gian là lúc vừa ném hòn bi A.

Phương trình chuyển động của hòn bi A (theo đề bài $v_{01} = 20 \text{ m/s}$; $y_{01} = 0$); $y_1 = -5t^2 + 20t$ (m) (1).

Phương trình chuyển động của hòn bi B (theo đề bài $t_{02} = 1 \text{ s}$; $v_{02} = 0$; $y_{02} = 35 \text{ m}$):

$$y_2 = -5(t-1)^2 + 35 = -5t^2 + 10t + 30 \text{ (m)} \quad (2)$$

Khi hai hòn bi ở cùng độ cao: $y_1 = y_2 \rightarrow$

$$-5t^2 + 20t = -5t^2 + 10t + 30$$

$$\rightarrow t = 3 \text{ s}.$$

Từ đó $y_1 = y_2 = 15 \text{ m}$

6.24. 1) Bỏ qua ma sát. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật. Áp dụng định luật II Newton và chiếu các phương trình lên các trục thẳng đứng, xét hệ bốn vật ta có:

$$P_3 + P_4 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)a$$

$$\text{Suy ra } 2mg = 4ma \rightarrow a = \frac{g}{2} = 5\text{m/s}^2$$

$$\text{Xét vật A : } T_1 = m_1a = 5\text{N}$$

$$\text{Xét vật B : } T_2 - T_1 = m_2a \rightarrow T_2 = T_1 + m_2a = 10\text{N.}$$

$$\text{Xét vật C : } T_3 - T_2 + m_3g = m_3a \rightarrow T_3 = T_2 + m_3a - m_3g = 5\text{N.}$$

2) Trường hợp có ma sát. Ta có.

$$P_3 + P_4 - F_{ms1} - F_{ms2} = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)a'$$

$$\text{với } F_{ms1} = kN_1 = km_1g ; F_{ms2} = kN_2 = km_2g.$$

$$\text{Suy ra : } a' = \frac{2mg - 2kmg}{4m} = 4\text{ m/s}^2$$

$$\text{Xét vật A : } T_1 - F_{ms1} = m_1a' \rightarrow T_1 = m(a' + kg) = 6\text{N.}$$

$$\text{Xét vật B : } T_2 - T_1 - F_{ms2} = m_2a' \rightarrow T_2 = T_1 + m(a' + kg) = 12\text{ N}$$

$$\text{Xét vật C : } T_3 - T_2 + m_3g = m_3a' \rightarrow T_3 = T_2 + m_3(a' - g) = 6\text{ N.}$$

6.25. 1) Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các vật. Áp dụng định luật II Niuton và chiếu các phương trình lên trục thẳng đứng, xét hệ ba vật chịu tác dụng của các ngoại lực là $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$, ta có:

$$P_2 + P_3 - P_1 = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

Suy ra gia tốc chuyển động của hệ:

$$a = \frac{(m_2 + m_3 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m_3} = 2\text{m/s}^2$$

2) Xét vật A :

$$T_1 - P_1 = m_1a \rightarrow T_1 = m_1a + P_1 = m_1(a + g) \rightarrow T_1 = 24\text{ N.}$$

Xét vật C :

$$P_3 - T_2 = m_3a \rightarrow T_2 = T_2 = P_3 - m_3a = m_3(g - a) \rightarrow T_2 = 8\text{N.}$$

Lực tác dụng lên trục ròng rọc : $F = 2T_1 = 48\text{N}$

3) Sau khi chuyển động được 3s, các vật A, B, C có vận tốc: $v = at = 6\text{ m/s}$. Khi dây nối B và C bị đứt, chuyển động của các vật như sau :

+ Các vật A và B chuyển động thẳng đều với vận tốc 6m/s , vì ngoại lực tác dụng lên hệ vật AB (P_1 và P_2) có hợp lực bằng không (xét theo phương chuyển động).

+ Vật C rơi tự do với vận tốc ban đầu 6 m/s . Phương trình chuyển động của C (lấy gốc thời gian là lúc dây đứt) là :

$$x = v_0t + \frac{gt^2}{2} = 6t + 5t^2; v = v_0 + gt = 6 + 10t.$$

6.26. 1) Xem hai vật A, B và lò xo là một hệ (lực đàn hồi của lò xo là nội lực, $T_1 = T_2 = T$). Xét theo phương ngang, ngoại lực tác dụng lên hệ là \vec{F} . Ta tìm được gia tốc chuyển động của hệ (cũng tức là của các vật A, B):

$$F = (m_1 + m_2)a \rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 0,75\text{ m/s}^2.$$

Xét chuyển động của vật A. Áp dụng định luật II Niuton và chiếu phương trình lên phương chuyển động ta được:

$$T_1 = m_1a, \text{ với } T_1 \text{ là lực căng của lò xo.}$$

Do đó $T_1 = m_1a = 5,25\text{ N}$. Ta có $T_1 = k\Delta l$, với k là độ cứng của lò xo ; từ đó $k = \frac{T_1}{\Delta l} = 175\text{ N/m}$.

2) Nếu thay lò xo bằng sợi dây thì dây sẽ đứt vì lực căng dây là $T = 5,25\text{ N}$, lớn hơn lực căng cực đại (bằng $4,5\text{ N}$).

3) Nếu lực \vec{F} kéo vật A thì gia tốc chuyển động của hệ (của các vật) vẫn bằng $0,75 \text{ m/s}^2$ nhưng có hướng ngược lại. Bây giờ lực căng của lò xo là T'_1 , được xác định khi xét chuyển động của vật A. Ta có ; $F - T'_1 = m_1 a \rightarrow$

$T'_1 = F - m_1 a = 3,75 \text{ N}$. Độ dãn của lò xo bây giờ bằng :

$$\Delta l' = \frac{T'_1}{k} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}.$$

6.27. 1) Để thuận tiện, ta xét chuyển động tương đối của vật (2) đối với khí cầu (1).

Ta có : $\vec{a}_{21} = \vec{a}_{20} + \vec{a}_{01} = g$ (1) (chỉ số 0 dùng để chỉ mặt đất), và, $\left(\vec{v}_{21} \right)_0 = \vec{v}_1 + \left(-\vec{v}_0 \right)$ hay

$(v_{21})_0 = v_1 + v_0$ (2). Khi vật lên đến vị trí cao nhất thì $v_2 = 0$, suy ra $v_{21} = -v_0$; khi đó khoảng cách H từ vật (2) đến khí cầu (2) được xác định bởi hệ thức: $v_{21}^2 - (v_{21})_0^2 = 2a_{12}H$, suy ra (với $v_0 = 7,2 \text{ km/h} = 2 \text{ m/s}$, và $v_1 = 64,8 \text{ km/h} = 18 \text{ m/s}$)

$$H = \frac{v_0^2 - (v_1 + v_0)^2}{2(-g)} = 19,8 \text{ m (vì } a_{12} = -a_{21} = -g).$$

2) Để xác định được thời gian vật trở lại gặp khí cầu ta xét phương trình của chuyển động tương đối của vật (2) đối với khí cầu. Ta có : $y = -\frac{gt^2}{2} + (v_{21})_0 t = -5t^2 + 20t$.

Khi vật trở lại khí cầu $y = 0$, suy ra $-5t^2 + 20t = 0 \rightarrow t = 4 \text{ s}$. Trong thời gian đó khí cầu đã hạ thấp được một đoạn $s = v_0 t = 8 \text{ m}$; như vậy khi đó khí cầu còn cách mặt đất $20 - 8 = 12 \text{ m}$.

6.28. 1) Lực tác dụng lên phi công là trọng lực \vec{P} và phản lực \vec{N} của ghế ngồi. Hợp lực của \vec{P} và \vec{N} gây ra gia tốc hướng tâm. Chọn chiều dương hướng về tâm O. Áp dụng định II luật Niuton và chiếu phương trình lên trục thẳng đứng ta có:

$$+ \text{ Ở vị trí thấp nhất : } -P + N = \frac{mv^2}{R}, \text{ với}$$

$$v = 540 \text{ km/h} = 150 \text{ m/s}; R = 500 \text{ m. Suy ra}$$

$N = P + \frac{mv^2}{R} = m(g + \frac{v^2}{R})$. Lực ép của phi công lên ghế bằng $N_1 = N = 3300 \text{ N}$;

$$+ \text{ Ở vị trí cao nhất: } P + N = \frac{mv^2}{R} \rightarrow N_1 = N = m(\frac{v^2}{R} - g) = 2100 \text{ N.}$$

2) Ở vị trí cao nhất, muốn cho lực ép lên ghế ngồi bằng 0 thì $N_1 = N = 0$, suy ra $N = (\frac{v_1^2}{R} - g) = 0 \rightarrow$

$$v_1 = \sqrt{gR} = 70,7 \text{ m/s} \approx 255 \text{ km/h.}$$

6.29. 1) Chọn hệ toạ độ xOy, có gốc tại điểm bắt đầu ném. Gọi v_{1x} , v_{1y} , v_{2x} , v_{2y} là các hình chiếu của vận tốc hai vật trên các trục toạ độ, ta có : $v_{1x} = v_0 \cos \alpha_1$; $v_{2x} = -v_0 \cos \alpha_2$;

$$v_{1y} = v_0 \sin \alpha_1 - gt ; v_{2y} = v_0 \sin \alpha_2 - gt.$$

Gọi u là vận tốc của vật 1 đối với vật 2 ; khi đó ta có:

$$u_x = v_0 \cos \alpha_1 - (-v_0 \cos \alpha_2) = v_0 (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2);$$

$$u_y = v_0 \sin \alpha_1 - gt - (v_0 \sin \alpha_2 - gt) = v_0 (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)$$

Suy ra :

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = v_0 \sqrt{(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)^2 + (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)^2}$$

→ $u = 2v_0 \cos \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right)$. Thay số ta được $v = 7,07 \text{ m/s}$.

2) Khoảng cách s giữa hai vật là :

$$s = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \text{ với}$$

$$x_1 = (v_0 \cos \alpha_1)t; \quad x_2 = (v_0 \cos \alpha_2)t; \quad y_1 = -\frac{gt^2}{2} + (v_0 \sin \alpha_1)t;$$

$$y_2 = -\frac{gt^2}{2} + (v_0 \sin \alpha_2)t. \text{ Thay vào ta được}$$

$$s = 2v_0 \cos \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) t.$$

Khoảng cách giữa hai vật sau 2s bằng $s \cong 14,14 \text{ m}$

6.30. Gọi \vec{a}_1, \vec{a}_2 là gia tốc của ném A và của vật B. Chọn hệ quy chiếu là hai trục tọa độ Ox, Oy gắn với mặt bàn (hình 6.34), gọi \vec{N}_2 là phản lực của ném lên vật và \vec{N}_1 là lực tác dụng của vật lên ném ($N_1 = N_2 = N$), áp dụng định luật II Niuton cho vật và ném và chiếu các phương trình lên các trục tọa độ ta có:

$$F - F \cos \alpha + N_1 \sin \alpha = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$F \cos \alpha - N_2 \sin \alpha = m_2 a_{2x} \quad (2)$$

$$F \sin \alpha + N_2 \cos \alpha - m_2 g = m_2 a_{2y} \quad (3)$$

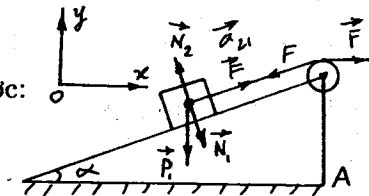
Mặt khác, gọi \vec{a}_{21} là gia tốc của vật đối với ném (vectơ \vec{a}_{21} hướng song song với mặt ném và có chiều đi lên), ta có:

$$\vec{a}_2 = \vec{a}_{21} + \vec{a}_1 \quad (5)$$

Chiếu lên hai trục tọa độ ta được:

$$a_{2x} = a_{21} \cos \alpha + a_1 \quad (6)$$

$$a_{2y} = a_{21} \sin \alpha \quad (7)$$



Hình 6.34

Từ (6) và (7) suy ra $a_{2y} = (a_{2x} - a_1) \operatorname{tg} \alpha$ (8)

Từ (1), (2), (3) và (8) ta tìm được:

$$a_1 = \frac{F(1 - \cos \alpha) + m_2 g \sin \alpha \cos \alpha}{m_1 + m_2 \sin^2 \alpha};$$

$$a_{2x} = \frac{F(m_2 \sin^2 \alpha + m_1 \cos \alpha) - m_1 m_2 g \sin \alpha \cos \alpha}{m_2(m_1 + m_2 \sin^2 \alpha)};$$

$$a_{2y} = \frac{\{F \cos \alpha [m_1 + m_2(1 - \cos \alpha)] - m_2 g(m_1 + m_2) \sin \alpha \cos \alpha\} \operatorname{tg} \alpha}{m_2(m_1 + m_2 \sin^2 \alpha)};$$

Muốn cho vật B dịch chuyển lên trên ta phải có hai điều kiện:

1) $a_{2y} > 0$. Suy ra $F > \frac{m_2 g(m_1 + m_2) \sin \alpha}{m_1 + m_2(1 - \cos \alpha)}$;

2) $N_2 > 0$. Suy ra $F < \frac{m_1 g \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha) \sin \alpha}$;

Kết hợp ta lại có $\frac{m_2 g(m_1 + m_2) \sin \alpha}{m_1 + m_2(1 - \cos \alpha)} < F < \frac{m_1 g \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha) \sin \alpha}$.

Thay số ta được: $5,84 \text{ N} < F < 646 \text{ N}$.

Nếu $F = \frac{m_2 g(m_1 + m_2) \sin \alpha}{m_1 + m_2(1 - \cos \alpha)} = 5,84 \text{ N}$ thì $a_{21} = 0$: vật đứng

yên so với nêm và cùng chuyển động với nêm với gia tốc $a_1 = 0,975 \text{ m/s}^2$.

Khi $F = 10 \text{ N}$ thì $a_1 = 1,08 \text{ m/s}^2$

$a_{2x} = 4,56 \text{ m/s}^2$; $a_{2y} = 2,03 \text{ m/s}^2$ và từ đó $a_2 = 4,99 \text{ m/s}^2$

6.31. Gọi m là khối lượng của quả cầu và r là khoảng cách từ quả cầu tới cọc. Hợp lực $\vec{T} + \vec{P}$ gây ra gia tốc hướng tâm

$a_{ht} = (R + r)\omega^2 = (R + r) \cdot 4\pi^2 n^2$. Từ hình vẽ (hình 6.35) ta có:

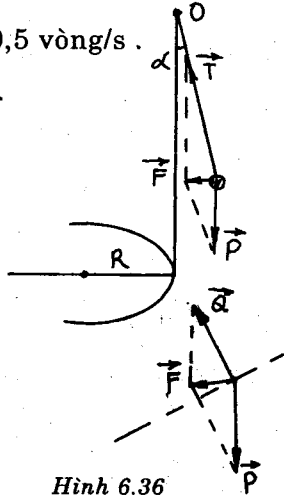
$$F = Ptg\alpha \rightarrow ma_{ht} = mgtg\alpha$$

$$\text{Suy ra } R = \frac{g}{\sqrt{3.4\pi^2 n^2}} - r, \text{ với } r = l \sin\alpha = 0,4 \cdot \frac{1}{2} = 0,2 \text{ m};$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2 ; n = 30 \text{ vòng/phút} = 0,5 \text{ vòng/s}.$$

Thay số ta được $R \cong 0,377 \text{ m} = 37,7 \text{ cm}$.

6.32. Người bị xô vào thành ô tô chịu phản lực của thành, phản lực này là hướng tâm. Khi máy bay lượn vòng bao giờ nó cũng nghiêng cánh, lực nâng \vec{Q} vuông góc với cánh sẽ nghiêng một góc α so với đường thẳng đứng. Hợp lực $\vec{Q} + \vec{P}$ là hợp lực hướng



Hình 6.36

tâm \vec{F} (hình 6.36). Hành khách có gia tốc hướng tâm như máy bay, do hợp lực

của trọng lực $\vec{P}_1 = m\vec{g}$ của hành khách và phản lực \vec{Q}_1 của ghế ngồi. \vec{Q}_1 có phương của \vec{Q} nên vẫn hướng từ sàn đến trần như khi bay thẳng. Khi bay thẳng thì $Q_1 = P_1 = m_1g = 600\text{N}$, nhưng khi máy bay bay vòng thì, từ hình 6.36,

$$Q_1'^2 = P_1^2 + F^2 = (mg)^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2. \text{ Thay số ta được :}$$

$Q_1' \cong 642 \text{ N}$. Như vậy hành khách chịu ảnh hưởng của hiện tượng "tăng" trọng lượng nhưng tăng rất ít.

$$Q_1' - Q_1 = 42 \text{ N}.$$

6.33. 1) Trên đoạn đường thẳng $a_{\max} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$, với

$$v_2 = 75,6 \text{ km/h} = 21 \text{ m/s}^2 ; v_1 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}; \Delta t = 0,2\text{s}$$

$$\text{Suy ra } a_{\max} = 5 \text{ m/s}^2.$$

Trên đường vòng nằm ngang, lực gây ra gia tốc tiếp tuyến

a_t và gia tốc pháp tuyến (hướng tâm) a_n do ma sát sinh ra, cũng là do động cơ sinh ra. Vậy gia tốc toàn phần cực đại $a = 5 \text{ m/s}^2$

$$\text{với } a^2 = a_t^2 + a_n^2. \text{ Suy ra } a_t = \sqrt{a^2 - a_n^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{v}{R}\right)^2}.$$

Thay số ta được $a_t \cong 3,72 \text{ m/s}^2$. Theo công thức

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \text{ ta suy ra } \Delta t = \frac{\Delta v}{a_t} = \frac{v_2 - v_1}{a_t} = \frac{1}{3,72} \cong 0,27 \text{ s}.$$

2) Khi $a_n = a_{\max} = 5 \text{ m/s}^2$ thì $a_t = 0$, ô tô đua chuyển động tròn đều qua đường vòng có bán kính nhỏ nhất được xác định

$$\text{bằng hệ thức: } a_n (\max) = \frac{v^2}{R_{\min}},$$

$$\text{Suy ra: } R_{\min} = \frac{v^2}{a_{\max}} = \frac{400}{5} = 80 \text{ m}.$$

6.34. Vật chịu tác dụng của trọng lực \vec{P} ($P = mg$) và lực đàn hồi của dây cao su \vec{T} ($T = k(l - l_0)$, với l là chiều dài của dây khi đó). Hợp lực $\vec{P} + \vec{T}$ là lực hướng tâm \vec{F} :

$$F = ma_{ht} = m\omega^2 l = ml \cdot 4\pi^2 n^2, \text{ với } n = 80 \text{ vòng/phút} = \frac{4}{3} \text{ vòng/s}.$$

a) Tại vị trí cao nhất của vật, hai lực \vec{P} và \vec{T} cùng chiều. Áp dụng định luật II Niuton ta có:

$$mg + k(l_1 - l_0) = 4\pi^2 n^2 ml_1$$

$$\text{Suy ra } l_1 = \frac{kl_0 - mg}{k - 4\pi^2 n^2 m} \cong 0,613 \text{ m}.$$

Biết $l_0 = 60 \text{ cm} = 0,60 \text{ m}$. Vậy tại vị trí cao nhất, dây cao su bị giãn một đoạn $l_1 - l_0 = 0,013 \text{ m}$. Lực căng $T = 5 \cdot 10^3 \cdot 0,013 = 65 \text{ N}$.

b) Tại vị trí thấp nhất của vật hai lực \vec{P} và \vec{T} ngược chiều. Ta có $T - P = F$. Suy ra $k(l_2 - l_0) - mg = 4\pi^2 n^2 l_2$. Suy ra.

$$l_2 = \frac{kl_0 - mg}{k - 4\pi^2 n^2} = 0,621 \text{ m. Dây cao su lại bị giãn một đoạn}$$

$$l_2 - l = 0,021 \text{ m. Lực căng } T = 105 \text{ N.}$$

6.35. Vì đồng xu chuyển động tròn không đều nên nó có gia tốc pháp tuyến (tức gia tốc hướng tâm) a_n và gia tốc tiếp tuyến a_t :

$$a = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 = Rb^2 t^2 ; a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(Rbt)}{\Delta t} = Rb$$

Gia tốc toàn phần của vật là :

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = Rb\sqrt{1 + b^2 t^4}$$

Gọi m là khối lượng đồng xu. Lực làm đồng xu chuyển động cùng với đĩa là : $F = ma = mRb\sqrt{1 + b^2 t^4}$.

Đó là lực ma sát nghỉ, có giá trị cực đại bằng $kN = kmg$:

$$F \leq kmg. \text{ Suy ra } mRb\sqrt{1 + b^2 t^4} \leq kmg \rightarrow t^4 \leq \frac{1}{b^2} \left(\frac{k^2 g^2}{R^2 b^2} - 1 \right)$$

$$\text{Đồng xu chưa văng ra nếu như } t^4 \leq \frac{1}{b^2} \left(\frac{k^2 g^2}{R^2 b^2} - 1 \right).$$

Mặt khác ta phải có $t > 0$, nghĩa là phải có điều kiện $\frac{k^2 g^2}{R^2 b^2} - 1 > 0$,

$$\text{hay } k > \frac{Rb}{g} \text{ (ma sát đủ lớn).}$$

$$\text{Theo đề bài } k = 0,2 ; \frac{Rb}{g} = \frac{0,2 \cdot 1}{10} = 0,02. \text{ Như vậy các dữ}$$

kiện cho trong đề bài đã thoả mãn điều kiện đó.

Nhưng lực ma sát cũng chỉ giữ được đồng tiền đến thời

$$\text{điểm mà : } t^4 = \frac{1}{b^2} \left(\frac{k^2 g^2}{R^2 b^2} - 1 \right) \text{ hay } t = \sqrt{\frac{1}{b} \left(\frac{k^2 g^2}{R^2 b^2} - 1 \right)}.$$

Thay số ta được : $t \cong 3,15\text{s}$.

Sau 3,15s đồng xu văng ra khỏi đĩa.

6.36. 1) Chọn chiều đi lên làm chiều dương. Gọi a là gia tốc của thang máy và T là lực căng của dây. Coi vật và thang máy là một hệ, áp dụng định luật II Niuton ta có :

$$F - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{F}{m_1 + m_2} - g.$$

Thay số ta được : $a = 0,2 \text{ m/s}^2$.

Áp dụng định luật II Niuton cho vật ta có:

$$T - m_1 g = m_1 a \rightarrow T = m_1 (a + g) = \frac{m_1 F}{m_1 + m_2} = 102 \text{ N}.$$

2) Ngay sau khi dây đứt, vật có gia tốc bằng gia tốc rơi tự do $g = 10 \text{ m/s}^2$. Gọi a' là gia tốc mới của thang máy, áp dụng định luật II Niuton cho thang máy khi đó ta có:

$$F - m_2 g = m_2 a' \rightarrow a' = \frac{F}{m_2} - g.$$

Thay số ta được: $a' = 0,625 \text{ m/s}^2$. Đối với buồng thang máy vật có gia tốc $\vec{a}_{12} = \vec{g} + (-\vec{a}')$; gia tốc này hướng xuống dưới và có độ lớn $a_{12} = g + a'$. Vật rơi không có vận tốc đầu nên thời gian rơi được tính bằng công thức:

$$h = \frac{a_{12}}{2} t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a_{12}}} = \sqrt{\frac{2hm_2}{F}} \cong 0,53\text{s}.$$

6.37. 1) Đối với ròng rọc, hai vật A, B có cùng gia tốc bằng a (nhưng chuyển động ngược chiều nhau), gọi T là lực căng dây. Chọn chiều dương là chiều chuyển động, viết các phương trình của định luật II Niuton lên phương thẳng đứng ta có:

$$P_1 - T = m_1 a ; \quad (1)$$

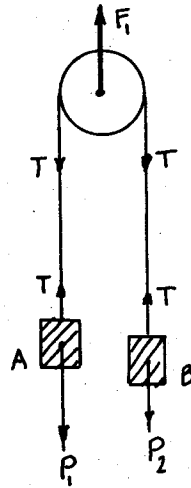
$$T - P_2 = m_2 a ; \quad (2)$$

Suy ra :

$$a = \frac{P_1 - P_2}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} = 2 \text{ m/s}^2 ,$$

$$\text{và } T = m_2 a + P_2 = m_2 (a + g) = 24 \text{ N.}$$

Vì thang máy chuyển động thẳng đều, gia tốc của ròng rọc bằng 0 nên lực kế chỉ $F = 2T = 48 \text{ N}$.



Hình 6.37

2) Khi gia tốc đi lên của thang máy bằng $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$, cũng tức là khi cả hệ gồm hai vật A, B và ròng rọc đều có thêm gia tốc a_1 thì lực truyền gia tốc cho hệ này là F_1 (hình 6.37) :

$F_1 = (m_1 + m_2)a = 10 \text{ N}$. Lực này hướng lên trên. Do đó số chỉ của lực kế bây giờ là:

$$F' = F + F_1 = 58 \text{ N.}$$

3) Khi thang máy đi xuống với gia tốc $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$, cũng tức là khi hệ gồm hai vật A và B và ròng rọc đều có thêm gia tốc a_2 hướng xuống dưới, thì lực truyền gia tốc cho hệ này hướng xuống dưới và bằng : $F_2 = (m_1 + m_2)a_2 = 5 \text{ N}$.

Do đó số chỉ của lực kế bây giờ là : $F'' = F - F_2 = 43 \text{ N}$.

6.38. Lực mà lực kế chỉ là lực căng T của dây treo các đĩa cân.

1) Vì khối lượng ở hai đĩa cân như nhau nên hai cân đứng yên và $T_1 = T_2 = P_1 = P_2 = mg = 3 \cdot 10 = 30 \text{ N}$: lực kế A chỉ 30 N.

2) Vì $m_1 < m_2$ nên hệ hai đĩa cân chuyển động với gia tốc a (đĩa 1 đi lên còn đĩa 2 đi xuống). Áp dụng định luật II Niuton ta có : $T - m_1 g = m_1 a$ (1)

$$m_2 g - T = m_2 a \quad (2)$$

Suy ra $a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_2 + m_1} = 2 \text{ m/s}^2$, và

$$T = m_1 (g + a) = 2.12 = 24 \text{ N}$$

3) Nếu $T = 30\text{N}$ (lực kế chỉ như cũ), mà m_1 vẫn bằng 2kg thì khối lượng ở đĩa 2 phải là m'_2 . Từ (1) ta có (khi $T = 30 \text{ N}$; $m_1 = 2\text{kg}$): $a' = \frac{T - m_1 g}{m_1} = 5 \text{ m/s}^2$. Thay trong (2) a bằng 5 m/s^2 suy ra $m'_2 = 6\text{kg}$. Như vậy phải thêm vào đĩa cân 2 một khối lượng bằng $m'_2 - m_2 = 3\text{kg}$.

§7 TÍNH HỌC . CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN

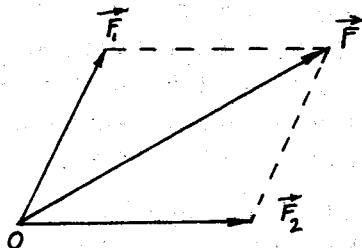
I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

A. Kiến thức cơ bản

1. Quy tắc tổng hợp lực

a) Quy tắc tổng hợp hai lực có giá đồng quy

+ Muốn tổng hợp hai lực có giá đồng quy thì trước hết ta phải trượt hai vectơ lực đó trên giá của chúng đến điểm đồng quy O của hai giá rồi áp dụng quy tắc hình bình hành lực để tìm hợp lực (Hình 7.1)



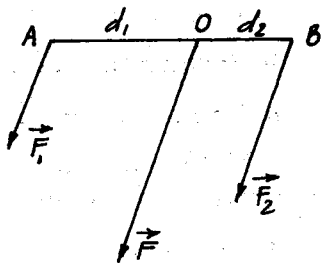
Hình 7.1

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$$

+ Ngược lại phân tích lực \vec{F} là thay thế lực đó bằng hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 có tác dụng giống hệt như lực \vec{F} ; phép phân tích lực cũng tuân theo quy tắc hình bình hành. Phải căn cứ vào những biểu hiện cụ thể của tác dụng lực \vec{F} để chọn các phương của \vec{F}_1 và \vec{F}_2 .

b) Quy tắc tổng hợp hai lực song song cùng chiều :

+ Hợp lực của hai lực song song cùng chiều tác dụng vào một vật rắn là một lực song song cùng chiều và có độ lớn bằng tổng các độ lớn của hai lực đó ; (hình 7.2).



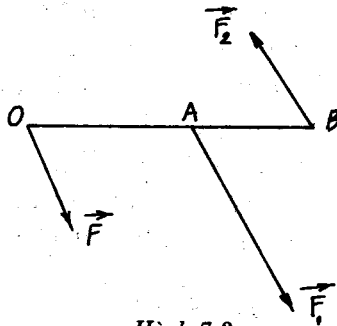
Hình 7.2

+ Giá của hợp lực chia trong khoảng cách giữa hai giá của hai lực thành phần thành những đoạn tỉ lệ nghịch với độ lớn hai lực ấy :

$$F = F_1 + F_2 ; \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

c) Quy tắc tổng hợp hai lực song song ngược chiều

+ Hợp lực của hai lực song song, ngược chiều tác dụng vào một vật rắn là một lực song song cùng chiều với lực lớn và có độ lớn bằng hiệu các độ lớn của hai lực ấy ; (hình 7.3)



Hình 7.3

+ Giá của hợp lực chia ngoài khoảng cách giữa hai giá của hai lực thành phần thành những đoạn tỉ lệ nghịch với độ lớn hai lực ấy :

$$F = F_1 - F_2 (F_1 > F_2) ; \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

2. Điều kiện cân bằng của một chất điểm là hợp lực của tất cả các lực tác dụng lên chất điểm phải bằng không :

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$ (Hoặc : Tổng đại số các hình chiếu của các lực lên trục tọa độ phải bằng không).

3. Trọng tâm của vật rắn . Mômen lực

a) *Trọng tâm của vật rắn* là điểm đặt của trọng lực của vật

+ Mọi lực tác dụng vào vật mà có giá đi qua trọng tâm sẽ làm vật chuyển động tịnh tiến ;

+ Mọi lực tác dụng vào vật mà có giá không đi qua trọng tâm sẽ làm cho vật vừa quay vừa tịnh tiến .

b) *Mômen lực* là đại lượng đặc trưng cho tác dụng làm quay vật của lực và được đo bằng tích của lực với tay đòn của nó (khoảng cách d từ trục quay đến giá của lực): $M = Fd$.

Đơn vị của mômen lực : N.m.

(Mômen lực bằng không nếu lực có giá đi qua trục quay hoặc song song với trục quay.)

4. Điều kiện cân bằng của vật rắn không có chuyển động quay quanh một trục .

a) Điều kiện cân bằng của *một vật rắn chịu tác dụng của hai lực* là hai lực ấy phải cùng giá , cùng độ lớn và ngược chiều : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$;

a) Điều kiện cân bằng của *một vật rắn chịu tác dụng của ba lực không song song*:

- Ba lực đó phải có giá đồng phẳng và đồng quy;
- Hợp lực của hai lực phải cân bằng với lực thứ ba.

c) Điều kiện cân bằng của *một vật rắn chịu tác dụng của ba lực song song* là :

- Ba lực đó phải có giá đồng phẳng ;
- Lực ở trong phải ngược chiều với hai lực ở phía ngoài ;
- Hợp lực của hai lực ở phía ngoài phải cân bằng với lực ở trong;

5. Điều kiện cân bằng của một vật rắn có trục quay cố định . Quy tắc mômen lực.

Muốn cho một vật có trục quay cố định đứng cân bằng thì tổng các mômen lực làm vật quay theo chiều kim đồng hồ phải bằng tổng các mômen lực làm vật quay theo chiều ngược lại: $M_1 + M_2 + \dots = 0$. (Quy ước : mômen dương làm vật quay ngược chiều kim đồng hồ ; mômen âm làm vật quay cùng chiều kim đồng hồ).

6. Điều kiện cân bằng tổng quát của một vật rắn

– Tổng đại số các hình chiếu của các lực lên các trục toa độ phải bằng không;

– Tổng các mômen lực (đối với một trục quay bất kỳ) làm vật quay theo chiều kim đồng hồ bằng tổng các mômen lực làm vật quay theo chiều ngược lại.

7. Các dạng cân bằng.

a) *Cân bằng của vật tựa lên một điểm hoặc trục cố định*

+ *Cân bằng bên* : đưa vật rời vị trí cân bằng một đoạn nhỏ thì vật sẽ quay về vị trí cân bằng; khi trọng tâm của vật ở vị trí thấp nhất so với các điểm lân cận;

+ *Cân bằng không bên* : đưa vật rời vị trí cân bằng một đoạn nhỏ, thì vật sẽ tiếp tục rời xa vị trí cân bằng; khi trọng tâm của vật ở vị trí cao nhất so với các điểm lân cận;

+ *Cân bằng phiếm định* : đưa vật rời vị trí cân bằng một đoạn nhỏ thì vật sẽ nằm cân bằng ở vị trí mới; khi trọng tâm của vật không thay đổi hoặc ở một độ cao không đổi.

b) *Điều kiện cân bằng của vật tựa trên mặt chân đế là* : giá của trọng lực đi qua mặt chân đế.

Mức vững vàng của trạng thái cân bằng được xác định bởi độ cao của trọng tâm và diện tích của mặt chân đế.

B. Kiến thức bổ sung

1. Trọng tâm của vật còn được gọi là khối tâm.

Tọa độ khối tâm của hệ các chất điểm m_1, m_2, \dots được xác định bởi công thức:

$$x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}; y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}; z = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

trong đó $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; \dots$ là tọa độ của các chất điểm m_1, m_2, \dots

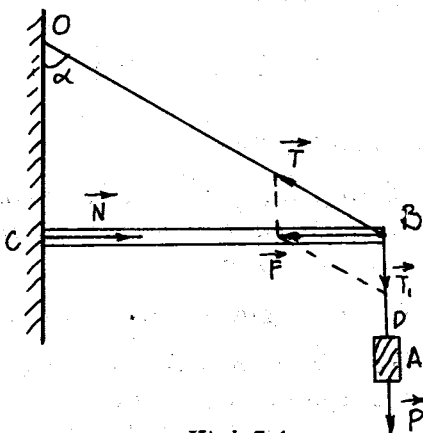
2. Đối với vật (hoặc phần của vật) có dạng đối xứng (như dạng hình cầu, hình hộp ...) thì trọng tâm (khối tâm) nằm ở tâm đối xứng (ở tâm hình cầu, đường tròn; ở giao điểm các đường chéo ...).

3. Trọng tâm của hệ thống hai chất điểm được xác định bằng quy tắc hợp lực song song.

II. BÀI TẬP THÍ DỤ

1. Thí dụ 1.

Đầu C của một thanh nhẹ CB được gắn vào bức tường đứng thẳng, còn đầu B của thanh thì được treo vào một cái đinh O bằng dây OB sao cho thanh BC nằm ngang ($OB = 2CB$). Một vật A có khối



Hình 7.4

lượng $m = 5 \text{ kg}$ được treo vào B bằng dây BD. Hãy tính lực căng của dây OB và lực nén lên thanh BC. Bỏ qua khối lượng của thanh BC. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$ (hình 7.4).

A. Lời giải : Lực tác dụng lên thanh BC khi thanh cân bằng là : lực căng \vec{T}_1 của dây BD (bằng trọng lực \vec{P} của vật A, $\vec{T}_1 = \vec{P}$), lực căng \vec{T} của dây OB và phản lực \vec{N} của tường tại C. Điều kiện cân bằng là: $\vec{T}_1 + \vec{T} + \vec{N} = 0$ (1). Vì \vec{T}_1 và \vec{T} đồng quy tại B nên hợp lực $\vec{F} = \vec{T}_1 + \vec{T}$ phải cùng phương và ngược chiều với \vec{N} , nghĩa là hợp lực \vec{F} có hướng từ B đến C như trên hình 7.4.

Theo đề bài $OB = 2 \cdot CB$, nên $\sin \widehat{COB} = \sin \alpha = \frac{CB}{OB} = \frac{1}{2}$
 $\rightarrow \alpha = 30^\circ$. Từ hình vẽ (Hình 7.4) ta có :

$$T = \frac{T_1}{\cos \alpha} = \frac{P}{\cos \alpha} = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{50,2}{\sqrt{3}} \approx 57,8 \text{ N.}$$

Lực căng của dây OB bằng 57,8 N.

Cũng từ hình vẽ ta có :

$$N = F = T_1 \operatorname{tg} \alpha = P \operatorname{tg} \alpha = mg \operatorname{tg} \alpha = \frac{50}{\sqrt{3}} \approx 28,9 \text{ N.}$$

Lực nén lên hai đầu thanh BC là 28,9N.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về sự cân bằng của một vật rắn (hoặc chất điểm) mà các lực tác dụng lên vật có giá đồng quy tại một điểm.

1) Các bước giải bài toán thường như sau :

a) Xác định vật cân bằng cần khảo sát, thường là vật chịu tác dụng của tất cả các lực đã cho và cần tìm (như ở thí dụ trên ta xét thanh BC);

b) Phân tích các lực tác dụng lên vật ;

c) Viết điều kiện cân bằng (hay phương trình cân bằng lực) : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = 0$; (1)

d) Giải phương trình vectơ (1), thường sử dụng một trong hai cách sau :

+ Phương pháp cộng vectơ theo quy tắc hình bình hành (như đã làm ở thí dụ trên) ;

+ Phương pháp chiếu phương trình vectơ (1) lên các trục tọa độ để đưa về phương trình đại số. Vì ta chỉ khảo sát các lực đồng phẳng nên chỉ xét phương trình hình chiếu lên hai trục tọa độ Ox và Oy :

$$\vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \dots = 0 ; \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \dots = 0$$

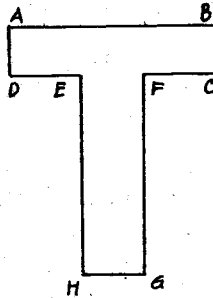
2) Cần lưu ý rằng, trong trường hợp tổng quát khi vật rắn cân bằng chịu tác dụng của n lực, mà hợp lực của $(n - 1)$ lực đi qua điểm O thì lực còn lại cũng phải có giá đi qua điểm O .

2. Thí dụ 2.

Một bản mỏng kim loại đồng chất hình chữ T như trên hình 7.5. Cho biết $AB = CD = 60 \text{ cm}$; $EF = HG = 20 \text{ cm}$; $AD = BC = 20 \text{ cm}$; $EH = FG = 100 \text{ cm}$. Hãy xác định vị trí trọng tâm của bản.

A. Lời giải :

Ta chia bản mỏng ra thành hai phần $ABCD$ và $EFGH$, mỗi phần có dạng hình chữ nhật. Vì lí do đối xứng, trọng tâm của hai phần đó nằm tại O_1 và O_2 là giao điểm của các đường chéo của hình chữ nhật (hình 7.6). Trọng lực P_1 và P_2 của hai phần đó có điểm đặt là O_1 và O_2 . Trọng tâm O của bản là điểm đặt của hợp các trọng lực P_1, P_2 của hai phần hình chữ nhật. Theo quy tắc tổng hợp hai lực song song cùng chiều (Hình 7.6) ta có :



Hình 7.5

$$\frac{OO_1}{OO_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{m_2}{m_1} \quad (1)$$

Vì bản là đồng chất nên khối lượng tỉ lệ với diện tích :

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{100 \cdot 20}{60 \cdot 20} = \frac{5}{3} \quad (2)$$

Đồng thời ta lại có :

$$O_1O_2 = O_1O + OO_2 =$$

$$d_1 + d_2 = 60 \text{ cm}$$

$$d_1 = \frac{2}{3} d_2$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$$

$$3d_1 + 5d_2 = 300 = \frac{AD + EH}{2} = \frac{20 + 100}{2} = 60 \text{ cm} \quad (3)$$

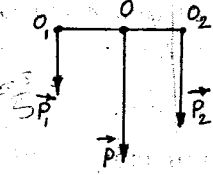
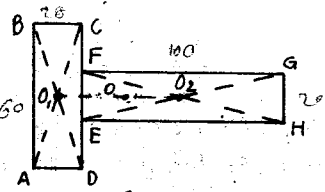
$$d_1 = \frac{150}{7} = 21,43$$

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra :

$$OO_1 = 37,5 \text{ cm}; \quad OO_2 = 22,5 \text{ cm}.$$

Vậy trọng tâm O của bản nằm trên trục đối xứng của bản, cách đáy GH một đoạn :

$$OO_2 + \frac{EH}{2} = 22,5 + 50 = 72,5 \text{ cm}.$$



Hình 7.6

Ghi chú . Ta cũng có thể xác định trọng tâm O của bản theo công thức xác định trọng tâm, bằng cách coi thanh là hệ hai chất điểm có khối lượng m_1, m_2 đặt tại O_1, O_2 và dùng trục tọa độ $O_1 O_2 x$, có gốc tại O_1 , từ đó tính x.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán xác định trọng tâm của vật rắn . Ta chia vật thành các phần , mỗi phần có hình dạng đối xứng (hình tròn , hình cầu , hình chữ nhật , hình hộp ...). Biết trọng tâm của mỗi phần (là tâm đối xứng của hình , như là tâm đường tròn , tâm hình cầu , giao điểm các đường chéo...), và biết trọng lực của mỗi phần có điểm đặt trọng tâm, bài toán quy về việc xác định điểm đặt của hợp các trọng lực của các phần dựa vào quy tắc tổng hợp các lực song song. Nếu vật khảo sát được chia làm hai phần (như trong thí dụ trên) thì chỉ cần xác định hợp lực của hai lực song song (như ở trên đã làm). Còn nếu vật được chia làm nhiều phần thì phải tìm hợp lực của nhiều lực song song

$\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3 \dots$; muốn vậy lần lượt xác định hợp lực $\vec{P}_{12} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$, rồi $\vec{P}_{123} = \vec{P}_{12} + \vec{P}_3 \dots$ dựa vào quy tắc đã biết .

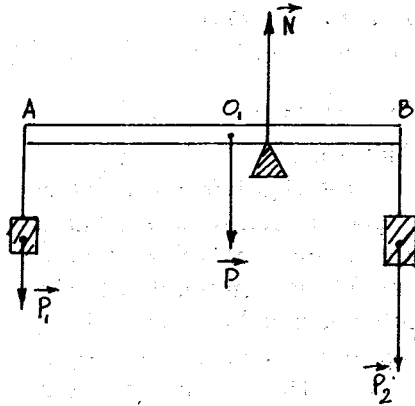
Trong trường hợp này, thuận tiện là xem vật như một hệ chất điểm $m_1, m_2, m_3 \dots$ đặt tại các trọng tâm $O_1, O_2, O_3 \dots$ của các phần và dùng công thức tính tọa độ trọng tâm (chọn hệ tọa độ sao cho phép tính được đơn giản).

3. Thí dụ 3.

Người ta đặt một thanh đồng chất AB, dài 90 cm khối lượng $m = 2\text{kg}$, lên một giá đỡ tại O và móc vào hai đầu A, B của thanh hai trọng vật có khối lượng $m_1 = 4\text{kg}$ và $m_2 = 6\text{kg}$. Xác định vị trí O đặt giá đỡ để thanh nằm cân bằng.

A. Lời giải :

Gọi O_1 là trọng tâm của thanh AB, O_1 là trung điểm của AB. Giả sử đặt giá đỡ tại điểm O trong khoảng $O_1 B$ (vì $P_2 > P_1$ nên giả thiết này là hợp lý) (hình 7.7). Các lực tác dụng lên thanh AB là : các trọng lực $\vec{P}, \vec{P}_1, \vec{P}_2$ đặt tại O_1, A, B , và phản lực \vec{N} của giá đỡ đặt tại O.



Hình 7.7

Vì thanh AB có thể quay xung quanh trục đi qua O nên muốn cho thanh AB nằm cân bằng ta áp dụng quy tắc momen đối với trục quay O (và lưu ý rằng momen của \vec{N} đối với O bằng không): $M(P) + M(P_1) = M(P_2)$

$$\rightarrow P \cdot OO_1 + P_1 \cdot OA = P_2 \cdot OB$$

$$\rightarrow P(OA - AO_1) + P_1 \cdot OA = P_2 (AB - OA)$$

$$\text{Suy ra } OA = \frac{P \cdot AO_1 + P_2 \cdot AB}{P + P_1 + P_2} = \frac{m \cdot AO_1 + m_2 \cdot AB}{m + m_1 + m_2}$$

Thay số ($AB = 90\text{cm}$; $AO_1 = 45\text{cm}$) ta được $OA = 52,5\text{cm}$

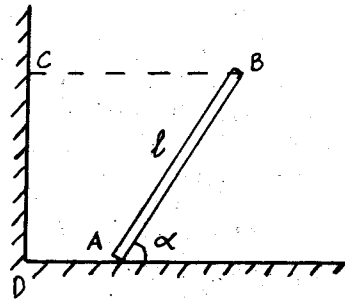
Muốn cho thanh nằm cân bằng phải đặt thanh lên giá đỡ tại điểm O cách đầu A 52,5cm.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về sự cân bằng của vật rắn có thể quay quanh một trục cố định. Cần xác định đầy đủ các lực tác dụng lên vật rắn (với chú ý là có thể có cả phản lực của trục quay như ở thí dụ trên), sau đó áp dụng quy tắc mômen lực (phân biệt các mômen dương làm vật quay ngược chiều kim đồng hồ và các mômen âm) đối với trục đó. Từ đó tìm ra lời giải bài toán. Chú ý rằng quy tắc mômen cũng được tác dụng cho cả trường hợp vật không có trục quay cố định nhưng có trục quay tạm thời, tùy theo vị trí của vật và thời điểm khảo sát.

4. Thí dụ 4.

Một thanh AB dài 2m khối lượng $m = 2\text{kg}$ được giữ nghiêng một góc α trên mặt sàn nằm ngang bằng một sợi dây nằm ngang BC dài 2m nối đầu B của thanh với một bức tường đứng thẳng; đầu A của thanh tựa lên mặt sàn. Hệ số ma sát giữa thanh và mặt sàn bằng

$$\frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ (Hình 7.8)}$$

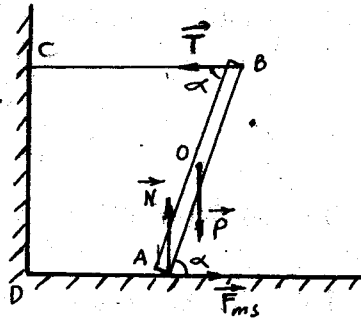


Hình 7.8

- 1) Tìm các giá trị của α để thanh có thể cân bằng.
- 2) Tính các lực tác dụng lên thanh và khoảng cách AD từ đầu A của thanh đến góc tường khi $\alpha = 45^\circ$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A. Lời giải :

1) Các lực tác dụng lên thanh AB là trọng lực \vec{P} (đặt tại trung điểm O của thanh); lực ma sát \vec{F}_{ms} và phản lực vuông góc \vec{N} của mặt sàn; lực căng \vec{T} của dây BC. Áp



Hình 7.9

dụng điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn cho thanh AB ta có :

$$\vec{P} + \vec{F}_{ms} + \vec{N} + \vec{T} = 0 \quad (1)$$

và tổng đại số các mômen đối với trục đi qua A bằng không: $M(\vec{P}) + M(\vec{F}_{ms}) + M(\vec{N}) + M(\vec{T}) = 0$,

$$\text{hay } T \cdot AB \sin \alpha - P \frac{AB}{2} \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (2) ta có : } T = \frac{1}{2} P \cot \alpha = \frac{mg \cot \alpha}{2} \quad (3)$$

Chiếu (1) lên phương nằm ngang và phương thẳng đứng ta có :

$$F_{ms} - T = 0 \quad (4); \quad -P + N = 0 \quad (5)$$

$$\text{Hay } F_{ms} = T = \frac{mg \cot \alpha}{2} \quad (6)$$

$$\text{và } N = P = mg \quad (7)$$

Lực ma sát F_{ms} phải là lực ma sát nghỉ, do đó ta có :

$$F_{ms} \leq kN, \text{ hay, từ (6) và (7),}$$

$$\frac{mg \cot \alpha}{2} \leq kmg \rightarrow \cot \alpha \leq 2k = \sqrt{3} \rightarrow \alpha \geq 30^\circ$$

Vậy muốn cho thanh AB cân bằng, góc nghiêng α của thanh phải có giá trị $\alpha \geq 30^\circ$.

2) Khi $\alpha = 45^\circ$, thay số vào (6) và (7) ta được :

$$F_{ms} = T = 10N;$$

$$N = P = 20N.$$

Từ hình vẽ ta có : $AD = BC - AB \cos \alpha = 0,59m.$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn.

1) Trước hết cần phân tích các lực tác dụng lên vật (xác định được tất cả các lực tác dụng lên vật); sau đó viết phương trình cân bằng (phương trình về lực và phương trình về mômen); chiếu phương trình lực lên các trục và giải hệ thống phương trình ta tìm ra được ẩn số của bài toán.

2) Cần lưu ý rằng :

+ Phương của hệ trục tọa độ Oxy (để chiếu phương trình vectơ lực) được chọn sao cho việc giải toán được đơn giản, không nhất thiết phải chọn hai trục vuông góc với nhau.

+ Trục được dùng để tính mômen lực có thể được chọn bất kì, nhưng thường nên chọn trục có nhiều lực chưa biết đi qua để phương trình được đơn giản (khi đó mômen các lực này bằng không).

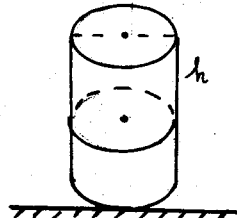
+ Lực ma sát tác dụng lên vật phải là lực ma sát nghỉ, nghĩa là $F_{ms} \leq kN$ (với N là phản lực vuông góc).

5. Thí dụ 5.

Người ta tiện một khúc gỗ thành một vật đồng chất có dạng như ở hình 7.10, gồm một phần hình trụ chiều cao h tiết diện đáy có bán kính $R = 5\text{cm}$, và một phần là bán cầu bán kính R . Muốn cho vật có cân bằng phiếm định thì h phải bằng bao nhiêu ?

Cho biết trọng tâm của một bán cầu bán kính r nằm thấp hơn mặt phẳng bán cầu

một đoạn bằng $\frac{3r}{8}$.



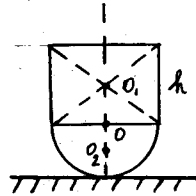
Hình 7.10

A. Lời giải : Ban đầu khi vật đứng cân bằng trục đối xứng của nó hướng thẳng đứng. Ta nhận xét rằng khi ta đẩy nhẹ vật để trục đối xứng của nó nghiêng một góc nhỏ

so với vị trí ban đầu, độ cao của tâm O của bán cầu không thay đổi (cách mặt sàn một đoạn bằng bán kính R không đổi). Do đó để vật có cân bằng phiếm định, phần hình trụ phải có chiều cao h sao cho trọng tâm của vật phải nằm tại O. Gọi O_1 , O_2 và trọng tâm của các phần hình trụ và hình bán cầu ta có (theo đề bài) :

$$OO_1 = \frac{h}{2}; \quad OO_2 = \frac{3R}{8} \quad (1)$$

Biết các điểm đặt của trọng lực \vec{P}_1 (của phần hình trụ) và của trọng lực \vec{P}_2 (của phần bán cầu) là O_1 và O_2 , và biết điểm đặt của trọng lực \vec{P} của vật phải là O, áp dụng quy tắc hợp lực song song ta có :



Hình 7.11

$$\frac{OO_1}{OO_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{\pi R^2 h} = \frac{2R}{3h} \quad (2)$$

Mặt khác, theo (1)

$$\frac{OO_1}{OO_2} = \frac{\frac{h}{2}}{\frac{3R}{8}} = \frac{4h}{3R} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta có :

$$\frac{4h}{3R} = \frac{2R}{3h} \rightarrow 2h^2 = R^2 \rightarrow h = \frac{R}{\sqrt{2}} \approx 3,55\text{cm.}$$

Để vật có cân bằng phiếm định, chiều cao của phần hình trụ phải bằng $h = \frac{R}{\sqrt{2}} \approx 3,55\text{cm.}$

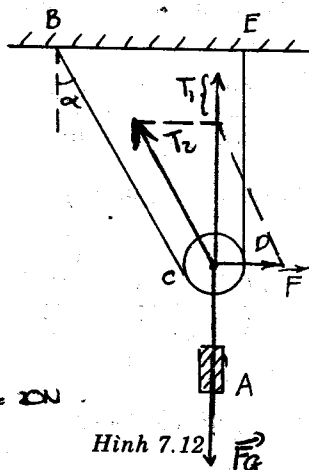
B. Chú ý : Đây là loại bài toán về dạng cân bằng của vật. Muốn biết cân bằng của vật thuộc dạng nào, ta giả sử đưa vật dời vị trí cân bằng và xét xem trọng tâm của vật dịch chuyển thế nào? Nếu trọng tâm của vật hạ xuống thấp hơn thì đó là cân bằng không bền; nếu trọng tâm của vật dịch lên cao hơn thì đó là cân bằng bền; còn nếu độ cao của trọng tâm không thay đổi thì đó là cân bằng phiếm định. Ngược lại, từ đó tìm được điều kiện cụ thể để cân bằng của vật là bền, phiếm định hay không bền (như đã xét ở thí dụ trên). Trong trường hợp vật có mặt chân đế, cân phải xác định mặt chân đế và xét xem giá của trọng lực của vật có đi qua mặt chân đế hay không

III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

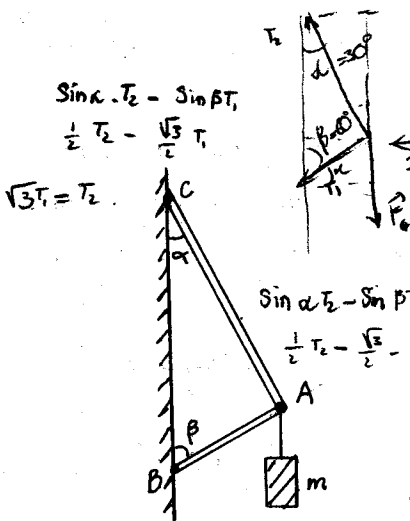
7.1. Một ròng rọc nhỏ, treo một vật A có khối lượng $m = 2\text{kg}$, được đỡ bằng sợi dây BCDE, có phần DE thẳng đứng còn phần BC nghiêng một góc $\alpha = 30^\circ$ so với đường thẳng đứng. Do tác dụng của

lực kéo \vec{F} nằm ngang (Hình 7.12) ròng rọc cân bằng. Tính

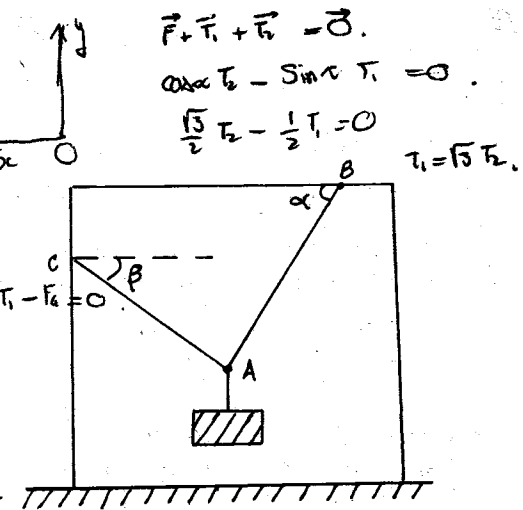
độ lớn của \vec{F} và lực căng của dây. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



7.2. Các thanh nhẹ AB và AC nối với nhau và với tường nhờ các bản lề. Người ta treo tại A một vật có khối lượng $m = 20\text{kg}$, khi đó các góc giữa các thanh với tường là $\alpha = 30^\circ$ và $\beta = 60^\circ$. Tính lực đàn hồi của các thanh đó. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



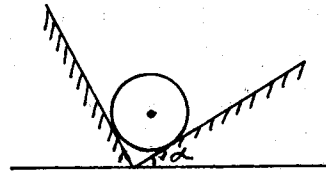
Hình 7.14



Hình 7.15

7.3. Treo một trọng vật có khối lượng $m = 10\text{kg}$ vào giá đỡ nhờ hai dây AB và AC làm với phương nằm ngang góc $\alpha = 60^\circ$ và $\beta = 45^\circ$ như hình 7.15. Tính lực căng của các dây treo. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

7.4. Một quả cầu có khối lượng 5kg nằm trên hai mặt phẳng nghiêng vuông góc với nhau. Tính lực nén của quả cầu lên mỗi mặt phẳng nghiêng trong hai trường hợp :



Hình 7.18

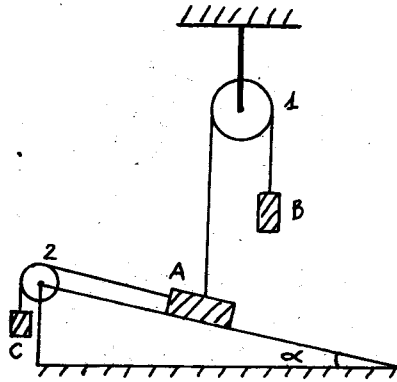
a) $\alpha = 45^\circ$; b) $\alpha = 60^\circ$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$ (Hình 7.18)

7.5. Một vật có khối lượng $m = 20\text{kg}$ nằm trên một mặt phẳng nghiêng một góc α so với phương ngang.

1) Bỏ qua ma sát. Muốn giữ vật cân bằng cần phải đặt vào vật một lực F bằng bao nhiêu trong trường hợp : a) lực \vec{F} song song với mặt phẳng nghiêng; b) lực \vec{F} song song với mặt phẳng nằm ngang.

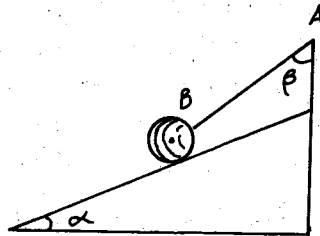
2) Giả sử hệ số ma sát của vật với mặt phẳng nghiêng là $k = 0,1$ và lực kéo \vec{F} song song với mặt phẳng nghiêng. Tìm độ lớn của \vec{F} khi vật được kéo lên đều và khi vật đứng yên trên mặt phẳng nghiêng. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

7.6. Người ta giữ cân bằng vật A, có khối lượng $m_1 = 6\text{kg}$, đặt trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với mặt ngang bằng cách buộc vào A hai sợi dây vắt qua ròng rọc 1 và 2, đầu kia của hai sợi dây treo hai vật B và C có khối lượng $m_2 = 2\text{kg}$ và m_3 . (Hình 7.20). Tính khối lượng m_3 của vật C và lực nén của vật A lên mặt phẳng nghiêng. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Bỏ qua ma sát.



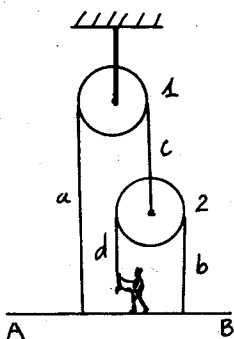
Hình 7.20

7.7. Một quả cầu có khối lượng $m = 6\text{kg}$ được giữ trên mặt phẳng nằm nghiêng góc α nhờ một dây treo AB như trên hình 7.22. Cho biết lực căng của dây AB bằng $20\sqrt{3}\text{N}$. Tính góc β (của dây treo AB so với phương thẳng đứng) và lực nén của quả cầu lên mặt phẳng nghiêng. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Bỏ qua ma sát.

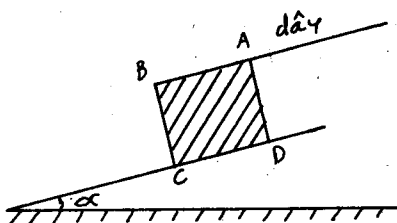


Hình 7.22

7.8. Một người có khối lượng $m_1 = 50\text{kg}$ đứng trên một tấm gỗ AB có khối lượng $m_2 = 20\text{kg}$ được treo trên hai ròng rọc 1 và 2 nhờ hai sợi dây ac và bd như trên hình 7.23. Muốn cho tấm gỗ cân bằng nằm ngang người đó phải kéo dây d với lực bằng bao nhiêu. Bỏ qua khối lượng các ròng rọc và dây. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



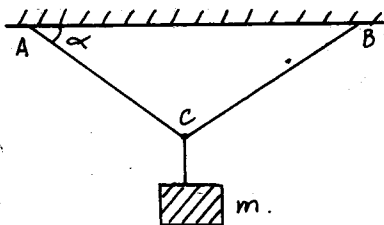
Hình 7.23



Hình 7.25

7.9. Một vật rắn hình lập phương, đồng chất, được đặt nằm trên một mặt phẳng nhẵn (không có ma sát) nghiêng một góc α so với mặt ngang. Người ta buộc vào điểm A hoặc điểm D của vật một sợi dây (Hình 7.25) và giữ cho dây song song với mặt nghiêng. Hãy chứng minh rằng vật chỉ cân bằng nếu góc nghiêng α nhỏ hơn một giá trị α_m xác định. Điều gì xảy ra nếu : a) $\alpha > \alpha_m$ và dây buộc ở A ; b) $\alpha > \alpha_m$ và dây buộc ở D ?

7.10. Người ta treo một vật khối lượng $m = 5\text{kg}$ tại trung điểm C của dây AB như trên hình 7.27. Tính lực căng của các đoạn dây CA và CB theo góc α (góc của các đoạn dây với phương ngang). Xét trường hợp $\alpha = 30^\circ$ và $\alpha = 45^\circ$.



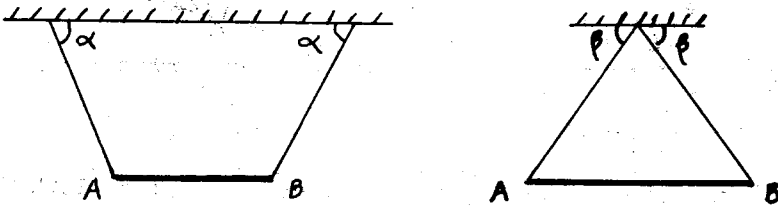
Hình 7.27

Trường hợp nào dây dễ bị đứt hơn. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

7.11. Xác định hợp lực \vec{F} của hai lực song song \vec{F}_1, \vec{F}_2 đặt tại hai đầu của một thanh nhẹ (khối lượng không đáng

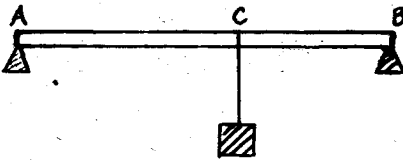
kể) AB dài 20cm. Xét trường hợp hai lực : a) cùng chiều; b) ngược chiều. Cho biết : $F_1 = 5\text{N}$ và $F_2 = 15\text{N}$.

7.12. Một thanh AB khối lượng 8kg dài 60cm được treo nằm ngang nhờ hai sợi dây dài 50cm như ở hình 7.29. Tính lực căng của dây treo và lực nén hoặc kéo thanh trong mỗi trường hợp. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



Hình 7.29

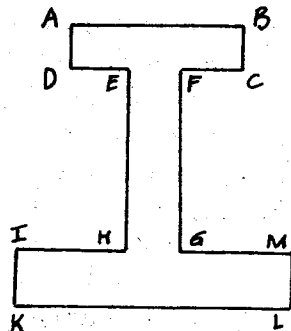
7.13. Một thanh AB dài 1m khối lượng 5kg được đặt nằm ngang lên hai giá đỡ tại A và B. Người ta móc vào điểm C của thanh ($AC = 60\text{cm}$) một trọng vật có khối lượng 10kg. Xác định lực nén lên hai giá đỡ. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



Hình 7.30

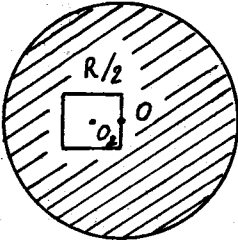
7.14. Một bản kim loại mỏng đồng chất có dạng như trên hình 7.31.

Cho biết : $AB = 30\text{cm}$;
 $EF = 10\text{cm}$; $IM = 40\text{cm}$; $AD = 10\text{cm}$;
 $EH = 50\text{cm}$; $IK = 20\text{cm}$. Xác định trọng tâm của bản mỏng.

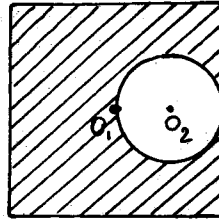


Hình 7.31

7.15. Hãy xác định trọng tâm của một bản mỏng đồng chất hình tròn bán kính R bị khoét mất một mẫu hình vuông cạnh $R/2$ (Hình 7.32).



Hình 7.32

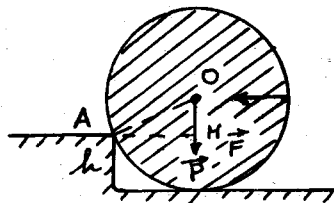


Hình 7.34

7.16. Hãy xác định trọng tâm của một bản mỏng đồng chất hình vuông cạnh $2a$ bị khoét mất một mẫu hình tròn đường kính a . (Hình 7.34)

7.17. Có 5 quả cầu nhỏ khối lượng m , $2m$, $3m$, $4m$, $5m$, gắn lần lượt trên một thanh nhẹ, khoảng cách giữa hai quả cầu cạnh nhau là l . Tìm vị trí trọng tâm của hệ.

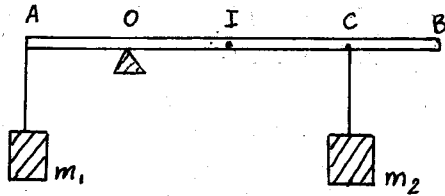
7.18. Để đẩy một thùng phuy nặng, bán kính $R = 30\text{cm}$ vượt qua một bậc thêm cao h ($h < 15\text{cm}$) (hình 7.35) người ta phải tác dụng vào thùng một lực \vec{F} có phương ngang đi qua trục O của thùng và có độ lớn tối thiểu bằng trọng lực P của thùng. Hãy xác định độ cao h của bậc thêm.



Hình 7.35

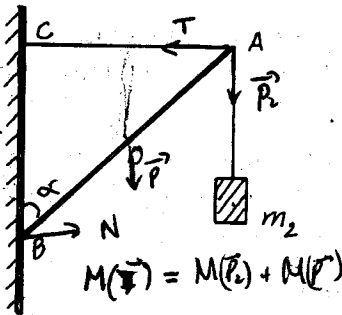
7.19. Một thanh AB đồng chất chiều dài $l = 60\text{cm}$ khối lượng $m = 8\text{kg}$ được đặt lên một giá đỡ tại O , với $AO = 20\text{cm}$. (Hình 7.36). Người ta treo vào đầu A một trọng vật có khối lượng

$m_1 = 3\text{kg}$ và sau đó treo vào điểm C của thanh $AC = 60\text{cm}$ một trọng vật có khối lượng m_2 để hệ cân bằng. Hãy xác định m_2 và lực đè lên giá đỡ. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

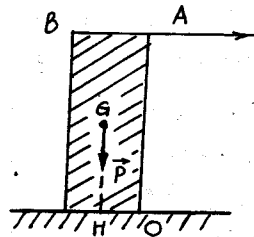


Hình 7.36

7.20. Thanh AB có khối lượng $m_1 = 1\text{kg}$ gắn vào bức tường đứng thẳng bởi bản lề B, đầu A treo một vật nặng có khối lượng $m_2 = 1\text{kg}$ và được giữ cân bằng nhờ dây AC nằm ngang (đầu C cột chặt vào tường), khi đó góc $\alpha = 45^\circ$ (Hình 7.37). Hãy xác định các lực tác dụng lên thanh. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



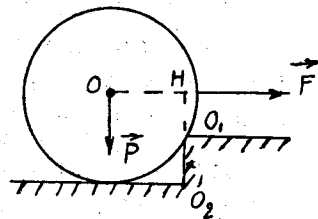
Hình 7.37



Hình 7.39

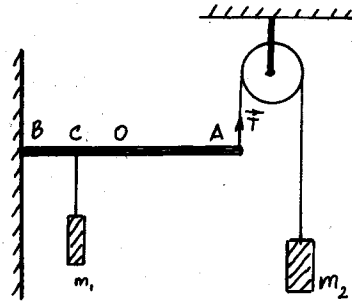
7.21. Hãy xác định lực \vec{F} tối thiểu để làm quay một khúc gỗ hình hộp chữ nhật khối lượng 30kg quanh cạnh đi qua O. Cho biết: $OA = 80\text{cm}$; $AB = 40\text{cm}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. (Hình 7.39)

7.22. Một vật hình trụ bằng kim loại có khối lượng $m = 100\text{kg}$, bán kính tiết diện $R = 10\text{cm}$. Buộc vào hình trụ một sợi dây ngang có phương đi qua trục hình trụ để kéo hình trụ lên bậc thang cao $O, O_2 = 5\text{cm}$. Tìm độ lớn tối thiểu của lực \vec{F} cần dùng để kéo dây. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. (Hình 7.40)



Hình 7.40

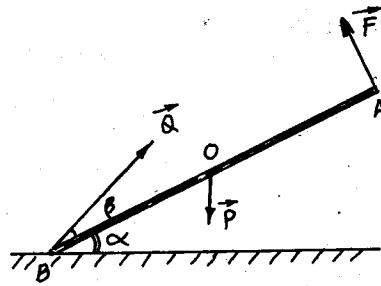
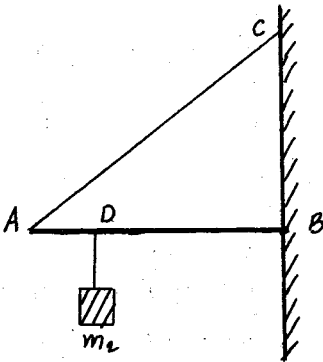
7.23. Một thanh đồng chất AB có khối lượng $m = 1\text{kg}$ có thể quay quanh bản lề B (gắn vào bức tường thẳng đứng) được giữ cân bằng nằm ngang nhờ một sợi dây buộc vào đầu A vắt qua một ròng rọc cố định, đầu kia của sợi dây treo vật $m_2 = 1,5\text{kg}$ và điểm C của thanh (AC = 80cm) treo vật $m_1 = 5\text{kg}$. Tìm chiều dài của thanh. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



Hình 7.41

7.24. Người ta dùng cân đòn để cân một vật. Vì hai cánh tay đòn không hoàn toàn bằng nhau nên khi đặt vật A ở đĩa cân bên này thì cân được 400g, còn khi đặt vật A ở đĩa cân bên kia thì cân được 441g. Tìm khối lượng đúng của vật A.

7.25. Một thanh đồng chất AB tiết diện đều dài 90cm có khối lượng $m_1 = 4\text{kg}$ có thể quay xung quanh bản lề B (gắn vào bức tường thẳng đứng) được giữ cân bằng nằm ngang



$$T \cdot \cos \alpha \cdot AB = P_2 \cdot \cos \alpha \cdot AB + P \cdot \cos \alpha \cdot \frac{AB}{2}$$

$$T = 10 + 5 = 15\text{N}$$

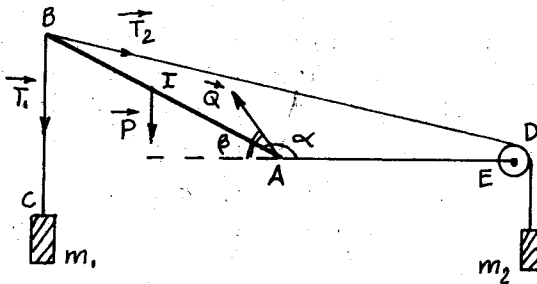
Hình 7.43

Hình 7.45

nhờ sợi dây AC buộc vào đầu A (C buộc vào đinh đóng vào tường ở vị trí BC = 90cm). (Hình 7.43). Treo một vật có khối lượng $m_2 = 6\text{kg}$ vào điểm C của thanh (AC = 30cm). Tính lực căng của dây AC, phản lực \vec{Q} của tường tại B và góc β mà \vec{Q} hợp với tường. Lấy $g = m/s^2$.

7.26. Người ta giữ cho một khúc gỗ AB hình trụ (có khối lượng $m = 40\text{kg}$) nghiêng một góc α so với mặt sàn nằm ngang bằng cách tác dụng vào đầu A một lực \vec{F} vuông góc với trục AB của khúc gỗ và nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. (Hình 7.45). Tìm độ lớn của \vec{F} , hướng và độ lớn của phản lực của mặt sàn tác dụng lên đầu B của khúc gỗ, lấy $g = 10\text{m/s}^2$ trong các trường hợp $\alpha = 30^\circ$ và $\alpha = 45^\circ$.

7.27. Một thanh đồng chất AB chiều dài l khối lượng $m = 4\text{kg}$ có thể quay xung quanh bản lề A gắn vào cạnh mặt bàn nằm ngang AE (AE = l).

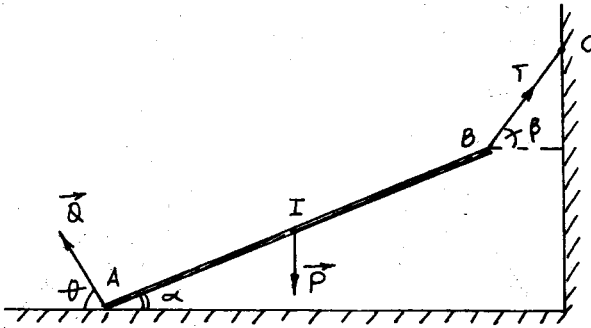


Hình 7.46

Người ta treo vào đầu B của thanh hai vật $m_1 = 2\text{kg}$ và $m_2 = 4\text{kg}$ bằng các dây BC và dây BD vắt qua một ròng rọc nhỏ gắn cạnh E của mặt bàn (Hình 7.46). Tính góc BAE = α để hệ cân bằng, độ lớn và hướng của phản lực \vec{Q} của mặt bàn tại A. Lấy $g = m/s^2$

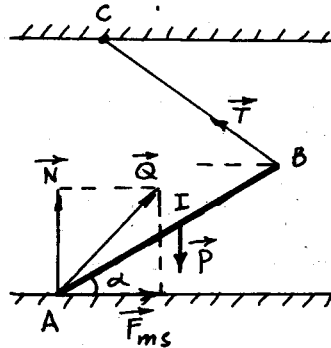
7.28. Đầu A của một thanh đồng chất AB khối lượng $m = 4\text{kg}$ được gắn vào sàn bằng một bản lề. Đầu B của thanh được nâng lên nhờ sợi dây BC cột vào bức tường đứng thẳng tại điểm C. Cho biết thanh AB và dây BC làm

với mặt sàn góc $\alpha = 30^\circ$ và $\beta = 60^\circ$. Tính lực căng T của dây BC và phản lực Q của sàn tại A. (Hình 7.47). Lấy $g = m/s^2$.



Hình 7.47

7.29. Đầu A của thanh đồng chất AB dài 3m, khối lượng $m = 8\text{kg}$ tựa trên mặt sàn, còn đầu B của thanh được giữ bằng sợi dây CB dài 3cm, điểm C cột vào sàn nhà và $CA = 3\text{m}$. Khi cân bằng AB nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với mặt sàn. Tính hệ số ma sát giữa thanh và mặt sàn. Tính lực căng T của dây CB và trị số nhỏ nhất của phản lực Q của sàn tại A. (Hình 7.48). Lấy $g = m/s^2$.

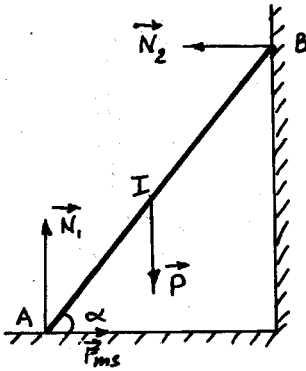


Hình 7.48

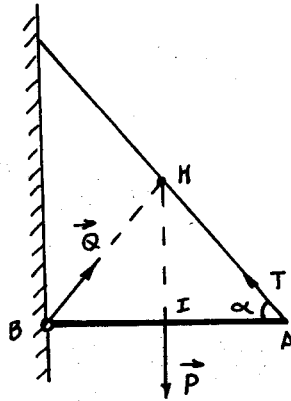
7.30. Một thang AB dài 2m, khối lượng $m = 20\text{kg}$ được dựa vào một bức tường thẳng đứng trơn nhẵn dưới góc nghiêng α . Hệ số ma sát giữa thang và sàn bằng 0,6. (Hình 7.49).

1) Khi góc nghiêng $\alpha = 45^\circ$ thang đứng cân bằng. Tính độ lớn các lực tác dụng lên thang đó.

2) Để cho thang đứng yên không trượt trên sàn thì góc α phải thoả mãn điều kiện gì? Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



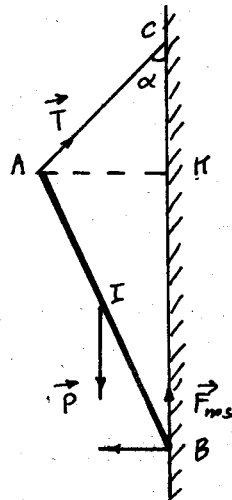
Hình 7.49



Hình 7.50

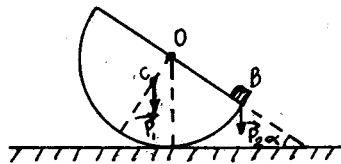
7.31. Đầu B của một thanh AB dài 60cm khối lượng $m = 4\text{kg}$ được gắn (liên kết) với bức tường thẳng đứng bằng một bản lề, còn đầu A được treo vào tường bằng một sợi dây CA ($BC = 60\text{cm}$); khi đó thanh được giữ nằm ngang. (Hình 7.50). Tính lực căng \vec{T} của dây AC và phản lực Q của bản lề tác dụng vào thanh. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

7.32. Một bức tranh có chiều cao $AB = h$ được treo vào tường thẳng đứng nhờ một sợi dây AC dài l , hợp với tường một góc α (Hình 7.51); mép dưới B của tranh tựa vào tường. Muốn cho bức tranh đứng cân bằng thì hệ số ma sát k giữa bức tranh và tường phải bằng bao nhiêu.



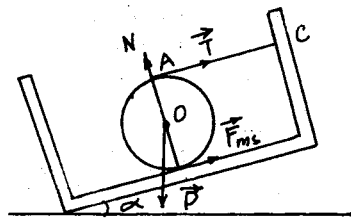
Hình 7.51

7.33. Người ta đặt mặt lồi của một bán cầu bán kính R khối lượng $m = 1\text{kg}$ lên trên một mặt bàn nằm ngang. Tại mép B của bán cầu gắn một vật nhỏ khối lượng $m_2 = 90\text{g}$ làm cho bán cầu nghiêng một góc α so với phương ngang (Hình 7.52). Hãy xác định góc α . Cho biết trọng tâm của bán cầu nằm tại C thấp hơn mặt phẳng bán cầu một đoạn bằng $\frac{3R}{8}$.



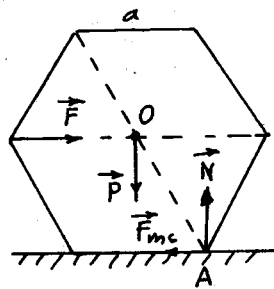
Hình 7.52

7.34. Một quả cầu bán kính R khối lượng m được đặt ở đáy phẳng không nhẵn của một chiếc hộp có đáy nghiêng một góc α so với mặt bàn nằm ngang. Quả cầu được giữ cân bằng bởi một sợi dây AC song song với đáy hộp (Hình 7.53). Hệ số ma sát giữa quả cầu và đáy hộp là k . Muốn cho quả cầu nằm cân bằng thì góc nghiêng α của đáy hộp có thể có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu. Tính lực căng T của dây AC khi đó.



Hình 7.53

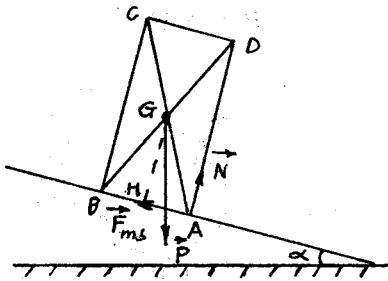
7.35. Người ta đẩy một khúc gỗ khối lượng m , có dạng một khối trụ tiết diện đều cạnh A , được đặt trên mặt sàn nằm ngang bằng một lực \vec{F} song song với mặt sàn và hướng vuông góc với trục O của khúc gỗ. Muốn cho khúc gỗ trượt mà không quay thì lực F và hệ số ma sát k giữa khúc gỗ và mặt sàn phải có giá trị bằng bao nhiêu? (Hình 7.54).



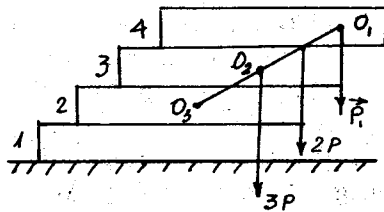
Hình 7.54

7.36. Một vật có dạng khối hộp đáy vuông cạnh $a = 25\text{cm}$ chiều cao $b = 50\text{cm}$ được đặt trên một mặt phẳng nghiêng góc α . Hệ số ma sát giữa vật và mặt nghiêng bằng $0,6$. Khi tăng dần góc α , vật sẽ trượt hay đổ trước? (Hình 7.55).

7.37. Để xác định trọng tâm của một cái thanh dài, một cái thước dài chẳng hạn người ta làm như sau: Đặt thước lên mặt bàn, sau đó đẩy nhẹ thước cho nhô dần ra khỏi bàn. Khi thước bắt đầu rơi thì chỗ thước gập mép bàn đi qua trọng tâm của thước. Hãy giải thích cách làm đó.



Hình 7.55



Hình 7.56

7.38. Có 4 viên gạch như nhau, cùng chiều dài l , đặt chồng lên nhau sao cho một phần của viên gạch trên nhô ra khỏi viên gạch dưới. Hỏi mép phải của viên gạch trên cùng chỉ có thể nhô ra khỏi mép phải của viên gạch dưới cùng một đoạn dài nhất là bao nhiêu để 4 viên gạch đó nằm cân bằng. (Hình 7.56).

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ CÁC BÀI TẬP VỀ CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN

7.1. Các lực tác dụng lên ròng rọc là trọng lực \vec{P} của vật A; lực kéo \vec{F} ; lực căng \vec{T}_1 của dây BC và lực căng \vec{T}_2 của dây DE. ($T_1 = T_2$). Ròng rọc đứng cân bằng khi :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \quad (1)$$

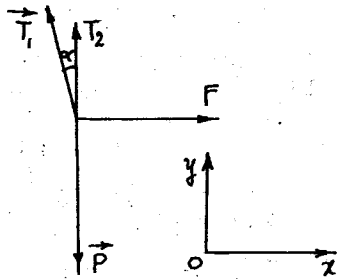
Chiếu (1) lên các trục Ox và Oy (hình 7.13) ta có:

$$F - T_1 \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$-P + T_1 \cos \alpha + T_2 = 0 \quad (3)$$

Chú ý rằng $T_1 = T_2$, từ (3) ta có:

$$T_1 = T_2 = \frac{mg}{1 + \cos \alpha} \cong 10,7 \text{ N}$$



Hình 7.13

Lực căng của dây BC và dây DE bằng 10,7N .

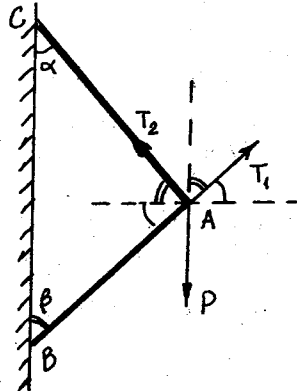
Từ (2) ta có; $F = T_1 \sin \alpha \cong 5,36 \text{ N}$

7.2. Thanh AB bị nén lại nên lực đàn hồi của AB là \vec{T}_1 . Thanh AC bị kéo ra nên lực đàn hồi của AC là \vec{T}_2 . Điểm A đứng cân bằng dưới tác dụng của 3 lực: \vec{P} , \vec{T}_1 và \vec{T}_2 . Ta có:

$$\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \quad (1). \quad (\text{Hình 7.15}),$$

Chiếu (1) lên trục ngang và trục thẳng đứng ta có :

$$T_1 \cos \alpha - T_2 \cos \beta = 0 \quad (2)$$



Hình 7.15

$$-P + T_1 \cos\beta + T_2 \cos\alpha = 0 \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta có (thay $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$):

$$T_2 = T_1 \sqrt{3}; 2T_1 = P$$

Suy ra $T_1 = \frac{P}{2} = 100\text{N}$ và $T_2 = 137\text{N}$

7.3. Gọi \vec{T}_1, \vec{T}_2 là lực căng của các dây treo AB và AC. Điều kiện để A đứng cân bằng là: $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$ (1). Chiếu (1) xuống trục ngang và trục thẳng đứng ta có:

$$T_1 \cos\alpha - T_2 \cos\beta = 0 \quad (3)$$

$$-P + T_1 \sin\alpha + T_2 \sin\beta = 0 \quad (4)$$

Suy ra (thay $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$)

$$T_1 = T_2 \sqrt{2}; T_2 = \frac{2P}{\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}$$

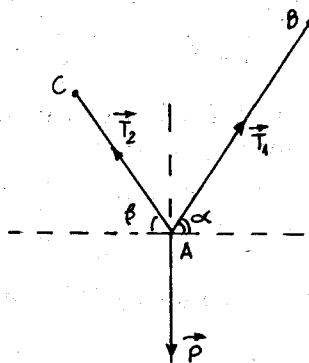
$\rightarrow T_2 = 52\text{ N}$ và $T_1 = 73,3\text{N}$

7.4. Gọi \vec{Q}_1, \vec{Q}_2 là phản lực của các mặt nghiêng lên quả cầu. Quả cầu đứng cân bằng dưới tác dụng của 3 lực; trọng lực \vec{P} , các phản lực \vec{Q}_1, \vec{Q}_2 . Ta có:

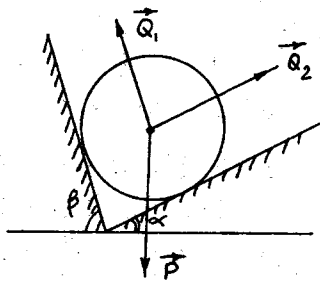
$$\vec{P} + \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = 0 \quad (1)$$

Chiếu (1) lên trục nằm ngang và trục thẳng đứng ta có:

(chú ý $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$):



Hình 7.17



Hình 7.19

$$Q_2 \cos \alpha - Q_1 \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$-P + Q_2 \sin \alpha + Q_1 \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta có: $Q_2 = Q_1 \operatorname{tg} \alpha$; (4)

$$Q_1 (\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha + \cos \alpha) = P \rightarrow Q_1 = P \cos \alpha \quad (5), \text{ và, từ đó}$$

$$Q_2 = P \sin \alpha \quad (6)$$

a) Trường hợp $\alpha = 45^\circ$, thay số vào (5) và (6) ta được

$$Q_1 = Q_2 \cong 35,5 \text{N}$$

Lực nén của quả cầu lên hai mặt nghiêng bằng 35,5N

b) Trường hợp $\alpha = 60^\circ$:

$$Q_1 = \frac{P}{2} = 25 \text{N}, \text{ và } Q_2 = \frac{P\sqrt{3}}{2} \cong 43,3 \text{N}$$

Lực nén của quả cầu lên mặt phẳng nghiêng bằng 25N và 43,3N.

7.5. 1. a) Lực \vec{F} song song với mặt phẳng nghiêng phải cân bằng với thành phần (dọc theo phương nghiêng) $P_1 = P \sin \alpha$ của trọng lực \vec{P} của vật:

$$F = P_1 = P \sin \alpha = 100 \text{N}.$$

b) Nếu lực \vec{F} có phương ngang thì thành phần dọc theo phương nghiêng $F_1 = F \cos \alpha$ của nó phải cân bằng với thành phần P_1 của \vec{P} :

$$F_1 = P_1 \rightarrow F \cos \alpha = P \sin \alpha \rightarrow F = P \operatorname{tg} \alpha \cong 115,6 \text{N}$$

2) Ta có $F_{ms} = kN = kP \cos \alpha \cong 17,3 \text{N}$

+ Khi vật được kéo lên đều ta có; $F = P_1 + F_{ms} = 117,3 \text{N}$

+ Khi vật đứng yên thì lực F cần thiết để giữ vật có giá trị thay đổi vì lực ma sát nghỉ có thể có giá trị và hướng thay đổi.

Khi lực $F < P_1 = Psina$ thì lực ma sát nghỉ hướng lên, cùng chiều với lực \vec{F} . Khi đó ta có:

$$F = F_{ms} = P_1 \rightarrow F = P_1 - F_{ms} = 100 - 17,3 \approx 82,7N$$

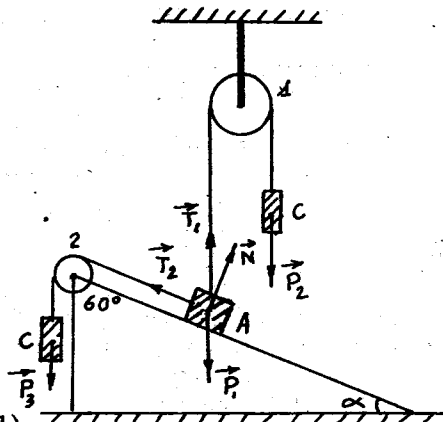
Khi lực $F > Psina$ thì lực ma sát nghỉ ngược hướng với lực \vec{F} , tức là hướng cùng chiều với \vec{P}_1 :

$$F = P_1 + F_{ms} \rightarrow F_{max} = Psina + F_{msmax} = 117,3N.$$

Như vậy khi vật đứng yên thì lực \vec{F} có giá trị nằm trong khoảng $82,7N \leq F \leq 117,3N$

7.6. Vật A đứng cân bằng dưới tác dụng của các lực: trọng lực \vec{P}_1 của A; phản lực \vec{N} của mặt nghiêng; lực căng \vec{T}_1 của dây vắt qua ròng rọc 1 ($T_1 = P_2$) và lực căng \vec{T}_2 của dây vắt qua ròng rọc 2 ($T_2 = P_3$) (hình 7.21).

Ta có: $\vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$ (1)
(các lực này là đồng phẳng)



Hình 7.21

Chiếu (1) lên phương song song với mặt nghiêng và lên phương nằm ngang, ta có:

$$P_1 \sin \alpha - T_1 \sin \alpha - T_2 = 0 \quad (2)$$

$$N \sin \alpha - T_2 \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

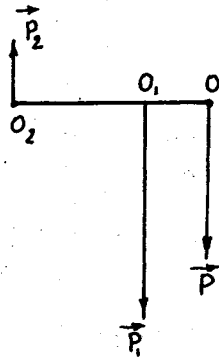
$$\text{Từ (2) ta có: } T_2 = P_1 \sin \alpha - T_1 \sin \alpha = \frac{P_1 - P_2}{2}$$

$$\rightarrow m_3 g = \frac{m_1 g - m_2 g}{2} \rightarrow m_3 = \frac{m_1 - m_2}{2} = 2\text{kg}$$

$$\text{Từ (3) ta có: } N = T_2 \cot \alpha = m_3 g \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow N = 34,6\text{ N}$$

Hướng dẫn. Giải tương tự như thí dụ 2: chia bản mỏng thành 3 phần ABCD, EFGH và IKLM, mỗi phần có dạng hình chữ nhật. Trọng tâm của các phần này nằm tại giao điểm các đường chéo hình chữ nhật. Trọng tâm O của bản sẽ là điểm đặt của trọng lực \vec{P} của bản, đó là điểm đặt của các trọng lực $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ của ba phần hình chữ nhật. Trước hết xét điểm đặt O_{12} của hợp lực song song $\vec{P}_{12} = \vec{P}_1 + \vec{P}_3$ theo quy tắc hợp lực song song, hợp lực này có độ lớn $P_{12} = m_{12}g$ với $m_{12} = m_1 + m_3$ và m_{12} tỉ lệ với diện tích $S_{12} = S_1 + S_3 = 500 + 300 = 800\text{cm}^2$. Sau đó tìm điểm đặt O của hợp lực song song $\vec{P} = \vec{P}_{12} + \vec{P}_2$. Nhận xét rằng diện tích của phần hình chữ nhật IKLM $S_3 = 40.20 = 800\text{cm}^2 = S_{12}$, suy ra $m_3 = m_{12}$ và $P_3 = P_{12}$. Do đó O nằm tại trung điểm của đoạn $O_{12}O_3$. Suy ra vị trí của O cách O_3 ($OO_3 = \frac{O_{12}O_3}{2}$) và khoảng cách từ O đến KL.

7.15. Bản mỏng đồng chất nên khối lượng (và trọng lượng) tỉ lệ với diện tích. Gọi P_1, S_1 lần lượt là trọng lượng và diện tích của bản hình tròn chưa bị khoét; P_2, S_2 là trọng lượng và diện tích của bản hình vuông cắt ra, và, O_1 và O_2 là trọng tâm của bản đó. Bản hình tròn bị khoét có trọng lượng $P = P_1 - P_2$. Do đó ta có thể hình dung tại O_1 có lực \vec{P}_1 hướng xuống dưới, tại O_2 có lực \vec{P}_2 hướng lên trên và



hợp lực của chúng $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$ có điểm đặt là trọng tâm O. Do đó ta áp dụng quy tắc tổng hợp hai lực song song ngược chiều, khi đó điểm đặt O của hợp lực ở bên ngoài $O_1 O_2$ và ở gần O_1 (điểm đặt của hợp lực lớn hơn). Ta có :

Hình 7.33

$$\frac{OO_2}{OO_1} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi R^2}{\frac{R^2}{4}} = 4\pi,$$

$$OO_2 - OO_1 = O_2O_1 = \frac{R}{4}$$

$$\text{Suy ra } OO_1 = \frac{R}{4(4\pi - 1)}$$

Trọng tâm nằm ở phần còn lại, trên đường OO_1 , cách O_1 một khoảng bằng $\frac{R}{4(4\pi - 1)}$

7.16. Lập luận như bài 7.15. Ta có:

$$\frac{OO_1}{OO_2} = \frac{\frac{\pi a^2}{4}}{4a^2} = \frac{\pi}{6} \text{ và } OO_2 - OO_1 = \frac{a}{2}. \text{ Suy ra}$$

$$OO_1 = \frac{\pi a}{2(16 - \pi)}$$

7.17. Chọn trục Ox có gốc tại quả cầu khối lượng m , có phương đi qua các quả cầu và hướng đến quả cầu 5m. Áp dụng công thức xác định trọng tâm:

$$x_G = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5},$$

trong đó $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $m_3 = 3m$; $m_4 = 4m$; $m_5 = 5m$;
 $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2l$; $x_4 = 3l$; $x_5 = 4l$.

$$\text{Ta có: } x_G = \frac{40ml}{15m} = \frac{8l}{3}$$

Trọng tâm của hệ cách quả cầu khối lượng m một đoạn bằng $\frac{8l}{3}$.

7.18. Thùng phuy vượt qua được bậc thềm nếu mômen của lực \vec{F} đối với trục qua cạnh A của bậc thềm tối thiểu là bằng mômen của trọng lực \vec{P} (Hình 7.35):

$$M(\vec{F}) = M(\vec{P})$$

$$\rightarrow F_{\min}(R - H) = P.AH = P\sqrt{R^2 - (R - h)^2}$$

với $F_{\min} = P$. Suy ra

$$R - h = \sqrt{R^2 - (R - h)^2} \rightarrow 2h - 4Rh + R^2 = 0$$

Ta được nghiệm $h = (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})R \cong 0,29R \cong 8,7\text{cm}$

Bạn đọc tự rút ra kết luận: tại sao lại phải có $h < \frac{R}{2} = 15\text{cm}$.

7.19. Các lực tác dụng lên thanh AB là trọng lượng \vec{P} của thanh (đặt tại trung điểm I, AI = 40cm); trọng lực \vec{P}_1, \vec{P}_2 của hai trọng vật treo tại A và C; lực đàn hồi \vec{N} của giá đỡ tại O (hướng lên trên). Muốn cho thanh cân bằng, áp dụng quy tắc mômen ta có: (đối với trục đi qua O):

$$M(P_1) = M(P) + M(P_2)$$

$$\rightarrow P_1 \cdot OA = P \cdot OI + P_2 \cdot OC.$$

$$\rightarrow P_2 = \frac{P_1 \cdot OA - P \cdot OI}{OC} \rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot OA - m \cdot OI}{OC}$$

Theo đề bài; $m_1 = 3\text{kg}$; $m = 3\text{kg}$; $OA = 20\text{cm} = 0,2\text{m}$;

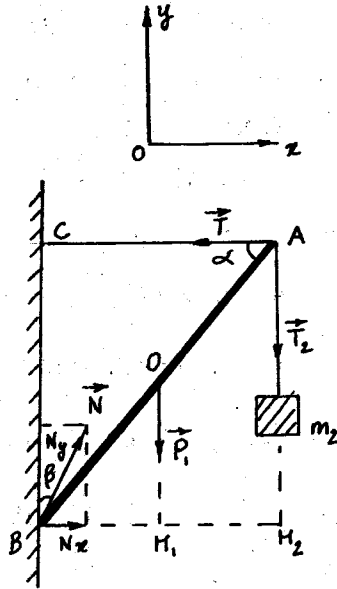
$OI = AI - OA = 40 - 20 = 20\text{cm} = 0,2\text{m}$; $OC = AC - OA = 60 - 20 = 40\text{cm} = 0,4\text{m}$. Ta có:

$$m_2 = \frac{8,0,2 - 3,0,2}{0,4} = 2,5\text{kg}$$

Lực đè lên giá đỡ có độ lớn bằng $N = P + P_1 + P_2$ (áp dụng điều kiện cân bằng về lực):

$$N = (8 + 3 + 2,5)10 = 135\text{N}.$$

7.20. Các lực tác dụng lên thanh AB là ; trọng lực \vec{P}_1 của thanh; lực căng \vec{T}_2 của dây treo vật m_2 ($T_2 = P_2$); lực căng \vec{T} của dây AC và lực đàn hồi (phản lực) \vec{N} của bản lề B. Khi thanh AB cân bằng, các lực $\vec{P}_1, \vec{T}_2, \vec{T}$ không đồng quy tại một điểm nên lực \vec{N} cũng không nằm dọc theo thanh AB (Hình 7.38). Ta phân tích \vec{N} ra thành hai thành phần \vec{N}_x, \vec{N}_y hướng theo phương ngang và phương thẳng đứng để dễ khảo sát.



Hình 7.38

Để cho thanh AB cân bằng ta phải có :

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T} + \vec{N} = 0 \quad (1)$$

và, áp dụng quy tắc mômen (đối với trục C):

$$M(I) = M(P_1) + M(T_2) \quad (2)$$

$$\rightarrow T \cdot BC = P_1 \cdot BH_1 + P_2 \cdot BH_2$$

$$\rightarrow T \cdot BC = P_1 \cdot \frac{AC}{2} + P_2 \cdot AC. \quad (3)$$

$$\text{Vì } \alpha = 45^\circ, AC = BC \text{ nên từ (3) suy ra ; } T = \frac{P_1}{2} + P_2 = 15\text{N}. \quad (4)$$

Chiếu (1) lên trục Ox và trục Oy (Hình 7.38) ta có :

$$-T + N_x = 0 ; \quad (5)$$

$$-P_1 - T_2 + N_y = 0 \rightarrow -P_1 - P_2 + N_y = 0 \quad (6)$$

Suy ra : $N_x = T = 15\text{N}$;

$$N_y = P_1 + P_2 = 20\text{N}.$$

$$\text{Từ đó } N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = 25\text{N}$$

Gọi β là góc hợp bởi \vec{N} với tường, ta có : $\text{tg}\beta = \frac{N_x}{N_y} = \frac{3}{4}$,

suy ra $\beta \cong 37^\circ$.

7.21. Điều kiện cân bằng của khúc gỗ là :

$$M(P) = M(F) \rightarrow P \cdot OH = F \cdot OA$$

$$\text{Suy ra } F = \frac{P \cdot OH}{OA} = \frac{P \cdot \frac{AB}{2}}{OA}$$

Thay số ta được : $F = 75\text{N}$.

Vậy muốn làm quay khối gỗ quanh O thì phải tác động vào A một lực $F \geq 75\text{N}$. (lực tối thiểu bằng 75N).

7.22. Trục quay là cạnh đi qua O_1 của bậc thang. Điều kiện cân bằng là : (đối với trục quay): $M(\vec{P}) = M(\vec{F})$

$$\rightarrow P \cdot OH = F \cdot O_1H \rightarrow F = \frac{P \cdot OH}{O_1H}$$

$$\text{trong đó } OH = \sqrt{OO_1^2 - O_1H^2} = \frac{R\sqrt{3}}{2} ; O_1H = R - O_1O_2 = \frac{R}{2}$$

$$\text{Suy ra } F = P\sqrt{3} = 1732 \text{ N}$$

Muốn kéo hình trụ lên phải tác dụng lực $F \geq 1732\text{N}$ (lực tối thiểu bằng 1732N).

7.23. Điều kiện cân bằng của thanh là (xét mômen đối với trục quay tại B) : $M(\vec{T}) = M(\vec{P}) + M(\vec{P}_1)$,

hay (vì $T = P_2$)

$$P_2 \cdot AB = P \cdot OB + P_1 \cdot BC = P \cdot \frac{AB}{2} + P_1 (AB - AC)$$

$$\rightarrow AB = \frac{P_1 \cdot AC}{P_1 + \frac{P}{2} - P_2}$$

Thay số ta được : $AB = 1\text{m}$.

7.24. Gọi m là khối lượng vật A, $m_1 = 400\text{g}$, $m_2 = 441\text{g}$. (Hình 7.42). Áp dụng điều kiện cân bằng, theo hình vẽ, ta có:

$$mg \cdot OC_1 = m_1 g \cdot OC_2 \quad (1)$$

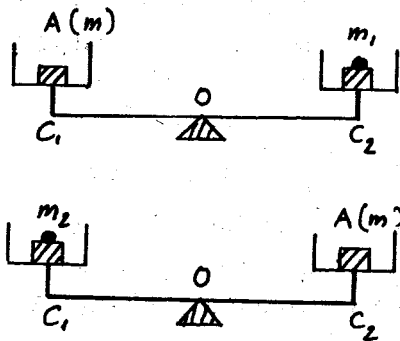
$$m_2 g \cdot OC_1 = mg \cdot OC_2 \quad (2)$$

$$\text{Suy ra } \frac{m}{m_2} = \frac{m_1}{m}$$

$$\rightarrow m = \sqrt{m_1 \cdot m_2}$$

Thay số ta được $m = 420\text{g}$.

Khối lượng đúng của vật A bằng 420g.



Hình 7.42

7.25. Dây AC có khuynh hướng kéo đầu A của thanh lên trên nên lực nén của thanh AB vào tường tại B có khuynh hướng lệch xuống dưới; do đó phản lực \vec{Q} của tường tác dụng lên thanh tại B sẽ hướng lên (Hình 7.44), thanh AB

chịu tác dụng của các lực : trọng lực \vec{P}_1 của thanh; trọng lực \vec{P}_2 của vật treo tại C ; lực căng \vec{T} của dây AC và phản lực \vec{Q} của tường. Điều kiện cân bằng của thanh AB :

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{T} + \vec{Q} = 0 \quad (1);$$

và, theo quy tắc momen (đối với trục qua B) :

$$M(P_1) + M(P_2) = M(\vec{T})$$

$$\rightarrow P_1 \cdot AI + P_2 \cdot BC = T \cdot BH \\ = T \cdot AB \sin \alpha \quad (2)$$

Thay số vào (2)

$$(AI = \frac{AB}{2} = 0,45\text{m}; AB = 0,9\text{m};$$

$$BC = AB - AC = 0,6\text{m};$$

$$m_1 = 4\text{kg}; m_2 = 6\text{kg}; \alpha = 45^\circ$$

(vì $AB = BC$), ta được :

$$T = 86\text{N}$$

Chiếu (1) lên trục Ox nằm ngang và trục Oy thẳng đứng ta được :

$$T \cos \alpha - Q \sin \beta = 0 \quad (3),$$

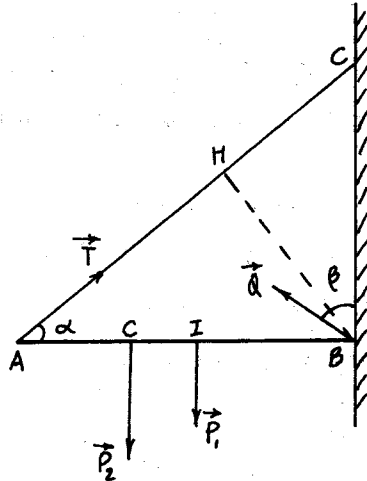
$$-P_1 - P_2 + T \sin \alpha + Q \cos \beta = 0 \quad (4).$$

Từ (3) và (4) suy ra:

$$\text{tg} \beta = \frac{T \cos \alpha}{P_1 + P_2 - T \sin \alpha}; Q = \frac{T \cos \alpha}{\sin \beta}$$

Thay số ta được : $\text{tg} \beta \approx 1,51 \rightarrow \beta \approx 57^\circ$

và $Q = 72\text{N}$.



Hình 7.44

7.26. Điều kiện cân bằng của khúc gỗ:

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{Q} = 0 \quad (1)$$

$$\text{và, } M(\vec{F}) = M(\vec{P}) \quad (2)$$

(mômen đối với B)

$$\text{Từ (2) ta có } F \cdot AB = P \cdot OA \cos \alpha, \text{ với } OB = \frac{AB}{2}$$

$$\rightarrow F = \frac{P \cos \alpha}{2} \quad (3)$$

Chiếu (1) lên trục Ox nằm ngang và trục Oy thẳng đứng ta có :

$$Q \cos \beta - F \sin \alpha = 0 \quad (4),$$

$$F \cos \alpha + Q \sin \beta - P = 0 \quad (5)$$

với β là góc hợp bởi phản lực \vec{Q} với mặt sàn.

$$\text{Từ (4) và (5) suy ra : } \operatorname{tg} \beta = \frac{P - F \cos \alpha}{F \sin \alpha}; \text{ và } Q = \frac{F \sin \alpha}{\cos \beta}.$$

a) Khi $\alpha = 30^\circ$ ta có $F = 173\text{N}$; $\operatorname{tg} \beta \cong 2,89 \rightarrow \beta \cong 7$ và $Q = 265\text{N}$: Phản lực của sàn tại B có độ lớn 361N và hợp với mặt sàn góc 71° .

b) Khi $\alpha = 45^\circ$ ta có $F = 141\text{N}$; $\operatorname{tg} \beta = 3 \rightarrow \beta = \operatorname{artg} 3 \cong 71^\circ 34'$.

$Q = 100\sqrt{10} \approx 316\text{N}$. Phản lực của sàn tại B có độ lớn 316N và hợp với mặt sàn góc $\beta = \operatorname{artg} 3 \approx 71^\circ 34'$.

7.27. Các lực tác dụng lên thanh AB là : trọng lực \vec{P} (đặt tại I) của thanh ; lực căng \vec{T}_1 của dây BC ($\vec{T}_1 = \vec{P}_1$), lực căng \vec{T}_2 của dây BC ($T_2 = P_2$) và phản lực \vec{Q} của bàn tại A.

Điều kiện cân bằng là (xét mômen đối với A):

$$\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{Q} = 0 \quad (1)$$

$$\text{và } M(P) + M(T_1) = M(T_2) \quad (2)$$

Từ (2) ta có (vì $T_1 = P_1$ và $T_2 = P_2$; $AE = AB$)

$$P \cdot \frac{AB}{2} \cos(\pi - \alpha) + P_1 \cdot AB \cos(\pi - \alpha) = P_2 \cdot AB \frac{\cos \alpha}{2} \quad (3)$$

Thay số ta được : $\cos(\pi - \alpha) = \cos \frac{\alpha}{2}$.

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ ta tìm được } \alpha = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ. \quad (4)$$

Chiếu (1) lên trục Ox nằm ngang và trục Oy thẳng đứng ta có:

$$T_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) - Q \cos\beta = 0 \quad (5)$$

$$-P - P_1 - T_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) + Q \sin\beta = 0 \quad (6)$$

$$\rightarrow Q \cos\beta = P_2 \sin \frac{\alpha}{2}, \text{ và } Q \sin\beta = P + P_1 + T_2 \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{Suy ra } \operatorname{tg}\beta = \frac{P + P_1 + P_2 \cos \frac{\alpha}{2}}{P_2 \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = 2,312 \rightarrow \beta = 66^\circ 36'$$

$$\text{và } Q = \frac{P_2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos\beta} \cong 346 \text{ N.}$$

Phản lực của mặt bàn tại A có độ lớn bằng 346N và hợp với mặt bàn góc $\beta = 66^\circ 36'$.

7.28. Các lực tác dụng lên thanh AB là : trọng lực \vec{P} , lực căng \vec{T} của dây BC và phản lực \vec{Q} của sàn tại A.

Điều kiện cân bằng của thanh là :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} = 0 \quad (1),$$

và (xét mômen đối với A):

$$M(\vec{T}) = M(\vec{P}) \rightarrow T \cdot AB \sin(\beta - \alpha) = P \cdot \frac{AB}{2} \cos \alpha \quad (2)$$

$$\text{Từ (2) ta có : } T = \frac{P \cos \alpha}{2 \sin(\beta - \alpha)} \cong 34,6 \text{ N} \quad (3)$$

Chiếu (1) lên trục Ox nằm ngang và trục Oy thẳng đứng ta có :

$$T \cos \beta - Q \cos \theta = 0 \quad (4)$$

$$-P + T \sin \beta + Q \sin \theta = 0 \quad (5)$$

$$\text{Suy ra } \quad \text{tg} \theta = \frac{P - T \sin \beta}{T \cos \beta} \quad (7)$$

$$\text{và } \quad Q = \frac{T \cos \beta}{\cos \theta} \quad (8)$$

$$\text{Thay số ta được : } \text{tg} \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \theta = 30^\circ$$

và $Q = 20\text{N}$.

7.29. Các lực tác dụng lên thanh AB là : trọng lực \vec{P} , lực căng \vec{T} của dây CB, phản lực đàn hồi \vec{N} và lực ma sát \vec{F}_{ms} của sàn nhà (hợp lực $\vec{N} + \vec{F}_{ms}$ là phản lực của sàn tại A). Điều kiện cân bằng của thanh AB là :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (1),$$

và (xét mômen đối với A):

$$M(\vec{T}) = M(\vec{P}) \rightarrow P \cdot \frac{AB}{2} \cos \alpha = T \cdot AB \sin \widehat{ABC} \quad (2)$$

Vì theo đề bài $CA = CB = AB = 3\text{m}$, nên $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết $\alpha = 30^\circ$

$$\text{từ (2) ta có : } T = \frac{P}{2} = 40\text{N}.$$

Chiếu (1) lên trục Ox nằm ngang và trục Oy thẳng đứng ta có (với $\widehat{ABC} = 60^\circ$):

$$F_{ms} - T \cos 30^\circ = 0 \quad (3)$$

$$\text{và } -P + T \sin 30^\circ + N = 0 \quad (4)$$

$$\text{Suy ra : } F_{ms} = T \cos 30^\circ = \frac{P \cos 30^\circ}{2} = \frac{P\sqrt{3}}{4} = 34,6 \text{ N}$$

$$\text{và } N = P - T \sin 30^\circ = P - \frac{T}{2} = P - \frac{P}{4} = \frac{3P}{4} = 60 \text{ N.}$$

Lực ma sát giữa sàn và thanh phải là lực ma sát nghỉ :

$$F_{ms} \leq kN$$

$$\text{Suy ra } \frac{P\sqrt{3}}{4} \leq k \cdot \frac{3P}{4} \rightarrow k \geq \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Trị số nhỏ nhất của Q :

$$Q = \sqrt{N^2 + F_{ms}^2} = N\sqrt{1+k^2} \geq 63 \text{ N.}$$

7.30. Các lực tác dụng lên thang là : trọng lực \vec{P} ; phản lực đàn hồi \vec{N}_2 của tường (do không có ma sát nên $\vec{Q}_2 = \vec{N}_2$); phản lực đàn hồi \vec{N}_1 của sàn và lực ma sát \vec{F}_{ms} của sàn (hợp lực $\vec{N}_1 + \vec{F}_{ms} = \vec{Q}_1$ là phản lực của sàn tại A). Điều kiện cân bằng của thang là : $\vec{P} + \vec{N}_2 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{ms} = 0$ (1)

và (xét mômen đối với điểm A) :

$$M(\vec{N}_2) = M(\vec{P}) \rightarrow N_2 \cdot AB \sin \alpha = P \cdot \frac{AB}{2} \cos \alpha$$

$$\rightarrow N_2 = \frac{P}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad (2)$$

Chiếu (1) lên trục Ox nằm ngang và trục Oy thẳng đứng
 • ta có:

$$F_{ms} - N_2 = 0 \quad (3)$$

$$-P + N_1 = 0 \quad (4)$$

$$\text{Suy ra : } N_1 = P \quad (5)$$

$$\text{và } F_{ms} = N_2 = \frac{P}{2\text{tg}\alpha} \quad (6)$$

1) Khi $\alpha = 45^\circ$, từ (2), (5) và (6) ta có :

$$P = mg = 200\text{N}; N_1 = P = 200\text{N};$$

$$F_{ms} = N_2 = 100\text{N}.$$

2) Muốn cho thang không trượt trên sàn, lực ma sát phải là lực ma sát nghỉ; nghĩa là $F_{ms} \leq kN_1$

$$\text{Suy ra : } \frac{P}{2\text{tg}\alpha} \leq k.P \rightarrow \text{tg}\alpha \geq \frac{1}{2k} = \frac{1}{1,2} = 0,833$$

Như vậy phải có điều kiện $\alpha \geq 40^\circ$.

$$\mathbf{7.31. Điều kiện cân bằng của thanh là : } \vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} = 0 \quad (1)$$

và (xét mômen đối với B) : $M(\vec{T}) = M(\vec{P}) \rightarrow$

$$T.AB\sin\alpha = P.IB = P. \frac{AB}{2} \rightarrow$$

$$T = \frac{P}{2\sin\alpha} \quad (2). \text{ Vì } BC = AB = 60\text{cm} \text{ nên } \alpha = 45^\circ$$

$$\text{Do đó } T = \frac{P\sqrt{2}}{2} = 28,2 \text{ N.}$$

Muốn cho (1) được thoả mãn, hệ ba lực $\vec{P}, \vec{T}, \vec{Q}$ phải có giá đồng phẳng và đồng quy, nghĩa là \vec{Q} phải có giá đi qua điểm

H (H là điểm đồng quy của hai giá của lực \vec{P} và \vec{T}) và H chính là trung điểm của AC. Chiếu (1) lên hai trục Ox nằm ngang và trục Oy thẳng đứng, ta có : $Q = T = 28,2\text{N}$. Như vậy \vec{Q} có phương hợp với AB góc 45° và có độ lớn $Q = 28,2\text{N}$.

7.32. Bức tranh chịu tác dụng của các lực : trọng lực \vec{P} , lực căng \vec{T} của dây AC, phản lực \vec{Q} của tường (gồm phản lực đàn hồi \vec{N} và lực ma sát \vec{F}_{ms} của tường) (Hình 7.51). Điều kiện cân bằng của bức tranh là :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (1)$$

và (xét mômen đối với B) :

$$M(\vec{P}) = M(\vec{T}) \rightarrow P \cdot \frac{AH}{2} = T \sin \alpha \cdot BH + T \cos \alpha \cdot AH$$

$$\rightarrow P \cdot \frac{l \sin \alpha}{2} = T \left(\sqrt{d^2 - l^2 \sin^2 \alpha} + l \cos \alpha \right) \sin \alpha \quad (2)$$

Chiếu (1) lên trục Ox nằm ngang và trục Oy thẳng đứng, ta có:

$$T \sin \alpha - N = 0 \quad (3)$$

$$-P + T \cos \alpha + F_{ms} = 0 \quad (4)$$

Từ (2) và (3) suy ra :

$$N = T \sin \alpha = \frac{Pl \sin \alpha}{2l \cos \alpha + \sqrt{d^2 - l^2 \sin^2 \alpha}} \quad (5)$$

Từ (4) và (5) suy ra :

$$F_{ms} = P - T \cos \alpha = P - N \cot \alpha \quad (6)$$

Lực ma sát F_{ms} phải là lực ma sát nghỉ, nghĩa là :
 $F_{ms} \leq kN$,

hay $k \geq \frac{F_{ms}}{N}$ (7). Từ (7), (5), (6), ta suy ra :

$$k \geq \frac{l \cos \alpha + \sqrt{d^2 - l^2 \sin^2 \alpha}}{l \sin \alpha}$$

7.33. Ta coi bán cầu như một vật rắn cân bằng đối với trục quay qua điểm tiếp xúc A (Hình 7.52). Điều kiện cân bằng là:

$$M(\vec{P}_1) = M(\vec{P}_2) \rightarrow P_1 \cdot OC \cdot \sin \alpha = P_2 \cdot OD \cdot \cos \alpha \rightarrow$$

$$m_1 \cdot \frac{3R}{8} \cdot \sin \alpha = m_2 R \cos \alpha \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{8m_2}{3m_1}$$

Thay số ta được : $\operatorname{tg} \alpha = 0,24 \rightarrow \alpha = 13^\circ 30'$

7.34. Xét sự cân bằng của quả cầu quanh trục qua A (xét mômen đối với A) : $M(\vec{P}) = M(\vec{F}_{ms})$

$$\rightarrow P \cdot R \sin \alpha = F_{ms} \cdot 2R \rightarrow F_{ms} = \frac{P \sin \alpha}{2} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác, ta có : } \vec{P} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (2)$$

Chiếu (2) lên mặt phẳng đáy hộp và lên phương vuông góc với mặt phẳng đáy hộp, ta có : $-P \sin \alpha + T + F_{ms} = 0$ (3)

$$\text{và } -P \cos \alpha + N = 0 \quad (4)$$

Từ (1) ta có : $N = P \cos \alpha$. Lực ma sát \vec{F}_{ms} phải là lực ma sát nghỉ nghĩa là $F_{ms} \leq kN$.

$$\rightarrow \frac{P \sin \alpha}{2} \leq k \cdot P \cos \alpha \rightarrow \operatorname{tg} \alpha \leq 2k$$

$\rightarrow \operatorname{tg} \alpha_m = 2k$. Góc nghiêng α chỉ có thể có giá trị lớn nhất bằng $\alpha_m = \operatorname{artg} 2k$.

$$\text{Từ (3) ta có : } T = P \sin \alpha - F_{ms}$$

Suy ra : $T_m = P \sin \alpha_m - k P \cos \alpha_m \rightarrow$

$$T_m = P \cdot \frac{2k - k}{\sqrt{1 + 4k^2}} = \frac{kP}{\sqrt{1 + 4k^2}}$$

7.35. Khúc gỗ chịu tác dụng của các lực : Trọng lực \vec{P} ($P = mg$), ngoại lực \vec{F} , lực ma sát \vec{F}_{ms} và phản lực đàn hồi \vec{N} (Hình 7.54). Để vật không chuyển động theo phương thẳng đứng Oy ta phải có : $N - P = 0 \rightarrow N = P$. Và, từ đó :

$$F_{ms} = kN = kP \quad (1)$$

Để vật không quay quanh trục đi qua A, ta lại phải có :

$$M(\vec{F}) \leq M(\vec{P}) \rightarrow F \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \leq P \cdot \frac{a}{2}$$

$$\text{hay } F \leq \frac{P}{\sqrt{3}} = \frac{mg}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

Vật chuyển động theo phương ngang Ox (trượt trên mặt sàn) nên ta phải có : $F - F_{ms} \geq 0 \rightarrow F \geq F_{ms}$ (3)

$$\text{Từ (1), (2) và (3) suy ra : } F_{ms} \leq F \leq \frac{P}{\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow k \leq \frac{F}{P} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

7.36. Các lực tác dụng lên vật là (hình 7.55) : Trọng lực \vec{P} (đặt tại trọng tâm G của vật), lực ma sát \vec{F}_{ms} của mặt phẳng nghiêng và phản lực đàn hồi \vec{N} của mặt nghiêng.

+ Khi khối hộp trượt, phương trình chuyển động của khối tâm G của nó là : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m \vec{a}$ (1)

Chiếu (1) lên trục Ox hướng dọc theo mặt nghiêng và trục Oy \perp Ox, ta có : $N - P \cos \alpha = 0 \rightarrow N = P \cos \alpha$ (2)

$$\text{và } P \sin \alpha - F_{ms} = ma \quad (3)$$

Khi khối hộp trượt thì ma sát là ma sát trượt $F_{ms} = kN$ và $a > 0$. Suy ra (từ (3)) : $P \sin \alpha - kP \cos \alpha = ma > 0$ (4)

$$\rightarrow \operatorname{tg} \alpha > k = 0,6 \rightarrow \alpha > 31^\circ \quad (5)$$

+ Vật sẽ đổ khi giá của trọng lực \vec{P} nằm ngoài mặt chân đế (đáy hộp). Khi đó trọng lực sẽ tạo nên một mômen lực làm vật quay quanh A (hình 7.55). Xét khi trọng lực \vec{P} có

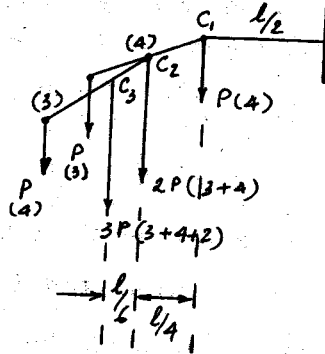
giá đi qua A. Khi đó góc $\widehat{AGH} = \alpha$. Hơn nữa :

$$\operatorname{tg} \widehat{AGH} = \frac{AH}{GH} = \frac{\frac{AB}{2}}{\frac{CB}{2}} = 0,5 \rightarrow \alpha = \widehat{AGH} = 26^\circ \quad (6)$$

Nghĩa là vật sẽ đổ khi $\alpha > 26^\circ$ (7)

So sánh hai kết quả trên ((5) và (7)), ta thấy: khi tăng dần góc nghiêng α , vật sẽ đổ trước khi trượt.

7.37. Diện tích tiếp xúc của thước với bàn là diện tích mặt chân đế. Khi thước nhô dần ra khỏi mép bàn thì diện tích mặt chân đế bị giảm dần. Thước bắt đầu rơi khi trọng tâm của nó rơi vào mép mặt chân đế, cũng là mép bàn.



Hình 7.57

7.39. Ta lần lượt xét điều kiện cân bằng cho các viên gạch 4, 3, 2 từ trên xuống. Diện tích tiếp xúc giữa các viên gạch là mặt chân đế. Muốn cho viên gạch 4 nằm cân bằng trên viên gạch 3 thì phần nhô ra của viên 4 nhiều nhất chỉ có thể bằng $l/2$ (khi đó trọng tâm C_1 của viên 4 rơi vào mép mặt chân đế). Muốn cho viên 3 và viên 4 nằm cân bằng trên viên 2 thì trọng tâm C_2 của hai viên 3 và 4 phải rơi vào mép mặt chân

để (phân tiếp xúc của viên 3 và viên 2). Dùng quy tắc hợp lực song song (lực \vec{P} đặt tại C_1 và lực \vec{P} đặt tại trọng tâm của viên 3) ta thấy hợp lực của hai trọng lực của viên 4 và viên 3 đặt tại C_2 nằm cách mép phải của viên 3 một đoạn bằng $1/4$. Như vậy viên 3 chỉ được phép nhô ra khỏi viên 2 một đoạn bằng $1/4$. Cuối cùng ta xét cân bằng của các viên 4, 3 và 3 trên viên 1. Muốn vậy, tương tự như trên ta xét điểm đặt của tổng trọng lực 3 viên đó, điểm đó chính là điểm đặt C_3 của hợp lực của lực $2\vec{P}$ đặt tại C_2 và lực \vec{P} đặt tại trọng tâm của viên 2. Dùng quy tắc hợp lực song song ta thấy điểm đặt C_3 nằm cách mép phải của viên 1 một đoạn $1/6$. Vậy viên gạch 4 trên cùng nhô ra khỏi mép phải của viên 1 dưới cùng một đoạn lớn nhất bằng : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{11}{12}$.

§8. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Một hệ vật gọi là *hệ kín* (hay cô lập) nếu các vật trong hệ chỉ tương tác với nhau mà không tương tác với các vật ở ngoài hệ (gọi tắt là môi trường ngoài). Nói cách khác trong hệ chỉ có các *nội lực* từng đôi trực đối theo định luật III Niuton ; không có các ngoại lực do môi trường ngoài tác dụng lên các vật trong hệ, hoặc các ngoại lực này lại bị các ngoại lực khác khử.

Thí dụ : Hệ hai vật chuyển động không có ma sát trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang. Trong các hiện tượng như nổ, va chạm, các nội lực xuất hiện thường rất lớn so với ngoại lực thông thường nên hệ vật có thể coi gần đúng là hệ kín trong thời gian ngắn xảy ra hiện tượng.

2. Động lượng \vec{p} của vật là đại lượng vectơ bằng tích của khối lượng m của vật với vận tốc \vec{v} của nó : $\vec{p} = m \vec{v}$.

- Động lượng có hướng của vận tốc ;

- Động lượng của một hệ là tổng vectơ các động lượng của các vật trong hệ;

- Đơn vị của động lượng : kg.m/s .

3. Định luật bảo toàn động lượng : Tổng động lượng của một hệ kín được bảo toàn (biểu diễn bằng một vectơ không đổi cả về hướng và độ lớn).

a) Đối với hệ 2 vật : $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{const.}$

b) Nếu hệ không kín nhưng các ngoại lực có cùng phương Oy thì hình chiếu của tổng ngoại lực xuống phương Ox bằng không, do đó hình chiếu của tổng động lượng trên phương Ox vẫn bảo toàn : $p_{1x} + p_{2x} = \text{const.}$

hay $m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x}$ trong đó $v_{1x}, v_{2x}, v'_{1x}, v'_{2x}$ là giá trị đại số của các hình chiếu vận tốc.

c) Nếu chuyển động của các vật trong hệ trước và sau va chạm không tiến hành trên cùng một đường thẳng thì công thức của định luật bảo toàn được biểu thị bằng các vectơ động lượng.

4. Liên hệ giữa lực và động lượng : Xung của lực \vec{F} tác dụng lên vật trong khoảng thời gian Δt ($\vec{F} \cdot \Delta t$) bằng độ biến thiên động lượng $\Delta \vec{p}$ của vật trong khoảng thời gian ấy :

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}.$$

II. BÀI TẬP THÍ DỤ

1. Thí dụ 1

Một người có khối lượng $m_1 = 50\text{kg}$ đang chạy với vận tốc $v_1 = 3\text{m/s}$ thì nhảy lên một toa goòng khối lượng $m_2 = 150\text{kg}$ chạy trên đường ray nằm ngang song song ngang qua người đó với vận tốc $v_2 = 2\text{m/s}$. Tính vận tốc của toa goòng sau khi người đó nhảy lên nếu ban đầu toa goòng và người chuyển động : a) cùng chiều ; b) ngược chiều. Bỏ qua ma sát.

A. Lời giải :

Ta xét hệ toa xe + người. Khi người nhảy lên toa goòng (theo phương ngang) với vận tốc \vec{v}_1 , ngoại lực tác dụng lên

hệ là trọng lực \vec{P} và phản lực đàn hồi \vec{N} của mặt đường. Vì các vật trong hệ chuyển động theo phương ngang nên các ngoại lực (đều có phương thẳng đứng) sẽ cân bằng nhau. Như vậy hệ ta khảo sát có thể coi là hệ kín. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}' \quad (1)$$

trong đó \vec{v}' là vận tốc của toa goòng sau khi người nhảy lên toa.

a) Trường hợp 1 : ban đầu người và toa chuyển động cùng chiều. Chiều (1) trên trục Ox nằm ngang có chiều dương là chiều của \vec{v}_2 (và \vec{v}_1) ta có:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

$$\text{Suy ra } v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 2,25 \text{ m/s} > 0:$$

Toa goòng tiếp tục chuyển động theo chiều cũ với vận tốc 2,25 m/s.

b) Trường hợp : ban đầu người và toa goòng chuyển động ngược chiều. Chiều (1) lên trục Ox như trên ta có:

$$-m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

$$\text{Suy ra } v' = \frac{-m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 0,75 \text{ m/s} > 0:$$

Toa goòng tiếp tục chuyển động theo chiều cũ với vận tốc 0,75m/s.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán thường gặp về áp dụng định luật bảo toàn động lượng. Trước hết cần xác định hệ vật cần khảo sát và lập luận để thấy rằng trong trường hợp khảo sát hệ vật là hệ kín. Sau đó viết định luật dưới dạng vectơ (cần chú ý đến vận tốc của các vật). Chiều phương trình vectơ lên phương chuyển động của các vật ; khi đó cần chú ý rằng các hình chiếu là các đại lượng đại số và căn cứ vào dữ kiện đề bài ta biết được hình chiếu có giá trị âm hay dương (vectơ vận tốc có cùng hướng hay ngược hướng với trục tọa độ). Còn dấu của đại lượng cần tìm (như v' ở bài toán thí dụ trên) thì tùy thuộc vào dữ kiện đề bài; nếu đại

lượng đó có dấu dương thì có nghĩa là vectơ vận tốc tương ứng sẽ hướng cùng chiều với trục toạ độ, từ đó suy ra đáp số cần tìm. Cũng có thể giải bằng cách vẽ các vectơ động lượng (cần chú ý đơn vị của động lượng).

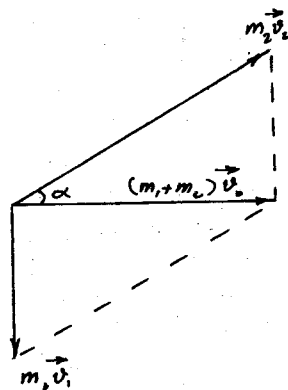
2. Thí dụ 2. Một viên đạn pháo đang bay ngang với vận tốc $v_0 = 25\text{m/s}$ ở độ cao $h = 80\text{m}$ thì nổ, vỡ làm hai mảnh có khối lượng $m_1 = 2,5\text{kg}$ và $m_2 = 1,5\text{kg}$. Mảnh 1 (m_1) bay thẳng đứng xuống dưới và rơi chạm đất với vận tốc $v_1 = 90\text{m/s}$. Xác định độ lớn và hướng vận tốc của mảnh 2 ngay sau khi đạn nổ. Bỏ qua sức cản của không khí. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

A. Lời giải :

Hệ khảo sát là viên đạn (gồm hai mảnh 1 và 2). Ngoại lực tác dụng lên hệ là trọng lực, rất nhỏ so với nội lực tương tác (lực làm vỡ viên đạn thành hai mảnh) nên động lượng của hệ ngay trước và sau khi đạn nổ được bảo toàn. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$(m_1 + m_2) \vec{v}_0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad (1)$$

trong đó \vec{v}_1, \vec{v}_2 là vận tốc của mảnh 1 và mảnh 2 ngay sau khi vỡ ; \vec{v}_1 có chiều thẳng đứng hướng xuống (theo đề bài). Ta biểu diễn phương trình vectơ (1) như trên hình 8.1 (theo đề bài, \vec{v}_0 hướng theo phương ngang, còn $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_0$).



Hình 8.1

Từ hình vẽ, ta có :

$$m_2 v_2 = \sqrt{[(m_1 + m_2) v_0]^2 + m_1 v_1^2} \quad (2)$$

$$\text{và } \operatorname{tg} \alpha = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2) v_0} \quad (3)$$

Theo đề bài ta có $v_0 = 25 \text{ m/s}$; $m_1 = 2,5 \text{ kg}$; $m_2 = 1,5 \text{ kg}$.

Để tính v_1 ta áp dụng công thức (vì mảnh 1 rơi thẳng đứng xuống dưới): $v_1^2 - v_0^2 = 2gh$

$$\text{Suy ra } v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 40\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$\text{Từ (2) ta có } m_2 v_2 = 200 \text{ kg.m/s,}$$

$$\text{suy ra } v_2 = \frac{200}{m_2} \cong 133 \text{ m/s}$$

$$\text{Từ (3) ta có : } \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3} \rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Vậy ngay sau khi vỡ, mảnh 2 bay chéo lên (hình 8.1), nghiêng góc $\alpha = 60^\circ$ với phương ngang với vận tốc 133 m/s .

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về hiện tượng nổ, va chạm, khi đó hệ vật có thể coi là kín trong thời gian ngắn xảy ra hiện tượng và, do đó, có thể áp dụng định luật bảo toàn động lượng. Sau khi viết phương trình vectơ của định luật thường phải chiếu phương trình đó lên hai trục tọa độ Ox , Oy , bởi vì các vectơ vận tốc (và vectơ động lượng) thường có phương khác nhau, từ đó tìm được các hình chiếu của vận tốc và suy ra độ lớn và phương của vận tốc. Đôi khi có thể biểu diễn phương trình vectơ trên hình vẽ (như ở thí dụ trên) và dựa vào đó tìm được lời giải (trong trường hợp này cần vẽ chính xác hướng của các vectơ động lượng). Trong khi giải đôi khi phải sử dụng các phương trình và các công thức đã biết về chuyển động của vật (Như đã sử dụng ở thí dụ trên).

3. Thí dụ 3.

Một quả bóng có khối lượng $m = 200 \text{ g}$ đang bay với vận tốc $v = 20 \text{ m/s}$ thì đập vào một bức tường đứng thẳng theo phương nghiêng một góc α so với mặt tường. Biết rằng vận tốc của bóng ngay sau khi bật trở lại có độ lớn bằng

$v' = 20\text{m/s}$ và cũng nghiêng với mặt tường một góc α .. Tìm độ biến thiên động lượng của bóng và lực trung bình do bóng tác dụng lên tường nếu thời gian va chạm $\Delta t = 0,5\text{s}$. Xét trường hợp:

a) $\alpha = 30^\circ$; b) $\alpha = 90^\circ$.

A. Lời giải :

Độ biến thiên động lượng của bóng là:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}' - \vec{p} = m(\vec{v}' - \vec{v})$$

trong đó $v = v' = 20\text{m/s}$.

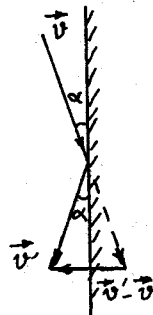
Ta biểu diễn các vectơ \vec{v} , \vec{v}' và $\vec{v} - \vec{v}'$ như hình 8.2. Ta thấy rằng, vì $v' = v$ và \vec{v} , \vec{v}' đều hợp với mặt tường góc α , nên vectơ $\vec{v}' - \vec{v}$, và, do đó, vectơ $\Delta \vec{p}$, có phương vuông góc với mặt tường hướng từ trong tường ra ngoài, và có độ lớn

$$|\vec{v}' - \vec{v}| = 2v \sin \alpha,$$

$$\text{và } \Delta p = 2mv \sin \alpha. \quad (1)$$

Áp dụng công thức $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$ ta tìm được lực \vec{F} do tường tác dụng lên bóng (làm cho động lượng của bóng biến thiên); lực này có cùng hướng với $\Delta \vec{p}$ nghĩa là có phương vuông góc với mặt tường và hướng từ mặt tường ra ngoài, và có độ lớn:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2mv \sin \alpha}{\Delta t}. \quad (2)$$



Hình 8.2

Theo định luật III Niuton, lực trung bình \vec{F}_b do bóng tác dụng lên tường $\vec{F}_b = -\vec{F}$ cũng có phương vuông góc với mặt tường và hướng từ ngoài vào mặt tường và có độ lớn :

$$F_b = F = \frac{2mv \sin \alpha}{\Delta t} \quad (3)$$

a) Trường hợp $\alpha = 30^\circ$. Thay số vào (1) và (3) ta được

$$\Delta p = 4 \text{ kg.m/s}; F_b = 8 \text{ N.}$$

b) Trường hợp $\alpha = 90^\circ$:

$$\Delta p = 8 \text{ kg.m/s}; F_b = 16 \text{ N.}$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về độ biến thiên động lượng và xung của lực tác dụng lên vật. Chỉ cần xác định và vẽ chính xác vectơ động lượng của vật lúc trước và lúc sau, từ đó xác định được đúng vectơ biểu thị độ biến thiên động lượng và xác định được lực \vec{F} (phương, chiều, độ lớn) làm biến thiên động lượng của vật (dĩ nhiên, ngược lại, nếu biết \vec{F} suy ra $\Delta \vec{p}$). Ở đây chỉ nói đến lực trung bình, bởi vì trong khoảng thời gian Δt , lực \vec{F} có thể thay đổi. Cần chú ý rằng do có lực ma sát nên vận tốc bật trở lại của quả bóng có thể có độ lớn và phương khác với vận tốc lúc va chạm (đề bài sẽ cho biết).

4. Thí dụ 4.

Một tên lửa khối lượng tổng cộng $m = 1$ tấn đang chuyển động theo phương ngang với vận tốc $v = 200 \text{ m/s}$ thì động cơ hoạt động. Từ trong tên lửa một lượng nhiên liệu, khối lượng $m_1 = 100 \text{ kg}$ cháy và phụt tức thời ra phía sau với vận tốc $v_1 = 700 \text{ m/s}$.

1) Tính vận tốc của tên lửa ngay sau đó.

2) Sau đó phần đuôi tên lửa có khối lượng $m_d = 100 \text{ kg}$ tách ra khỏi tên lửa, vẫn chuyển động theo hướng cũ nhưng vận tốc giảm còn $1/3$. Tính vận tốc phần tên lửa còn lại.

A. Lời giải :

Ta coi tên lửa như là một hệ kín khi chuyển động và tương tác và áp dụng được định luật bảo toàn động lượng .

1) Khi có lượng nhiên liệu cháy và phụt tức thời ra phía sau, vận tốc của tên lửa ngay sau đó là \vec{v}_2 . Ta có

$$m \vec{v} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad (1)$$

Chiếu (1) lên trục Ox có hướng trùng với hướng của \vec{v} (hướng chuyển động lúc đầu của tên lửa), ta có:

$$mv = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (2)$$

$$\text{Suy ra : } v_2 = \frac{mv + m_1 v_1}{m_2} = 300 \text{m/s} > 0.$$

Ngay sau khi nhiên liệu cháy phụt ra, tên lửa tiếp tục chuyển động theo hướng cũ với vận tốc $v_2 = 300 \text{m/s}$. ($v_2 > v$).

2) Gọi \vec{v}_d là vận tốc phần đuôi tên lửa, \vec{v}_d cùng hướng với \vec{v}_2 và có độ lớn $v_d = \frac{v_2}{3} = 100 \text{m/s}$ (theo đề bài). Gọi \vec{v}_3 là vận tốc của phần tên lửa còn lại, áp dụng định luật bảo toàn động lượng khi phần đuôi tách ra ta có :

$$m_2 \vec{v}_2 = m_d \vec{v}_d + m_3 \vec{v}_3 \quad (3)$$

trong đó m_3 là khối lượng phần tên lửa còn lại, $m_3 = m - m_1 - m_d = 800 \text{kg}$. Chiếu (3) lên trục Ox có hướng trùng với hướng của \vec{v}_2 ta có :

$$m_2 v_2 = m_d v_d + m_3 v_3$$

$$\text{Suy ra : } v_3 = \frac{m_2 v_2 - m_d v_d}{m_3} = 325 \text{m/s}.$$

Vận tốc phần tên lửa còn lại là 325m/s

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về chuyển động phản lực; là loại chuyển động mà do tương tác bên trong nên một phần của vật tách rời khỏi vật chuyển động về một hướng

và phần còn lại chuyển động theo hướng ngược lại (như súng giật khi bắn, pháo thăng thiên, tên lửa...). Chỉ cần áp dụng định luật bảo toàn động lượng, và lưu ý rằng, ban đầu hai phần của hệ có cùng vận tốc, sau đó chúng có vận tốc khác nhau (về hướng, độ lớn). Đôi khi cần áp dụng công thức cộng vận tốc (mọi vận tốc trong công thức định luật bảo toàn động lượng đều phải là vận tốc so với mặt đất).

III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

8.1. Một người có khối lượng $m_1 = 60\text{kg}$ đứng trên một toa goòng có khối lượng $m_2 = 240\text{kg}$ đang chuyển động theo phương ngang với vận tốc $V = 2\text{m/s}$, nhảy xuống đất với vận tốc $v_0 = 2\text{m/s}$ đối với toa. Tính vận tốc của toa goòng sau khi người đó nhảy xuống trong các trường hợp:

- \vec{v}_0 cùng hướng với \vec{V} ;
- \vec{v}_0 ngược hướng với \vec{V} ;
- $\vec{v}_0 \perp \vec{V}$: Bỏ qua ma sát.

8.2. Từ một tàu chiến có khối lượng $M = 600$ tấn đang chuyển động theo phương ngang với vận tốc $V = 2\text{m/s}$ người ta bắn một phát đại bác về phía sau nghiêng một góc 30° với phương ngang; viên đạn có khối lượng $m = 60\text{kg}$ và bay với vận tốc $v = 300\text{m/s}$ đối với tàu. Tính vận tốc của tàu sau khi bắn. Bỏ qua sức cản của nước và không khí.

8.3. Một người có khối lượng $m = 60\text{kg}$ đứng trên một con thuyền, dài 3m , khối lượng $M = 120\text{kg}$, đang đứng yên trên mặt nước yên lặng. Người đó bắt đầu đi đều từ mũi thuyền đến chỗ lái thuyền (đuôi thuyền) thì thấy thuyền chuyển động ngược lại. Giải thích tại sao? Khi người đó đi tới chỗ lái thuyền thì thuyền đã chuyển động được một đoạn đường dài bao nhiêu? Bỏ qua sức cản của nước.

8.4. Một viên đạn pháo đang bay ngang với vận tốc 300m/s thì nổ, vỡ thành hai mảnh có khối lượng $m_1 = 10\text{kg}$ và $m_2 = 20\text{kg}$. Mảnh nhỏ bay lên theo phương thẳng đứng với vận tốc $v_1 = 519\text{m/s}$. Hỏi mảnh to bay theo phương nào, với vận tốc bao nhiêu? Bỏ qua sức cản không khí.

8.5. Một viên đạn bắn thẳng đứng lên tới điểm cao nhất thì vỡ thành 3 mảnh. Chứng minh rằng các vận tốc ban đầu của 3 mảnh nằm trong cùng một mặt phẳng.

8.6. Một tảng đá có khối lượng $m = 50\text{kg}$ rơi nghiêng góc 60° so với đường nằm ngang, với vận tốc 8m/s , vào một toa xe chở cát có khối lượng $M = 950\text{kg}$ đổ trên đường ray nằm ngang. Tính vận tốc của toa xe sau đó. Bỏ qua ma sát.

8.7. Một pháo thăng thiên có khối lượng 15g , kể cả 5g thuốc pháo. Khi đốt pháo, toàn bộ thuốc cháy tức thời, phụt ra với vận tốc 100m/s , và pháo bay thẳng đứng. Tìm độ cao cực đại của pháo. Bỏ qua sức cản không khí. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

8.8. Một quả bóng có khối lượng $m = 300\text{g}$ đang bay với vận tốc 16m/s thì va vào một mặt sàn nằm ngang theo hướng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với mặt sàn; khi đó quả bóng nảy lên với vận tốc 16m/s theo hướng nghiêng với mặt sàn góc α . Tìm độ biến thiên động lượng của quả bóng và lực trung bình do sàn tác dụng lên bóng, biết thời gian va chạm là $0,3\text{s}$.

8.9. Toa xe A có khối lượng $m_1 = 20$ tấn đang chuyển động với vận tốc $v_1 = 2,4\text{m/s}$ đến va vào toa xe B có khối lượng $m_2 = 40$ tấn đang chạy cùng chiều với vận tốc $v_2 = 1,2\text{m/s}$; khi đó xe A và B móc vào nhau và chuyển động đến móc vào một toa xe C khối lượng $m_3 = 20$ tấn đang đứng yên trên đường ray thẳng nằm ngang. Tính vận tốc của đoàn toa xe A + B và của đoàn 3 toa xe. Bỏ qua ma sát.

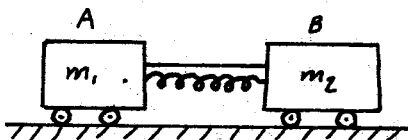
8.10. Quả cầu B có khối lượng m chuyển động trên mặt sàn nằm ngang với vận tốc \vec{V} , tới va chạm vào quả cầu A (cũng có khối lượng m) đang đứng yên. Sau va chạm hai quả cầu chuyển động theo hai hướng vuông góc với nhau

với cùng vận tốc $v_1 = v_2 = 5\text{m/s}$. Hãy xác định V và góc hợp bởi \vec{v}_2 và \vec{V} . Bỏ qua ma sát.

8.11. Một khí cầu có thang dây với khối lượng tổng cộng $M = 450\text{kg}$ mang một người có khối lượng $m = 50\text{kg}$ đứng ở thang dây. Lúc đầu khí cầu và người đứng yên so với mặt đất. Người bắt đầu leo thang với vận tốc $v_0 = 1\text{m/s}$ đối với thang. Hãy tính vận tốc của người và của khí cầu đối với đất. Bỏ qua lực cản của không khí.

8.12. Một tên lửa có khối lượng tổng cộng $M = 20\text{tấn}$ đang bay ngang với vận tốc $v_0 = 200\text{m/s}$ đối với Trái đất thì phụt ra phía sau (tức thời) $m = 4$ tấn khí với vận tốc $v = 500\text{m/s}$ đối với tên lửa. Tính vận tốc mới của tên lửa sau đó với hai giả thiết: a) vận tốc v được cho đối với tên lửa giữ nguyên vận tốc cũ ; b) v được cho đối với tên lửa có vận tốc mới.

8.13. Trên mặt bàn nằm ngang có hai xe nhỏ A và B có khối lượng $m_1 = 0,5\text{kg}$ và $m_2 = 1,5\text{kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây làm nén lò xo (khối lượng không đáng kể) tựa vào hai thành xe



Hình 8.5

Nghe ta đốt dây cho lò xo bật ra làm cho hai xe chuyển động. Xe A đi được quãng đường $l_1 = 0,9\text{m}$ thì dừng lại. Hỏi xe B đi được quãng đường dài bao nhiêu. Cho biết hệ số ma sát giữa xe và mặt bàn là như nhau đối với hai xe.

8.14. Một chiến sĩ bắn súng liên thanh tỉ bá súng vào vai và bắn với vận tốc 600 viên/phút. Biết rằng mỗi viên đạn có khối lượng $m = 20\text{g}$ và vận tốc khi rời nòng súng là 800m/s . Hãy tính lực trung bình do súng ép lên vai chiến sĩ đó.

8.15. Một tên lửa có khối lượng $M = 12$ tấn được phóng thẳng đứng nhờ lượng khí phụt ra phía sau với vận tốc $v = 1\text{km/s}$ trong một thời gian tương đối dài. Tính khối

lượng khí mà tên lửa cần phụt ra phía sau trong 1 giây để cho tên lửa đó:

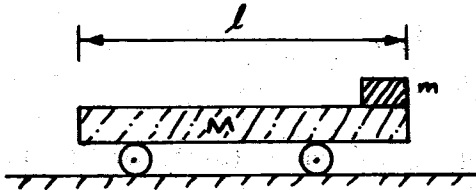
a) Bay lên rất chậm ; b) Bay lên với gia tốc $a = 20\text{m/s}^2$.

Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

8.16. Một người đứng trên xe trượt tuyết chuyển động theo phương nằm ngang, cứ sau mỗi khoảng thời gian 5s anh ta lại đẩy xuống tuyết (nhờ gậy) một cái với động lượng theo phương ngang về phía sau bằng $100\text{kg}\cdot\text{m/s}$. Tìm vận tốc của xe sau khi chuyển động 20s. Biết rằng khối lượng của người và xe trượt bằng 80kg , hệ số ma sát giữa xe và mặt tuyết bằng 0,01. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

8.17. Một toa xe nhỏ dài $l = 5\text{m}$ có khối lượng $M = 500\text{kg}$ đang chuyển động trên đường ray nằm ngang với vận tốc $v_0 = 2\text{m/s}$ thì một kiện hàng kích thước nhỏ có khối lượng $m = 50\text{kg}$ được đặt nhẹ vào mép trước của sàn xe. Hỏi sau khi trượt trên sàn vật có thể nằm yên trên sàn xe được không, nếu được thì nằm ở đâu?. Tính vận tốc cuối của xe và vật. Cho biết hệ số ma sát giữa vật và sàn là $k = 0,1$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

8.18. Một lựu đạn được ném từ mặt đất với vận tốc $v_0 = 10\text{m/s}$ theo phương làm với đường nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$. Lên tới điểm cao nhất thì nó nổ làm hai mảnh có khối lượng bằng nhau ; khối lượng của thuốc nổ không đáng kể. Mảnh 1 rơi thẳng đứng với vận tốc ban đầu $v_1 = 10\text{m/s}$. Tìm hướng và vận tốc ban đầu của mảnh 2. Tính khoảng cách từ các điểm rơi trên mặt đất của hai mảnh đến vị trí ném lựu đạn. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ CÁC BÀI TẬP VỀ ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

8.1. Chọn chiều dương của trục Ox là chiều chuyển động của toa goòng (chiều của \vec{V}). Gọi \vec{v}_1 là vận tốc của người so với mặt đất, áp dụng công thức cộng vận tốc ta có :
 $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{v}$ (1). Gọi \vec{v}_2 là vận tốc toa goòng sau khi người nhảy ra. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$(m_1 + m_2) \vec{V} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2,$$

$$\text{hay } (m_1 + m_2) \vec{V} = m_1 (\vec{v}_0 + \vec{V}) + m_2 \vec{v}_2 \quad (2)$$

a) Trường hợp \vec{v}_0 cùng hướng với \vec{V} . Chiếu (2) lên trục Ox ta có:

$$(m_1 + m_2) V = m_1 (v_0 + V) + m_2 v_2$$

$$\text{Suy ra, } v_2 = \frac{(m_1 + m_2)V - m_1(v_0 + V)}{m_2} = 1,5 \text{ m/s.}$$

b) Trường hợp \vec{v}_0 ngược hướng với \vec{V} (tức là ngược hướng với Ox): chiếu (2) lên trục Ox ta có :

$$(m_1 + m_2)V = m_1 (-v_0 + V) + m_2 v_2.$$

Suy ra (vì $v_0 = V$):

$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2)V}{m_2} = 2,5 \text{ m/s.}$$

c) Trường hợp $\vec{v}_0 \perp \vec{V}$: chiếu (2) lên trục Ox ta có :

$$(m_1 + m_2)V = m_1 V + m_2 v_2$$

(vì hình chiếu của \vec{v}_0 lên Ox bằng không). Suy ra

$$v_2 = \frac{(m_1 + m_2)V - m_1 V}{m_2} = V = 2 \text{ m/s.}$$

8.2. Chọn chiều dương của trục Ox là chiều chuyển động của tàu. Gọi \vec{v}_1 là vận tốc của đạn so với mặt nước và \vec{v}_2 là vận tốc của tàu sau khi bắn. Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có $\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{V}$. Xét theo phương chuyển động nằm ngang, hệ tàu (bao gồm cả súng) + đạn không chịu tác dụng của ngoại lực, do đó có thể áp dụng định luật bảo toàn động lượng. Ta có :

$$(M + m)\vec{V} = M\vec{v}_2 + m\vec{v}_1,$$

$$\text{hay } (M + m)\vec{V} = M\vec{v}_2 + m(\vec{v} + \vec{V}) \quad (1).$$

chiếu (1) lên trục Ox, ta có :

$$(M + m)V = Mv_2 + m(-v_1 \cos \alpha + V) \quad (\text{với } \alpha = 30^\circ)$$

$$\text{Suy ra : } v_2 = \frac{(M + m)V - m(-v_1 \cos \alpha + V)}{M}$$

$$\text{hay } v_2 = \frac{MV + mv_1 \cos \alpha}{M} \cong 2,026 \text{ m/s.}$$

8.3. Xét hệ thuyền + người. Ban đầu động lượng của hệ bằng không. Khi người đi từ mũi đến lái thì động lượng của người bằng $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$ (\vec{v}_1 là vận tốc của người đối với bờ sông) và thuyền sẽ có động lượng $\vec{p}_2 = M\vec{v}_2$ (\vec{v}_2 là vận tốc của thuyền đối với bờ). Theo phương ngang hệ không chịu tác dụng của ngoại lực (bỏ qua ma sát) nên động lượng của hệ được bảo toàn:

$$0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \rightarrow m\vec{v}_1 + M\vec{v}_2 = 0$$

hay
$$\vec{v}_2 = -\frac{m}{M}\vec{v}_1 \quad (1)$$

Vậy thuyền chuyển động ngược chiều với người, khi người đi từ mũi đến lái.

Chọn chiều dương là chiều chuyển động của người và gọi \vec{v}_0 là vận tốc của người so với thuyền. Áp dụng công thức cộng vận tốc ta có: $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{v}_2 \rightarrow v_1 = v_0 - v_2$ (2). Gọi l là chiều dài của thuyền ($l = 3m$), s là quãng đường thuyền đi được và t là thời gian người đi từ mũi đến lái. Ta có:

$v_0 = \frac{l}{t}, v_2 = \frac{s}{t}$ (3), từ đó $v_1 = v_0 - v_2 = \frac{l-s}{t}$ (4). Từ (1) ta

có: $mv_1 = Mv_2$ (5). Từ (3), (4), (5) ta có :

$$m \cdot \frac{(l-s)}{t} = M \frac{s}{t} \rightarrow m(l-s) = Ms.$$

Suy ra $s = \frac{ml}{m+M}$ (6). Thay số ta được $s = 1m$.

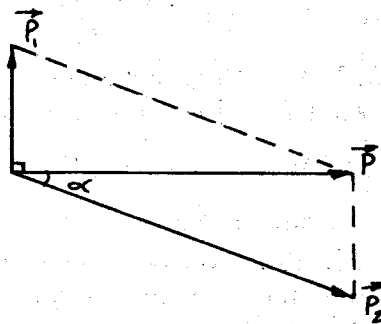
Vậy quãng đường thuyền đi được bằng $1m$.

8.4. Gọi \vec{p} là động lượng của viên đạn trước khi nổ, \vec{p}_1 và \vec{p}_2 là động lượng của hai mảnh, ta có:

$$\vec{p} = (m_1 + m_2) \vec{V};$$

(với $V = 300m/s$);

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1, \quad \vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$$



Hình 8.3

(với $m_1 = 10\text{kg}$; $v_1 = 529 \text{ m/s}$; $m_2 = 20\text{kg}$)

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad (1)$$

Ta biểu diễn phương trình (1) như trên hình 8.3 (theo đề bài $\vec{p}_2 \perp \vec{p}$). Từ hình vẽ ta có :

$$p_2^2 = p^2 + p_1^2 \rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{m_1^2 v_1^2 + (m_1 + m_2)^2 V^2}}{m_2}$$

Thay số ta được $v_2 = 529 \text{ m/s}$.

Từ hình 8.3 , ta thấy \vec{p}_2 (tức là \vec{v}_2) hợp với phương ngang một góc α mà $\sin \alpha = \frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} = 0,5 \rightarrow \alpha = 30^\circ$.

Vậy mảnh to bay chệch xuống dưới, hợp với phương ngang góc 30° và có vận tốc 529 m/s .

8.5. Ở điểm cao nhất A vận tốc và động lượng của đạn bằng không . Sau khi viên đạn nổ, tổng động lượng của hệ (gồm 3 mảnh) cũng phải bằng không : $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$. (1) .

Muốn cho (1) được thoả mãn , ba vectơ $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$, và do đó ba vectơ vận tốc , phải nằm trong một mặt phẳng đi qua A. (hợp của $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ phải là vectơ trực đối với \vec{p}_3 .)

8.6. Xét hệ gồm toa xe và tảng đá . Động lượng ban đầu của hệ : $\vec{p} = m \vec{v}_1$ (với $v_1 = 8 \text{ m/s}$). Động lượng của hệ ngay sau khi tảng đá rơi vào toa xe : $\vec{p}' = (m + M) \vec{v}_2$ với \vec{v}_2 là vận tốc toa xe sau đó . Trên phương ngang hệ không chịu tác dụng của ngoại lực nên động lượng được bảo toàn :

$$\vec{p} = \vec{p}' \rightarrow m \vec{v}_1 = (m + M) \vec{v}_2 \quad (1)$$

Chiếu (1) lên phương ngang ta có :

$$m v_1 \cos \alpha = (m + M) v_2 \rightarrow v_2 = \frac{m v_1 \cos \alpha}{m + M} .$$

Thay số ta được $v_2 = 0,2 \text{ m/s}$.

Vận tốc của toa xe sau khi tảng đá rơi vào bằng $0,2 \text{ m/s}$.

8.7. Xét hệ gồm pháo và thuốc pháo . Động lượng ban đầu của hệ bằng không. Động lượng của thuốc pháo $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$, với $m_1 = 5 \text{ g} = 0,005 \text{ kg}$, $v_1 = 100 \text{ m/s}$. Động lượng của pháo sau khi thuốc pháo cháy: $\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$ với $m_2 = 10 \text{ g} = 0,010 \text{ kg}$ \vec{v}_2 là vận tốc của pháo ngay sau khi thuốc pháo phụt ra. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

Chiếu lên phương thẳng đứng , chiều dương hướng lên trên ta có:

$$- m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \rightarrow v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} = 50 \text{ m/s}.$$

Độ cao cực đại h của pháo được xác định nhờ công thức (của chuyển động chậm dần đều): $v_2^2 = 2gh \rightarrow h = \frac{v_2^2}{2g} = 125 \text{ m}$.

8.8. Giải tương tự như thí dụ 3. Độ biến thiên động lượng của quả bóng: $\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$, với $v_2 = v_1$ và \vec{v}_2, \vec{v}_1 hợp với phương ngang góc $\alpha = 30^\circ$. Vẽ các vectơ vận tốc \vec{v}_1, \vec{v}_2 , suy ra vectơ $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \Delta \vec{v}$. Dễ dàng thấy

rằng $\Delta \vec{v}$, và do đó $\Delta \vec{p}$, hướng vuông góc với mặt sàn và có độ lớn $|\Delta \vec{v}| = 2v \sin \alpha = v$. Suy ra $\Delta p = mv = 0,3.16 = 4,8 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$.

Lực trung bình \vec{F} do sàn tác dụng lên bóng được tính theo hệ thức :

$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$. Do đó lực \vec{F} hướng vuông góc với mặt sàn có chiều từ mặt sàn ra ngoài và có độ lớn :

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 16 \text{ N}.$$

8.9. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của các toa xe. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ hai toa xe A + B (trước và sau khi móc vào nhau) và chiều xuống phương chuyển động ta có : $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$ với $m_1 = 20 \text{ tấn}$; $v_1 = 2,4 \text{ m/s}$; $m_2 = 40 \text{ tấn}$; $v_2 = 1,2 \text{ m/s}$. Suy ra :

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 1,6 \text{ m/s}.$$

Vận tốc của đoàn xe A + B là 1,6 m/s.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ 3 toa xe A+B+C (trước và sau khi đoàn xe A+B móc vào toa C), ta có:

$$(m_1 + m_2)v = (m_1 + m_2 + m_3)v'$$

$$\text{Suy ra } v' = \frac{(m_1 + m_2)v}{m_1 + m_2 + m_3} = 1,2 \text{ m/s}.$$

Vận tốc của đoàn 3 toa xe là 1,2 m/s.

8.10. Xét hệ hai quả cầu (Hình 8.4). Động lượng của hệ lúc chưa va chạm là $\vec{p} = m_B \vec{V} = m \vec{V}$

Động lượng của hệ sau va chạm :

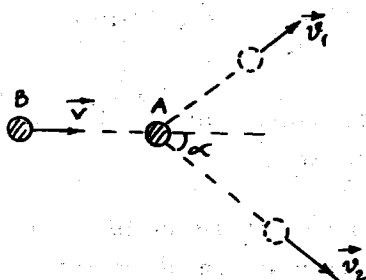
$$\vec{p}' = \vec{p}_A + \vec{p}_B = m \vec{v}_1 + m \vec{v}_2$$

trong quá trình va chạm, xem hệ là kín; áp dụng định luật bảo toàn động lượng:

$$\vec{p} = \vec{p}' \rightarrow m \vec{V} = m \vec{v}_1 + m \vec{v}_2$$

$$\vec{V} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \quad (1)$$

Theo đề bài $v_1 = v_2$ và $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$ nên từ (1) ta có:



Hình 8.4

$$V^2 = v_1^2 + v_2^2 = 2v_1^2 \rightarrow V = v_1 \sqrt{2} = 7,07 \approx 7,1 \text{ m/s}.$$

Ngoài ra \vec{v}_2 hợp với \vec{V} góc α mà $\text{tg} \alpha = \frac{v_1}{v_2} = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$.

8.11. Ta có thể xem hệ gồm "khí cầu + người" là hệ kín vì trọng lực bị khử bởi lực đẩy Acsimet và ta bỏ qua lực cản của không khí. Ban đầu động lượng của hệ bằng không. Khi người bắt đầu leo thang, động lượng của người là $m \vec{v}$ còn động lượng của khí cầu là $M \vec{V}$. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $0 = m \vec{v} + M \vec{V}$. (1).

Chiếu (1) lên phương thẳng đứng ta có: $mv + MV = 0$ (2), với v, V là các giá trị đại số của vận tốc của mỗi người và của khí cầu đối với đất. Mặt khác áp dụng công thức cộng vận tốc, theo đề bài ta có: $v = v_0 + V$ (3). Từ (2) và (3) ta có:

$$V = - \frac{mv_0}{M+m} \text{ và } v = \frac{Mv_0}{M+m} \quad (4)$$

Dấu "-" trong biểu thức của V có nghĩa là: nếu người leo lên ($v_0 > 0$) thì khí cầu đi xuống ($V < 0$) và ngược lại.

Thay số vào (4) ta được $|V| = 0,1 \text{ m/s}$ và $v = 0,9 \text{ m/s}$.

8.12. Khi áp dụng định luật bảo toàn động lượng, các vận tốc được tính đối với trái đất (là hệ quy chiếu quán tính). Gọi v_k là vận tốc của khí đối với Trái đất. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của tên lửa.

a) Nếu $v = 500 \text{ m/s}$ là vận tốc của khí đối với tên lửa giữ nguyên vận tốc $v_0 = 200 \text{ m/s}$ thì đối với Trái đất khí phụt ra có vận tốc $v_k = v_0 - v = 200 - 500 = -300 \text{ m/s}$ (1) (Vì \vec{v}_0 và \vec{v} ngược hướng). Gọi v_1 là vận tốc mới của tên lửa, áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có.

$$Mv_0 = mv_k + (M - m)v_1 \quad (2)$$

$$\rightarrow v_1 = \frac{Mv_0 - mv_k}{M - m} \quad (3)$$

Thay số ta được : $v_1 = 325 \text{ m/s}$.

b) Nếu v là vận tốc của khí đối với tên lửa có vận tốc mới, ký hiệu là v_2 , thì vận tốc của khí phụt ra đối với Trái đất là $v'_k = v_2 - 500$ (4)

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$Mv_0 = mv'_k + (M - m)v_2 \quad (5)$$

Thay số và giải hai phương trình (4) và (5) ta được :

$$v_k = -200 \text{ m/s} \text{ và } v_2 = 300 \text{ m/s}.$$

Trong thực tế mỗi giây tên lửa chỉ phụt ra một lượng khí rất nhỏ so với khối lượng tên lửa, nhờ đó vận tốc tên lửa biến đổi rất ít, nên người ta thường hiểu theo cách a).

8.13. Xét hệ hai xe A + B. Động lượng của hệ khi chưa đốt dây bằng 0. Có hai giai đoạn trong chuyển động của hai xe. *Giai đoạn đầu* rất ngắn ứng với khi đốt dây lò xo bật ra, các xe có vận tốc ban đầu \vec{v}_1 và \vec{v}_2 ngược hướng nhau,

động lượng của hệ là $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$. Trong giai đoạn này ma sát (ngoại lực) không đáng kể so với nội lực nên hệ hai xe là hệ kín; áp dụng định luật bảo toàn động lượng (chọn chiều dương là chiều chuyển động của xe A) ta có:

$$0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \rightarrow 0 = m_1 \vec{v}_1 - m_2 \vec{v}_2 \rightarrow$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1,5}{0,5} = 3 \quad (1)$$

Giai đoạn 2: Với các vận tốc \vec{v}_1, \vec{v}_2 , mỗi xe chịu tác dụng của các lực: trọng lực \vec{P} , lực ma sát \vec{F}_{ms} và phản lực đàn hồi \vec{N} của mặt bàn với xe A ta có:

$$\vec{P}_1 + \vec{F}_{ms1} + \vec{N}_1 = m_1 \vec{a}_1 \quad (2)$$

Chiếu (2) xuống hai trục nằm ngang (với chiều dương là chiều của \vec{v}_1 (đối với xe 1) hoặc \vec{v}_2 (đối với xe 2)) và trục thẳng đứng, ta có:

$$-F_{ms1} = m_1 a_1, \text{ và } -P_1 + N_1 = 0 \rightarrow N_1 = P_1$$

$$\text{Suy ra } -F_{ms1} = kN_1 = kP_1 = km_1 g,$$

$$\text{và từ đó } a_1 = -\frac{F_{ms1}}{m_1} = -kg \quad (3):$$

Xe A chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a_1 = -kg$ và với vận tốc đầu v_1 . Quãng đường đi được l_1 của xe A được tính bằng hệ thức $v_t^2 - v_0^2 = 2as \rightarrow 0 - v_1^2 = 2(-kg).l_1$

$$\rightarrow l_1 = \frac{v_1^2}{2kg} \quad (4). \text{ Lập luận tương tự đối với xe B ta tính}$$

$$\text{được } a_2 = \frac{-F_{ms2}}{m_2} = -kg \quad (5): \text{ Xe B chuyển động chậm dần}$$

đều với gia tốc $a_2 = -g$ và với vận tốc đầu v_2 . Quãng đường đi được l_2 của xe B bằng $l_2 = \frac{v_2^2}{2g}$ (6). Từ (4) và (6)

ta suy ra (chú ý đến (1)) $\frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \rightarrow l_2 = \frac{l_1}{9} = 0,1\text{m}$.

8.14. Gọi F là lực trung bình do búa súng ép lên vai chiến sĩ. Lực này có độ lớn bằng lực F' do súng tác dụng lên các viên đạn. Áp dụng hệ thức $\vec{F}' \Delta t = \Delta \vec{p}$ ta có $F' \Delta t = \Delta p$, trong đó $\Delta p = Mv - Mv_0$, với M là khối lượng của 600 viên đạn

$M = 600m = 12\text{kg}$, $v = 800\text{ m/s}$, $v_0 = 0$, và $\Delta t = 1\text{phút} = 60\text{s}$.

Suy ra: $F = F' = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{12.800}{60} = 160\text{N}$!

8.15. Vì khí phụt ra từ tên lửa trong một thời gian tương đối dài nên ta không thể coi tên lửa như một hệ kín và không thể áp dụng định luật bảo toàn động lượng mà phải áp dụng định luật II Niu-tơn viết dưới dạng mới :

$$F = ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow F \Delta t = m \Delta v = \Delta p \quad (1).$$

a) Tên lửa bay rất chậm có nghĩa là gia tốc của tên lửa rất nhỏ và có thể xem lực đẩy tên lửa xấp xỉ bằng trọng lực tên lửa nghĩa là $F = P = Mg$, với $M = 12\text{ tấn} = 1,2 \cdot 10^4\text{ kg}$. Theo (1), phản lực làm cho khối lượng m của khí tăng tốc từ 0 đến v trong $\Delta t = 1\text{s}$ có độ lớn bằng F . Biến thiên động lượng của khí là : $\Delta p = mv - 0 = mv$, với $v = 1\text{km/s} = 1000\text{m/s}$. Thay vào (1) ta tính được khối lượng khí m cần phụt ra mỗi giây: $Mg \cdot 1 = mv$

$$\rightarrow m = \frac{Mg}{v} = \frac{1,2 \cdot 10^4 \cdot 10}{1000} = 120\text{kg}$$

b) Muốn cho tên lửa bay lên với gia tốc $a = 20\text{ m/s}^2$ thì ta phải có $F - Mg = Ma \rightarrow F = M(a + g)$.

Lập luận như trên ta có : $m = \frac{M(a+g)}{v} = 360 \text{ kg.}$

8.16. Theo định luật III Niuton, phản lực trung bình do tuyết tác dụng vào xe trượt có độ lớn bằng lực trung bình do người tác dụng (đẩy) vào tuyết. Xét theo phương chuyển động (nằm ngang) lực tác dụng vào xe gồm phản lực trung bình F của tuyết và lực ma sát. Chọn chiều dương là chiều chuyển động ta có:

$$F - F_{ms} = ma \quad (1)$$

Để tính F ta áp dụng hệ thức : $F \cdot \Delta t = \Delta p$

Suy ra $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, với $\Delta p = 100 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$; $\Delta t = 5 \text{ s} \rightarrow F = 20 \text{ N.}$

Mặt khác $F_{ms} = kN = kP = kmg = 8 \text{ N.}$

Thay vào (1) suy ra $a = \frac{F - F_{ms}}{m} = \frac{12}{80} = 0,15 \text{ m/s.}$

Xe chuyển động nhanh dần đều. Vận tốc của xe sau 20 giây:

$$v = at = 0,15 \cdot 20 = 3 \text{ m/s.}$$

8.17. Mối đầu kiện hàng (vật) trượt trên sàn toa xe, do chịu tác dụng (theo phương ngang) lực ma sát (do sàn tác dụng lên vật) $F_{ms} = kN = kP = kmg$, làm cho vật có gia tốc đối với đất bằng $a = \frac{F_{ms}}{m} = kg = 1 \text{ m/s}^2$; lực ma sát này

hướng về phía trước (do toa xe chuyển động về phía trước), do đó gia tốc của vật hướng về phía trước. Đồng thời vật tác dụng lên sàn (và toa xe) lực ma sát \vec{F}'_{ms} hướng ngược lại (về phía sau) với độ lớn $F'_{ms} = F_{ms} = kmg$; Lực này làm cho toa xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a' = \frac{F'_{ms}}{M} = \frac{kmg}{M} = 0,1 \text{ m/s}^2$.

Đối với mặt đất kiện hàng có vận tốc $v_2 = at = t \text{ (m/s)}$, và toa xe có vận tốc $v_1 = v_0 - a't = 2 - 0,1t \text{ (m/s)}$. Nếu chiều dài l của toa xe đủ lớn thì đến thời điểm t_0 hai vận tốc v_1 và v_2 của toa xe và của vật sẽ bằng nhau và vật sẽ nằm yên

trên sàn, ta có: $v_1 = v_2 \rightarrow 2 - 0,1t_0 = t_0 \rightarrow t_0 \approx 1,82s$. Đối với mặt đất, đến lúc đó vật đã đi được quãng đường

$s_2 = \frac{a}{2} t_0^2 \approx 1,65m$, còn toa xe đi được quãng đường

$s_1 = v_0 t_0 - \frac{a'}{2} t_0^2 = 3,47m$. Và như vậy đối với toa xe vật đã

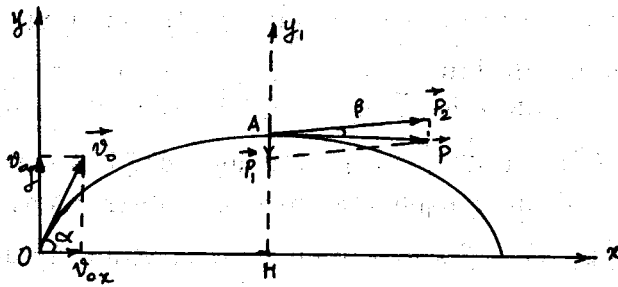
đi được quãng đường $s_1 - s_2 = 1,82m < l = 5m$. Vậy chiều dài l của toa xe đủ lớn ($l = 5m$) để kiện hàng ở cách mép trước của toa xe một khoảng bằng $1,82m$.

Hệ toa xe - kiện hàng có thể coi là kín trong chuyển động theo phương ngang (các ngoại lực theo phương thẳng đứng đã khử nhau); áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta tìm được vận tốc cuối v_c của toa xe và kiện hàng:

$$Mv_0 = (M + m) v_c \rightarrow v_c = \frac{10}{11} v_0 \approx 1,82 \text{ m/s}.$$

(ta cũng có thể tính được v_c từ công thức $v_c = v_2$ ($t = t_0$) = $1,82 \text{ m/s}$, hoặc $v_c = v_1$ ($t = t_0$) = $2 - 0,1 t_0$).

8.18. Chọn hệ trục tọa độ xOy , Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng. Ta biết vật ném xiên góc vạch ra một cung parabol; điểm cao nhất A mà lực đạn đạt tới là đỉnh của parabol, tại



Hình 8.7

đó vận tốc \vec{v} (tiếp tuyến với parabol) có phương nằm ngang và có độ lớn $v = v_{0x} = 5\sqrt{3}$ m/s. (Hình 8.7).

Như vậy trước khi nổ tại A lực đạn có vận tốc \vec{v} với độ lớn $v = 5\sqrt{3}$ m/s. Ta có thể xác định vị trí của điểm A, dựa vào phương trình chuyển động của lựu đạn ném từ 0:

$$x = v_{0x}t = 5\sqrt{3}t, \quad (1)$$

$$v_y = v_{0y} - gt = 5 - 10t \quad (2)$$

và $y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = 5t - 5t^2$ (3). Thời gian t_1 lựu đạn bay từ 0 đến A được xác định từ điều kiện: $v_y = 0 \rightarrow 5 - 10t_1 = 0 \rightarrow t_1 = 0,5s$. Do đó $x_A = 04 = 5\sqrt{3}t_0 \approx 4,33$ m và $y_A = AH = 5t_1 - 5t_1^2 = 1,25m$. (4).

Xét lựu đạn nổ tại A.

Gọi m là khối lượng của mỗi mảnh, khối lượng của lựu đạn bằng $2m$. Động lượng \vec{p} của lựu đạn trước khi nổ (hình 8.7) có độ lớn: $p = 2mv = 10\sqrt{3}m$. (5).

Mảnh 1 có vận tốc $v_1 = 10$ m/s rơi thẳng đứng xuống có động lượng ban đầu \vec{p}_1 với độ lớn $p_1 = mv_1 = 10m$ (6). Như vậy mảnh 1 rơi đến đất tại H cách vị trí ném một khoảng $OH = 4,33m$. Gọi \vec{p}_2 là động lượng của mảnh 2 ($p_2 = mv_2$), áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ (7). Ta biểu diễn phương trình (7) như trên hình 8.7. Ta có: $p_2^2 = p^2 + p_1^2 = (10m)^2 + 3(10m)^2 = 4.(10m)^2 \rightarrow p_2 = 20m$.

Suy ra $v_2 = \frac{p_2}{m} = 20$ m/s (8). Mặt khác, gọi β là góc giữa

$$\vec{p}_2(\vec{v}_2) \text{ và phương ngang ta có } \operatorname{tg}\beta = \frac{p_1}{p} = \frac{10m}{10\sqrt{3}m} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow \beta = 30^\circ \quad (9)$$

Vậy sau khi lựu đạn nổ mảnh 2 có vận tốc ban đầu bằng $v_2 = 20 \text{ m/s}$ và \vec{v}_2 hợp với phương ngang góc $\beta = 30^\circ$.

Sau khi lựu đạn nổ chuyển động của mảnh 2 giống như chuyển động của một vật được ném từ A với vận tốc $v_2 = 20 \text{ m/s}$ theo phương làm với đường nằm ngang góc $\beta = 30^\circ$. Để xét chuyển động của mảnh 2 ta dùng hệ trục tọa độ xHy' có gốc tại H. Các phương trình chuyển động của mảnh 2 là:

$$x = v_2 \cos\beta t = 10\sqrt{3} t \quad (11)$$

$$y = y_A + v_2 \sin\beta t - \frac{gt^2}{2} = 1,25 + 10t - 5t^2 \quad (12)$$

Phương trình quỹ đạo của mảnh 2 :

$$y = 1,25 + \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{x^2}{60} \quad (13)$$

Mảnh 2 rơi đến đất tại B có tọa độ $y_B = 0$. Từ (13) ta tìm được $x_B = 36,68 \text{ m}$. Vậy điểm rơi trên mặt đất của mảnh 2 cách vị trí ném lựu đạn một khoảng.

$$OB = OH + HB = x_A + x_B = 41\text{m}.$$

§9. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN NĂNG LƯỢNG

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Công của lực \vec{F} có điểm đặt dịch chuyển một đoạn đường thẳng s làm với phương (không đổi) của lực một góc α là: $A = F s \cos \alpha = F' s = F s'$

(F' là hình chiếu của \vec{F} xuống đường đi, s' là hình chiếu của s xuống phương của lực).

- Nếu lực cùng hướng với đường đi ($\alpha = 0$): $A = F \cdot s$;
- Nếu lực ngược hướng với đường đi ($\alpha = 180^\circ$): $A = -F s$;
- Nếu lực vuông góc với đường đi ($\alpha = 90^\circ$) ; $A = 0$;
- Nếu $\alpha < 90^\circ \rightarrow A > 0$: công phát động ;
- Nếu $90^\circ < \alpha < 180^\circ \rightarrow A < 0$: công cản ;
- Đơn vị công : jun (J) = niuton x mét

2. Công của trọng lực không phụ thuộc vào dạng quỹ đạo của vật mà luôn luôn bằng tích của trọng lực của vật với hiệu độ cao của vị trí đầu và vị trí cuối của vật :

$A = mgh$, với $h = h_1 - h_2$; h_1, h_2 là độ cao lúc đầu và lúc cuối.

– Nếu vật đi từ trên xuống : $h > 0 \rightarrow A > 0$.

– Nếu vật đi từ dưới lên : $h < 0 \rightarrow A < 0$.

• Công của lực đàn hồi : $A = \frac{k}{2}(x_1^2 - x_2^2)$, với k là hệ số

đàn hồi (độ cứng) ; x_1, x_2 là độ biến dạng ban đầu và lúc sau.

3. Định luật bảo toàn công : Được lợi bao nhiêu lần về lực thì thiệt bấy nhiêu lần về đường đi (không một máy nào cho ta lợi về công !).

• Khi vật chuyển động đều, hoặc khi vận tốc của vật ở điểm đầu và điểm cuối bằng nhau, ta có công phát động bằng công cản : $A_{\text{động}} = |A_{\text{cản}}|$.

4. Công suất của máy (vật) thực hiện công A trong thời gian t : $N = \frac{A}{t} = Fv$ (\vec{F} là lực tác dụng lên vật chuyển

động với vận tốc \vec{v} cùng hướng với \vec{F}). Nếu v là vận tốc tức thời ta có công suất tức thời ; nếu v là vận tốc trung bình (\bar{v}) ta có công suất trung bình.

• Đơn vị công suất : oát(W) = jun/giây.

5. Năng lượng (của một vật hay hệ vật) là đại lượng biểu thị khả năng sinh công (của nó).

– Các dạng năng lượng : cơ năng, nội năng, hoá năng...

– Đơn vị năng lượng : jun (J).

6. Động năng của một vật có khối lượng m và vận tốc v là đại lượng vô hướng (≥ 0) : $W_d = \frac{mv^2}{2}$.

• Định lý về động năng : Biến thiên động năng của vật bằng công A_{ng} của ngoại lực tác dụng lên vật :

$$W_{d2} - W_{d1} = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2) = A_{ng}$$

(W_{d1} , W_{d2} là động năng lúc đầu và lúc sau)

+ Định lý này vẫn đúng khi phương của lực không trùng với phương của chuyển động .

+ $A_{ng} > 0$: động năng của vật tăng lên; $A_{ng} < 0$; động năng của vật giảm đi.

7. Thế năng là năng lượng mà vật (hay hệ vật) có do tương tác (bằng lực thế) giữa hai vật trong hệ (hoặc giữa các phần của vật) và phụ thuộc vào vị trí tương đối của các vật (phần ấy)

• Thế năng (hấp dẫn) của vật nặng (có khối lượng m, đặt ở độ cao h trong trọng trường có gia tốc g) là : $W_t = mgh$. Thế

năng này phụ thuộc vào mức tính độ cao, có thể là dương, âm hoặc bằng không.

• *Thế năng đàn hồi của lò xo* (vật đàn hồi) có độ cứng k bị biến dạng (giãn hoặc co) một đoạn x : $W_t = \frac{kx^2}{2}$.

8. Tổng của động năng và thế năng gọi là cơ năng:

$$W = W_d + W_t.$$

• **Định luật bảo toàn cơ năng:** Trong hệ kín không có ma sát, thì có sự biến đổi qua lại của động năng và thế năng, nhưng tổng của chúng, tức là cơ năng, được bảo toàn :

$$W = W_d + W_t = \text{const.}$$

9. Định luật bảo toàn năng lượng: Trong hệ kín có sự chuyển hoá năng lượng từ dạng này sang dạng khác, sự truyền năng lượng từ vật này sang vật khác, nhưng số lượng tổng cộng không đổi.

10. Hiệu suất được đo bằng tỷ số giữa công (hoặc công suất) có ích và công (hoặc công suất) toàn phần ; $H = \frac{A}{A_{tp}}$, hay

$$H = \frac{N}{N_{tp}}. \quad H \leq 1 \text{ (thường tính ra \%)}$$

• *Hiệu suất của máy* : $H = \frac{E_r}{E_v}$ (E_v là năng lượng vào (cung cấp cho máy) ; E_r là năng lượng ra (có ích)

11. Va chạm của hai vật là tương tác giữa hai vật xảy ra trong một thời gian ngắn.

a) *Va chạm đàn hồi* : nghiệm đúng định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn động năng. Có thể thay định luật bảo toàn động năng bằng quy tắc : vận tốc tương đối giữa hai vật giữ nguyên độ lớn nhưng đổi chiều.

b) *Va chạm mềm* : sau va chạm hai vật có cùng vận tốc . Hệ va chạm mềm tuân theo định luật bảo toàn động lượng. Định luật bảo toàn năng lượng được nghiệm đúng; Một phần động năng chuyển hoá thành nội năng (biến thành nhiệt và làm biến dạng hai vật) nên không có sự bảo toàn cơ năng.

12. Định luật Bécnu-li : Tổng của áp suất tĩnh và áp suất động không đổi theo ống nằm ngang:

$$p + \frac{Dv^2}{2} = \text{const}$$
 (p là áp suất tĩnh $p = \frac{F}{S}$; trong lòng chất lỏng thì $p = Dgh$, h là độ sâu, D là khối lượng riêng của chất lỏng. Còn $\frac{Dv^2}{2}$ là áp suất động, với v là vận tốc của chất lỏng).

+ Với ống không nằm ngang :

$$p_1 + \frac{Dv_1^2}{2} + Dgh_1 = p_2 + \frac{Dv_2^2}{2} + Dgh_2 .$$

• Chuyển động của chất lỏng không nén khi chảy ổn định :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_1}{S_2}$$
, với v_1, v_2 là vận tốc chất lỏng chảy qua tiết diện S_1, S_2 .

II. BÀI TẬP THÍ DỤ.

1. **Thí dụ 1.** Một xe ô tô khối lượng $m = 2$ tấn chuyển động nhanh dần đều trên đường nằm ngang với vận tốc ban đầu bằng không, đi được quãng đường $s = 200\text{m}$ thì đạt được vận tốc $v = 72\text{km/h}$. Tính công do lực kéo của động cơ ô tô và do lực ma sát thực hiện trên quãng đường đó. Cho biết hệ số ma sát lăn giữa ô tô và mặt đường là $k = 0,05$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A. Lời giải : Các lực tác dụng lên ô tô là: trọng lực \vec{P} , phản lực đàn hồi \vec{N} của mặt đường, lực ma sát \vec{F}_{ms} và lực

kéo \vec{F}_k của động cơ ô tô. Áp dụng định luật II Niuton ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_k = m \vec{a} \quad (1)$$

Chiếu (1) lên trục nằm ngang và trục thẳng đứng ta có :

$$F_k - F_{ms} = ma \quad (2)$$

$$\text{và } -P + N = 0 \rightarrow N = P \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta có ; $F_k = ma + F_{ms} = ma + kP = m(a + kg)$ (4)

Theo đề bài, gia tốc chuyển động của ô tô là :

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}, \text{ với } v = 72\text{km/h} = 20\text{m/s}; v_0 = 0; s = 200\text{m};$$

suy ra $a = 1\text{m/s}^2$. Lực kéo của động cơ ô tô là : $F_k = m(a + kg) = 2000.1,5 = 3000\text{N}$. Vì lực kéo cùng hướng chuyển động, công do lực kéo của động cơ ô tô thực hiện trên quãng đường s là :

$$A = F_s \cdot s = 600.000 \text{ J} = 600\text{kJ}.$$

Công do lực ma sát thực hiện trên quãng đường đó là :

$$A = -F_{ms} \cdot s = -kmg \cdot s = -200.000\text{J} = -200\text{kJ}.$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán tính công của lực. Chỉ cần áp dụng công thức $A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$, và căn cứ vào dữ kiện của đầu bài để tìm F , s và góc α hợp bởi lực \vec{F} và đường đi. Đề bài có thể cho biết ngay \vec{F} , hoặc, cho biết một số dữ kiện về chuyển động để từ đó tìm được \vec{F} (như ở thí dụ trên). Lực \vec{F} cũng có thể là lực ma sát, lực đàn hồi....

2. Thí dụ 2.

Một ô tô khối lượng $m = 4$ tấn đang chuyển động đều trên con đường thẳng nằm ngang với vận tốc 10m/s ; công suất của động cơ ô tô là 20kW .

1) Tính hệ số ma sát của mặt đường.

2) Sau đó ô tô tăng tốc, chuyển động nhanh dần đều và sau khi đi thêm được quãng đường 250m vận tốc ô tô tăng lên đến 54km/h . Tính công suất trung bình của động cơ ô tô trên

quãng đường này và công suất tức thời của động cơ ô tô ở cuối quãng đường. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

A. Lời giải :

1) Khi ô tô chuyển động đều, áp dụng định luật II Niuton ta có : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_k + \vec{F}_{ms} = 0$ (1)

Chiếu (1) lên trục nằm ngang và trục thẳng đứng ta có:

$$F_k - F_{ms} = 0 \rightarrow F_k = F_{ms} \quad (2)$$

$$\text{và } -P + N = 0 \rightarrow N = P \quad (3)$$

$$\text{Từ đó } F_k = F_{ms} = kN = kP = kmg \quad (4)$$

Áp dụng công thức tính công suất, ta tìm được lực kéo của động cơ ô tô : $F_k = \frac{N}{v} = \frac{20.000}{10} = 2000\text{N}$.

$$\text{Từ (4) ta có : } k = \frac{F_k}{mg} = \frac{2000}{4000 \cdot 10} = 0,05.$$

2) Gia tốc chuyển động của ô tô là : $a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2s}$,

với $v_t = 54\text{km/h} = 15\text{m/s}$; $v_0 = 10\text{m/s}$; $s = 250\text{m}$; suy ra $a = 0,25\text{m/s}^2$. Áp dụng định luật II Niuton ta có :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_k + \vec{F}_{ms} = m \vec{a} \quad (5)$$

Chiếu (5) lên trục nằm ngang và trục thẳng đứng ta tìm được : $N = P$ và $F_k - F_{ms} = ma \rightarrow F_k = ma + kmg = 3000\text{N}$. Công suất tức thời của động cơ ô tô ở cuối quãng đường là :

$$N = F_k v_t = 3000 \cdot 15 = 45000\text{W}.$$

Vận tốc trung bình của ô tô trên quãng đường đó :

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{s}{\left(\frac{v_t - v_0}{a}\right)} = \frac{v_t + v_0}{2} = \frac{15 + 10}{2} = 12,5\text{m/s}.$$

Công suất trung bình của động cơ ô tô trên quãng đường đó là : $\bar{N} = F_k \cdot \bar{v} = 37500W$.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về công suất. Cần áp dụng công thức $N = \frac{A}{t}$ hoặc $N = Fv$. Đối với chuyển động đều thì $N = Fv$. Đối với chuyển động biến đổi ta có công suất tức thời $N = Fv$ và công suất trung bình $\bar{N} = \frac{A}{t}$. Còn đối với chuyển động biến đổi đều ta có công suất tức thời $N = Fv$ và công suất trung bình $\bar{N} = F\bar{v} = F\left(\frac{v + v_0}{2}\right)$.

3. Thí dụ 3.

Từ tầng dưới cùng của toà nhà , một thang máy có khối lượng tổng cộng $m = 1$ tấn, đi lên tầng cao.

1) Trên đoạn đường $s_1 = 5m$ đầu tiên thang máy chuyển động nhanh dần và đạt vận tốc $5m/s$. Tính công do động cơ thang máy thực hiện trên đoạn đường này.

2) Trên đoạn đường $s_2 = 10m$ tiếp theo, thang máy chuyển động thẳng đều. Tính công suất của động cơ trên đoạn đường này.

3) Trên đoạn đường $s_3 = 5m$ sau cùng thang máy chuyển động chậm dần và dừng lại. Tính công của động cơ và lực trung bình do động cơ tác dụng lên thang máy trên đoạn đường này. Lấy $g = 10m/s^2$.

A. Lời giải :

1) Ngoại lực tác dụng lên thang máy là trọng lực \vec{P} và lực kéo \vec{F}_1 của động cơ thang máy. Áp dụng định lý về động năng ta có :

$$W_{d1} - W_{do} = A_{\vec{F}_1} + A_{\vec{P}_1}$$

Trong đó $W_{d1} = \frac{mv_1^2}{2}$, $W_{d0} = \frac{mv_0^2}{2} = 0$;

$A_{\vec{P}_1} = -Ps_1 = -mgs_1$ ($A_{\vec{P}_1} < 0$, vì thang máy đi lên).

Suy ra công do động cơ thang máy thực hiện là:

$$A_{F_1} = \frac{mv_1^2}{2} + mgs_1 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 5^2 + 1000 \cdot 10 \cdot 5 = 62500 \text{ J.}$$

2) Vì thang máy chuyển động đều lực kéo \vec{F}_2 của động cơ cân bằng với trọng lực \vec{P} : $\vec{F}_2 + \vec{P} = 0$. Công phát động $A_{\vec{F}_2}$ của động cơ có độ lớn bằng công cản $A_{\vec{P}}$:

$$A_{\vec{F}_2} = -A_{\vec{P}}, \text{ với } A_p \equiv -Ps_2 = -mgs_2.$$

Suy ra $A_{F_2} = mgs_2$, và, do đó công suất của động cơ thang máy trên đoạn đường s_2 là;

$$N_2 = \frac{A_{F_2}}{t} = \frac{mgs_2}{t} = mgv_2 = mgv_1$$

$$\rightarrow N_2 = 1000 \cdot 10 \cdot 5 = 50000 \text{ W} = 50 \text{ kW.}$$

3) Ngoại lực tác dụng lên thang máy là trọng lực \vec{P} và lực kéo \vec{F}_3 của động cơ. Áp dụng định lí động năng ta có:

$$W_{d3} - W_{d2} = A_{F_3} + A_p,$$

$$\text{với } W_{d3} = \frac{mv_3^2}{2} = 0; W_{d2} = \frac{mv_2^2}{2} \quad (v_2 = v_1 = 5 \text{ m/s});$$

$$A_p = -Ps_3 = -mgs_3$$

Suy ra công của động cơ trên đoạn đường s_3 là:

$$A_{F_3} = mgs_3 - \frac{mv_2^2}{2} = 37500 \text{ J.}$$

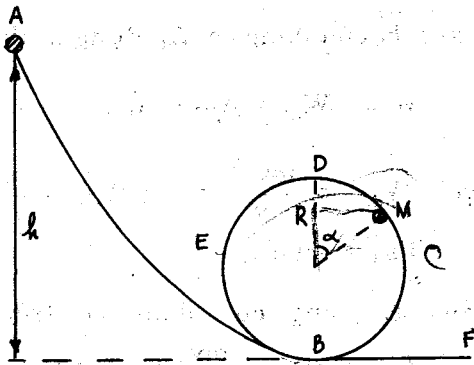
Áp dụng công thức tính công ta tìm được lực trung bình do động cơ tác dụng lên thang máy trên đoạn đường s_3 :

$$\overline{F_3} = \frac{A_{F_3}}{s_3} = \frac{37500'}{5} = 7500\text{N}.$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán áp dụng định lí động năng. Cần xác định các ngoại lực tác dụng vào vật (lực phát động, lực cản) và vận tốc của vật ở đầu và cuối quãng đường. Cần chú ý rằng chuyển động của vật không nhất thiết phải là chuyển động biến đổi đều. Do đó trong trường hợp để chỉ cho biết chuyển động là biến đổi (như trong thí dụ trên) thì thuận tiện nhất là giải bài toán bằng định lí động năng. Còn trong trường hợp chuyển động là biến đổi đều thì ngoài cách giải bằng định lí động năng còn có thể có cách giải khác (áp dụng các phương trình của chuyển động biến đổi đều và các công thức đã biết); tuy nhiên nói chung cách giải bằng định lí động năng vẫn thuận tiện hơn cả. Khi giải bài toán cần chú ý rằng công cản là công âm (khi thang máy đi lên công của trọng lực là công cản, nhưng khi thang máy đi xuống công của trọng lực lại là công phát động). Cần chú ý thêm đến khái niệm lực trung bình trong thí dụ trên (thường xảy ra trong thực tế).

4. Thí dụ 4 .

Một hòn bi nhỏ khối lượng $m = 50\text{g}$ lăn không vận tốc đầu từ điểm A có độ cao h dọc theo một đường rãnh trơn ABCDEF có dạng như trên hình 9.1; phần BCDE có dạng một đường tròn



Hình 9.1

với v là vận tốc của hòn bi tại M. Từ (1) suy ra

$$v = \sqrt{2g[h - R(1 + \cos\alpha)]} \quad (2)$$

Thay chữ bằng số ta được $v \cong 3,32 \text{ m/s}$.

Áp dụng định luật II Niuton cho hòn bi tại M; ta có :

$$\vec{P} + \vec{N} = m \vec{a} \quad (3),$$

với \vec{N} là phản lực đàn hồi của rãnh. Chiếu (3) lên trục OM (chiều dương hướng về O), ta được :

$$P \cos\alpha + N = \frac{mv^2}{R} \quad (4)$$

Lực \vec{Q} do hòn bi nén lên rãnh có độ lớn bằng phản lực đàn hồi của rãnh tác dụng lên hòn bi :

$$Q = N = \frac{mv^2}{R} - mg \cos\alpha \quad (5)$$

Thay biểu thức của v từ (2) vào (5) ta được :

$$Q = \frac{m}{R} \cdot 2g [h - R(1 + \cos\alpha)] - mg \cos\alpha$$

$$\rightarrow Q = mg \left(\frac{2h}{R} - 2 - 3 \cos\alpha \right) \quad (6).$$

thay chữ bằng số ta được : $Q \cong 1,58N$.

3. Để có thể vượt qua hết vòng tròn BCDE hòn bi phải luôn nén lên vòng tròn khi chuyển động, nghĩa là phải có $Q > 0$ với mọi vị trí góc α . Từ biểu thức của Q ta thấy Q nhỏ nhất khi $\cos\alpha = 1$ hay $\alpha = 0$ (hòn bi ở vị trí cao nhất D trong vòng tròn). Điều kiện để hòn bi vượt qua hết phần hình tròn BCDE của rãnh là :

$$Q_{\min} \geq 0 \rightarrow mg \left(\frac{2h}{R} - 5 \right) \geq 0 \rightarrow h \geq \frac{5R}{2} \rightarrow h \geq 0,75m.$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán áp dụng định luật bảo toàn cơ năng . Cần xác định được biểu thức cụ thể của động năng và thế năng tại hai vị trí của vật (một trong hai vị trí này thường chọn là vị trí tại đó động năng hoặc thế năng bằng không, hoặc chúng có giá trị xác định). Để tìm biểu thức của thế năng cần chọn mốc tính thế năng sao cho việc tính thế năng là thuận tiện nhất (thường chọn tại vị trí thấp nhất của vật). Chỉ tính được thế năng (và do đó chỉ áp dụng được định luật bảo toàn cơ năng) trong trường hợp trọng lực và lực đàn hồi (gọi chung là lực thế).

5. Thí dụ 5.

Để đóng một cái cọc có khối lượng $m_1 = 10\text{kg}$ xuống nền đất người ta dùng một búa máy. Khi hoạt động, nhờ có một động cơ công suất $N = 1,75\text{kW}$, sau 5s búa máy nâng vật nặng (búa) khối lượng $m_2 = 50\text{kg}$ lên đến độ cao $h_0 = 7\text{m}$ so với đầu cọc, và sau đó thả rơi xuống nện vào đầu cọc. Mỗi lần nện vào đầu cọc vật nặng nảy lên $h = 1\text{m}$ (so với vị trí đầu cọc trước khi va chạm) và cọc lún xuống một đoạn $s = 10\text{m}$. Biết khi va chạm 20% cơ năng ban đầu biến thành nhiệt và làm biến dạng các vật. Hãy tính : a) Động năng vật nặng truyền cho cọc; b) Lực cản trung bình của đất ; và c) Hiệu suất của động cơ búa máy. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

A. Lời giải : a) Xét hệ gồm vật nặng (búa) và cọc. Khi vật nặng (búa) rơi, thế năng của vật nặng m_2 (W_{t2}) sẽ chuyển hoá thành động năng ($W_{đ2}$) ; $W_{t2} = W_{đ2}$ (1). Khi vật nặng m_2 va chạm với cọc m_1 , động năng $W_{đ2}$ của vật nặng m_2 sẽ biến thành nhiệt và nội năng Q , thành động năng $W_{đ1}$ của cọc và động năng $W'_{đ2}$ của vật nặng sau va chạm. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$W_{t2} = W_{đ2} = Q + W_{đ1} + W'_{đ2} \quad (2).$$

Sau đó động năng $W'_{đ2}$ của vật nặng lại chuyển động thành thế năng W'_{t2} khi nó nảy lên độ cao h : $W'_{đ2} = W'_{t2}$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra động năng W_{d1} vật nặng truyền cho cọc:

$$W_{d1} = W_{t2} - Q - W'_{t2} \quad (4)$$

Theo đề bài $W_{t2} = m_2 g h_0$; $W'_{t2} = m_2 g h$;

$$Q = 0,2 W_{d2} = 0,2 W_{t2} = 0,2 \cdot m_2 g h_0 .$$

Thay vào (4) ta có: $= m_2 g (h_0 - 0,2h_0 - h)$.

Thay chữ bằng số : $m_2 = 50\text{kg}$; $g = 10\text{m/s}^2$; $h_0 = 7\text{m}$; $h = 1\text{m}$
ta được $W_{d1} = 2300\text{J}$

b) Theo định luật bảo toàn năng lượng, khi cọc lún xuống, động năng W_{d1} và thế năng W_{t1} của nó giảm (chọn mốc thế năng tại vị trí ban đầu), biến thành nội năng của cọc và đất (nhiệt và biến dạng), độ tăng nội năng này lại bằng công A_c của lực cản của đất ; ta có :

$$W_{d1} + W_{t1} = A_c .$$

Từ trên và theo đề bài ta có:

$$W_{d1} = 2300\text{J} ; W_{t1} = m_1 g \cdot s ;$$

$A_c = F_c \cdot s$ (F_c là lực cản trung bình của đất), với $s = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$.

Suy ra $F_c = 23100\text{N}$.

c) Hiệu suất của động cơ :

$$H = \frac{A_{\text{có ích}}}{A_{\text{t phân}}}$$

Công có ích $A_{\text{có ích}}$ của động cơ là công kéo vật nặng m_2 lên độ cao $h_0 = 7\text{m}$ kể từ đầu cọc, công này biến thành thế năng W_{t2} của vật nặng: $A_{\text{có ích}} = m_2 g h_0$. Công toàn phần của động cơ tính bằng công thức:

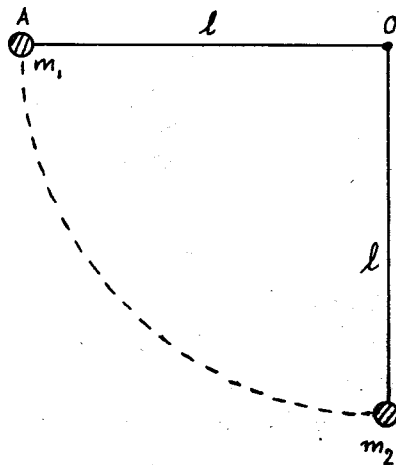
$$A_{\text{tpân}} = N.t, \text{ với } N = 1,75\text{kW} = 1750\text{W}$$

$$t = 5\text{s} . \text{ Thay số ta được } H = 40\% .$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về năng lượng và hiệu suất. Cần xác định các dạng năng lượng chuyển hoá trong hệ ; ngoài động năng, thế năng (cơ năng) thường còn có nội năng (nhiệt), năng lượng (công) làm biến dạng.... Sau đó phân tích quá trình chuyển hoá năng lượng trong từng giai đoạn và áp dụng định luật bảo toàn năng lượng . Nếu có ngoại lực (như lực cản của đất trong thí dụ trên) thì độ biến thiên năng lượng của hệ biến thành (bằng) công của ngoại lực. Khi tính hiệu suất cần phân biệt được công (năng lượng) có ích và công (năng lượng) toàn phần và xác định được các đại lượng đó căn cứ vào dữ liệu của đề bài. Thường thì, biết công suất của máy (động cơ) ta xác định được công (năng lượng) toàn phần mà máy (động cơ) thực hiện trong khoảng thời gian máy (động cơ) hoạt động dựa vào công thức $A = Nt$.

6. Thí dụ 6.

Hai hòn bi , A và B, có khối lượng $m_1 = 150\text{g}$ và $m_2 = 300\text{g}$ được treo bằng hai sợi dây, khối lượng không đáng kể, có cùng chiều dài $l = 1\text{m}$, vào một điểm O. Kéo lệch hòn bi A cho dây treo nằm ngang (Hình 9.3) rồi thả nhẹ ra, nó đến va chạm vào hòn bi B. Sau va chạm hai hòn bi chuyển động như thế nào, lên đến độ cao bằng bao nhiêu tính từ vị trí cân bằng ? Tính phần động năng biến thành nhiệt khi va chạm.



Hình 9.3

Xét hai trường hợp : a) Hai hòn bi bằng chì, va chạm là mềm ; b) Hai hòn bi bằng thép, va chạm là đàn hồi. Trong mỗi trường hợp kiểm lại định luật bảo toàn năng lượng .

A. Lời giải :

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng (cho hệ gồm hòn bi A và Trái đất ; chọn mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng của hòn bi B trước va chạm) ta tính được vận tốc v của hòn bi A trước va chạm :

$$0 + m_1 gl = \frac{m_1 v_1}{2} + 0 \rightarrow v = \sqrt{2gl} . \quad (1)$$

a) Va chạm là mềm :

Một phần động năng của hòn bi A [$W_d = \frac{m_1 v_1}{2} (= m_1 gl)$] biến thành nhiệt. Ngay sau va chạm cả hai hòn bi có cùng vận tốc u . Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$m_1 v = (m_1 + m_2) u \rightarrow$$

$$u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} = \frac{v}{3} \text{ (thay } m_2 = 2m_1, \text{ theo đề bài)} \quad (2).$$

Động năng của hệ hai hòn bi sau va chạm là

$$W'_d = \frac{m_1 u^2}{2} + \frac{m_2 u^2}{2} = \frac{3m_1 u^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{6} = \frac{m_1 gl}{3} \quad (3).$$

Sau va chạm hai hòn bi dính vào nhau và tiếp nối chuyển động tròn ban đầu của hòn bi A. Động năng W'_d của hệ hai hòn bi chuyển động thành thế năng $W'_t = (m_1 + m_2)gh = 3m_1 gh$ của hai hòn bi ở độ cao tối đa h (chọn mốc tính thế năng như trên):

$$W'_t = W'_d \rightarrow \frac{m_1 gl}{3} = 3 m_1 gh.$$

Suy ra
$$h = \frac{1}{9} = \frac{1}{9}m \cong 11\text{cm} \quad (4)$$

Phần động năng của hòn bi A đã biến thành nhiệt khi va chạm là :

$$Q = W_d - W'_d = m_1 gl - \frac{m_1 gl}{3} = \frac{2m_1 gl}{3} \quad (5)$$

Thay chữ bằng số ta được :

$$Q = 1\text{J}.$$

Ta kiểm lại định luật bảo toàn năng lượng . Ban đầu năng lượng của hệ hai hòn bi là thế năng $m_1 gl$ của hòn bi A ở độ cao l . Về sau hệ có thế năng $\frac{m_1 gl}{3}$, cơ năng không được bảo toàn mà một phần $Q = \frac{2m_1 gl}{3}$ đã chuyển thành nhiệt trong quá trình va chạm mềm. Nhưng năng lượng được bảo toàn :

$$m_1 gl = Q + \frac{m_1 gl}{3} \quad (6)$$

b) *Va chạm là đàn hồi.* Gọi v_1 và v_2 là vận tốc của hòn bi A và hòn bi B ngay sau va chạm. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn động năng cho hệ hai hòn bi ta có (lưu ý $m_2 = 2m_1$)

$$m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v_2 \rightarrow v = v_1 + 2v_2 \quad (7);$$

$$\text{và } \frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \rightarrow v^2 = v_1^2 + 2v_2^2. \quad (8).$$

$$\text{Từ (7) và (8) suy ra; } v_1 = -\frac{v}{3}; v_2 = \frac{2v}{3}. \quad (9).$$

v_1 ngược dấu với v có nghĩa là hòn bi A bật ngược trở lại ; v_2 cùng dấu với v có nghĩa là hòn bi B bật ra phía trước và tiếp nối chuyển động tròn ban đầu của hòn bi A. Ngay sau va chạm động năng của hòn bi A và hòn bi B lần lượt là :

$$W_{d1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{18} = \frac{m_1 gl}{9} ; \quad (10)$$

$$W_{d2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{4m_1 v^2}{9} = \frac{8m_1 gl}{9} \quad (11)$$

Nhờ có động năng hai hòn bi đi lên các độ cao tối đa h_1 và h_2 ở đó thế năng của chúng bằng các động năng trên đây (áp dụng định luật bảo toàn cơ năng). Ta có :

$$W_{d1} = W_{t1} \rightarrow m_1 gh_1 = \frac{m_1 gl}{9} \rightarrow h_1 = \frac{l}{9} = \frac{1}{9} m \cong 11\text{cm}. \quad (12)$$

$$\text{và } W_{d2} = W_{t2} \rightarrow m_2 gh_2 = \frac{8m_1 gl}{9} \rightarrow h_2 = \frac{4l}{9} = \frac{4}{9} m \cong 44\text{cm}. \quad (13)$$

Ta kiểm tra lại định luật bảo toàn năng lượng . Ban đầu năng lượng của hệ hai hòn bi là thế năng $m_1 gl$ của hòn bi A ở độ cao l . Về sau hệ có thế năng

$$W_{t1} = W_{t2} = \frac{m_1 gl}{9} + \frac{8m_1 gl}{9} = m_1 gl \quad (14), \text{ bằng năng}$$

lượng ban đầu.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về va chạm giữa hai vật. Trong trường hợp va chạm mềm (như trong thí dụ trên hoặc trong bài toán về con lắc thử đạn), ta áp dụng định luật bảo toàn động lượng , trong đó cần chú ý rằng sau va chạm hai vật có cùng vận tốc (hai vật "đính vào nhau") ; trong trường hợp này động năng (cơ năng) không được bảo toàn, một phần động năng ban đầu biến thành nội năng (nhiệt và biến dạng). Còn trong trường hợp va chạm đàn hồi thì áp dụng được định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn động năng ; trong trường hợp này có thể thay định luật bảo toàn động năng bằng quy tắc : vận tốc tương đối giữa hai vật giữ nguyên độ lớn nhưng đổi chiều; cụ thể là trong thí dụ trên có thể thay phương trình (8) bằng phương trình $v = v_2 - v_1$, từ phương trình này và (7) suy ra ngay $v_2 = \frac{2v}{3}$ và $v_1 = -\frac{v}{3}$ (đúng như (9)).

7. Thí dụ 7.

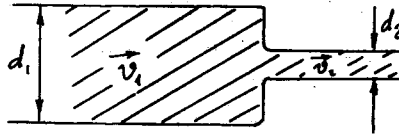
Nước chảy trong ống hình trụ nằm ngang với vận tốc $v_1 = 0,2\text{m/s}$ và áp suất $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ở đoạn ống có đường kính $d_1 = 5\text{cm}$. Tính áp suất p_2 trong ống ở chỗ đường kính ống chỉ còn $d_2 = 2\text{cm}$.

A. Lời giải :

Tiết diện của phần ống lớn và của phần ống nhỏ lần

$$\text{lượt bằng : } S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$$

$$\text{và } S_2 = \pi \frac{d_2^2}{4}$$



Hình 9.4

Áp dụng công thức giữa vận tốc chảy và tiết diện ống ta có :

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2} \rightarrow v_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot v_1 = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 = 1,25\text{m/s.}$$

Áp dụng định lí Bernouli ta có :

$$p_1 + \frac{Dv_1^2}{2} = p_2 + \frac{Dv_2^2}{2},$$

trong đó $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$; $D = 10^3 \text{ kg/m}^3$; $v_1 = 0,2\text{m/s}$;

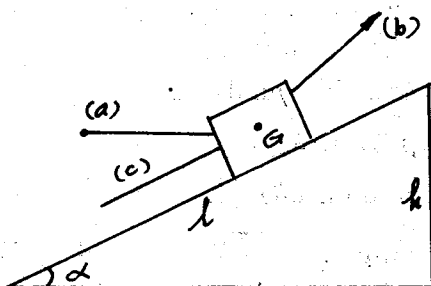
$v_2 = 1,25\text{m/s}$. Từ đó suy ra $p_2 = 199239 \text{ N/m}^2$.

Áp suất ở chỗ đường kính bằng 2cm là 199239 N/m^2

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về sự chảy ổn định của chất lỏng và định lí Bernouli. Cần áp dụng hệ thức giữa vận tốc chảy và tiết diện của ống và phương trình của định luật Bernouli. Cần chú ý rằng p là áp suất tĩnh thông thường, tính theo đơn vị N/m^2 hay Pa. Để tính vận tốc của chất lỏng phun ra từ một lỗ ở thành bình có độ sâu h so với mặt thoáng của chất lỏng trong bình có thể áp dụng công thức Torixenli : $v = \sqrt{2gh}$.

III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

9.1. Người ta dùng một mặt phẳng nghiêng có chiều dài $l = 10\text{m}$ để đưa một kiện hàng có khối lượng $m = 100\text{kg}$ lên cao $h = 5\text{m}$ (Hình 9.5). Tính công tối thiểu phải thực hiện và hiệu suất của mặt phẳng nghiêng trong 3 trường hợp :



Hình 9.5

a) Đẩy kiện hàng theo phương ngang ;

b) Kéo kiện hàng theo phương làm với mặt phẳng nghiêng góc 30° .

c) Đẩy kiện hàng theo phương song song với mặt phẳng nghiêng.

Giả thiết lực đẩy hoặc kéo \vec{F} có giá đi qua trọng tâm G của kiện hàng : cho biết hệ số ma sát giữa kiện hàng và mặt phẳng nghiêng là $k = 0,1$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.2. Một thang máy khối lượng $m = 600\text{kg}$ được kéo từ đáy hầm mỏ sâu $h = 150\text{m}$ lên mặt đất bằng lực căng T của một dây cáp quấn quanh trục một động cơ.

1) Tính công cực tiểu của lực căng T .

2) Khi thang máy đi xuống thì lực căng T' của dây cáp bằng $T' = 5400\text{N}$. Muốn cho thang xuống đều thì hệ thống hầm phải thực hiện công bằng bao nhiêu ? Lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$.

9.3. Một thang máy có khối lượng $m = 1$ tấn chuyển động nhanh dần đều lên cao với gia tốc 2m/s^2 . Tính công mà động cơ thang máy đã thực hiện trong 5s đầu. Lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$.

9.4. Một đoàn tàu có khối lượng $m = 100$ tấn chuyển động nhanh dần đều từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 2km, khi đó vận tốc tăng từ 15m/s (tại A) đến 20m/s (tại B). Tính công suất trung bình của đầu máy tàu trên đoạn đường AB. Cho biết hệ số ma sát là $k = 0,005$. Lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$.

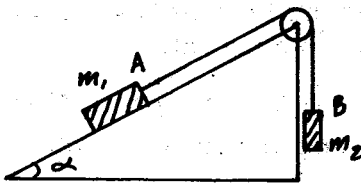
9.5. Một ô tô chạy với công suất không đổi, đi lên một cái dốc nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với đường nằm ngang với vận tốc $v_1 = 45\text{km/h}$ và xuống cũng cái dốc đó với vận tốc $v_2 = 90\text{km/h}$. Hỏi ô tô chạy trên đường nằm ngang với vận tốc bằng bao nhiêu. Cho biết hệ số ma sát của đường là như nhau cho cả 3 trường hợp.

9.6. Nhờ các động cơ có công suất tương ứng là N_1 và N_2 hai ô tô chuyển động đều với vận tốc tương ứng là v_1 và v_2 . Nếu nối hai ô tô với nhau và giữ nguyên công suất thì chúng sẽ chuyển động với vận tốc bao nhiêu. Cho biết lực cản trên mỗi ô tô khi chạy riêng hay nối với nhau không thay đổi.

9.7. Một đầu máy xe lửa hoạt động với công suất không thay đổi có thể kéo một đoàn tàu khối lượng $m = 2000$ tấn lên một cái dốc có độ nghiêng $\alpha_1 = 0,005\text{rad}$ chuyển động đều với vận tốc $v_1 = 30\text{km/h}$, hoặc lên một cái dốc khác có độ nghiêng $\alpha_2 = 0,0025\text{rad}$ chuyển động đều với vận tốc $v_2 = 40\text{km/h}$. Tính lực cản đoàn tàu và công suất của đầu máy. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.8. Động cơ của một đầu máy xe lửa khi chạy với vận tốc 20m/s cần có công suất $N = 800\text{kW}$. Cho biết hiệu suất của động cơ là $H = 0,8$. Hãy tính lực kéo của động cơ.

9.9. Hai vật A và B có khối lượng $m_1 = m_2 = 4\text{kg}$, nối với nhau bằng một sợi dây (khối lượng không đáng kể) vắt qua ròng rọc: vật A ở trên mặt phẳng



Hình 9.7

ngiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với mặt ngang (Hình 9.7). Tính công của trọng lực của hệ khi vật A di chuyển trên mặt phẳng nghiêng được một quãng $l = 1\text{m}$. Bỏ qua ma sát. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

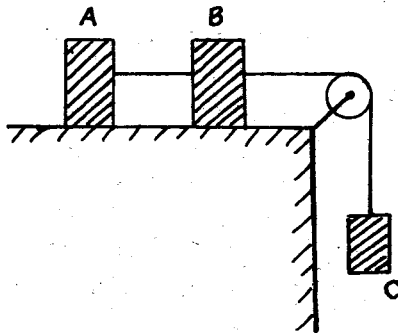
9.10. Một nhà máy thủy điện có công suất phát điện 200000kW và có hiệu suất bằng 80% . Mực nước ở hồ chứa nước có độ cao 1000m so với tua bin của máy phát điện. Tính lưu lượng nước trong đường ống dẫn nước từ hồ chứa nước đến tua bin của máy phát điện ($\text{m}^3/\text{giây}$). Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.11. Muốn bơm nước từ một giếng sâu 15m lên mặt đất người ta dùng một áy bơm có công suất 2CV (mã lực), hiệu suất 50% . Tính lượng nước bơm được trong 1 giờ. Cho biết $1\text{CV} = 736\text{W}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.12. Một lò xo đàn hồi có độ cứng $k = 200\text{N/m}$. Hãy tính công của lực đàn hồi của lò xo khi nó dãn thêm 5cm :

- a) từ chiều dài tự nhiên;
- b) từ vị trí đã dãn 10cm ;
- c) từ vị trí đã bị nén 10cm .

9.13. Cho cơ hệ gồm các vật A, B, C, có khối lượng $m_1 = 3\text{kg}$; $m_2 = 5\text{kg}$ và $m_3 = 2\text{kg}$, nối với nhau bằng các sợi dây như trên hình 9.8; Các sợi dây và ròng rọc có khối lượng không đáng kể và bỏ qua ma sát.



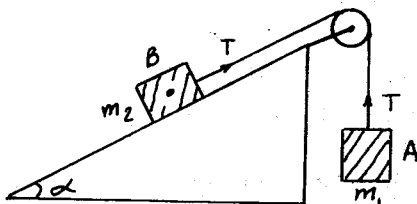
Hình 9.8

1) Áp dụng định lí động năng tính gia tốc các vật.

2) Tính lực căng của dây nối hai vật A và B. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$

9.14. Hai vật A và B có khối lượng $m_1 = 2\text{kg}$, $m_2 = 6\text{kg}$ nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc như trên hình 9.9; vật B ở trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với mặt ngang. Bỏ qua ma sát, khối lượng ròng rọc và dây nối. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

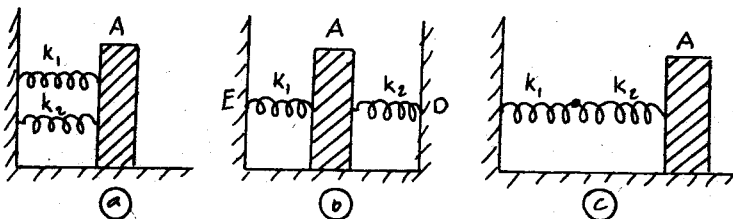
1) Áp dụng định lí động năng tính vận tốc của các vật A, B sau khi vật B trượt được quãng đường $s = 10\text{m}$ trên mặt phẳng nghiêng.



2) Tính lực căng của dây nối.

Hình 9.9

9.15. Vật A nối với hai lò xo có độ cứng $k_1 = 20\text{N/m}$ và $k_2 = 40\text{N/m}$ theo 3 cách như trên hình 9.10. Độ dài tự nhiên (ban đầu) của các lò xo bằng nhau và ban đầu các lò xo không bị biến dạng.



Hình 9.10

1) Kéo vật A lệch khỏi vị trí cân bằng theo phương nằm ngang một đoạn $x = 6\text{cm}$. Tính thế năng của hệ trong mỗi trường hợp.

2) Bây giờ vật A nối hai lò xo theo cách b nhưng khi vật A ở vị trí cân bằng O thì hai lò xo đã bị biến dạng. Biết độ dài tự nhiên của hai lò xo bằng 30cm , vật A có bề dày 2cm và $ED = 74\text{cm}$ (Hình 9.10b).

a) Tính độ giãn của mỗi lò xo khi A ở vị trí cân bằng 0 ;

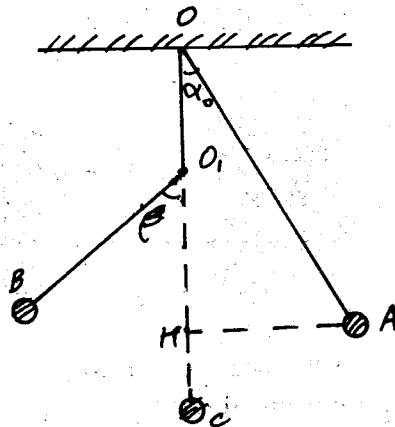
b) Kéo vật A lệch khỏi vị trí cân bằng theo phương nằm ngang một đoạn $x' = 2\text{cm}$. Tính thế năng đàn hồi của hệ khi chọn mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng 0;

c) Tính thế năng đàn hồi của mỗi lò xo khi vật A lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn $x'' = 4\text{cm}$. Biết rằng khi lò xo không biến dạng thì thế năng đàn hồi bằng 0.

9.16. Một vật có khối lượng $m = 200\text{g}$ được ném ngang từ độ cao $H = 25\text{m}$ với vận tốc $v_0 = 5\text{m/s}$. Tính động năng và thế năng và thế năng của vật ở cuối dây thứ hai bằng hai phương pháp (động lực học và định luật bảo toàn). Bỏ qua sức cản không khí. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.17. Từ độ cao $h = 22\text{m}$ một vật được ném xiên góc 60° so với đường nằm ngang với vận tốc ban đầu $v_0 = 10\text{m/s}$. Tìm hướng và độ lớn vận tốc của vật lúc sắp chạm đất. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Bỏ qua sức cản không khí.

9.18. Hòn bi có khối lượng $m = 200\text{g}$ được treo vào điểm O bằng sợi dây chiều dài $l = 1,8\text{m}$. Kéo hòn bi ra khỏi vị trí cân bằng C để dây treo OA hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha_0 = 60^\circ$ rồi buông ra không có vận tốc ban đầu. (Hình 9.12).



Hình 9.12

1) Tính vận tốc hòn bi khi nó trở về vị trí C và lực căng của dây treo tại đó.

2) Sau đó dây treo bị vướng vào một cái đinh O_1 ($OO_1 = 60\text{cm}$) và hòn bi tiếp tục đi lên tới điểm cao nhất B.

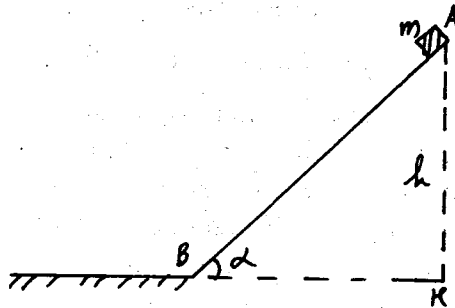
Tính góc $\widehat{CO_1B} = \beta$.

3) Khi hòn bi từ B trở về đến điểm C thì dây treo bị đứt. Tìm hướng và độ lớn vận tốc của hòn bi lúc sắp chạm đất và vị trí chạm đất của hòn bi. Biết rằng điểm treo O cách mặt đất 2,3m. Bỏ qua ma sát. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.19. Một khẩu súng đồ chơi của thiếu nhi có một lò xo dài 10cm, lúc nén chỉ còn dài 4cm thì có thể bắn thẳng lên cao 6m một viên đạn có khối lượng 30g. Tính độ cứng của lò xo. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.20. Từ đỉnh A (có độ cao $h = 1,5\text{m}$) của một mặt phẳng nghiêng góc α ($\text{tg}\alpha = \frac{1}{3}$) so với mặt

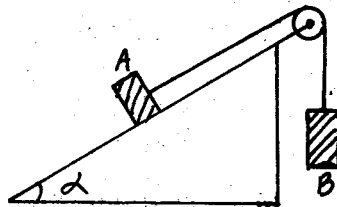
ngang, một vật nặng khối lượng m trượt không có vận tốc ban đầu trên mặt phẳng nghiêng rồi trên mặt phẳng nằm ngang (Hình



Hình 9.14

9.14). Hệ số ma sát trên cả hai đoạn đường đều bằng k . Hãy tìm điều kiện về k để vật đó trượt được tới mặt phẳng ngang. Tính đoạn đường x mà vật đi được trên mặt phẳng nằm ngang khi $k = 0,15$.

9.21. Hai vật A và B có khối lượng $m_1 = 30\text{kg}$ và $m_2 = 20\text{kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc ở đỉnh một mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so mặt ngang (Hình 9.15) Thả cho hệ thống chuyển động từ nghỉ thì sau 3,2s vật B đi được $s = 0,8\text{m}$. Bỏ qua khối lượng của dây nối và ròng rọc.



Hình 9.15

1) Tính hệ số ma sát k giữa vật A và mặt phẳng nghiêng bằng hai phương pháp (động lực học và định luật bảo toàn năng lượng).

2) Tính lực căng dây. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.22. Người lái một xe ô tô, có khối lượng tổng cộng $m = 1600\text{kg}$, tắt máy trên đỉnh một đường dốc dài $l = 40\text{m}$ nghiêng góc α so với đường nằm ngang ($\sin\alpha = 0,1$) và để cho hai xe lăn bánh không gài số (động cơ không nối với bánh xe) tới hết dốc.

1) Hỏi vận tốc v của xe ở chân dốc bằng bao nhiêu.

2) Hết dốc đến đoạn đường nằm ngang thì người lái xe gài số (động cơ nối với bánh xe) để làm động cơ nổ. Xe đi được $s = 8\text{m}$ thì vận tốc $v' = 3\text{m/s}$ và động cơ nổ. Tính công đã tốn để khởi động động cơ. Cho biết lực ma sát trên đường dốc và trên đường nằm ngang đều bằng $F_{ms} = 800\text{N}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.23. Một quả cầu bằng bông có khối lượng $m = 200\text{g}$ treo dưới một sợi dây dài $l = 1\text{m}$, khối lượng không đáng kể. Nâng quả cầu lên để sợi dây nằm ngang rồi buông ra. Khi đi qua vị trí cân bằng quả cầu có vận tốc $v = 4,4\text{m/s}$. Tính lực cản không khí lên quả cầu. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.24. Viên bi A có khối lượng $m_1 = 300\text{g}$ chuyển động trên mặt bàn nằm ngang nhẵn với vận tốc $v = 5\text{m/s}$ đến va vào viên bi B có khối lượng $m_2 = 100\text{g}$ đang đứng yên. Va chạm giữa A và B là đàn hồi. Tính vận tốc của hai viên bi sau va chạm. Cho biết các vectơ vận tốc cùng phương.

9.25. Một viên đạn nhỏ có khối lượng $m = 50\text{g}$ bay theo phương ngang với vận tốc 200m/s đến cắm vào vật $M = 450\text{g}$ treo ở đầu một sợi dây dài $l = 2\text{m}$. Tính góc α lớn nhất mà dây treo lệch so với phương thẳng đứng sau khi viên đạn cắm vào vật. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.26. Một viên đạn khối lượng $m = 200\text{g}$ bay với vận tốc $v = 1800\text{km/h}$ đến cắm vào một máy bay có khối lượng $= 1$ tấn đang bay trên cùng phương với vận tốc $V = 720\text{km/h}$. Tính nhiệt lượng toả ra trong hai trường hợp : a) \vec{v} và \vec{V} cùng chiều; b) \vec{v} và \vec{V} ngược chiều.

9.27. Một búa máy có khối lượng $M = 800\text{kg}$ rơi từ độ cao $h = 3,2\text{m}$ vào một cái cọc có khối lượng m . Va chạm là mềm. Hãy tính :

a) Vận tốc của búa và cọc sau va chạm;

b) Tỷ số (tính ra phần trăm) giữa nhiệt toả ra và động năng của búa trước va chạm;

c) Lực trung bình đóng vào cọc (coi như trực đối với lực cản của đất), biết rằng búa cùng với cọc tụt vào đất một khoảng d .

d) Hiệu suất của búa (tỷ số giữa công có ích và công đã tốn để nâng búa lên độ cao h).

Xét hai trường hợp :

1) $m = 1200\text{kg}$; $d = 0,16\text{m}$;

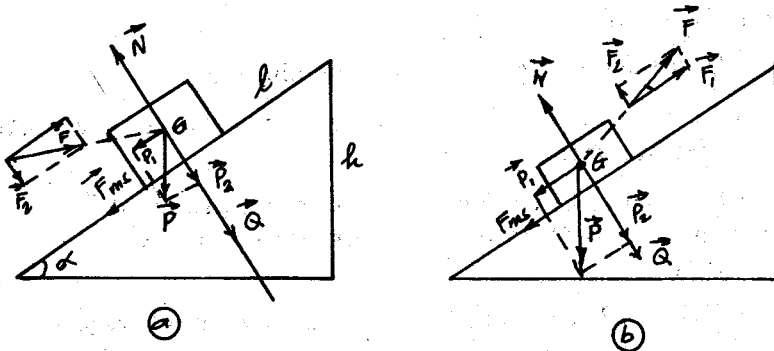
2) $m = 200\text{kg}$; $d = 0,20\text{m}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

9.28. Một ống tiêm có pittông tiết diện $S_1 = 2\text{cm}^2$ và kim tiêm tiết diện (phần ruột) $S_2 = 1\text{mm}^2$. Dùng lực $F = 8\text{N}$ đẩy pittông đi một đoạn 5cm thì nước trong ống tiêm sẽ phụt ra trong thời gian bao nhiêu ?

9.29. Ở đáy một hình trụ (có bán kính $R = 25\text{cm}$) có một lỗ tròn đường kính $d = 1\text{cm}$. Tính vận tốc mực nước hạ xuống trong bình khi độ cao của mực nước trong bình là $h = 0,2\text{m}$. Tính vận tốc của dòng nước chảy ra khỏi lỗ. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

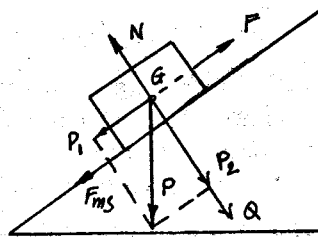
HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ CÁC BÀI TẬP VỀ ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN NĂNG LƯỢNG

9.1. Theo đề bài $l = 2h = 10\text{hgm}$ nên góc nghiêng α của mặt phẳng nghiêng là $\alpha = 30^\circ$. Các lực tác dụng lên kiện hàng là



Hình 9.6 (a, b)

trọng lực \vec{P} , lực kéo \vec{F} , lực ma sát \vec{F}_{ms} và phản lực đàn hồi \vec{N} của mặt phẳng nghiêng (lực này cùng phương, ngược chiều và có độ lớn bằng áp lực \vec{Q} do kiện hàng ép vào mặt phẳng nghiêng). Ta phân tích \vec{P} và \vec{F} (trừ trường hợp c lực \vec{F}



Hình 9.6 (c)

song song với mặt phẳng nghiêng) làm hai thành phần: \vec{P}_1 và \vec{F}_1 song song với mặt phẳng nghiêng và \vec{P}_2 , \vec{F}_2 vuông góc với mặt phẳng nghiêng (hình 9.6).

a) *Đẩy kiện hàng theo phương ngang* : Trong trường hợp này áp lực Q ép kiện hàng vào mặt phẳng nghiêng là tổng của P_2 và F_2 (Hình 9.6 a) : $Q = N = P_2 + F_2$,

với $P_2 = P \cos \alpha$; $F_2 = F \cos \alpha$; suy ra $Q = N = (P + F) \cos \alpha$

Lực ma sát là: $F_{ms} = kN = k(P + F) \cos \alpha$

Lực cản chuyển động của kiện hàng gồm cả lực ma sát F_{ms} và thành phần P_1 của trọng lực \vec{P} , với $P_1 = P \sin \alpha$. Thành phần có ích của lực đẩy \vec{F} là $F_1 = F \sin \alpha$. Do đó để dịch chuyển được kiện hàng thì tối thiểu F_1 phải bằng lực cản $F_{ms} + P_1$

$$F_1 \geq F_{ms} + P_1$$

$$\text{hay } F \sin \alpha \geq k(P + F) \cos \alpha + P \sin \alpha$$

$$\rightarrow F \geq \frac{P(\sin \alpha + k \cos \alpha)}{\sin \alpha - k \cos \alpha}$$

Thay chữ bằng số ta được $F \geq 719\text{N}$, và, từ đó, $F_1 \geq 622,7\text{N}$. Công tối thiểu phải thực hiện là:

$$A = F_1 \cdot l = 622,7 \cdot 10 = 6227\text{J}.$$

Công có ích là: $A' = Ph = mgh = 5000\text{J}$.

Hiệu suất của mặt phẳng nghiêng $H = \frac{A'}{A} \cong 80\%$.

b) *Kéo kiện hàng theo phương làm với mặt phẳng nghiêng góc $\beta = 30^\circ$* (Hình 9.6b). Lập luận tương tự như trên. Bây giờ $F_2 = F \sin \beta$, $F_1 = F \cos \beta$. Suy ra:

$$Q = N = P_2 + F_2 = P \cos \alpha + F \sin \beta;$$

$$F_{ms} = kN = k(P \cos \alpha + F \sin \beta)$$

Ta phải có : $F_1 \geq F_{ms} + P_1$

$$\rightarrow F \cos \beta \geq k (P \cos \alpha + F \sin \beta) + P \sin \alpha$$

$$\rightarrow F \geq \frac{P(k \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \beta - k \sin \beta}$$

Thay số ta được $F \geq 640,4\text{N}$, và, từ đó $F_1 \geq 554,6\text{N}$

Công tối thiểu là $A = F_1 \cdot l = 5546\text{J}$

Công có ích vẫn bằng $A' = Ph = 5000\text{J}$.

Hiệu suất của mặt phẳng nghiêng là: $H = \frac{A'}{A} = 90\%$.

c) *Đẩy kiện hàng theo phương song song với mặt phẳng nghiêng :*

Ta có : $F_1 = F$ và $F_2 = 0$. Suy ra $Q = N = P_2 = P \cos \alpha$;

$F_{ms} = kN = kP \cos \alpha$. Ta phải có

$F \geq F_{ms} + P_1 \rightarrow F \geq kP \cos \alpha + P \sin \alpha$.

Thay số ta được : $F \geq 586,6\text{N}$.

Công tối thiểu là : $A = Fl = 5866\text{N}$.

Hiệu suất của mặt phẳng nghiêng là : $H = \frac{A'}{A} = 85\%$

So sánh 3 cách nêu trên ta thấy: cách thứ hai b) có lợi hơn cả về công ($H = 90\%$), nhưng với cách thứ ba c) thì lực cần tác dụng lại là nhỏ nhất.

9.2. 1) Muốn kéo thang máy lên thì lực căng cực tiểu T phải bằng trọng lượng P của thang: $T = P = mg = 600 \cdot 9,8 = 5880\text{N}$. Công cực tiểu của lực căng T là :

$$A_{\min} = T \cdot h = 882000\text{J} = 882\text{kJ}.$$

2) Gọi F_h là lực hãm . Muốn thang xuống đều thì ta phải có $T' + F_h = P \rightarrow F_h = P - T' = 480\text{N}$. Công của lực hãm là:

$$A_h = F_h \cdot h = 72.000\text{J} = 72\text{kJ}.$$

9.3. Gọi F là lực kéo của động cơ thang máy .

Ta có : $\vec{F} + \vec{P} = m \vec{a}$. Chọn chiều dương là chiều chuyển động ta có : $F - P = ma \rightarrow F = P + ma = m(g + a)$.

Trong 5s đầu thang máy đi được : $h = \frac{at^2}{2} = 25m$.

Vậy công của động cơ thang máy thực hiện trong 5s đầu là :

$$A = F.h = 295.000J = 295kJ.$$

9.4. Gia tốc của đoàn tàu là :

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}, \text{ với } v_2 = 20m/s; v_1 = 15m/s;$$

$$s = 2km = 2000m. \text{ Suy ra } a = 0,04m/s^2.$$

Gọi \vec{F} là lực kéo của đầu máy và \vec{F}_{ms} là lực ma sát tác dụng lên đoàn tàu, ta có : $\vec{F} + \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} = m \vec{a}$

$$\rightarrow F - F_{ms} = ma \rightarrow F = F_{ms} + ma.$$

với $F_{ms} = kN = kP = kmg$. Từ đó $F = m(kg + a) = 8900N$.

Thời gian tàu chạy từ A đến B là:

$$t = \frac{v_2 - v_1}{a} = 125s$$

Công của đầu máy trên đoạn đường AB:

$$A = F.s = 17800.000J$$

Công suất trung bình của đầu máy trên đoạn đường AB:

$$\bar{N} = \frac{A}{t} = 142.400W = 142,4kW.$$

9.5. Gọi m là khối lượng ô tô; P là công suất (không đổi) của ô tô; l là chiều dài của dốc; t_1, t_2 là thời gian lên dốc và xuống dốc; k là hệ số ma sát.

Khi ô tô lên dốc, công của động cơ bằng tổng các công cản của trọng lực (thành phần $P_1 = P \sin \alpha$ của trọng lực) và lực ma sát, với $F_{ms} = kN = kP \cos \alpha$. Ta có:

$$Pt_1 = l(mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha);$$

$$\text{suy ra } P = \frac{l}{t_1} (mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha) = v_1 mg (\sin \alpha + k \cos \alpha) \quad (1)$$

Khi ô tô xuống dốc, công của động cơ cộng với công của thành phần P_1 của trọng lực bằng công cản của lực ma sát:

$$Pt_2 + l.mg \sin \alpha = l.kmg \cos \alpha;$$

$$\text{suy ra } P = \frac{l}{t_2} (kmg \cos \alpha - mg \sin \alpha) = v_2 mg (k \cos \alpha - \sin \alpha) \quad (2)$$

Khi ô tô chạy trên đường nằm ngang với vận tốc v , lực tác dụng của động cơ bằng lực ma sát (bây giờ $F_{ms} = kN = kmg$),

$$\text{ta có: } P = v.kmg \quad (3)$$

Từ (1) và (2) ta có $k = \frac{v_1 + v_2}{v_2 - v_1} \tan \alpha$ (4). Thay vào (1) ta

được $P = \frac{2v_1 v_2 \sin \alpha}{v_2 - v_1} . mg$ (5). So sánh với (3) và (5) và chú

ý đến (4) ta suy ra $v = \frac{2v_1 v_2 \cos \alpha}{v_1 + v_2}$.

Thay số: $v_1 = 45 \text{ km/h} = 12,5 \text{ m/s}$; $v_2 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, ta được $v = 14,43 \text{ m/s} \cong 52 \text{ km/h}$.

9.6. Hai ô tô chuyển động đều nên lực kéo của động cơ mỗi xe bằng lực cản. Vì lực cản không đổi nên các lực kéo F_1, F_2 của động cơ mỗi ô tô cũng không thay đổi. Gọi N là công suất và v là vận tốc của hệ hai ô tô khi nối với nhau; N_1 và N_2 là công suất của mỗi ô tô. Ta có:

$$N_1 = F_1 v_1 ; N_2 = F_2 v_2 ;$$

và $N = N_1 + N_2 = (F_1 + F_2)v$. Từ đó suy ra.

$$N_1 + N_2 = \left(\frac{N_1}{v_1} + \frac{N_2}{v_2} \right) v \rightarrow v = \frac{v_1 v_2 (N_1 + N_2)}{N_1 v_2 + N_2 v_1}$$

9.7. Gọi N là công suất của đầu máy xe lửa; F_1, F_2 lần lượt là lực kéo của đầu máy khi lên dốc có độ nghiêng α_1, α_2 ; F_c là lực cản đoàn tàu. Ta có :

$$N = F_1 \cdot v_1 = F_2 v_2 . \quad (1)$$

Vì đoàn tàu chuyển động đều lên dốc nên hợp lực tác dụng lên đoàn tàu bằng không. Chiếu các lực lên phương song song với dốc ta có:

$$F_1 - mgsin\alpha_1 - F_c = 0 \quad (2)$$

$$F_2 - mgsin\alpha_2 - F_c = 0 \quad (3)$$

Từ (1) ta có $F_1 = \frac{N}{v_1}$; $F_2 = \frac{N}{v_2}$. Thay vào (2) và (3) ta có :

$$\frac{N}{v_1} - mgsin\alpha_1 - F_c = 0 \quad (4)$$

$$\frac{N}{v_2} - mgsin\alpha_2 - F_c = 0 \quad (5)$$

Vì các góc α_1 và α_2 nhỏ ($\alpha_1 = 0,005rad \cong 17'$; $\alpha_2 = 0,0025rad \cong 8,5'$) nên $sin \alpha_1 \approx \alpha_2$ (rad); $sin\alpha_2 \approx \alpha_2$ (rad). Từ (4) và (5) suy ra :

$$N = \frac{mg(\alpha_1 - \alpha_2)v_1 v_2}{v_2 - v_1} \text{ và } F_c = \frac{mg(\alpha_1 v_1 - \alpha_2 v_2)}{v_2 - v_1}$$

Thay số ta được: $N = 1660000W \cong 1660kW$.

và $F_c = 100000N$

9.8. Theo định nghĩa của hiệu suất, ta có, $H = \frac{N_h}{N}$ trong

đó N_h là công suất hữu ích ($N_h = F_k \cdot v$, với F_k là lực kéo của động cơ, v là vận tốc của đầu máy), còn N là công suất toàn

phần. Do đó ; $H = \frac{F_k \cdot v}{N}$ suy ra $F_k = \frac{H \cdot N}{v}$. Theo đề bài:

$H = 0,8$; $N = 800\text{kW} = 800000\text{W}$; $v = 20\text{m/s}$. Thay số ta có :
 $F_k = 32000\text{N}$.

9.9. Chiều trọng lực P_1 của A lên phương song song với mặt phẳng nghiêng (song song với phương chuyển động của A) ta thấy ngoại lực tác dụng lên hệ vật A + B có độ lớn ($P_2 - P_1 \sin\alpha$) (chú ý là $P_1 = P_2$) và làm cho vật A chuyển động đi lên trên mặt phẳng nghiêng còn vật B đi xuống theo phương thẳng đứng (Hình 9.7). Khi A đi được một quãng $l = 1\text{m}$ thì B cũng đi xuống được một đoạn $h = l = 1\text{m}$. Công của trọng lực của B bằng : $A_2 = P_2 h = m_2 g l = 40\text{J}$. Gọi h_1 , h_2 là độ cao của A lúc đầu và lúc sau, công của trọng lực của A là : $A_1 = P_1 (h_1 - h_2) = m_1 g (h_1 - h_2)$. Vì A đi lên nên ta có $h_2 - h_1 = l \sin\alpha$, do đó $A_1 = -m_1 g l \sin\alpha = -20\text{J}$.

Vậy công của trọng lực của hệ là:

$$A = A_1 + A_2 = 20\text{J}.$$

9.10. Ở nhà máy thủy điện công của dòng nước chảy từ hồ chứa nước xuống tua bin được chuyển hoá thành công của dòng điện (công phát điện) ở máy phát. Hiệu suất của nhà

máy được tính theo công thức : $H = \frac{N_p}{N}$ (1), trong đó N_p là

công suất phát điện (công suất có ích) và N là công suất của đường ống (công suất toàn phần). Theo đề bài $H = 80\% = 0,8$; $N_p = 200000\text{kW} = 2 \cdot 10^8 \text{W}$. Gọi m là khối lượng nước chảy tới tuabin mỗi giây. Công của trọng lực của khối lượng nước đó trong mỗi giây bằng mgh , với $h = 1000\text{m}$, công này chính là công suất của dòng nước: $N = mgh$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : $N = \frac{N_P}{H} \rightarrow mgh = \frac{N_P}{H} \rightarrow m = \frac{N_P}{hg.H}$

Thay số ta được $m = \frac{210^8}{1000,0,8,10} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ kg}$.

Ta biết $2,5 \cdot 10^4 \text{ kg}$ nước tương ứng với 25m^3 nước. Vậy lưu lượng nước trong đường ống là $25\text{m}^3/\text{giây}$.

9.11. Công suất của máy bơm: $N = 2cv = 2.736 = 1472\text{W}$. Công của máy bơm thực hiện trong 1 giờ (công toàn phần) là:

$$A = Nt = 5299200\text{J}.$$

Công để đưa lượng nước có khối lượng m lên độ cao h ($h = 15\text{m}$) (công có ích) là: $A' = mgh$.

Theo định nghĩa ta có $H = \frac{A'}{A}$, suy ra

$A' = HA = mgh \rightarrow m = \frac{HA}{gh}$. Thay số ta được khối lượng nước bơm được: $m = 17644\text{kg}$, tương đương với $17,644\text{m}^3$ nước.

9.12. Áp dụng công thức tính công của lực đàn hồi:

$$A = \frac{k}{2}(x_1^2 - x_2^2)$$

a) Từ chiều dài tự nhiên ta có: $x_1 = 0$; $x_2 = 5\text{cm} = 0,05\text{m}$;
 $k = 200\text{N/m}$. Vậy $A = \frac{1}{2} \cdot 200[0 - (0,05)^2] = -0,25\text{J}$

b) Từ vị trí đã dãn ra 10cm . Ta có

$$x_1 = 10\text{cm} = 0,1\text{m}; x_2 = 10 + 5 = 15\text{cm} = 0,15\text{m}. \text{ Suy ra } A = -1,25\text{J}$$

c) Từ vị trí đã bị nén 10cm : ta có $x_1 = -10\text{cm} = -0,1\text{m}$;
 $x_2 = -10 + 5 = 5\text{cm} = 0,05\text{m}$. Suy ra $A = 0,75\text{J}$.

9.13. Vì bỏ qua ma sát nên ngoại lực tác dụng lên hệ làm hệ chuyển động biến đổi đều với gia tốc a (hai vật A và B chuyển động theo phương ngang còn vật C chuyển động theo phương thẳng đứng) coi như chỉ có trọng lực $\vec{P}_3 = m_3 \vec{g}$ (các trọng lực \vec{P}_1 và \vec{P}_2 cân bằng với các phản lực đàn hồi \vec{N}_1 và \vec{N}_2 của bàn). Khi hệ vật chuyển động được một quãng đường s (vật C đi xuống một đoạn s) thì công của ngoại lực là:

$$A = P_3 \cdot s = m_3 \cdot gs \quad (1)$$

Mặt khác độ biến thiên động năng của hệ trên quãng đường s là :

$$W_{đ2} - W_{đ1} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)v^2}{2} - 0 \quad (2)$$

Theo định lý động năng $W_{đ2} - W_{đ1} = A$ ta suy ra :

$$v^2 = \frac{2m_3gs}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Gia tốc a của các vật (của hệ) là :

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g$$

Thay số ta được : $a = 2 \text{ m/s}^2$

Lực căng của dây nối giữa A và B : $T = m_1 a = 6 \text{ N}$

9.14. 1) Vì $P_2 \sin \alpha > P_1$, nên vật B dịch chuyển xuống dưới với gia tốc a , còn vật A dịch chuyển lên trên cũng với gia tốc a . Gọi v là vận tốc của các vật khi vật B đã trượt được quãng đường s . Ta áp dụng định lý động năng cho các vật A và B. Chọn chiều dương là chiều chuyển động. Ngoại lực tác dụng lên vật A là : $\vec{F}_1 = \vec{T} + \vec{P}_1 \rightarrow F_1 = T - P_1$

Áp dụng định lý động năng cho vật A ta có :

$$\frac{m_1 v^2}{2} = (T - P_1)s. \quad (1)$$

Ngoại lực tác dụng lên vật B là : $\vec{F}_2 = \vec{P}_2 + \vec{N} + \vec{T} \rightarrow$

$F_2 = P_2 \sin \alpha - T$. Áp dụng định lý động năng cho vật B ta có :

$$\frac{m_2 v^2}{2} = (P_2 \sin \alpha - T)s. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = (P_2 \sin \alpha - P_1)s = (m_2 g \sin \alpha - m_1 g)s$$
$$\rightarrow v^2 = \frac{2(m_2 g \sin \alpha - m_1 g)s}{m_1 + m_2}$$

Thay số ta được ; $v^2 = 25 \rightarrow v = 5\text{m/s}$.

2) Ta có gia tốc chuyển động của vật A : $a = \frac{v^2}{2s}$. Áp dụng định luật II Niuton cho vật A ta có :

$$T - P_1 = m_1 a \rightarrow T = m_1 a + P_1 = \frac{m_1 v^2}{2s} + P_1 = 22,5\text{N}$$

9.15. 1)

a) Hai lò xo đều có độ biến dạng $x = 6\text{cm} = 0,06\text{m}$.

Thế năng đàn hồi của hệ lò xo bằng :

$$W_t = W_{t1} + W_{t2} = \frac{1}{2}k_1 x^2 + \frac{1}{2}k_2 x^2 = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)x^2 = 0,108\text{ J}.$$

b) Nếu lò xo k_1 dãn ra một đoạn x thì lò xo k_2 sẽ bị nén một đoạn x và ngược lại. Như vậy độ biến dạng của hai lò

xo đều có độ lớn bằng $|x| = 6\text{cm}$. Thế năng đàn hồi của hệ lò xo bằng :

$$W_t = W_{t1} + W_{t2} = \frac{k_1 x^2}{2} + \frac{k_2 x^2}{2} = \frac{(k_1 + k_2)}{2} x^2 = 0,108 \text{ J.}$$

c) Khi vật A dịch chuyển một đoạn x thì độ biến dạng của hai lò xo lần lượt bằng x_1, x_2 ; ta có $x = x_1 + x_2$ (1)

Gọi F_1, F_2 là lực đàn hồi của hai lò xo ta có : $F_1 = k_1 x_1$;

$F_2 = k_2 x_2$. Lực đàn hồi chính là lực căng của lò xo; trong trường hợp này hai lò xo có lực căng bằng nhau nên $F_1 = F_2$, suy ra $k_1 x_1 = k_2 x_2$ (2). Biết $x = 6\text{cm}$, từ (1) và (2) ta suy ra $x_1 = 4\text{cm}$ và $x_2 = 2\text{cm}$. Thế năng đàn hồi của hệ lò xo bằng :

$$W_t = \frac{k_1 x_1^2}{2} + \frac{k_2 x_2^2}{2} = 0,024 \text{ J.}$$

2) a) Độ dãn của hai lò xo khi A ở vị trí cân bằng O là :

$$x_1 + x_2 = ED - 2.30 - 2 = 12\text{cm} \text{ (3).}$$

với x_1, x_2 là độ dãn tương ứng của hai lò xo. Mặt khác, vì A nằm cân bằng, lực đàn hồi của hai lò xo bằng nhau :

$F_1 = F_2 \rightarrow k_1 x_1 = k_2 x_2$ (4). Từ (3) và (4) suy ra :

$$x_1 = 8\text{cm}; x_2 = 4\text{cm}.$$

b) Thế năng đàn hồi của hệ khi chọn mốc tính thế năng tại O là :

$$W_t = \frac{k_1 x_1'^2}{2} + \frac{k_2 x_2'^2}{2} = \frac{1}{2} (k_1 + k_2) x^2 = 0,012 \text{ J.}$$

c) Ta biết khi A ở vị trí cân bằng O thì lò xo k_1 đã bị kéo dãn $x_1 = 8\text{cm}$ và lò xo k_2 bị kéo dãn $x_2 = 4\text{cm}$.

Có 2 trường hợp :

+ A lệch về phía D (Hình 9.10b) :

Độ biến dạng của lò xo k_1 và lò xo k_2 bây giờ bằng :

$$x'_1 = x_1 + x'' = 8 + 4 = 12\text{cm} = 0,12\text{m};$$

$$\text{và } x'_2 = x_2 - x'' = 4 - 4 = 0 \text{ (cm)}.$$

Thế năng đàn hồi của hai lò xo là :

$$W_{t1} = \frac{k_1 x'^2_1}{2} = 0,144 \text{ J};$$

$$W_{t2} = \frac{k_2 x'^2_2}{2} = 0 \text{ (J)}$$

+ A lệch về phía E (Hình 9.10b) :

Độ biến dạng của lò xo k_1 và lò xo k_2 bây giờ bằng :

$$x''_1 = x_1 - x'' = 8 - 4 = 4\text{cm} = 0,04\text{m};$$

$$x''_2 = x_2 + x'' = 4 + 4 = 8\text{cm} = 0,08\text{m}.$$

Thế năng đàn hồi của hai lò xo là :

$$W_{t1} = \frac{1}{2} k_1 x''^2_1 = 0,016\text{J};$$

$$W_{t2} = \frac{1}{2} k_2 x''^2_2 = 0,128\text{J}.$$

9.16. Trong sự ném ngang, thành phần nằm ngang của vận tốc của vật không đổi $v_x = v_0$, thành phần thẳng đứng như vận tốc của vật rơi tự do : $v_y = gt$. Vậy ở cuối giây thứ hai $v_y = 10.2 = 20\text{m/s}$. Suy ra :

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = 425 \text{ (m/s)}^2,$$

và, do đó động năng của vật ở cuối giây thứ hai là :

$$W_d = \frac{mv^2}{2} = 42,5\text{J}.$$

Tính thế năng bằng phương pháp động lực học : ở cuối giây thứ hai vật đã rơi được $s = \frac{g}{2}t^2 = 20\text{m}$, vậy khi đó vật còn cách mặt đất (lấy làm mốc để tính thế năng) :

$$h = 25 - 20 = 5\text{m.}$$

Thế năng của vật : $W_t = mgh = 10\text{J.}$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng : Ban đầu vật có thế năng mgh và động năng $\frac{mv_0^2}{2}$; lúc $t = 2\text{s}$ nó có động năng W_d ($W_d = 42,5\text{J}$) và thế năng W_t . Vậy ta có đẳng thức :

$$mgh + \frac{mv_0^2}{2} = W_d + W_t.$$

Suy ra $W_t = (mgh + \frac{mv_0^2}{2}) - W_d.$

Thay số ta được $W_t = 10\text{J.}$

9.17. Gọi m là khối lượng của vật. Ban đầu vật có cơ năng:

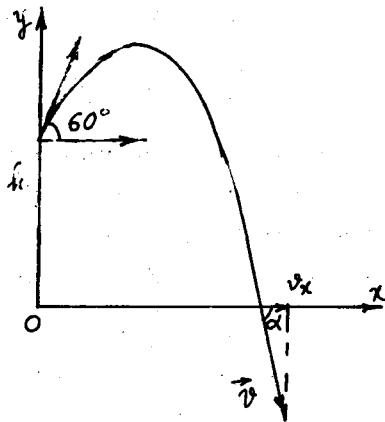
$$W_0 = \frac{mv_0^2}{2} + mgh$$

Thay số ta được

$$W_0 = 50m + 22m = 72m.$$

Lúc sắp chạm đất nó có vận tốc v và động năng $\frac{mv^2}{2}$ (thế năng của vật bằng 0).

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có :



Hình 9.11

$$\frac{mv^2}{2} = W_0 \rightarrow \frac{mv^2}{2} = 72m \rightarrow v = 12 \text{ m/s.}$$

Mặc khác thành phần nằm ngang của vận tốc không đổi :

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos 60^\circ = 5 \text{ m/s.}$$

Gọi α là góc mà vận tốc \vec{v} làm với phương ngang (hình 9.11) ta có :

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{5}{12} \approx 0,416 \rightarrow \alpha = 65^{\circ}20'.$$

9.18. 1) Không có ma sát nên cơ năng được bảo toàn. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hòn bi tại vị trí A và C, ta có : (chọn mốc tính thế năng tại C) (hình 9.12).

$$W_A = W_C \rightarrow 0 + mg.HC = \frac{mv_C^2}{2} \quad (1)$$

Với v_c là vận tốc của hòn bi tại C; $HC = OC - OH = l - l\cos\alpha_0$ (2)

Thay số, từ (1) và (2) suy ra $v_C = 3\sqrt{2} \approx 4,2$ m/s.

Áp dụng định luật II Niuton cho hòn bi tại C, ta có :

$$T - P = ma \rightarrow T = P + \frac{mv_c^2}{l} = 4N.$$

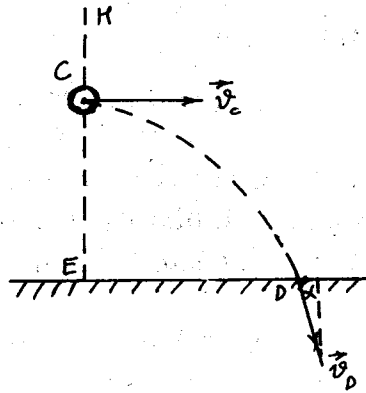
2) Khi dây bị vướng đinh ở C và đi lên đến B, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có : $W_C = W_B \rightarrow W_B = W_A \rightarrow mgh_B = mgh_A$, với h_A, h_B là độ cao của A và B so với mặt phẳng nằm ngang qua A (chọn làm mốc tính thế năng), suy ra $h_B = h_A$, có nghĩa là B nằm trên đường thẳng AH, hay, nói khác đi $BH \perp O_1C$. Ta có :

$$\cos\beta = \frac{O_1H}{O_1B}, \text{ trong đó } O_1B = O_1C = OC - OO_1 = 120\text{cm};$$

$$O_1H = OH - OO_1, \text{ với } OH = OA \cos\alpha_0 = 90\text{cm}, OO_1 = 60\text{cm}.$$

$$\rightarrow O_1H = 30\text{cm}. \text{ Từ đó } \cos\beta = \frac{30}{120} = 0,25 \rightarrow \beta = 75,5^{\circ}.$$

3) Khi hòn bi trở về đến C nó có vận tốc v_c hướng theo phương ngang (vẽ bên phải của hình 9.12) và có độ lớn $v_c = 3\sqrt{2}$ m/s (áp dụng định luật bảo toàn cơ năng). Khi dây đứt hòn bi chuyển động như vật được ném ngang tại C, với vận tốc v_c , nó chuyển động theo đường parabol và rơi xuống đất tại vị trí D. (Hình 9.13) Điểm C cách mặt đất một đoạn $CE = OE - OC$



Hình 9.13

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hòn bi tại C và tại D (chọn mốc thế năng tại mặt đất), ta có:

$$W_c = W_D \rightarrow \frac{mv_c^2}{2} + mg \cdot CE = \frac{mv_D^2}{2},$$

trong đó v_D là vận tốc hòn bi khi chạm đất. Suy ra :

$$v_D^2 = v_c^2 + 2mg \cdot CE = 18 + 2 = 20 \rightarrow v_D = \sqrt{20} \approx 4,47 \text{ m/s.}$$

Thành phần nằm ngang của vận tốc không thay đổi

$v_x = v_c = 3\sqrt{2}$ m/s. Gọi α là góc mà vận tốc v_D làm với phương ngang ta có (Hình 9.13) :

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v_D} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{20}} = 0,946 \rightarrow \alpha \approx 18^\circ 6'.$$

Gọi t là thời gian hòn bi đi từ C đến đất, ta có :

$$CE = \frac{gt^2}{2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot CE}{g}}. \text{ Vị trí chạm đất D của hòn bi}$$

cách đường thẳng đứng qua điểm treo O một đoạn

$$ED = v_x t = v_c \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot CE}{g}}. \text{ Thay số ta được : } ED \approx 1,34 \text{ m.}$$

9.19. Cơ năng của viên đạn bằng thế năng của nó ở độ cao lớn nhất $h = 6\text{m}$: $W = mgh = 1,8 \text{ J}$ (1). Chính thế năng của lò xo bị nén đã chuyển thành cơ năng này. Gọi k là độ cứng của lò xo, ta có $W_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} \cdot (0,06)^2$ (2). Vì $W_t = W$ ta suy ra $k = 1000 \text{ N/m}$.

9.20. Chiều dài của mặt phẳng nghiêng $AB = l = \frac{h}{\sin \alpha}$.

Áp lực của vật lên mặt phẳng nghiêng $Q = N = mg \cos \alpha$. Lực ma sát tác dụng lên vật khi nó trượt trên mặt phẳng nghiêng: $F_{ms} = kN = kmg \cos \alpha$. Trên đường nằm ngang thì lực ma sát là: $F'_{ms} = kP = kmg$. Theo định luật bảo toàn năng lượng thì thế năng ban đầu $W_t = mgh$ của vật chuyển thành công A của lực ma sát trên cả hai đoạn đường:

$$W_t = A, \text{ trong đó}$$

$$A = F_{ms} \cdot l + F'_{ms} \cdot x. \text{ Suy ra:}$$

$$mgh = kmg \cos \alpha \cdot l + kmg \cdot x$$

$$\rightarrow x = \frac{h}{k} - l \cos \alpha = \frac{h}{k} (1 - k \cot \alpha) \quad (1)$$

Điều kiện $x > 0$ cho ta $1 - k \cot \alpha > 0 \rightarrow k < \tan \alpha \rightarrow k < \frac{1}{3}$ (2).

Khi $k = 0,15$, thay số ta được: $x = 5,5\text{m}$.

9.21. 1) Lực tác dụng lên vật A là trọng lực \vec{P}_1 , lực ma sát \vec{F}_{ms} , phản lực đàn hồi \vec{N} và lực căng dây \vec{T} . Lực tác dụng lên vật B là trọng lực \vec{P}_2 , lực căng dây \vec{T} .

a) Dùng phương pháp định luật bảo toàn: Thành phần R của trọng lực \vec{P}_1 song song với mặt phẳng nghiêng bằng

$R = P_1 \sin \alpha = m_1 g \sin 30^\circ = 150\text{N}$, bé hơn trọng lực \vec{P}_2 ($P_2 = m_2 g = 200\text{N}$) nên vật B tụt xuống, vật A đi lên.

Lấy vị trí ban đầu của hai vật làm mốc tính thế năng. Năng lượng ban đầu của hệ thống bằng 0. Về sau năng lượng ấy bao gồm : thế năng W_t của hai vật, động năng W_d của chúng, và nhiệt toả ra bằng công A của lực ma sát. Vật B đi được (đi xuống) một đoạn $s = 0,8\text{m}$ thì vật A đi được một đoạn s theo mặt phẳng nghiêng, nghĩa là lên cao một đoạn bằng

$s \cdot \sin \alpha = \frac{s}{2}$. Vậy thế năng W_t lúc sau của hai vật bằng :

$$W_t = -m_2 g s + m_1 g s \rightarrow$$

$$W_t = g s \left(\frac{m_1}{2} - m_2 \right) = -40\text{J}. \text{ Động năng của hai vật :}$$

$$W_d = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}, \text{ với } v = at, \text{ mà } a = \frac{2s}{t^2} = 0,156\text{m/s}^2.$$

($t = 3,2\text{s}$), từ đó $W_d \approx 6,25\text{J}$. Áp lực của vật lên mặt phẳng nghiêng $Q = N = m_1 g \cos \alpha$, từ đó lực ma sát $F_{ms} = kN$ và công của lực ma sát trên đoạn đường s là :

$$A = F_{ms} \cdot s = k m_1 g \cos \alpha \cdot s = k \cdot 208 \text{ (J)}.$$

Định luật bảo toàn năng lượng cho ta phương trình :

$$W_t + W_d + A = 0 \rightarrow -40 + 6,25 + 208k = 0 \rightarrow k = 0,162.$$

b) Phương pháp động lực học : Áp dụng định luật II Niuton cho hai vật ta có :

$$T - R - F_{ms} = m_1 a \quad (1).$$

$$m_2 g - T = m_2 a \quad (2)$$

Suy ra : $g \left(m_2 - \frac{m_1}{2} \right) - F_{ms} = (m_1 + m_2) a$. Thay $a = 0,156 \text{ m/s}^2$ ta rút ra $F_{ms} = 42,2\text{N}$. Nhưng $F_{ms} = kN$ với $N = m_1 g \cos \alpha = 260\text{N}$. Từ đó suy ra $k = \frac{F_{ms}}{N} = 0,162$

2) Từ (2) ta có $T = m_2(g - a) = 197\text{N}$.

9.22. 1) Trên đường dốc, thành phần của trọng lực $P_1 = mgsin\alpha = 1600\text{N}$ là lực kéo, còn lực ma sát $F_{ms} = 800\text{N}$ là lực cản. Hợp lực $F = P_1 - F_{ms} = 800\text{N}$ làm ô tô chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = \frac{F}{m} = 0,5 \text{ m/s}^2$. Vận tốc v của xe ở chân dốc là : $v^2 = 2al \rightarrow v = 6,3\text{m/s}$.

2) Ở chân dốc xe có động năng $W_d = \frac{mv^2}{2} = 32000\text{J}$. Sau khi đi được 8m trên đường nằm ngang, ô tô có động năng $W'_d = \frac{mv'^2}{2} = 7200\text{J}$. Chính độ giảm động năng $W_d - W'_d = 24800\text{J}$ đã chuyển thành công thắng lực ma sát A_{ms} và công A làm khởi động động cơ : $A_{ms} + A = 24800\text{J}$. Biết $A_{ms} = F_{ms} \cdot s = 6400\text{J}$ ta có $A = 24800 - 6400 = 18400\text{J}$.

9.23. Lực cản \vec{F}_C của không khí tác dụng lên quả cầu có phương tiếp tuyến với quỹ đạo của quả cầu (cung tròn) tại mỗi điểm, và có độ lớn F_C coi như không đổi. Vì quả cầu chịu tác dụng của lực cản không khí nên cơ năng không bảo toàn. Khi quả cầu chuyển động từ A (vị trí nằm ngang ban đầu) đến vị trí cân bằng B (vị trí thẳng đứng) một phần cơ năng đã biến thành công A_C của lực cản, công này bằng :

$$A_C = F_C \cdot AB = F_C \cdot \frac{\pi l}{2}. \text{ Cơ năng của quả cầu tại A và B}$$

$$W_A = mgl \text{ (chọn B làm mốc thế năng); } W_B = \frac{mv^2}{2}.$$

$$\text{Ta có } W_A - W_B = A_C. \text{ Suy ra } F_C = \frac{m(2gl - v^2)}{\pi l}$$

Thay số ta được : $F_C \approx 0,041\text{N}$.

9.24. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của viên bi A lúc chưa va chạm. Gọi \vec{v}_1, \vec{v}_2 là vận tốc của các viên bi A,

B sau va chạm. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn động năng ta có :

$$m_1 \vec{v} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \rightarrow m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (1)$$

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad (2)$$

$$\text{Thay số vào (1) và (2) suy ra } 15 = 3v_1 + v_2 \quad (3)$$

và $2v_1^2 - 15v_1 + 25 = 0$. Giải phương trình ta có :

$v'_1 = 2,5\text{m/s}$ và $v''_1 = 5\text{m/s}$. Nghiệm $v''_1 = 5\text{m/s}$ không thích hợp vì nếu vậy thì $v_2 = 0$ (vô lý). Vậy $v_1 = 2,5\text{m/s}$ và $v_2 = 7,5\text{m/s}$. Sau va chạm hai hòn bi chuyển động cùng chiều (là chiều của hòn bi A lúc đầu) với vận tốc $2,5\text{m/s}$ và $7,5\text{m/s}$.

9.25. Xét trên phương nằm ngang thì động lượng của hệ "đạn + vật" được bảo toàn, ta có : $mv = (M + m)V$, với V là vận tốc của vật và đạn sau khi đạn cắm vào vật. Suy ra

$$V = \frac{mv}{m+M} = 2\text{m/s}. \text{ Chọn vị trí ban đầu của vật làm mốc}$$

tính thế năng. Cơ năng ban đầu của hệ : $W_0 = \frac{(m+M)V^2}{2}$.

Tại vị trí góc lệch lớn nhất α , cơ năng của hệ chỉ là thế năng $W_t = (m+M)gh$, với h là độ cao của vật so với vị trí ban đầu : $h = l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha)$. Từ $W_0 = W_t$ suy ra :

$$\cos\alpha = 1 - \frac{V^2}{2gl} = 0,9 \rightarrow \alpha = 26^\circ.$$

9.26. Chọn chiều bay của máy bay (\vec{V}) làm chiều dương :

a) Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có :

$MV + mv = (M + m)u_1$, với u_1 là vận tốc của máy bay có đạn cắm vào. Thay số ($M = 1 \text{ tấn} = 1000\text{kg}$; $m = 200\text{g} = 0,2\text{kg}$; $v = 1800\text{km/h} = 500\text{m/s}$; $V = 720 \text{ km/h} = 200\text{m/s}$), ta được $u_1 = 200,06 \text{ m/s}$. Động năng của hệ trước và sau va chạm là :

$$W_d = \frac{WV^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = 20025 \text{ kJ};$$

$$W'_d = \frac{(M+m)u^2}{2} = 19976 \text{ kJ}.$$

Nhiệt toả ra : $Q_1 = W_d - W'_d = 9 \text{ kJ}$.

b) Bây giờ ta có $MV - mv = (M+m)u_2$, suy ra

$$u_2 = 199,86 \text{ m/s}, \text{ và từ đó } Q_2 = 49 \text{ kJ}.$$

9.27. Vận tốc của búa ngay trước va chạm bằng :

$v = \sqrt{2gh} = 8 \text{ m/s}$ và động năng của búa trước va chạm (bằng công A_b tốn để nâng búa lên độ cao h) là :

$$W_d = \frac{Mv^2}{2} = 25600 \text{ J}.$$

1) $m = 1200 \text{ kg}; d = 0,16 \text{ m}$.

a) Định luật bảo toàn động lượng có thể áp dụng cho thời gian va chạm rất ngắn, cọc tụt chưa đáng kể, lực cản của đất chưa đáng kể và hệ có thể coi là kín. Ta có: $Mv = (M+m)v'$, với v' là vận tốc của búa và cọc sau va chạm. Suy ra $v' = 3,2 \text{ m/s}$.

b) Động năng của hệ sau va chạm là :

$$W'_d = \frac{(M+m)v'^2}{2} = 10240 \text{ J}. \text{ Nhiệt toả ra :}$$

$$Q = W_d - W'_d = 15360 \text{ J}.$$

$$\text{Tỉ số } \frac{Q}{W_d} = 60\%.$$

c) Cọc tụt vào đất nhờ động năng W'_d của búa và cọc sau va chạm, và một phần nhỏ vào độ giảm thế năng $W_t = (M+m)d$ của chúng. Vậy công đóng cọc là : $A = W'_d + W_t$. Gọi F là lực đóng cọc thì $A = 0,16F$. Thay số tìm được $F = 84000 \text{ N}$.

d) Hiệu suất của búa : $\frac{A}{W_d} = 52,5\%$.

2) $m = 200\text{kg}$; $d = 0,20\text{m}$. Giải tương tự như trên.

a) $v' = 6,4\text{m/s}$; b) $W'_d = 20480\text{ J}$ và $Q = 5120\text{J}$.

Tỉ số $\frac{Q}{W_d} = 20\%$.

c) $F = 112400\text{N}$; d) $\frac{A}{W_d} = 88\%$

Như vậy khối lượng của cọc càng nhỏ so với búa thì hiệu suất của búa càng lớn.

9.28. Gọi v_1, v_2, p_1, p_2 lần lượt là vận tốc của dòng chảy và áp suất tĩnh trong ống tiêm và kim. Ta có $p_2 = p_0$ (áp suất khí quyển); $p_1 = p_0 + \frac{F}{S_1} = p_0 + 40000$ (1)

Áp dụng hệ thức $S_1 v_1 = S_2 v_2$ ta có $v_2 = 200 v_1$ (2)

Áp dụng định luật Bernoulli : $p_1 + \frac{D v_1^2}{2} = p_2 + \frac{D v_2^2}{2}$ (3)

với $D = 1000\text{ kg/m}^3$. Từ (1), (2), (3) suy ra

$v_1 = 0,045\text{ m/s}$. Thời gian pittông dịch chuyển 5cm trong ống tiêm, cũng là thời gian nước phụt ra, bằng :

$$t = \frac{x_1}{v_1} = \frac{0,05}{0,045} = 1,11\text{s}.$$

9.29. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích tiết diện của bình và diện tích của lỗ tròn; v_1 là vận tốc mực nước hạ xuống trong bình; v_2 là vận tốc của dòng nước qua lỗ, D là khối lượng riêng của nước. Ở đáy bình, chỗ miệng lỗ, áp suất động là $\frac{D v_1^2}{2}$, áp suất tĩnh là $p_0 + Dgh$ (p_0 là áp suất khí quyển). Ở

ngoài lỗ áp suất động là $\frac{Dv_2^2}{2}$, áp suất tĩnh là p_0 . Theo định luật Bernouli ta có :

$$\frac{Dv_1^2}{2} + pgh + p_0 = \frac{Dv_2^2}{2} = p_0. \text{ Rút ra } v_1^2 + 2gh = v_2^2 \quad (1).$$

Coi sự chảy của nước là ổn định ta có : $v_1 S_1 = v_2 S_2 \rightarrow$

$$v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2} \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) ta rút ra :}$$

$$v = \frac{S_2 \sqrt{2gh}}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \quad (3). \text{ Thay } S_1 = \pi R^2 \text{ và } S_2 = \frac{\pi d^2}{4} \quad (4) \text{ ta được}$$

$$v_1 = \frac{d^2 \sqrt{2gh}}{\sqrt{16R^4 - d^4}}. \text{ Vì } d^4 \ll R^4 \text{ nên có thể tính gần đúng}$$

$$v_1 = \frac{d^2}{4R^2} \sqrt{2gh} \quad (5). \text{ Thay số ta được } v_1 = 8.10^{-4} \text{ m/s. Từ}$$

(2), (4) và (5) rút ra $v_2 = \sqrt{2gh}$ (công thức Torixenli). Thay số ta được $v_2 = 2 \text{ m/s}$.

§10. THUYẾT ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ VÀ CHẤT KHÍ LÍ TƯỞNG

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Nội dung cơ bản của thuyết động học phân tử:

- Vật chất được cấu tạo từ các phân tử riêng biệt ;
- Các phân tử chuyển động hỗn độn không ngừng ;
- Các phân tử tương tác với nhau bằng các lực hút và lực đẩy phân tử ;
- Vận tốc trung bình của chuyển động hỗn độn (chuyển động nhiệt) của các phân tử cấu tạo nên vật càng lớn thì nhiệt độ của vật càng cao.

2. Lượng chất và mol.

• Lượng chất được đo bằng mol. Mol của một chất là lượng chất của $6,02 \cdot 10^{23}$ hạt (nguyên tử, phân tử) chất đó. Số $6,02 \cdot 10^{23}$ hạt đó gọi là số Avôgadrô: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; trong hệ SI đơn vị lượng chất là kilômol (kmol). Khối lượng của 1 mol phân tử (kí hiệu là μ) tính ra gam còn được gọi là phân tử gam. Khối lượng của một mol nguyên tử tính ra gam còn được gọi là nguyên tử gam.

• Khối lượng của một phân tử là : $m = \frac{\mu}{N_A}$

• Số mol : $n = \frac{M}{\mu}$; trong đó M là khối lượng chất đó.

3. Trạng thái cấu tạo chất

Trạng thái khí : các phân tử khí ở rất xa nhau nên lực tương tác giữa chúng rất yếu, chúng có thể chuyển động tự do về mọi phía.

Khí lí tưởng là một chất khí trong đó các phân tử được coi là các chất điểm và chỉ tương tác với nhau khi va chạm;

- Trạng thái rắn : các phân tử rắn ở rất gần nhau và được sắp xếp ở các vị trí xác định có trật tự trong không gian tạo thành các mạng tinh thể ;

- Trạng thái lỏng : là trạng thái trung gian giữa trạng thái khí và trạng thái rắn.

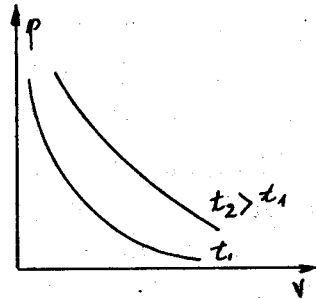
- Trạng thái (nhiệt) của một lượng khí được xác định bằng các đại lượng (gọi chung là các thông số trạng thái) ; thể tích V , áp suất p và nhiệt độ t của nó .

4. Định luật Bôilơ - Mariôt (cho quá trình đẳng nhiệt).

- Phát biểu 1: Ở nhiệt độ không đổi thể tích của một khối lượng khí xác định tỉ lệ nghịch

với áp suất :
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

- Phát biểu 2: Ở nhiệt độ không đổi tích của thể tích và áp suất của một khối lượng khí xác định là một hằng số : $pV = \text{const.}$



Hình 10.1

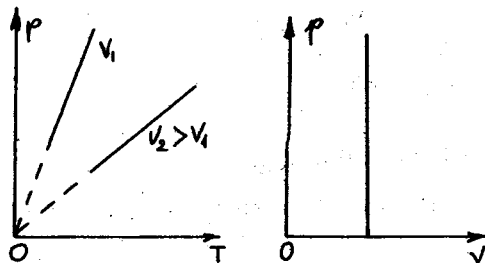
- Đường đẳng nhiệt (Hình 10.1)

5. Định luật Sácơ (cho quá trình đẳng tích)

- Phát biểu 1: Khi thể tích không đổi hệ số tăng áp suất γ của mọi chất khí theo nhiệt độ đều bằng $1/273$:

$$p = p_0 (1 + \gamma t)$$

(p_0 là áp suất ở 0°C ;
 p là áp suất ở $t^\circ \text{C}$).



Hình 10.2

• Phát biểu 2 : Khi thể tích không đổi áp suất của một khối lượng khí xác định tỉ lệ thuận với nhiệt độ tuyệt đối

của chất khí: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$, hay $\frac{P}{T} = \text{const.}$

T là nhiệt độ tuyệt đối, là nhiệt độ trong nhiệt giai tuyệt đối hay nhiệt giai Kenvin, có đơn vị là K:

$$TK = t^{\circ}C + 273;$$

OK được gọi là độ O tuyệt đối.

Đường đẳng tích (Hình 10.2)

6. Định luật Gay-Luyxác (cho quá trình đẳng áp).

• Phát biểu 1 : Khi áp suất không đổi hệ số nở α của mọi chất khí theo nhiệt độ đều bằng nhau và bằng $1/273$:

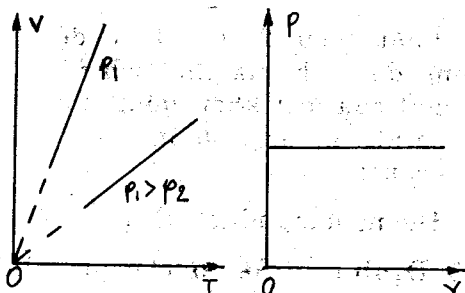
$$V = V_0(1 + \alpha t)$$

(V_0 là thể tích ở $0^{\circ}C$; V là thể tích ở $t^{\circ}C$).

• Phát biểu 2 : Khi áp suất không đổi, thể tích của một khối lượng khí xác định tỉ lệ thuận với nhiệt độ tuyệt đối của chất khí

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \text{ hay}$$

$$\frac{V}{T} = \text{const}$$



Hình 10.3

• Đường đẳng áp

7. Phương trình trạng thái của khí lí tưởng :

$$\frac{pV}{T} = \text{const, hay } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

8. Phương trình Mendêlêep - Clapêrông.

- Phương trình trạng thái của 1 mol khí lí tưởng :

$$\frac{pV_m}{T} = R$$

trong đó V_m là thể tích của một mol khí (gọi tắt là thể tích mol); R là hằng số chung của chất khí; trong hệ SI thì $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$. Nếu p tính ra atm và V tính ra lít thì $R = 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ atm.l/mol.K}$ và $R = 0,084 \text{ at.l/mol.K}$.

- Phương trình trạng thái của một khối lượng khí m bất kì (phương trình Mendêlêep - Clapêrông): $\frac{pV}{T} = \frac{m}{\mu} R$

9. Phương trình cơ bản của khí lí tưởng.

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \overline{v^2} = \frac{2}{3} n_0 \overline{W_d} = n_0 kT$$

trong đó n_0 là mật độ phân tử khí (số phân tử trong một đơn vị thể tích); m là khối lượng của một phân tử khí; $\overline{v^2}$ là giá trị trung bình của bình phương vận tốc của các phân tử khí; $\overline{W_d}$ là động năng trung bình của các phân tử khí

$$\overline{W_d} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} ; k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Jk}^{-1}$$

Vận tốc trung bình (toàn phương) của phân tử khí là:

$$\overline{v} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

10. Định luật Đantôn (cho hỗn hợp khí không có tương tác hoá học): $p = p_1 + p_2 + \dots$

$p_1, p_2 \dots$ là áp suất riêng phần của từng khí trong hỗn hợp.

II. BÀI TẬP THÍ DỤ

1. **Thí dụ 1.** Một quả bóng có dung tích không đổi $v = 2,5$ lít chứa không khí ở áp suất 1at. Dùng một cái bơm người ta bơm không khí có áp suất 1at vào quả bóng đó, mỗi lần bơm ta đưa được 150cm^3 không khí vào bóng. Hỏi sau 10 lần bơm áp suất không khí bên trong quả bóng là bao nhiêu? Cho biết nhiệt độ không khí giữ không đổi trong quá trình bơm.

A. Lời giải:

Do nhiệt độ không khí không đổi, ta áp dụng định luật Bôilơ - Mariôt: $p_2 V_2 = p_1 V_1$, (1)

Trong đó p_2, V_2, p_1, V_1 lần lượt là áp suất và thể tích của lượng khí có trong quả bóng sau khi bơm 10 lần và trước khi bơm. Vì dung tích của bóng không đổi nên $V_2 = V = 2,5$ lít. Lượng khí có sẵn trong bóng và lượng khí bơm thêm vào đều có áp suất 1at nên $p_1 = 1\text{at}$. Thể tích tổng cộng ban đầu của lượng khí đó bằng: $V_1 = 10 \cdot 0,150 + 2,5 = 4\text{lít}$.

$$(150\text{cm}^3 = 0,150 \text{ lít}). \text{ Từ (1) ta có } p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2}$$

$$\text{Thay chữ bằng số ta được : } p_2 = \frac{1,4}{2,5} = 1,6 \text{ at}$$

Áp suất không khí bên trong quả bóng sau 10 lần bơm bằng 1,6 at.

B. Chú ý: Đây là loại bài toán về quá trình đẳng nhiệt. Cần chú ý rằng định luật Bôilơ- Mariôt được áp dụng cho khối khí có khối lượng không đổi, không có biến đổi hoá học và không thay đổi nhiệt độ, chỉ thay đổi thể tích, áp suất. Trong thí dụ trên đề bài cho biết là nhiệt độ không đổi trong quá trình bơm khí (trong thực tế điều này có thể thực hiện được khi tiến hành bơm chậm). Về việc sử dụng đơn vị đo, cần chú ý rằng đôi khi đề bài cho: áp suất tính ra at ($1\text{at} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa}$) và thể tích tính ra lít ($1\text{l} = 1\text{dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$);

khi đó ngay từ đầu có thể sử dụng các đơn vị đó để tính toán, mà không cần đổi ra đơn vị tương ứng trong hệ SI. Áp suất cũng còn có thể tính ra mmHg hoặc cmHg ($1\text{mmHg} = 133\text{ Pa}$). Khi giải các bài toán loại này chỉ cần xác định cho được p_1, V_1 (trạng thái đầu), p_2, V_2 (trạng thái cuối).

2.Thí dụ 2.

Một bóng đèn dây tóc chứa khí trơ ở 27° C và dưới áp suất 0,6 at. Khi đèn cháy sáng áp suất khí trong đèn bằng 1at và không làm vỡ bóng đèn. Tính nhiệt độ của khí trơ khi đèn cháy sáng. Coi dung tích của bóng đèn không đổi.

A. Lời giải :

Khối lượng và thể tích của khí trong bóng đèn không đổi. Ta có thể áp dụng định luật Sácơ

$$\text{Khi đèn chưa cháy sáng: } p_1 = p_0(1 + \gamma t_1), \quad (1)$$

trong đó, theo đề bài $p_1 = 0,6\text{ at}$, $t_1 = 27^\circ\text{ C}$, và biết $\gamma = \frac{1}{237}$. Khi đèn cháy sáng ta có : $p_2 = p_0(1 + \gamma t_2)$ (2)

trong đó $p_2 = 1\text{ at}$. Từ (1) và (2) ta có:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + \gamma t_2}{1 + \gamma t_1}$$

$$\text{Suy ra } t_2 = \frac{p_2(1 + \gamma t_1)}{\gamma p_1} - \frac{1}{\gamma}$$

Thay số ta được $t_2 \cong 227^\circ\text{ C}$.

Nhiệt độ khí trơ khi đèn cháy sáng là 227° C

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về quá trình đẳng tích.

Áp dụng định luật Sácơ viết dưới dạng $p = p_0(1 + \gamma t)$, hoặc

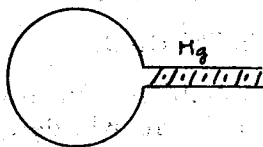
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}. \text{ Ở dạng 1, nhiệt độ } t \text{ được tính theo nhiệt giai bách}$$

phân thông thường. Còn ở dạng 2 nhiệt độ T tính theo nhiệt giai Kenvin, với $TK = t^\circ\text{ C} + 273$. Tuỳ theo dữ liệu của đề

bài mà chọn dạng thích hợp. Quá trình đẳng tích thường xảy ra cho khối khí đựng trong bình hàn kín (hoặc dầy kín).

3. Thí dụ 3.

Một bình thủy tinh dung tích $V = 14\text{cm}^3$ chứa không khí ở nhiệt độ $t_1 = 77^\circ\text{C}$ được nối với một ống thủy tinh nằm ngang chứa đầy thủy ngân, đầu kia của ống để hở. Làm lạnh không khí trong bình đến nhiệt độ $t_2 = 27^\circ\text{C}$. Tính khối lượng thủy ngân đã chảy vào bình.



Hình 10.4

Dung tích của bình coi như không đổi; khối lượng riêng của thủy ngân là $D = 13,6\text{kg/dm}^3$.

A. Lời giải :

Ta xét khối không khí chứa trong bình thủy tinh. Ban đầu cột thủy ngân đầy trong ống nằm ngang nằm cân bằng; điều đó chứng tỏ áp suất không khí trong bình bằng áp suất khí quyển. Khi làm lạnh không khí trong bình, nhiệt độ của không khí trong bình giảm, áp suất của không khí trong bình cũng giảm, trở thành nhỏ hơn áp suất khí quyển; do đó một phần thủy ngân sẽ bị khí quyển đẩy vào trong bình, chiếm một phần thể tích bình thủy tinh. Kết quả là thể tích của lượng không khí trong bình giảm đi và áp suất của lượng không khí trong bình lại tăng lên. Khi áp suất của không khí trong bình tăng bằng áp suất khí quyển bên ngoài thì cột thủy ngân sẽ lại nằm yên cân bằng, không chảy tiếp vào bình nữa.

Do áp suất của lượng không khí trong bình trước và sau khi thủy ngân chảy vào bằng nhau (và bằng áp suất khí quyển) nên ta có thể áp dụng định luật Gay-Luxác cho khối khí trong bình thủy tinh ;

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (1)$$

trong đó $V_1 = 14\text{cm}^3$; $T_1 = 77 + 273 = 350\text{K}$; $T_2 = 27 + 273 = 300\text{K}$. Từ đó suy ra thể tích V_2 của lượng không khí trong bình sau khi thuỷ ngân chảy vào :

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1} V_1 = 12\text{cm}^3.$$

Do đó thể tích của lượng thuỷ ngân đã chảy vào bình là :

$$V = V_1 - V_2 = 14 - 12 = 2\text{cm}^3.$$

Khối lượng thuỷ ngân đã chảy vào bình là : $m = DV$, với $D = 13,6\text{kg/dm}^3 = 13,6\text{g/cm}^3$. Suy ra $m = 27,2\text{g}$.

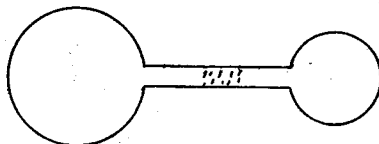
B. Chú ý : Đây là loại bài toán về quá trình đẳng áp. Áp dụng định luật Gay-Luyxác viết dưới dạng $V = V_0(1 + \alpha t)$,

hoặc $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$. Đề bài có thể nói rõ đó là quá trình đẳng áp,

hoặc dựa vào điều kiện của đề bài để suy ra rằng áp suất không thay đổi (thường là do cân bằng với áp suất khí quyển).

4. Thí dụ 4.

Hai bình có thể tích $V_1 = 400\text{cm}^3$ và $V_2 = 200\text{cm}^3$ được nối với nhau bằng một ống nhỏ có thể tích không đáng kể trong đó có chứa một chất xốp cách



Hình 10.5

nhật chất khí có thể đi qua được (Hình 10.5). Ban đầu hai bình đều chứa khí ở nhiệt độ 27°C và áp suất 760mmHg . Sau đó người ta nâng nhiệt độ ở bình lớn lên 100°C và hạ nhiệt độ ở bình nhỏ xuống 0°C . Tính áp suất cuối của khí trong bình.

A. Lời giải :

Gọi m là khối lượng khí chứa trong cả hai bình. Áp dụng phương trình Mendêlêep -Clapêrông cho toàn bộ lượng khí trong hai bình ở trạng thái đầu ta có :

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

trong đó $p = 760 \text{ mmHg}$, $V = V_1 + V_2 = 600 \text{ cm}^3$; $T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$

$$\text{Suy ra } \frac{m}{\mu} R = 1520. \quad (1)$$

Ta xét trạng thái cuối của khí trong hai bình. Gọi p' là áp suất của khí trong hai bình ở trạng thái cuối; m_1 là khối lượng khí trong bình lớn (có thể tích V_1). Áp dụng phương trình Mendêlêep - Clapêrông cho lượng khí m_1 ở bình lớn, và cho lượng khí $m_2 = m - m_1$ ở bình nhỏ. Ta có:

$$p'V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \quad (2)$$

$$\text{và } p'V_2 = \frac{m - m_1}{\mu} RT_2 \quad (3)$$

với $T_1 = 100 + 273 = 373 \text{ K}$; $T_2 = 0 + 273 = 273 \text{ K}$.

$$\text{Từ (2) và (3) ta có: } \frac{400p'}{373} = \frac{m_1}{\mu} R \quad (4)$$

$$\text{và } \frac{200p'}{273} = \frac{m - m_1}{\mu} R \quad (5)$$

Cộng (4) và (5) về với về ta được

$$\frac{400p'}{373} + \frac{200p'}{273} = \frac{m}{\mu} R \quad (6)$$

Từ (1) và (6) rút ra :

$$\frac{400p'}{373} + \frac{200p'}{273} = 1520,$$

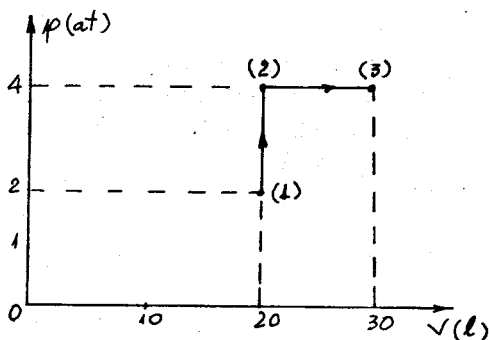
và, từ đó, $p' = 842 \text{ mmHg}$.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về phương trình trạng thái của khí lí tưởng. Đối với các bài toán có liên quan đến khối lượng của khối khí thì ta áp dụng phương trình Mendêlêep-Clapêrông. Như trong thí dụ trên, một khối lượng khí được phân bố trong hai bình khác nhau nhưng tổng khối lượng giữ không thay đổi.

Còn nếu chỉ xét một khối lượng khí xác định (chứa trong một bình chẳng hạn) thì để khảo sát các biến đổi bất kì của chúng, ta chỉ cần áp dụng phương trình $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ hay

$\frac{pV}{T} = \text{const.}$ Khi đó cần xác định các giá trị của các thông số

p, V, T ở trạng thái đầu và trạng thái cuối (trong số đó có giá trị cần tìm). Dĩ nhiên nếu chỉ có 2 trong số 3 thông số (p, V, T) biến đổi, thì đó là các quá trình đã xét ở các thí dụ 1, 2, 3 ở trên.



Hình 10.6

5. Thí dụ 5.

Hình 10.6 là đồ thị biểu diễn sự biến đổi trạng thái của một lượng khí lí tưởng trong hệ tọa độ (p, V).

1) Nêu nhận xét về các quá trình biến đổi trạng thái của lượng khí đó.

2) Tính nhiệt độ sau cùng T_3 của khí biết $T_1 = 27^\circ \text{C}$.

3) Vẽ đồ thị biểu diễn các quá trình trên trong các hệ tọa độ (V, T) và (p, T)

A. Lời giải :

1) Theo đồ thị trên hình 10.6 ta có nhận xét:

+ Quá trình (1) - (2) là quá trình đẳng tích ($V_1 = V_2 = 20l$), áp suất tăng từ $p_1 = 2 \text{ at}$ đến $p_2 = 4 \text{ at}$.

+ Quá trình (2) - (3) là quá trình đẳng áp ($p_2 = p_3 = 4 \text{ at}$), thể tích tăng từ $V_2 = 20l$ đến $V_3 = 30l$.

2) Áp dụng phương trình trạng thái của khí lí tưởng

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_3 V_3}{T_3}, \text{ ta có } T_3 = \frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} \cdot T_1. \text{ Thay chữ bằng số}$$

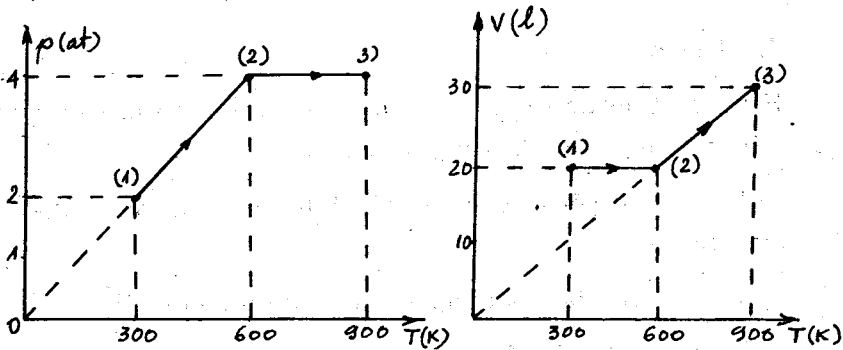
$$(T_1 = 27 + 273 = 300\text{K}) \text{ ta có } T_3 = \frac{4 \cdot 30}{2 \cdot 20} \cdot 300 = 900\text{K} (= 627^\circ \text{C}).$$

3) Để vẽ đồ thị biểu diễn các quá trình trên trong các hệ tọa độ (V, T) và (p, T) ta tính T_2 , dựa vào định luật Sác-lơ có quá trình đẳng tích (1) - (2) (hoặc dựa vào phương trình

trạng thái $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$):

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 600\text{K} (= 327^\circ \text{C})$$

Dựa vào các số liệu đã biết và đã tìm được ta có các đồ thị sau đây:



Hình 10.7

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về đồ thị biểu diễn sự biến đổi trạng thái của khí lí tưởng. Khối khí lí tưởng có thể biến đổi qua một quá trình, hai quá trình... hoặc theo một chu trình (trạng thái đầu và trạng thái cuối trùng nhau, khối khí trở về trạng thái ban đầu và đồ thị là một đường khép kín). Nếu đề bài đã cho biết đồ thị biểu diễn các quá trình biến đổi của khí, thì, dựa vào đồ thị và áp dụng các định luật thực nghiệm về chất khí và phương trình trạng thái ta xác định được các thông số xác định trạng thái (p, V, T). Căn cứ vào đó ta vẽ được đồ thị biểu diễn sự biến đổi trạng thái của khí trong các hệ toạ độ khác. Nếu đề bài không cho biết đồ thị biểu diễn các quá trình biến đổi của khí, thì căn cứ vào dữ kiện của đề bài ta xác định các thông số trạng thái, và từ đó vẽ được đồ thị theo yêu cầu của đề bài. Để vẽ được đồ thị, cần liên hệ với các đồ thị đã biết về các quá trình biến đổi trạng thái của khí (xem mục I). Cần chú ý tính nhiệt độ theo nhiệt giai Kenvin.

6. Thí dụ 6.

Hai bình A và B có dung tích $V_1 = 3$ lít và $V_2 = 4$ lít thông với nhau bằng một ống dẫn nhỏ có khoá K. Ban đầu K đóng người ta bơm vào bình A khí hêli ở áp suất $p_1 = 2$ at và vào bình B khí agon ở áp suất $p_2 = 1$ at. Nhiệt độ trong hai bình là như nhau. Mở khoá K cho hai bình thông nhau. Tính áp suất của hỗn hợp khí.

A. Lời giải : Gọi áp suất riêng phần của khí hêli và khí agon trong hỗn hợp khí hai bình thông với nhau là p'_1 và p'_2 . Vì quá trình biến đổi là đẳng nhiệt ta áp dụng định luật Bôilơ - Mariốt cho khí trong mỗi bình khi chúng chiếm thể tích của cả hai bình:

$$p_1 V_1 = p'_1 (V_1 + V_2) \rightarrow p'_1 = \frac{V_1}{V_1 + V_2} p_2 \quad (1)$$

$$p_2 V_2 = p'_2 (V_1 + V_2) \rightarrow p'_2 = \frac{V_2}{V_1 + V_2} p_2 \quad (2)$$

Áp dụng định luật Đantôn ta tính được áp suất của hỗn hợp khí hêli - argôn như sau:

$$p = p'_1 + p'_2 = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} \cong 1,43 \text{ at.}$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về hỗn hợp khí. Cần chú ý rằng định luật Đantôn chỉ áp dụng cho các khí không có tương tác hoá học (không có phản ứng hoá học xảy ra giữa các khí).

7. Thí dụ 7.

Một bình có dung tích $V = 20$ lít chứa $n = 1$ mol khí hêli ở áp suất $p = 2$ atm. Tính động năng trung bình và vận tốc trung bình của phân tử khí hêli trong bình.

A. Lời giải.

Ta áp dụng phương trình cơ bản của khí lí tưởng:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \overline{W_d} \quad (1)$$

Gọi N là số phân tử khí hêli trong bình ta có :

$$N = n_0 V = n N_A \quad (N_A \text{ là số Avôgadrô}) \rightarrow n_0 = \frac{n N_A}{V} . \text{ Thay}$$

vào (1) ta có:

$$p = \frac{2}{3} \frac{n N_A}{V} \overline{W_d} . \text{ Từ đó động năng trung bình của phân tử}$$

khí hêli trong bình là : $\overline{W_d} = \frac{3pV}{2nN_A} . \text{ Thay số ta được}$

$$(1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2) \quad \overline{W_d} = 5,04 \cdot 10^{-21} \text{ J.}$$

Từ định nghĩa $\overline{W_d} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$, với $m = \frac{\mu}{N_A}$ ta suy ra vận tốc trung bình của phân tử khí hêli:

$$\vec{v} = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{2W_d \cdot N_A}{\mu}} \cong 1232 \text{ m/s.}$$

Ghi chú . Cách khác : Tính nhiệt độ T từ phương trình

$$p = n_0 kT = \frac{nN_A}{V} kT = \frac{nRT}{V}, \text{ từ đó tính } \overline{W_d} \text{ và } \bar{v} \text{ theo công}$$

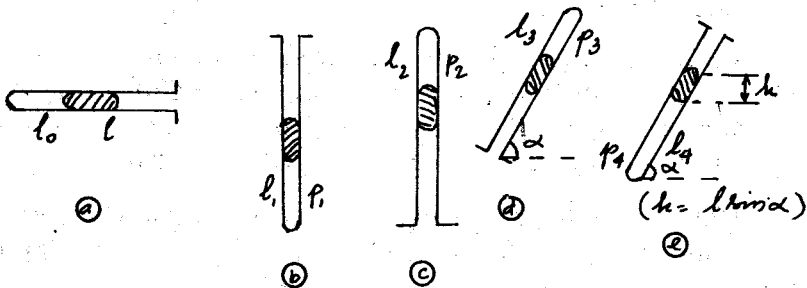
$$\text{thức } \overline{W_d} = \frac{3}{2} kT \text{ và } \bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

$$S = \pi R^2$$

III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

10.1. Người ta dùng bơm để bơm vào một cái săm $V = 8\text{l}$ không khí có áp suất $p = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Xi lanh của bơm có chiều cao $h = 0,5\text{m}$ và bán kính tiết diện $R = 3\text{cm}$. Hỏi phải bơm liên tục bao nhiêu lâu, biết rằng thời gian mỗi lần bơm là $t_0 = 2\text{s}$ và áp suất ban đầu của săm bằng áp suất khí quyển và bằng $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$. Coi nhiệt độ không khí là không đổi trong quá trình bơm.

10.2. Một ống thủy tinh dài, tiết diện đều và nhỏ, có chứa một cột không khí, ngăn cách với khí quyển bên ngoài bởi một cột thủy ngân dài $l = 5\text{cm}$. Chiều dài của cột không khí khi ống nằm ngang là $l_0 = 12\text{cm}$. (Hình 10.8a). Hãy tính chiều dài của cột không khí trong các trường hợp :



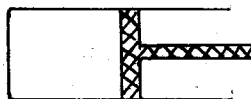
Hình 10.8

- a) Ống thẳng đứng, miệng ống ở trên; (Hình 10.8b).
 b) Ống thẳng đứng, miệng ống ở dưới (Hình 10.8c);
 c) Ống nghiêng góc $\alpha = 30^0$ so với phương ngang, miệng ống ở dưới (Hình 10.8c)
 d) Ống nghiêng góc $\alpha = 30^0$ so với phương ngang, miệng ống ở trên.

Biết áp suất khí quyển là $p_0 = 750\text{mmHg}$ và coi nhiệt độ là không đổi.

10.3. Một xi lanh có pittông đặt nằm ngang như ở hình 10.9. Pittông có diện tích $S = 50\text{cm}^2$, xi lanh chứa 500 cm^3 không khí.

- a) Tìm áp suất không khí p bên trong xi lanh khi pittông đứng yên.
 b) Kéo pittông sang phải một đoạn 2cm. Tìm lực cần thiết để giữ pittông ở vị trí này. Cho biết áp suất khí quyển bằng $p_0 = 10^5\text{ N/m}^2$.



Hình 10.9

10.4. Một xi lanh kín hai đầu được chia làm hai phần bằng nhau nhờ một pittông cách nhiệt, mỗi phần có độ dài bằng 42cm. Ở hai phần đều có khối lượng khí như nhau, ở nhiệt độ 27^0 C và dưới áp suất 1 at. Muốn cho pittông trong xi lanh dịch chuyển đi 2cm thì cần phải nung nóng khí ở một phần của xi lanh lên bao nhiêu? Tính áp suất của khí sau khi pittông dịch chuyển.

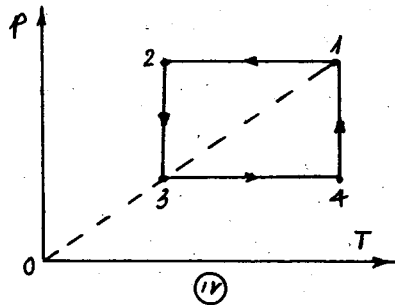
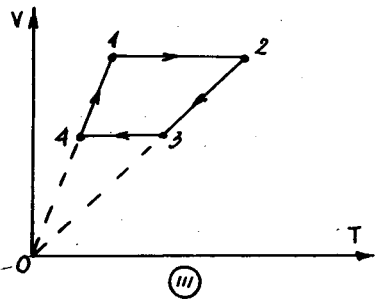
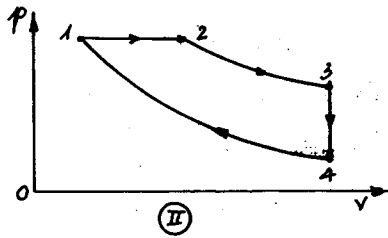
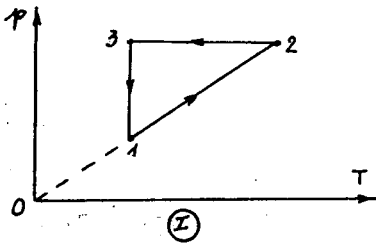
10.5. Khối lượng không khí trong một phòng có thể tích $V = 30\text{m}^3$ sẽ thay đổi đi bao nhiêu khi nhiệt độ trong phòng tăng từ 17^0 C đến 27^0 C . Cho biết áp suất khí quyển là $p_0 = 1\text{ at}$ và phân tử gam của không khí $\mu = 29\text{g}$.

10.6. Khi nổi từ đáy hồ lên trên mặt nước thể tích của một bọt khí tăng gấp rưỡi. Hãy tính độ sâu của hồ. Cho biết áp suất khí quyển $p_0 = 75\text{cmHg}$ và giả sử nhiệt độ ở đáy hồ và trên mặt hồ là như nhau.

10.7. Một xi lanh nếu nằm ngang được chia làm hai phần bằng nhau bởi một pittông cách nhiệt. Mỗi phần có chiều dài $l_0 = 30\text{cm}$, chứa một lượng khí như nhau ở 27°C . Nung nóng một phần xi lanh thêm 10°C và làm lạnh phần kia đi 10°C . Hỏi pittông di chuyển một đoạn bao nhiêu và về phía nào?

10.8. Cho các đồ thị sau đây biểu diễn chu trình biến đổi trạng thái của các khối khí lí tưởng (Hình 10.11).

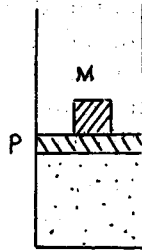
- 1) Vẽ lại đồ thị (I) trong hệ tọa độ (V, T) , (p, V) ;
- 2) Vẽ lại đồ thị (II) trong các hệ tọa độ (V, T) , (p, T) ;
- 3) Vẽ lại đồ thị (III) trong các hệ tọa độ (p, V) , (p, T) ;
- 4) Vẽ lại đồ thị (IV) trong các hệ tọa độ (p, V) , (V, T) .



Hình 10.11

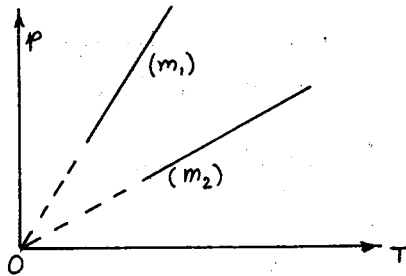
10.9. Một xi lanh đặt thẳng đứng, diện tích tiết diện $S = 100\text{cm}^2$, chứa một lượng không khí ở nhiệt độ $t_1 = 27^\circ\text{C}$, được đẩy bằng một pittông P cách đáy xi lanh $h = 50\text{cm}$. Pittông có thể trượt không ma sát dọc theo mặt trong của xi

lạnh. Đặt lên trên pittông một trọng vật M có khối lượng $m = 50\text{kg}$ thì pittông dịch chuyển xuống một đoạn $d = 10\text{cm}$ rồi dừng lại. Tính nhiệt độ không khí trong xi lanh khi pittông dừng lại. Cho biết áp suất khí quyển là $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$. Bỏ qua khối lượng của pittông. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



Hình 10.13

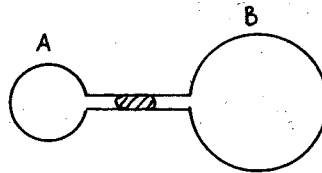
10.10. Hai bình có thể tích bằng nhau chứa cùng một chất khí có khối lượng lần lượt bằng m_1 và m_2 . Biết đồ thị biểu diễn sự biến đổi của áp suất p theo nhiệt độ T của hai lượng khí như trên hình 10.14. So sánh các khối lượng m_1, m_2 .



Hình 10.14

10.11. Ở nhiệt độ T_1 , áp suất p_1 khối lượng riêng của một chất khí là D_1 . Hãy lập biểu thức tính khối lượng riêng của chất khí đó ở nhiệt độ T_2 , áp suất p_2 .

10.12. Hai bình cầu A và B chứa cùng một chất khí được nối với nhau bằng một ống nằm ngang có tiết diện nhỏ, ở giữa ống có một giọt thủy ngân ngăn cách hai bình (Hình 10.16). Lúc đầu nhiệt độ của lượng khí trong bình A là 0°C và bình B là 20°C . Hỏi giọt thủy ngân trong ống nằm ngang có dịch chuyển không ; a) khi tăng nhiệt độ tuyệt đối của khí ở cả hai bình lên gấp đôi; ; b) khi tăng nhiệt độ mỗi bình lên 10°C .



Hình 10.16

10.13. Một bình có dung tích $V = 10$ lít chứa một lượng khí hiđrô bị nén ở áp suất $p = 50\text{at}$. Khi nung nóng bình, do bình nở nên có một phần khí thoát ra; phần khí còn lại có nhiệt độ 17°C và vẫn dưới áp suất như cũ. Tính khối lượng khí đã thoát ra.

10.14. Có ba bình thể tích $V_1 = V$; $V_2 = 2V$; $V_3 = 3V$ thông với nhau nhưng cách nhiệt đối với nhau. Ban đầu các bình chứa khí ở cùng nhiệt độ T_0 và áp suất p_0 . Sau đó người ta hạ nhiệt độ bình 1 xuống $T_1 = \frac{T_0}{2}$, nâng nhiệt độ bình 2 lên $T_2 = 1,5T_0$, nâng nhiệt độ bình 3 lên $T_3 = 2T_0$. Tính áp suất mới của khí theo p_0 .

10.15. Làm thí nghiệm người ta thấy bình chứa 1kg khí nitơ bị nổ ở nhiệt độ 350°C . Tính khối lượng khí hiđrô có thể chứa trong bình cùng loại nếu nhiệt độ tối đa (bị nổ) là 50°C và hệ số an toàn là 5, nghĩa là áp suất tối đa chỉ bằng $1/5$ áp suất gây nổ. Cho $H = 1$; $N = 14$; $R = 8,31\text{J/mol.K}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ CÁC BÀI TẬP VỀ CHẤT KHÍ LÍ TƯỞNG

10.1. Lượng không khí mỗi lần bơm vào săm có thể tích $V_0 = \pi R^2 h$ và có áp suất bằng p_0 . Lượng không khí này khi vào săm sẽ chiếm một thể tích V và có áp suất p_1 . Do nhiệt độ không đổi nên $p_1 V = p_0 V_0 \rightarrow p_1 = \frac{V_0}{V} p_0$. Sau n lần bơm áp suất do không khí mới bơm vào gây ra trong săm áp suất np_1 , ta có:

$$np_1 = n \frac{V_0}{V} p_0 = \frac{n\pi R^2 h}{V} p_0.$$

Áp suất tổng cộng của không khí trong săm sau n lần bơm là:

$$p = np_1 + p_0 = \frac{n\pi R^2 h}{V} p_0 + p_0, \text{ với } p = 6.10^5 \text{ N/m}^2.$$

Từ đó $n = \frac{V(p - p_0)}{\pi R^2 h p_0}$, và, do đó, thời gian cần bơm bằng :

$$t = \alpha.n = \frac{2V(p - p_0)}{\pi R^2 h p_0}. \text{ Thay số } (V = 8 \text{ lít} = 0,008\text{m}^3 ;$$

$R = 3\text{cm} = 0,03\text{m}$), ta được $t = 56,6\text{s} \approx 57\text{s}$.

10.2. Xét khối không khí trong ống, ngăn cách với khí quyển bởi cột thủy ngân. Khi ống nằm ngang, cột không khí trong ống có thể tích $V_0 = S l_0$ (S là tiết diện ống : $l_0 = 12\text{cm} = 120\text{mm}$) và áp suất p_0 (bằng áp suất khí quyển).

Trường hợp a : Cột không khí trong ống có thể tích $V_1 = S l_1$ và áp suất $p_1 = p_0 + l = 750 + 50 = 800\text{mmHg}$. Áp dụng định luật Bôilơ - Mariôt :

$$p_1 V_1 = p_0 V_0 \rightarrow l_1 = \frac{p_0}{p_1} l_0 = \frac{750}{800} \cdot 120 = 112,5\text{mm}.$$

Trường hợp b : Cột không khí trong ống có thể tích $V_2 = S l_2$ và áp suất $p_2 = p_0 - l = 700\text{mmHg}$. Áp dụng định luật Bôilơ - Mariôt :

$$p_2 V_2 = p_0 V_0 \rightarrow l_2 = \frac{p_0}{p_2} l_0 = 128,6\text{mm}.$$

Trường hợp c : Cột không khí trong ống có thể tích $V_3 = S l_3$ và có áp suất $p_3 = p_0 - h = p_0 - l \sin \alpha = 725\text{mmHg}$. Ta có

$$p_3 V_3 = p_0 V_0 \rightarrow l_3 = \frac{p_0}{p_3} l_0 = 129,9\text{mm}.$$

Trường hợp d : Cột không khí trong ống có thể tích $V_4 = S l_4$ và có áp suất :

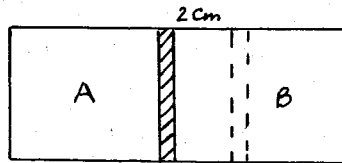
$$p_4 = p_0 + h = p_0 + l \sin \alpha = 775\text{mmHg} \rightarrow l_4 = \frac{p_0}{p_4} l_0 = 116,1\text{mm}.$$

10.3. a) Khi pittông đứng yên thì áp suất không khí bên trong xi lanh bằng áp suất khí quyển : $p = p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$.

b) Áp dụng định luật Bôilơ - Mariôt ta có $p_1 V_1 = p_2 V_2$, trong đó $p_1 = p = 10^5 \text{ N/m}^2$; $V_1 = 500 \text{ cm}^3$; $V_2 = 500 + 2 \cdot 50 = 600 \text{ cm}^3$. Suy ra $p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = 83333 \text{ N/m}^2$. Độ chênh lệch áp

suất hai bên pittông là $p_0 - p_2$. Muốn giữ pittông ở vị trí mới ta phải kéo pittông một lực F có độ lớn; $F = (p_0 - p_2)S = 83,3 \text{ N}$.

10.4. Gọi $S(\text{cm}^2)$ là tiết diện của pittông. Trạng thái ban đầu của hai ngăn A và B của xi lanh (Hình 10.10) là : $p_0 = 1 \text{ at}$; $V_0 = 42S(\text{cm}^3)$, $T_0 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$. Giả sử nung nóng ngăn A lên nhiệt độ T và pittông dịch chuyển sang phải



Hình 10.10

2cm. Trạng thái của khí ở ngăn A bây giờ là :

p ; $V_A = (42 + 2)S = 44S$; T . Còn trạng thái khí ở ngăn B là:

p ; $V_B = (42 - 2)S = 40S$; $T_0 = 300 \text{ K}$. Áp dụng phương trình trạng thái cho khí ở ngăn A và khí ở ngăn B trước và sau khi nung nóng ngăn A, ta có ;

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V_A}{T} \quad (1) \quad \text{và} \quad \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V_B}{T} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \frac{V_A}{T} = \frac{V_B}{T_0} \rightarrow T = \frac{V_A}{V_B} T_0 = \frac{44S}{40S} \cdot 300 = 330 \text{ K}.$$

Vậy phải nung nóng khí ở một ngăn của xi lanh lên đến 330K (hay 57° C).

$$\text{Từ (1) ta có: } p = \frac{p_0 V_0}{T_0} \cdot \frac{T}{V_A} = \frac{142S \cdot 330}{300 \cdot 44S} = 1,05 \text{ at}.$$

10.5. Gọi m_1 và m_2 là khối lượng không khí trong phòng ở nhiệt độ $t_1 = 17^\circ \text{ C}$ ($T_1 = 290 \text{ K}$) và $t_2 = 27^\circ \text{ C}$ (300 K).

Áp dụng phương trình trạng thái ta có : $p_0 V = \frac{m_1}{\mu} RT_1$ (1) và

$p_0 V = \frac{m_2}{\mu} RT_2$ (2), trong đó $V = 30\text{m}^3 = 30000$ lít ;

$R = 0,084$ at.l/mol.K.

Từ (1) và (2) suy ra : $m_1 = \frac{pV\mu}{RT_1} \cong 35714\text{g}$;

$$m_2 = \frac{pV\mu}{RT_2} = 34523\text{g}.$$

Do đó khối lượng không khí đã di chuyển ra khỏi phòng khi nhiệt độ tăng từ 17°C lên 27°C là $\Delta m = m_1 - m_2 = 1191\text{g} = 1,191\text{kg}$.

10.6. Xét khối khí trong bọt nước. Ở đáy hồ khí có thể tích V_1 , áp suất $p_1 = p_0 + \frac{h}{13,6}$ (cmHg), với h là độ sâu của

hồ. Ở trên mặt hồ khí có thể tích $V_2 = 1,5 V_1$, áp suất $p_2 = p_0$. Áp dụng định luật Bôilơ - Mariôt ta có:

$$p_0 + \frac{h}{13,6} V_1 = p_0 \cdot (1,5 V_1) \rightarrow h = \frac{13,6}{2} p_0 = 510\text{cm} = 5,1\text{m}.$$

10.7. Trước và sau khi di chuyển, pittông đứng yên, áp suất của khí hai bên pittông bằng nhau. Gọi S là tiết diện pittông, p_0 và p là áp suất của khí trước và sau khi di chuyển. Áp dụng phương trình trạng thái cho khí trong mỗi phần của xi lanh. Đối với phần bị nung nóng :

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V_1}{T_1} \quad (1) \quad \text{với } V_0 = S l_0, T_0 = 27 + 273 = 300\text{K} ;$$

$T_1 = T_0 + 10 = 310\text{K}$. Đối với phần bị làm lạnh :

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V_2}{T_2} \quad (2), \quad \text{với } T_2 = T_0 - 10 = 290\text{K}.$$

Từ (1) và (2) ta có $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ (3). Vì $T_1 > T_2$ nên $V_1 > V_2$:

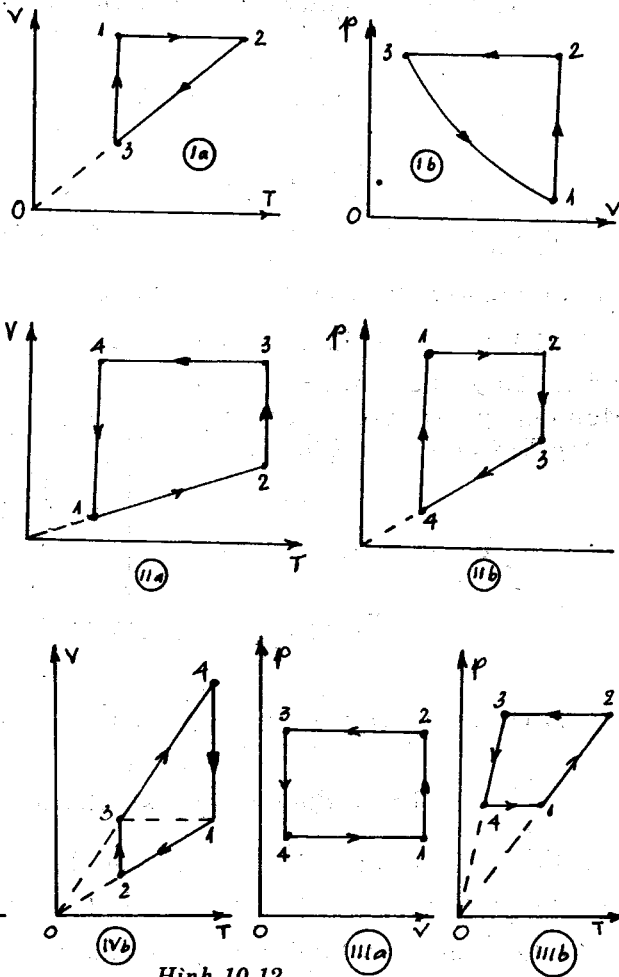
pittông di chuyển về phía phần bị làm lạnh. Gọi đoạn dịch

chuyển của pittông là x , ta có $V_1 = (l_0 + x)S$, $V_2 = (l_0 - x)S$.

Từ (3) ta được : $\frac{l_0 + x}{T_1} = \frac{l_0 - x}{T_2} \rightarrow x = \frac{l_0(T_1 - T_2)}{T_1 + T_2} = 1\text{cm}$.

10.8.

Xem hình 10.12. Các đồ thị I.a, I.b ứng với đồ thị I. Các đồ thị II.a, II.b ứng với đồ thị II. Các đồ thị III.a, III.b ứng với đồ thị III. Và các đồ thị IV.a, IV.b ứng với đồ thị IV.



Hình 10.12

10.9. Ban đầu, khí pittông cân bằng, áp lực của không khí trong xi lanh và áp lực của khí quyển bằng nhau. Ta suy ra $p_1 = p_0$. Khi đặt trọng vật M lên pittông, sau khi

di chuyển pittông lại cân bằng, áp lực p_1 của không khí trong xi lanh bằng áp lực khí quyển và trọng lực của M, ta suy ra :

$$p_2 = p_0 + \frac{mg}{S}. \text{ Áp dụng phương trình trạng thái ta có :}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \text{ trong đó } V_1 = Sh; V_2 = S(h - d). \text{ Suy ra}$$

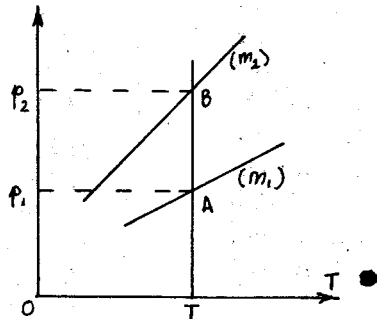
$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \frac{(p_0 + \frac{mg}{S})(h - d)}{p_0 h} T_1. \text{ Thay số ta được nhiệt độ}$$

của không khí trong xi lanh ; $T_2 = 360\text{K} (= 87^\circ \text{C})$.

10.10. Gọi V là thể tích mỗi bình. Áp dụng phương trình Mendêlêep-Clapêrông cho hai lượng khí chứa trong hai bình ta có :

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \quad (1)$$

$$\text{và } p_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT_2 \quad (2).$$



Từ (1) và (2) suy ra : $\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{T_1}{T_2}$. Nếu $T_1 = T_2$ thì

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2}$ (3) Ta vẽ đường đẳng nhiệt cắt hai đường đẳng

tích tại A và B (hình 10.15). Dựa vào đồ thị ta có $p_2 > p_1$, nên từ (3) suy ra $m_2 > m_1$. Vậy ta có $m_2 > m_1$.

11.11. Xét một khối lượng m của chất khí đó. Theo phương trình Mendêlêep-Clapêrông ta suy ra :

$$D = \frac{m}{V} = \frac{p}{RT} \mu. \text{ Do đó ở trạng thái 1 và trạng thái 2 ta có:}$$

$$D_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{p_1}{RT_1} \mu ; D_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{p_2}{RT_2} \mu . \text{ Từ đó } \frac{D_2}{D_1} = \frac{p_2 T_2}{p_1 T_1}$$

Suy ra biểu thức $D_2 = \frac{p_2 T_2}{p_1 T_1} D_1$.

10.12. Áp suất của khí ở hai đầu bình cầu luôn luôn bằng nhau khi giọt thủy ngân còn nằm trên ống ngang. Gọi m_A, m_B là khối lượng khí trong hai bình ; V_A, V'_A, V_B, V'_B lần lượt là thể tích của khí trong hai bình lúc đầu và sau khi thay đổi nhiệt độ. Ta có: $pV_A = \frac{m_A}{\mu} RT_A$; $pV_B = \frac{m_B}{\mu} RT_B$.

$$\text{Suy ra } \frac{V_A}{V_B} = \frac{m_A T_A}{m_B T_B} \quad (1).$$

a) Nếu tăng nhiệt độ tuyệt đối ở mỗi bình lên gấp đôi thì tỉ số $\frac{T'_A}{T'_B} = \frac{T_A}{T_B}$ không thay đổi, do đó $\frac{V_A}{V_B}$ không thay đổi : giọt thủy ngân không di chuyển.

b) Bây giờ $T'_A = T_A + 10$ và $T'_B = T_B + 10$. Tương tự như (1) ta có $\frac{V'_A}{V'_B} = \frac{m_A T'_A}{m_B T'_B}$ (2). Ta so sánh hai tỉ số $\frac{T'_A}{T'_B}$ và $\frac{T_A}{T_B}$.

$$\text{Ta có : } \frac{T'_A}{T'_B} - \frac{T_A}{T_B} = \frac{T_A + 10}{T_B + 10} - \frac{T_A}{T_B} = \frac{10(T_B - T_A)}{T_B(T_B + 10)}$$

Theo đề bài $T_A = 0 + 273 = 273\text{K}$, $T_B = 20 + 273 = 293\text{K}$.

Như vậy $T_B > T_A$, do đó $\frac{T'_A}{T'_B} - \frac{T_A}{T_B} > 0$, hay $\frac{T'_A}{T'_B} > \frac{T_A}{T_B}$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra $\frac{V'_A}{V'_B} > \frac{V_A}{V_B}$ (4)

Vì $V_A + V_B = V'_A + V'_B$ nên từ (4) suy ra $V'_A > V_A$: giọt thủy ngân di chuyển về bình cầu B.

10.13. Gọi m_1, m_2 là khối lượng khí trong bình trước và sau khi nung nóng bình. Áp dụng phương trình Mendêlêep-Clapêrông ta có ; $pV = \frac{m_1}{\mu} RT_1, pV = \frac{m_2}{\mu} RT_2$. Từ đó suy ra khối lượng khí đã thoát ra :

$$m_2 - m_1 = \frac{pV\mu}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right), \text{ với } p = 50 \text{ at, } V = 10 \text{ lít, } \mu = 2\text{g,}$$

$$R = 0,084 \text{ at.l/mol.K; } T_1 = 7 + 273 = 280\text{K ;}$$

$$T_2 = 17 + 273 = 290. \text{ Suy ra } m_2 - m_1 = 1,47\text{g.}$$

10.14. Trạng thái ban đầu của lượng khí trong 3 bình được xác định bằng các thông số : p_0, T_0 và $V_0 = V_1 + V_2 + V_3 = 6V$.

Đối với lượng khí này ta có : $p_0 V_0 = \frac{m}{\mu} RT_0 = nRT_0$, với n là

số mol khí trong 3 bình hay $n = \frac{p_0 V_0}{RT_0} = \frac{6p_0 V}{RT_0}$ (1). Gọi $n_1, n_2,$

n_3 là số mol khí có trong từng bình sau khi đã thay đổi nhiệt độ, ta có: theo (1) $n_1 = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{2pV}{RT_0}$; $n_2 = \frac{p_2 V_2}{RT_2} = \frac{4Vp}{3RT_0}$;

$$n_3 = \frac{p_3 V_3}{RT_3} = \frac{3Vp}{2RT_0}.$$

Từ đó $n_1 + n_2 + n_3 = \frac{29pV}{6RT_0} = n$. Đối chiếu với (1)

ta suy ra : $p = \frac{36}{29} p_0$

10.15. Gọi V là thể tích của bình và p_n là áp suất gây nổ. Đối với khí nitơ ta có : $p_n V = \frac{m_N}{\mu_N} RT_N$ (1). Đối với khí hiđrô ta có:

$$\frac{p_n}{5} V = \frac{m_H}{\mu_H} RT_H. \text{ (2). Từ (1) và (2) suy ra}$$

$$m_H = \frac{m_N T_N \mu_H}{5 T_H \mu_N} = 27,55\text{g.}$$

§11. NỘI NĂNG CỦA KHÍ LÍ TƯỞNG

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nội năng của một vật là dạng năng lượng bao gồm động năng của chuyển động hỗn độn của các phân tử tạo nên vật và thế năng tương tác giữa chúng.

- Nội năng của vật phụ thuộc vào nhiệt độ và thể tích của vật.

- Có hai cách biến đổi nội năng: *Thực hiện công và truyền nhiệt*. Phần nội năng mà vật nhận được hay mất đi trong sự truyền nhiệt gọi là *nhiệt lượng*.

- Nội năng của 1 mol khí lí tưởng: $U_0 = \frac{3}{2} RT$

2. Công thức tính nhiệt lượng : $Q = mc(t_2 - t_1)$: Q là nhiệt lượng vật thu vào hay mất đi (tính bằng Jun hoặc calo); m là khối lượng của vật (tính bằng kg); c là nhiệt dung riêng của chất cấu tạo nên vật (J/kg. K); t_1, t_2 là nhiệt độ ban đầu và nhiệt độ cuối cùng của quá trình truyền nhiệt.

- Phương trình cân bằng nhiệt: $Q_{\text{toả ra}} = Q_{\text{thu vào}}$

- Nhiệt lượng hoá hơi: $Q = Lm$ (L là nhiệt lượng hoá hơi);

- Nhiệt lượng nóng chảy: $Q = \lambda m$ (λ là nhiệt lượng nóng chảy);

Nhiệt lượng do nhiên liệu đốt cháy toả ra: $Q = mq$ (q là năng suất toả nhiệt).

3. Công dãn nở (hoặc nén) khối khí:

$$A = p(V_2 - V_1) = p \cdot \Delta V$$

ΔV là độ biến thiên thể tích. $\Delta V > 0$: chất khí thực hiện công; $\Delta V < 0$: chất khí nhận được công.

4. Nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học.

Phát biểu: Nhiệt lượng truyền cho vật làm biến thiên nội năng của vật và biến thành công mà vật thực hiện lên các vật khác: $Q = \Delta U + A$.

Quy ước về dấu : $\Delta U > 0$: nội năng của vật tăng; $\Delta U < 0$ nội năng của vật giảm; $Q > 0$: vật nhận nhiệt lượng của các vật khác; $Q < 0$: vật truyền nhiệt lượng cho các vật khác;

$A > 0$: vật thực hiện công; $A < 0$ vật nhận công từ các vật khác .

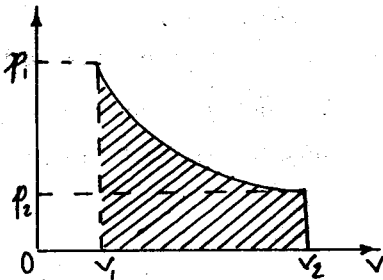
• **Áp dụng cho các quá trình biến đổi trạng thái .**

a) **Quá trình đẳng tích:** $A = 0 \rightarrow Q = \Delta U$: Nhiệt lượng mà hệ (chất khí) nhận được chỉ dùng để làm tăng nội năng của nó;

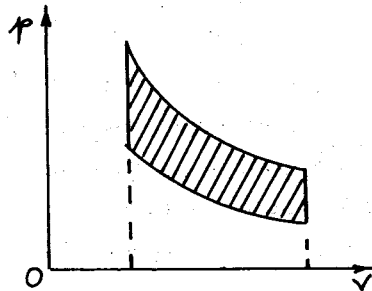
b) **Quá trình đẳng áp :** ($\Delta p = 0$) : $Q = \Delta U + A$: Nhiệt lượng mà hệ (chất khí) nhận được một phần làm tăng nội năng của nó, một phần biến thành công . ($A = p\Delta V$).

c) **Quá trình đẳng nhiệt :** $\Delta T = 0 \rightarrow \Delta U = 0 \rightarrow Q = A$:

Toàn bộ nhiệt lượng truyền cho khí được chuyển thành công; công này có độ lớn được xác định bằng diện tích của phần gạch chéo trên hình 11.1.



Hình 11.1



Hình 11.2

d) **Chu trình :** $\Delta U = 0 \rightarrow Q = A$. Công A có độ lớn được xác định bằng diện tích của phần gạch chéo trên hình 11.2.

e) **Quá trình đoạn nhiệt :** $\Delta Q = 0 \rightarrow A = -\Delta U$: Nếu hệ sinh công thì nội năng của hệ giảm; còn nếu hệ nhận công thì nội năng tăng.

5. Động cơ nhiệt là một thiết bị nội năng của nhiên liệu thành cơ năng. Động cơ nhiệt hoạt động nhờ lặp đi lặp lại chu trình giãn và nén khí.

• Nguyên tắc hoạt động : Trong 1 chu trình tác nhân nhận của nguồn nóng nhiệt lượng Q_1 và truyền cho nguồn lạnh nhiệt lượng Q_2 . Công A do động cơ nhiệt thực hiện trong 1 chu trình : $A = Q_1 - Q_2$

• Hiệu suất của động cơ nhiệt :

$$H = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1$$

• Nguyên tắc nâng cao hiệu suất : Hiệu suất của bất kì động cơ nhiệt nào cũng không vượt quá giá trị $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$, giá trị này được gọi là hiệu suất của động cơ nhiệt lí tưởng hay hiệu suất lí tưởng : $H \leq 1 - \frac{T_2}{T_1}$. Muốn nâng cao hiệu suất của động cơ nhiệt phải nâng cao nhiệt độ T_1 của nguồn nóng và hạ thấp nhiệt độ T_2 của nguồn lạnh.

II. BÀI TẬP THÍ DỤ.

1. Thí dụ 1.

Để xác định nhiệt dung riêng của chất A người ta lấy $m = 0,15\text{kg}$ chất đó ở $t_1 = 100^\circ\text{C}$ thả vào một nhiệt lượng kế bằng đồng thau có khối lượng $m_1 = 0,12\text{kg}$ chứa $m_2 = 0,2\text{kg}$ nước ở $t_2 = 16^\circ\text{C}$. Nhiệt độ chung của hệ khi có cân bằng nhiệt là $t = 22^\circ\text{C}$. Hãy xác định nhiệt dung riêng c của chất A theo kết quả thí nghiệm nói trên. Cho biết nhiệt dung riêng của đồng thau là $c_1 = 0,40 \cdot 10^3 \text{ J/kg.K}$ và của nước là $c_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg.K}$. Bỏ qua sự trao đổi nhiệt với môi trường xung quanh.

A. Lời giải :

Ở đây có sự trao đổi nhiệt giữa ba vật: vật làm bằng chất A, nhiệt lượng kể và nước trong nhiệt lượng kế. Nhiệt lượng do vật tỏa ra:

$$Q_1 = cm(t_1 - t).$$

Nhiệt lượng do nhiệt lượng kế và nước thu vào:

$$Q_2 = c_1 m_1 (t - t_2) + c_2 m_2 (t - t_2).$$

Nếu không kể đến sự mất mát nhiệt ra môi trường xung quanh ta có phương trình cân bằng nhiệt : $Q_1 = Q_2$

$$\rightarrow cm(t_1 - t) = c_1 m_1 (t - t_2) + c_2 m_2 (t - t_2)$$

$$\text{Suy ra } c = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2)(t - t_2)}{m(t_1 - t)}$$

Thay chữ bằng số ta được : $c \cong 0,46 \cdot 10^3 \text{ J/kg.K}$.

B. Chú ý : Đây là loại bài toán tính các đại lượng về nhiệt có liên quan đến sự tỏa ra và hấp thụ nhiệt. Cần xác định được rõ, trong số các vật khảo sát, vật nào là vật tỏa nhiệt, vật nào là vật hấp thụ nhiệt (căn cứ vào nhiệt ban đầu và nhiệt độ cuối cùng của vật, hoặc so sánh nhiệt độ ban đầu của các vật), sau đó áp dụng phương trình cân bằng nhiệt (chú ý chuyển đơn vị đo khối lượng cho trong đề thành kg). Thường bỏ qua sự mất mát nhiệt ra môi trường xung quanh; nếu có sự mất mát nhiệt đó thì theo định luật bảo toàn năng lượng: $Q(\text{thu}) + Q(\text{mất mát}) = Q(\text{tỏa})$.

2. **Thí dụ 2.** Một hòn bi bằng chì, khối lượng 100g rơi từ độ cao 50m xuống và va chạm mềm với đất. Tính độ tăng nội năng của hòn bi và độ tăng nhiệt độ của hòn bi khi chạm đất, nếu giả sử 50% độ tăng nội năng của hòn bi được biến thành nhiệt làm nóng hòn bi. Bỏ qua ma sát. Cho biết nhiệt dung riêng của chì là $c = 0,13 \text{ kJ/kg.K}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A. Lời giải :

Ta xét hệ gồm hòn bi, đất và không khí.

Theo nguyên lí thứ nhất của nhiệt động lực học:

$$Q = \Delta U + A = 0 \quad (1)$$

Khi vật rơi từ độ cao $h = 50\text{m}$ xuống đất, trọng lực sinh công $A' = mgh$, và do đó vật thực hiện công $A = -A' = -mgh$ (2). Từ (1) và (2) ta có độ tăng nội năng của hệ bằng

$$\Delta U = -A = mgh.$$

Thay chữ bằng số ta được $\Delta U = 0,1 \cdot 10 \cdot 50 = 50\text{J}$. Độ tăng nội năng ΔU sẽ làm tăng nhiệt độ của hệ và biến dạng hòn bi. Ta có:

$0,5 \cdot \Delta U = mc\Delta t$, với Δt là độ tăng nhiệt độ của hòn bi.

Suy ra:

$$0,5 \cdot mgh = mc\Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{0,5gh}{c} = \frac{0,5 \cdot 10 \cdot 50}{130} = 1,9^{\circ} \text{C}.$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về độ biến thiên nội năng và nguyên lí thứ nhất của nhiệt động lực học. Cần xác định rõ dấu của A và Q , đặc biệt là dấu của A . Nói chung, nếu hệ chịu tác dụng của ngoại lực \vec{F} sinh công A' trong quá trình biến đổi thì ta có $A = -A'$.

3. Thí dụ 3.

Có 2,6g hiđrô ở 27°C được đun nóng đẳng áp để thể tích tăng gấp đôi. Hãy tính:

- 1) Công do khí thực hiện;
- 2) Nhiệt lượng truyền cho khối khí đó;
- 3) Độ biến thiên nội năng của khối khí.

Cho biết nhiệt dung riêng của hiđrô trong quá trình đẳng áp (gọi là nhiệt dung riêng đẳng áp) là $C_p = 14,3\text{kJ/kg.K}$.

A. Lời giải :

1) Công do khí thực hiện là:

$$A = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = p(2V_1 - V_1) = pV_1.$$

Áp dụng phương trình Mendêlêep - Clapêrông ta có:

$$A = pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 = \frac{26}{2} \cdot 8,31 \cdot 300 \cong 3241\text{J}.$$

2) Ta tính nhiệt lượng truyền cho khối khí hiđrô trong quá trình đẳng áp theo công thức : $Q = mc_p \cdot \Delta t = mc_p \cdot \Delta T$.

Theo định luật Gay - Luyxác : $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow$

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = 2T_1 \rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = T_1 = 300\text{K}.$$

Vậy $Q = mc_p \cdot \Delta T = mc_p \cdot T_1 = 11154\text{J}$.

3) Áp dụng nguyên lí thứ nhất của nhiệt động lực học ta có:

$$Q = \Delta U + A \rightarrow \Delta U = Q - A = 7913\text{J}.$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán áp dụng nguyên lí thứ nhất nhiệt động lực học cho khí lí tưởng. Cần chú ý rằng, khi tính nhiệt lượng Q , tùy theo quá trình là đẳng áp hay đẳng tích mà ta sử dụng nhiệt dung riêng đẳng áp C_p và nhiệt dung riêng đẳng tích C_v . Đối với một chất khí lí tưởng, hai nhiệt dung riêng này có mối liên hệ: $C_p - C_v = R$. Dĩ nhiên đề bài phải cho biết giá trị các nhiệt dung riêng này.

4. Thí dụ 4.

Một động cơ nhiệt lí tưởng nhận từ nguồn nóng một nhiệt lượng bằng 50kJ. Nhiệt độ của nguồn nóng là 220°C và của nguồn lạnh là 10°C. Tính hiệu suất cực đại của động cơ đó và nhiệt lượng tỏa ra cho nguồn lạnh.

A. Lời giải :

Hiệu suất của động cơ nhiệt lí tưởng :

$$H = \frac{T_1 - T_2}{T_1} (1) \text{ với } T_1 = 220 + 273 = 493\text{K}$$

$$\text{và } T_2 = 10 + 273 = 283\text{K. Suy ra } H = \frac{493 - 283}{493} \cong 0,426 \rightarrow H = 42,6\%$$

Để tìm nhiệt lượng Q_2 tỏa ra cho nguồn lạnh ta áp dụng công thức: $H = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ (2) với Q_1 là nhiệt lượng nhận

được từ nguồn nóng. Theo đề bài $Q_1 = 50\text{kJ}$. Từ (2) ta có:

$$Q_2 = Q_1 (1 - H) = 50(1 - 0,426) \approx 28,7\text{kJ.}$$

$$Q_2 = 28,7\text{kJ.}$$

B. Chú ý : Đây là loại bài toán về động cơ nhiệt. Cần áp dụng công thức định nghĩa hiệu suất động cơ và công thức tính hiệu suất cực đại (Thường chỉ xét hiệu suất lí tưởng). Có thể tính công A dựa vào diện tích giới hạn trên giản đồ (p, V) (xem mục I).

III. BÀI TẬP LUYỆN TẬP.

11.1. Để có 22 lít nước tắm ở $t = 36^\circ\text{C}$ người ta đổ nước có nhiệt độ $t_1 = 11^\circ\text{C}$ vào nước có nhiệt độ $t_2 = 66^\circ\text{C}$. Hỏi phải lấy bao nhiêu lít nước mỗi thứ ? Bỏ qua nhiệt tỏa ra môi trường xung quanh.

11.2. Muốn biết nhiệt độ bên trong một cái lò, người ta làm như sau. Đặt một thỏi đồng có khối lượng $m = 60\text{g}$ vào trong lò, sau đó đưa ra rồi bỏ nhanh vào một nhiệt lượng kế bằng đồng thau có khối lượng $m_1 = 360\text{g}$ và chứa 1,2 lít nước ở nhiệt độ ban đầu $t_0 = 13^\circ\text{C}$; người ta thấy nhiệt độ của nhiệt lượng kế tăng lên đến $T_1 = 15^\circ\text{C}$. Tính nhiệt độ t bên trong lò. Cho biết nhiệt dung riêng của đồng và đồng thau là $c = 400\text{ J/kg.K}$.

11.3. Trong nhiệt lượng kế khối lượng 200g, nhiệt dung riêng 460 J/kg.K, có 1 lít nước ở nhiệt độ 15°C. Người ta bỏ vào nhiệt lượng kế một miếng nhôm và một miếng thiếc, có khối lượng tổng cộng là 300g, đã được nung nóng đến 100°C, vì thế nhiệt độ của nước đã tăng lên đến 17°C. Hãy xác định khối lượng của miếng nhôm. Biết nhiệt dung riêng của nhôm là 920 J/kg.K và của thiếc là 210 J/kg.K.

11.4. Trong một xi lanh dưới pittông nặng có một khối lượng khí CO₂ m = 0,2kg. Pittông có thể di chuyển thẳng đứng dọc theo bình xi lanh. Đun nóng xi lanh cho nhiệt độ khí tăng dần lên từ t₁ = 20°C đến t₂ = 108°C. Tính công do khí thực hiện.

11.5. Không khí trong một xi lanh có thể tích V = 500cm³ và áp suất p = 1,96.10⁵ N/m². Do được đun nóng đẳng áp không khí trong xi lanh nóng thêm 10°C và thực hiện công A = 36J đẩy pittông lên. Hãy xác định nhiệt độ lúc đầu của không khí.

11.6. Một bình kín có dung tích V = 20 lít chứa một khối khí đơn nguyên tử có áp suất p = 10⁻¹⁰ mmHg, ở nhiệt độ t = 10°C. Hãy tính:

- Mật độ phân tử khí trong bình;
- Động năng trung bình của các phân tử khí;
- Nội năng của khí chứa trong bình.

11.7. Khí đựng trong một xi lanh, có diện tích mặt pittông là S = 100cm² và pittông ở cách đáy một đoạn 30cm, có nhiệt độ t₁ = 27°C và áp suất p = 10⁶ N/m². Khi nhận được thêm năng lượng do 3g xăng bị đốt cháy tỏa ra khí giãn nở dưới áp suất không đổi và nhiệt độ của nó tăng thêm 150°C. Hãy tính công do khí thực hiện và hiệu suất của quá trình giãn khí. Cho biết chỉ có 10% năng lượng của xăng bị đốt cháy tỏa ra là có ích và năng suất tỏa nhiệt của xăng là q = 4,4.10⁷ J/kg. Coi khí trong xi lanh là khí lí tưởng.

11.8. Nhờ truyền nhiệt mà 13g khí hiđrô ở nhiệt độ 27°C tăng thể tích gấp ba lần khi áp suất không thay đổi. Hãy tính :

- 1) Công mà khí thực hiện;
- 2) Nhiệt lượng đã truyền cho khí;
- 3) Độ biến thiên nội năng của khí.

Cho biết nhiệt dung riêng đẳng áp của khí hiđrô là

$$C_p = 14,3\text{kJ/kg.K}$$

11.9. Một bình kín chứa 2g khí hiđrô ở áp suất $p_1 = 1\text{at}$ và nhiệt độ $t_1 = 27^{\circ}\text{C}$. Đun nóng bình để áp suất tăng lên đến $p_2 = 10\text{at}$. Tính độ biến thiên nội năng của khí. Cho biết nhiệt dung riêng đẳng tích của khí hiđrô bằng $C_v = 12,3\text{kJ/kg.K}$

11.10. Một khối khí ôxi có khối lượng 16g chứa trong một xi lanh dưới pittông nặng. Đun nóng đẳng áp khối khí đó từ nhiệt độ $t_1 = 27^{\circ}\text{C}$ lên $t_2 = 127^{\circ}\text{C}$. Tính nhiệt lượng đã truyền cho khí và độ biến thiên nội năng của khối khí. Cho biết nhiệt dung riêng đẳng áp của khí ôxi là $C_p = 900\text{J/kg.K}$.

11.11. Một xi lanh chứa 5g hiđrô ở 27°C được đẩy bởi một pittông nặng.

1) Nén đẳng nhiệt khối khí đó, công lực ngoài bằng 8000J, thể tích khí giảm đi 4 lần. Tính nhiệt lượng khí tỏa ra.

2) Hơ nóng đẳng áp để thể tích tăng lên bằng giá trị cũ. Tính nhiệt lượng do khí hấp thụ và độ biến thiên nội năng của khí.

11.12. Động cơ của một máy bay khi nó bay với vận tốc 720km/h có công suất 242,9kW. Xác định lượng xăng cần phải tiêu thụ đối với một chuyến bay đường dài 2000km. Cho rằng hiệu suất của động cơ bằng 25%. Cho biết năng suất tỏa nhiệt của xăng là $4,4 \cdot 10^7\text{ J/kg}$.

11.13. Một động cơ nhiệt lí tưởng hoạt động giữa hai nguồn nhiệt có nhiệt độ 100°C và $25,4^{\circ}\text{C}$, thực hiện một công 2kJ.

1) Tính hiệu suất của động cơ, nhiệt lượng mà nó nhận được từ nguồn nóng và nhiệt lượng nó truyền cho nguồn lạnh.

2) Phải tăng nhiệt độ của nguồn nóng lên bao nhiêu để hiệu suất của động cơ đạt 25%.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ CÁC BÀI TẬP VỀ NỘI NĂNG CỦA KHÍ LÝ TƯỞNG

11.1. Nhiệt lượng do lượng nước có nhiệt độ $t_2 = 66^\circ\text{C}$ tỏa ra:

$$Q_2 = cm_2 (t_2 - t), \text{ với } t = 36^\circ\text{C}.$$

Nhiệt lượng do lượng nước có nhiệt độ $t_1 = 11^\circ\text{C}$ hấp thụ

$$Q_1 = cm_1 (t_1 - t).$$

Ta có phương trình cân bằng nhiệt :

$$Q_2 = Q_1 \rightarrow m_2 (t_2 - t) = m_1 (t_1 - t). \quad (1).$$

Ngoài ra ta có $m_1 + m_2 = 22\text{kg}$. (2). Từ (1) và (2) rút ra $m_1 = 12\text{kg}$ và $m_2 = 10\text{kg}$. Có nghĩa là phải lấy 12 lít nước ở 11°C pha vào 10 lít nước ở 66°C .

11.2. Nhiệt lượng kể và nước nhận nhiệt :

$$Q_1 = cm_1 (t_1 - t_0) + c_2 m_2 (t_1 - t_0), \text{ với } c_2 = 4186\text{J/kg.K}.$$

Nhiệt lượng do thổi đồng tỏa ra:

$$Q_2 = cm(t - t_1).$$

Phương trình cân bằng nhiệt : $Q_1 = Q_2$. Thay số

($m = 0,06\text{kg}$; $m_1 = 0,36\text{kg}$; $m_2 = 1,2\text{kg}$, suy ra $t = 445,5^\circ\text{C}$).

11.3. Có 4 vật tham gia vào quá trình trao đổi nhiệt: nhôm và thiếc tỏa nhiệt, nước và nhiệt lượng kế thu nhiệt.

Phương trình cân bằng nhiệt:

$$(m_3 c_3 + m_4 c_4)(t_2 - t) = (c_1 m_1 + c_2 m_2)(t - t_1) \quad (1).$$

Ngoài ra ta có: $m_3 + m_4 = 0,30\text{kg}$. (2).

Từ (1) và (2) tìm được: $m_3 = 0,06\text{kg}$ và $m_4 = 0,24\text{kg}$.

11.4. Khi được đun nóng, khí tác dụng một áp lực \vec{F} lên pittông. Pittông di chuyển và khí thực hiện công. Do nhiệt độ tăng dần và pittông nặng nên chuyển động của pittông chậm, coi như thẳng đều. Áp lực \vec{F} của khí cân bằng các lực cản (Trọng lực của pittông và áp lực không khí). Do đó áp suất của khí trong xi lanh không đổi. Khí giãn đẳng áp. Công do khí thực hiện là: $A = p \cdot \Delta V = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1$. Áp dụng phương trình Mendêlêep-Clapêrông ta được :

$$A = \frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) = \frac{200}{44} \cdot 8,31 \cdot 88 \cong 3324 \text{ J}.$$

11.5. Khí trong xi lanh được đun nóng đẳng áp nên

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \text{ suy ra } V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = V_1 \frac{T_1 + \Delta T}{T_1}. \text{ Công do khí}$$

$$\text{thực hiện } A = p(V_2 - V_1) = pV_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = \frac{pV_1 \cdot \Delta T}{T_1}; \text{ suy ra}$$

$$T_1 = \frac{pV_1 \cdot \Delta T}{A} \cong 272\text{K}.$$

11.6. a) Áp dụng phương trình trạng thái $p = n_0 kT$, suy ra $n_0 = \frac{p}{kT} \cong 3,4 \cdot 10^{12} (\text{m}^{-3})$.

$$(p = 10^{-10} \text{ mmHg} = \frac{10^{-10} \cdot 1,013 \cdot 10^5}{760} \text{ N/m}^2).$$

$$\text{b) } \bar{W}_d = \frac{3}{2} kT \cong 5,86 \cdot 10^{-21} \text{ J}.$$

$$\text{c) } U = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} pV = 4 \cdot 10^{-10} \text{ J}.$$

11.7. Công do khí thực hiện trong quá trình giãn đẳng áp:
 $A = p \Delta V = p (V_2 - V_1)$ với $V_1 = Sh_1 = 0,003\text{m}^3$. Vì khí giãn nở đẳng áp, nên $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$, suy ra $V_2 = V_1 \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 4,5 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$.
 Từ đó $A = 1500\text{J}$.

Hiệu suất của quá trình: $H = \frac{A}{Q_1}$, với Q_1 là nhiệt lượng có ích do xăng cháy tỏa ra:

$$Q_1 = qm \frac{10}{100} = 13200\text{J}. \text{ Suy ra } H = 0,114 = 11,4\%.$$

11.8. Giải tương tự như thí dụ 3.

$$A = 32,4\text{kJ}; Q = 111,54\text{kJ}; \Delta U = 79,14\text{kJ}.$$

11.9. Đây là quá trình đẳng tích. Áp dụng định luật Sác-lơ ta có:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow T_2 \frac{P_2}{P_1} T_1 = \frac{10}{1} \cdot 300 = 3000\text{K}, \text{ suy ra } t_2 = 2727^\circ\text{C}.$$

Theo nguyên lý thứ nhất nhiệt động lực học $Q = \Delta U + A = \Delta U$ (vì biến đổi đẳng tích nên $A = 0$)

$$\rightarrow \Delta U = Q. \text{ Ta có } Q = mc_v(t_2 - t_1) = 66420\text{J}.$$

$$\text{Vậy } \Delta U = 66420\text{J}.$$

11.10. Giải tương tự như bài 11.4.

$$\text{Công do khí thực hiện: } A = \frac{m}{\mu} R \cdot \Delta T = 415,5\text{J}.$$

$$\text{Nhiệt lượng truyền cho khối khí: } Q = mc_p(t_2 - t_1) = 1440\text{J}.$$

Độ biến thiên nội năng của khối khí:

$$\Delta U = Q - A = 1024,5\text{J}.$$

11.11. 1) Nén đẳng nhiệt lên nội năng không đổi: $\Delta U = 0$.
Ta có $Q = A$, với $A = -8000\text{J}$ (có dấu - vì hệ nhận công).
Vận nhiệt lượng do khí toả ra là $Q = -8000\text{J}$.

2) Trên hình 11.3. là đồ thị biểu diễn các quá trình biến đổi của khối khí.

Trạng thái 1 :

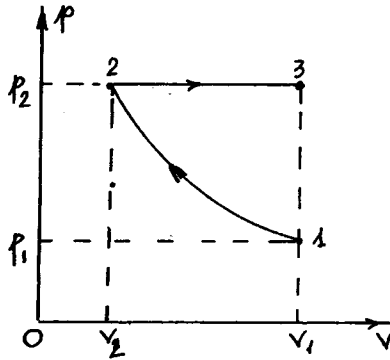
$$p_1, V_1, T_1 = 300^\circ \text{K}.$$

Trạng thái 2 :

$$p_2, V_2 = \frac{V_1}{4}, T_2 = T_1.$$

Trạng thái 3 :

$$p_3 = p_2; V_3 = V_1, T_3.$$



Hình 11.3

Từ trạng thái 2 sang trạng thái 3 là quá trình giãn đẳng áp, nên theo định luật Gay - Luyxác ta có:

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_2} \cdot T_2 = 4 \cdot 300 = 1200\text{K}.$$

Nhiệt lượng do khối lượng khí hấp thụ ;

$$Q' = mc_p (t_2 - t_1) = mc_p (T_2 - T_1) = 64350\text{J}.$$

Công do khí thực hiện trong quá trình đẳng áp là :

$$A' = \frac{m}{\mu} R(T_1 - T_2) = 18697,5\text{J}.$$

Độ biến thiên nội năng của khí là :

$$\Delta U' = Q - A' = 45652,5\text{J}.$$

11.12. Hiệu suất của động cơ : $H = \frac{A}{Q_1}$, với $A = Nt = \frac{Ns}{v}$

($s = 2000\text{km} = 2 \cdot 10^6 \text{m}$; $v = 720 \text{km/h} = 200\text{m/s}$), và $Q_1 = mq$.

Suy ra $m = \frac{Ns}{vHq} \cong 220\text{kg}$. Lượng xăng tiêu thụ là 220kg.

$$11.13. 1) H = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{373 - 298,4}{373} \cong 0,2 = 20\%.$$

Nhiệt lượng mà động cơ nhận từ nguồn nóng :

$$Q_1 = \frac{A}{H} = 10\text{kJ}.$$

Nhiệt lượng mà động cơ truyền cho nguồn lạnh :

$$Q_2 = Q_1 - A = 8\text{kJ}.$$

$$2) H' = \frac{T'_1 - T_2}{T'_1} = 1 - \frac{T_2}{T'_1} = 25\% = 0,25.$$

$$\text{Suy ra. } T'_1 = \frac{T_2}{1 - H} \cong 398\text{K}.$$

Do đó cần tăng nhiệt độ nguồn nóng lên.

$$t'_1 = T'_1 - 273 = 125^\circ\text{C}.$$

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
§1. Chuyển động thẳng đều	5
§2. Chuyển động thẳng biến đổi đều	32
§3. Chuyển động tròn đều	66
§4. Các định luật về chuyển động	74
§5. Các lực cơ học	81
§6. Ứng dụng các định luật Niuton và các lực cơ học	102
§7. Tĩnh học - Cân bằng của vật rắn	167
§8. Định luật bảo toàn động lượng	218
§9. Định luật bảo toàn năng lượng	244
§10. Thuyết động học phân tử và chất Khí lý tưởng	292
§11. Nội năng của Khí lý tưởng	317

Điểm đặt là x.

$$F = m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M_1}{(R+h)^2}$$

$$F_2 = m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M_2}{R^2}$$

m =

$$\frac{G m M_1}{R^2} = \frac{G m M_2}{R^2}$$

$$g = \dot{G} \cdot m M$$

$$g = \frac{G M}{(R+h)^2} = 9,8$$

$$g_2 = \frac{G \cdot 0,11 M}{(0,2809 R)^2}$$

$$= G \frac{0,11 M}{0,2809 R^2}$$

$$\begin{array}{r} 0,53 \\ 0,83 \\ 159 \\ \hline 265 \\ 2809 \end{array}$$

~~$$\frac{\frac{G M}{R^2} = 9,8}{\frac{G \cdot 0,11 M}{0,2809 R^2}} = \frac{9,8}{9,2}$$~~

~~$$\frac{R^2}{0,2809 R^2} = \frac{9,8}{g_2} = \frac{1}{0,2809}$$

$$g_2 = 9,8 \cdot 0,2809$$~~