

MỤC LỤC

▶ BÀI 1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN.....	1
.....(A). Tóm tắt kiến thức	
1	
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	
2	
• Dạng ①: Hệ trục tọa độ trong không gian.....	2
• Dạng ②: Tọa độ của điểm và vectơ trong không gian.....	5
• Dạng ③: Ứng dụng thực tế.....	6
.....(C). Dạng toán rèn luyện	
8	
• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	8
• Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	19
• Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	44

▶ BÀI 2. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**(A). Tóm tắt kiến thức****①. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

Giáo viên:.....

Số ĐT.....

- ✓ Trong không gian, ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục.
- ✓ Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz .
- ✓ Hệ ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Descartes vuông góc $Oxyz$, hay đơn giản là hệ tọa độ $Oxyz$.
- ✓ Điểm O được gọi là gốc tọa độ.
- ✓ Các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ.

2. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM, TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

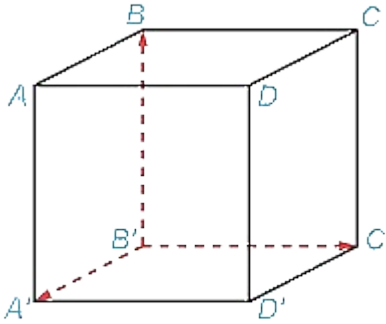
- ✓ Trong không gian $Oxyz$, cho một điểm M tùy ý. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi đó, ta viết $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$, trong đó x là hoành độ, y là tung độ và z là cao độ của M .
- ✓ Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$ tùy ý. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{a}$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi đó, ta viết $\vec{a} = (x; y; z)$ hoặc $\vec{a}(x; y; z)$.
- ✓ Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và $N(x_N; y_N; z_N)$.

B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng 1: Hệ trục tọa độ trong không gian

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1 (H.2.36). Có thể lập một hệ tọa độ Oxyz có gốc O trùng với đỉnh B' và các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$ không? **giải** thích vì sao.



Hình 2.36

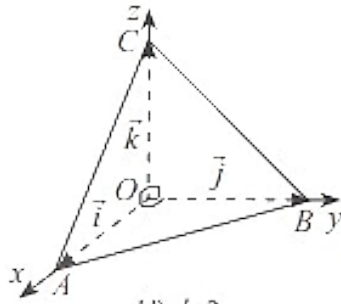
Lời giải

- ♦ Hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có các cạnh $B'A', B'C'$ và $B'B$ đôi một vuông góc với nhau.
- ♦ Vì hình lập phương có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên các vector $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$ cùng có điểm đầu là B' và đều có độ dài bằng 1.
- ♦ Từ các điều trên, suy ra có thể lập một hệ tọa độ Oxyz có gốc O trùng với đỉnh B' và các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$.

Câu 2: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và có độ dài bằng 1. Vẽ hệ trục tọa độ Oxyz có gốc là O , các điểm A, B, C lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz và chỉ ra các vector đơn vị trên các trục tọa độ.

Lời giải

- ♦ Với O là gốc tọa độ, ta vẽ được các trục Ox, Oy, Oz như Hình 3.
- ♦ Ba vector đơn vị trên ba trục lần lượt là $\vec{i} = \overrightarrow{OA}, \vec{j} = \overrightarrow{OB}, \vec{k} = \overrightarrow{OC}$



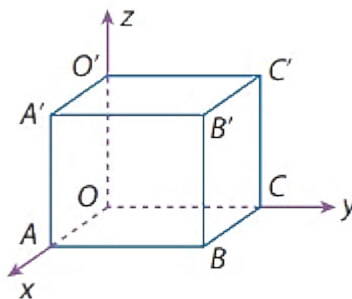
Hình 3

Lời giải

- ♦ Với O là gốc tọa độ, ta vẽ được các trục Ox, Oy, Oz như Hình 3.
- ♦ Ba vector đơn vị trên ba trục lần lượt là $\vec{i} = \overrightarrow{OA}, \vec{j} = \overrightarrow{OB}, \vec{k} = \overrightarrow{OC}$

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $OABC \cdot O' A' B' C'$. Hệ tọa độ $Oxyz$ được chọn sao cho các tia Ox, Oy, Oz lần lượt chứa các điểm A, C, O' (Hình 2.30).

- Mặt bên $OC C' O'$ nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?
- Ox có vuông góc với mặt bên $OC C' O'$ không?
- Mặt bên $OA A' O'$ có vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) không?



Hình 2.30

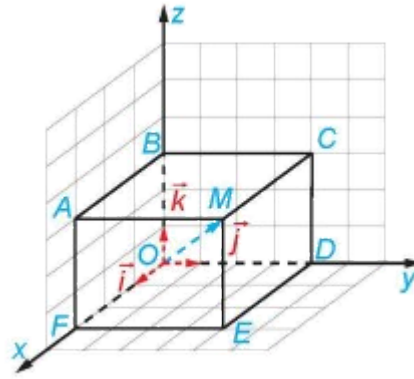
Lời giải

- Mặt bên $OC C' O'$ nằm trong mặt phẳng tọa độ (Oyz).
- $Ox \perp (Oyz)$ nên $Ox \perp (OC C' O')$.
- Mặt bên $OA A' O'$ nằm trong mặt phẳng tọa độ (Oxz). Các mặt phẳng tọa độ đôi một vuông góc với nhau nên $(OA A' O') \perp (Oxy)$.

•Dạng 2: Tọa độ của điểm và vector trong không gian

📌 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Hình 2.38 minh họa một hệ tọa độ Oxyz trong không gian cùng với các hình vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Tìm tọa độ của điểm M .

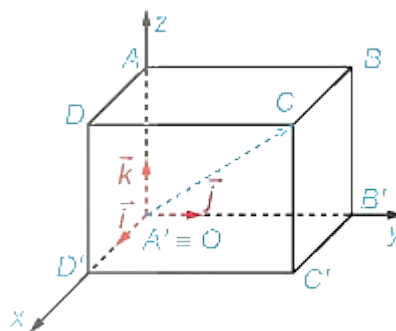


Hình 2.38

Lời giải

- ♦ Trong Hình 2.38, ABCM.FODE là hình hộp chữ nhật.
- ♦ Áp dụng quy tắc hình hộp suy ra
- ♦ $\vec{OM} = \vec{OF} + \vec{OD} + \vec{OB} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.
- ♦ Vì vậy, tọa độ của điểm M là $(3; 4; 3)$.

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đỉnh A' trùng với gốc O và các đỉnh D', B', A lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz (H.2.40). Giả sử đỉnh C có tọa độ là $(2; 3; 5)$ đối với hệ tọa độ Oxyz, hãy tìm tọa độ của các đỉnh D', B', A đối với hệ tọa độ đó.



Hình 2.40

Lời giải

- ♦ Vì đỉnh D' thuộc tia Ox nên hai vector $\overrightarrow{OD'}$ và $\vec{i}$ cùng phương, suy ra có số thực m sao cho $\overrightarrow{OD'} = m\vec{i}$.
- ♦ Tương tự, có các số thực n, p sao cho $\overrightarrow{OB'} = n\vec{j}$ và $\overrightarrow{OA'} = p\vec{k}$. Theo quy tắc hình hộp, suy ra $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OA'} = m\vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k}$ và do đó điểm C có tọa độ là $(m; n; p)$.
- ♦ Mặt khác, đỉnh C có tọa độ là $(2; 3; 5)$ nên $m=2, n=3, p=5$, tức là $\overrightarrow{OD'} = 2\vec{i}, \overrightarrow{OB'} = 3\vec{j}$ và $\overrightarrow{OA'} = 5\vec{k}$.
- ♦ Từ đây suy ra $D'(2; 0; 0), B'(0; 3; 0)$ và $A(0; 0; 5)$.

Câu 3: Trong không gian Oxyz, hãy tìm tọa độ của các vector $\vec{i}, \vec{j}$ và $\vec{k}$.

Lời giải

- ♦ Vì $\vec{i} = 1 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$ nên $\vec{i} = (1; 0; 0)$.
- ♦ Vì $\vec{j} = 0 \cdot \vec{i} + 1 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$ nên $\vec{j} = (0; 1; 0)$.
- ♦ Vì $\vec{k} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 1 \cdot \vec{k}$ nên $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

•Dạng ③: Ứng dụng thực tế

📖 Các ví dụ minh họa

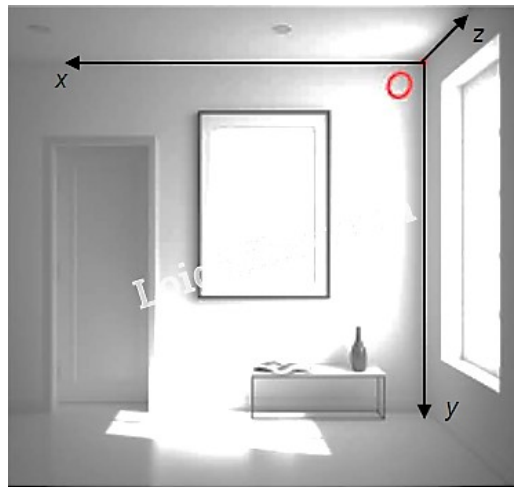
Câu 1: Hãy mô tả hệ tọa độ Oxyz trong căn phòng ở Hình 2.44 sao cho gốc O trùng với góc trên của căn phòng, khung tranh nằm trong mặt phẳng (Oxy) và mặt trần nhà trùng với mặt phẳng (Oxz).



Hình 2.44

Lời giải

- ♦ Hình vẽ phù hợp với mô tả:



Câu 2: Một sân tennis với hệ tọa độ Oxyz được chọn như ở Hình 20.

- Hỏi mặt sân nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?
- Trục Oz có vuông góc với mặt sân hay không?

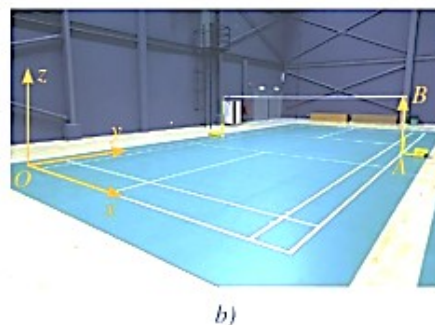
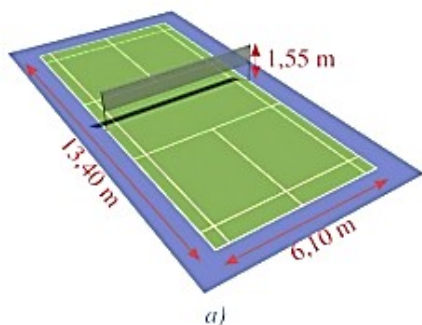


Hình 20

Lời giải

- Mặt sân nằm trong mặt phẳng tọa độ (Oxy).
- Trục Oz vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) nên trục Oz vuông góc với mặt sân.

Câu 3: Hình 33a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục Oxyz cho sân đó như ở Hình 33b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Hãy xác định tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.



Hình 33

Lời giải

- ♦ Gọi tọa độ điểm A là $(x_A; y_A; z_A)$. Vì chiều rộng của sân là 6,1 m nên $x_A = 6,1$.
- ♦ Do một nửa chiều dài của sân là 6,7 m nên $y_A = 6,7$. Điểm A thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $z_A = 0$.
- ♦ Vì vậy, điểm A có tọa độ là $(6,1; 6,7; 0)$.
- ♦ Độ dài đoạn thẳng AB là 1,55 m nên điểm B có tọa độ là $(6,1; 6,7; 1,55)$.
- ♦ Vậy ta có: $\overrightarrow{AB} = (6,1 - 6,1; 6,7 - 6,7; 1,55 - 0)$, tức là $\overrightarrow{AB} = (0; 0; 1,55)$.

©. Dạng toán rèn luyện**• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

- A. $(3; 3; -1)$ B. $(-1; -1; -3)$ C. $(3; 1; 1)$ D. $(1; 1; 3)$

Lời giải**Chọn D**

Tọa độ của một véc tơ là tọa độ của điểm sau trừ đi tọa độ điểm đầu.

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 2 - 1; 1 - (-2)) \text{ hay } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 3)$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:

- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(3; 4; 1)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{AB} = (1; 2; 3)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{AO} = 3(i + 4j) - 2k + 5j$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(3; 17; -2)$ B. $(-3; -17; 2)$ C. $(3; -2; 5)$ D. $(3; 5; -2)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{AO} = 3(i + 4j) - 2k + 5j = 3i + 12j - 2k + 5j = 3i + 17j - 2k$

Suy ra $\vec{OA} = -3i - 17j + 2k$ nên $A(-3; -17; 2)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; -2)$ trên trục Oz là điểm

A. $H(0; 0; -1)$ B. $E(-1; 2; 0)$ C. $F(0; 0; -2)$ D. $G(0; 0; 2)$

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; -2)$ trên trục Oz là điểm $F(0; 0; -2)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) ?

- A. $M(3; 4; 0)$ B. $P(-2; 3; 0)$ C. $Q(2; 0; 0)$ D. $N(0; 4; -1)$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng tọa độ (Oyz) là tập hợp các điểm có hoành độ $x = 0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $M'(-1; 2; -3)$ B. $M'(1; 2; 0)$ C. $M'(1; 0; 0)$ D. $M'(0; 0; 3)$

Lời giải

Chọn B

Do M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) nên:

$$\begin{cases} x_{M'} = x_M = 1 \\ y_{M'} = y_M = 2 \\ z_{M'} = 0 \end{cases} \Rightarrow M'(1; 2; 0)$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có

tọa độ là

- A. $(0; -1; 0)$ B. $(5; 0; 0)$ C. $(0; -1; 3)$ D. $(-1; 3; 0)$

Lời giải

Chọn C

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; -1; 3)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là điểm

- A. $R(1; 0; 0)$ B. $P(1; 0; 3)$ C. $Q(0; 2; 0)$ D. $S(0; 0; 3)$

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu của điểm $A(a; b; c)$ trên trục Oy là điểm $B(0; b; 0)$.

Suy ra: Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 1)$ lên mặt phẳng có tọa độ là

- A. $(0; -6; 0)$ B. $(0; -6; 1)$ C. $(5; -6; 0)$ D. $(5; 0; 1)$

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của điểm $M(5; -6; 1)$ lên mặt phẳng là điểm có tọa độ $(5; 0; 1)$.

Câu 10: Trong không gian $d: Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là

- A. $Q(0; -2; -3)$ B. $P(1; 0; -3)$ C. $N(1; -2; 0)$ D. $K(1; 0; 3)$

Lời giải

Chọn A

Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là $(0; -2; -3)$.

Câu 11: Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là điểm

- A. $A'(5; 4; -3)$ B. $A'(-5; 4; 0)$ C. $A'(-5; 4; -3)$ D. $A'(5; 0; 0)$

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là $A'(5; 0; 0)$.

- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1;3;5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm có tọa độ
- A. $(0;3;5)$ B. $(0;0;5)$ C. $(1;3;0)$ D. $(1;0;5)$

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của $M(1;3;5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1;3;0)$.

- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
- A. $(3;5;1)$ B. $(-1;-2;3)$ C. $(3;4;1)$ D. $(1;2;3)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2-1; 3-1; 2+1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1;2;3)$.

- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-1;3)$ trên trục Oz có tọa độ là
- A. $(2;0;0)$ B. $(0;-1;0)$ C. $(0;0;3)$ D. $(2;-1;0)$

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-1;3)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;3)$.

- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-3;5)$ trên trục Oy có tọa độ là
- A. $(0;-3;0)$ B. $(0;0;5)$ C. $(2;0;0)$ D. $(-3;0;0)$

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-3;5)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;-3;0)$.

- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
- A. $(0;2;-3)$ B. $(4;2;-3)$ C. $(0;0;-3)$ D. $(4;2;0)$

Lời giải

Chọn D

Gọi điểm $A'(x_0; y_0; z_0)$ là hình chiếu của A trên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow A'(x_0; y_0; 0)$

Mặt phẳng (Oxy) có VTPT là: $n = (0;0;1)$

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) , ta có:

$$d: \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=-3+t \end{cases}$$

Khi đó A' là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow A'(4; 2; 0)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; -4; -3)$ trên trục Oz có tọa độ là
A. $(0; -4; 0)$ **B.** $(0; 0; -3)$ **C.** $(3; -4; 0)$ **D.** $(3; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $M \in Oz \Rightarrow M(0; 0; c)$.

M là hình chiếu vuông góc của A trên $Oz \Rightarrow z_M = z_A = -3$.

Vậy hình chiếu của A trên Oz có tọa độ là $(0; 0; -3)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$ và $D(2; 2; 2)$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm của MN là
A. $I(1; -1; 2)$ **B.** $I(1; 1; 0)$ **C.** $I(1; 1; 1)$ **D.** $I(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.

Lời giải

Chọn C

Vì M là trung điểm của AB nên $M(1; 1; 0)$.

Vì N là trung điểm của CD nên $N(1; 1; 2)$.

Vì I là trung điểm của MN nên $I(1; 1; 1)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
A. $(3; 0; -1)$ **B.** $(0; 2; 1)$ **C.** $(-3; 0; 1)$ **D.** $(-3; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(-3; 0; 1)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O; i; j; k)$ cho $\vec{OA} = j - 2i + 5k$. Tìm tọa độ điểm A .
A. $(5; -2; 1)$ **B.** $(-2; 1; 5)$ **C.** $(1; -2; 5)$ **D.** $(-2; 5; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\vec{OA} = j - 2i + 5k = -2i + j + 5k \Rightarrow A(-2; 1; 5)$$

- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $(-3; 0; 0)$ **B.** $(0; 2; 1)$ **C.** $(0; 2; 0)$ **D.** $(0; 0; 1)$

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-3; 0; 0)$.

- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 4; -2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
A. $Q(3; 0; 0)$ **B.** $G(3; 4; 0)$ **C.** $E(0; 4; -2)$ **D.** $F(3; 0; -2)$

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 4; -2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $F(3; 0; -2)$.

- Câu 23:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(2; 1; 1)$, $B(-1; 2; 1)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua điểm B .
A. $A'(3; 4; -3)$ **B.** $A'(-4; 3; 1)$ **C.** $A'(4; -3; 3)$ **D.** $A'(4; 3; 3)$

Lời giải

Chọn B

Điểm A' đối xứng với điểm A qua điểm $B \Rightarrow B$ là trung điểm của đoạn $AA' \Rightarrow$ Tọa độ

$$A' \text{ thỏa: } \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \\ z_B = \frac{z_A + z_{A'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_B - x_A = 2(-1) - 2 = -4 \\ y_{A'} = 2y_B - y_A = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \\ z_{A'} = 2z_B - z_A = 2 \cdot 1 - 1 = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ $A'(-4; 3; 1)$.

- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 0; 1)$, $C(0; 2; -1)$. Tính độ dài của vector $\vec{AB} - 2\vec{AC}$.
A. $\sqrt{21}$ **B.** 21 **C.** $\sqrt{13}$ **D.** 13

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{AB} = (-2; -2; 1), \vec{AC} = (-1; 0; -1), \vec{AB} - 2\vec{AC} = (0; -2; 3)$.

Khi đó độ dài của vector $\vec{AB} - 2\vec{AC}$ là: $|\vec{AB} - 2\vec{AC}| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 1), B(3; 2; -2), C(-3; 1; 5)$. Tìm

tọa độ điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $\vec{MA} - 2\vec{AB} = 4\vec{CM}$. Khi đó tổng $S = \frac{9}{x} + \frac{3}{y} - \frac{27}{z}$ bằng

A. 6. B. -15. C. 16. D. -13.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{MA} - 2\vec{AB} = 4\vec{CM} \Rightarrow \begin{cases} 1 - x - 2 \cdot 2 = 4(x + 3) \\ -1 - y - 2 \cdot 3 = 4(y - 1) \\ 1 - z - 2 \cdot (-3) = 4(z - 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -\frac{3}{5} \\ z = \frac{27}{5} \end{cases}$$

Ta có

$$\text{Khi đó } S = \frac{9}{-3} + \frac{3}{-\frac{3}{5}} - \frac{27 \cdot 5}{27} = -13$$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây

A. $Q(-1; 2; 3)$ B. $N(1; -2; 3)$ C. $P(1; 2; -3)$ D. $M(1; -2; -3)$

Lời giải

Chọn A

Nếu H là hình chiếu của $A(1; 2; 3)$ lên (Oyz) thì $H(0; 2; 3)$. Gọi A' là điểm đối xứng của $A(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oyz) thì $H(0; 2; 3)$ là trung điểm của AA' . Do đó, ta có

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A \\ y_{A'} = 2y_H - y_A \\ z_{A'} = 2z_H - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \cdot 0 - 1 \\ y_{A'} = 2 \cdot 2 - 2 \\ z_{A'} = 2 \cdot 3 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -1 \\ y_{A'} = 2 \\ z_{A'} = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(-1; 2; 3) \equiv Q(-1; 2; 3).$$

Câu 27: Trong không gian cho $Oxyz$ vector $\vec{OM} = i - 3j + 4k$. Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) . Khi đó tọa độ của điểm M' trong hệ tọa độ $Oxyz$ là

A. $(1; -3; 4)$ B. $(1; 4; -3)$ C. $(0; 0; 4)$ D. $(1; -3; 0)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{OM} = i - 3j + 4k \Rightarrow M(1; -3; 4)$

M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow M'(1; -3; 0)$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 5)$, $B(3; -6; 3)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?

- A. $P(3; 0; 0)$ B. $N(3; -1; 5)$ C. $M(0; -2; 4)$ D. $Q(0; 0; 5)$

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB : $I(1; -2; 4)$

Tọa độ hình chiếu của I mặt phẳng (Oyz) : $M(0; -2; 4)$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(-1; 2; -3)$ B. $(0; 2; -3)$ C. $(1; 0; 0)$ D. $(1; -2; 3)$

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 2; -3)$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; -4; 9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là:

- A. 5. B. 3. C. $\sqrt{17}$ D. $\sqrt{54}$

Lời giải

Chọn D

Điểm M thuộc đoạn thẳng AB và $MA = 2MB$

Nên $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-1; -2; 7)$$

Độ dài đoạn thẳng $OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(0; -6; 0)$ B. $(5; 0; 2)$ C. $(5; -6; 0)$ D. $(0; -6; 2)$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y=0$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(5; 0; 2)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(5; -1; 1)$. Hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(5; 0; 0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0; 0; 1)$

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $N(0; -1; 1)$.

Câu 33: Cho $A(1; 3; 5)$, $B(2; 4; 6)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{11}{3}; \frac{17}{3}\right)$ B. $M\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; \frac{21}{3}\right)$ C. $M\left(\frac{4}{3}; \frac{10}{3}; \frac{16}{3}\right)$ D. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{31}{6}\right)$

Lời giải

Chọn A

$$\vec{AM} = -2\vec{BM} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = -2(x-2) \\ y-3 = -2(y-4) \\ z-5 = -2(z-6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = \frac{17}{3} \end{cases}$$

Ta có:

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $a(5; 7; 2)$, $b(3; 0; 4)$, $c(-6; 1; -1)$. Tìm

tọa độ của vector $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

- A. $\vec{m}(3; 22; -3)$ B. $\vec{m}(3; 22; 3)$ C. $\vec{m}(-3; 22; -3)$ D. $\vec{m}(3; -22; 3)$

Lời giải

Chọn A

$$a(5; 7; 2) \Rightarrow 3a(15; 21; 6); \quad b(3; 0; 4) \Rightarrow 2b(6; 0; 8)$$

$$\text{Vậy } \vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = (15 - 6 - 6; 21 + 1 - 8; 6 - 1) = (3; 22; -3)$$

Câu 35: Tìm tọa độ điểm M là điểm đối xứng của điểm $M(1; 2; 3)$ qua gốc tọa độ O .

- A. $M'(-1; 2; 3)$ B. $M'(-1; -2; 3)$
 C. $M'(-1; -2; -3)$ D. $M'(1; 2; -3)$

Lời giải

Chọn C

Tọa độ điểm M' là điểm đối xứng của điểm $M(1; 2; 3)$ qua gốc tọa độ O là $M'(-1; -2; -3)$.

Phương án nhiều A: Học sinh nhầm:

Điểm M' là điểm đối xứng của điểm $M(3; 2; 1)$ qua mặt phẳng (Oyz) $\Rightarrow M'(-1; 2; 3)$.

Phương án nhiều B: Học sinh nhầm:

Điểm M' là điểm đối xứng của điểm $M(3; 2; 1)$ qua trục Oz $\Rightarrow M'(-1; -2; 3)$.

Phương án nhiều D: Học sinh nhầm:

Điểm M' là điểm đối xứng của điểm $M(3; 2; 1)$ qua mặt phẳng (Oxy) $\Rightarrow M'(1; 2; -3)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a = (1; 3; 3)$, vector $b = (-2; 2; 1)$ và vector $c = (-1; 2; 3)$. Tìm vector x biết $x + a - b = c$.

- A. $x = (4; -1; -1)$ B. $x = (-4; 1; 1)$ C. $x = (2; 3; 5)$ D. $x = (-2; 7; 7)$

Lời giải

Chọn B

Từ bài toán ta có $x = c + b - a$ hay $c + b - a = (-4; 1; 1)$.

Vậy $x = c + b - a = (-4; 1; 1)$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{AO} = \vec{0}$ là

- A. $M(-1; -2; -3)$ B. $M(2; 4; 6)$ C. $M(-2; -4; -6)$ D. $M(2; -4; -6)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{AO} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} = (2; 4; 6)$. Do đó $M(2; 4; 6)$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a = (1; 2; 1)$, $b = (-2; 3; 4)$, $c = (0; 1; 2)$ và $d = (4; 2; 0)$. Biết rằng $d = x.a + y.b + z.c$. Giá trị $x + y + z$ là

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Lời giải

Chọn A

$$\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y + z = 2 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = (10 - m; m + 2; m^2 - 10)$ và $b = (7; -1; 3)$.

Giá trị của m để a cùng phương với b là

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn B

a cùng phương với b khi và chỉ khi $\frac{10 - m}{7} = \frac{m + 2}{-1} = \frac{m^2 - 10}{3} \Leftrightarrow m = -4$,

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $a = (1; 0; 3)$ và $b = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $a \cdot (a + b)$ bằng

- A. 25. B. 23. C. 27. D. 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a + b = (-1; 2; 8)$

Suy ra $a \cdot (a + b) = 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 8 = 23$.

Vậy $a \cdot (a + b) = 23$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $a(2; -5; 3)$, $b(0; 2; -1)$, $c(1; 7; 2)$. Tọa độ vector $\vec{d} = a - 4b + 2c$ là

- A. $(1; -1; 3)$. B. $(4; 1; 11)$. C. $(-3; 5; 7)$. D. $(0; 2; 6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{d} = a - 4b + 2c = (2 - 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1; -5 - 4 \cdot 2 + 2 \cdot 7; 3 - 4 \cdot (-1) + 2 \cdot 2) = (4; 1; 11)$.

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$; $B(2; -3; 4)$. Tìm điểm $M \in (Oxy)$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng

- A. $M(1; 1; 0)$. B. $M(3; -5; 7)$. C. $M(-3; 5; 0)$. D. $M(-2; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

$$M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$$

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1); \overrightarrow{AM} = (x-1; y+2; -3)$$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM} \text{ cùng phương} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{-3}{1} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(-2; 1; 0)$$

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là $(2; -1; 5)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(3; 1; 1)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(1; 2; 3)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{AO} = 3(i + 4j) - 2k + 5j$. Tọa độ của điểm A là $(3; 17; -2)$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1; 5)$$

a) Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó

b) Chọn Sai

c) Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$

d) Chọn Sai

Câu 2: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-1; 2; -2)$ trên trục Oz là điểm $G(0; 0; 2)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 1)$ và $B(1; -1; 2)$ tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là $(2; -1; 1)$

- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$ và $\vec{u}_2 = (-1; 0; 3)$. Vector $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$ có tọa độ là $(2; -2; -2)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(5; 0; 0)$

Lời giải**a) S****b) Đ****c) Đ****d) S**

a) Chọn sai

b) Tọa độ vector $\vec{AB}(2; -1; 1)$. Đúngc) Ta có: $\vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (1+1; -2-0; 1-3) \Rightarrow \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (2; -2; -2)$ Đúng

d) Chọn sai

Câu 3: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, điểm thuộc trục Oz là $M(0; 0; -2)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) là $M'(-1; 2; -3)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 0; -2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng là $M(0; 1; -1)$.

Lời giải**a) Đ****b) Đ****c) S****d) Đ**

a) Hình chiếu của điểm $A(a; b; c)$ trên trục Oy là điểm $B(0; b; 0)$. Suy ra: Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$.

b) Điểm $M(0; 0; -2) \in Oz$.

c) Do M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxy) nên:
$$\begin{cases} x_{M'} = x_M = 1 \\ y_{M'} = y_M = 2 \Rightarrow M'(1; 2; 0) \\ z_{M'} = 0 \end{cases}$$

d) Theo công thức tọa độ trung điểm của đoạn thẳng, ta có $M(0; 1; -1)$.

Câu 4: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 1)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0; -6; 1)$
- b) Trong không gian $d : Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là $Q(0; -2; -3)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là điểm $A'(-5; 4; -3)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1; 3; 5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm có tọa độ $(1; 3; 0)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

- a) Hình chiếu của điểm $M(5; -6; 1)$ lên mặt phẳng (Oxz) là điểm có tọa độ $(5; 0; 1)$.
- b) Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là $(0; -2; -3)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là $A'(5; 0; 0)$.
- d) Hình chiếu vuông góc của $M(1; 3; 5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1; 3; 0)$.

Câu 5: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(1; 2; 3)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -3; 5)$ trên trục Oy có tọa độ là $(-3; 0; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(3; 0; -1)$
- d) Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O; i; j; k)$ cho $\overrightarrow{OA} = j - 2i + 5k$. tọa độ điểm A là $(-2; 1; 5)$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

- a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 3 - 1; 2 + 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$.
- b) Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -3; 5)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; -3; 0)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(-3; 0; 1)$.

$$\vec{OA} = j - 2i + 5k = -2i + j + 5k \Rightarrow A(-2; 1; 5)$$

d) Ta có:

Câu 6: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(0; 2; 1)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, vector $u = 2i - 3k$ có tọa độ là $(2; -3; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(1; -2; 3)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $A(1; -2; 0)$

Lời giải

a) S

b) S

c) Đ

d) Đ

- a) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-3; 0; 0)$.

$$u = 2i - 3k = 2i + 0j - 3k$$

$$u = (2; 0; -3)$$

b) Ta có:

Suy ra

- c) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$.

d) Chọn đúng

Câu 7: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho vec tơ $u = 2i - 3k$, khi đó $u = (2; -3; 0)$
- b) Trong không gian $Oxyz$, véc tơ đơn vị trên trục Oy là $j = (0; 1; 0)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho $a(-2; -3; 3)$, $b(0; 2; -1)$, $c(-3; 2; 5)$. tọa độ của vector $u = 2a - 3b + 4c$ là $u(-16; -4; 29)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $E(-1; 3; 2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(-1; 3; 0)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

- a) Ta có: $u = 2i - 3k \Leftrightarrow u = (2; 0; -3)$

- b) Theo định nghĩa, véc tơ đơn vị trên trục Oy là $j = (0; 1; 0)$.

- c) Ta có: $2a = (-4; -6; 6)$, $-3b = (0; -6; 3)$, $4c = (-12; 8; 20)$

Suy ra: $u = 2a - 3b + 4c = (-16; -4; 29)$

d) Hình chiếu vuông góc của điểm $E(-1; 3; 2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 3; 2)$.

Câu 8: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; -2), B(2; 1; -1), C(1; -2; 2)$. Tọa

độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

b) Cho hai điểm $M(1; -2; 3)$ và $N(3; 0; -1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là $I(2; -1; 1)$

c) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; -1), B(3; 1; -2), C(2; 3; -3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC . Vectơ chỉ phương của đường thẳng OG là $u = (2; 2; -2)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -5), B(-3; 1; -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; -2\right)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Ta có: $G\left(\frac{1+2+1}{3}; \frac{0+1-2}{3}; \frac{-2-1+2}{3}\right) = G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

b) Trung điểm I có tọa độ là $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-2+0}{2}; \frac{3-1}{2}\right) \Leftrightarrow I(2; -1; 1)$

c) Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{OG}(2; 2; -2)$

d) Tọa độ trọng tâm của tam giác OAB là $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; -2\right)$

Câu 9: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1; 0; -2), B(2; 1; -1), C(1; -2; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

b) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1; -2; 2), B(0; 4; 1)$ và $C(2; 1; -3)$. Trọng tâm tam giác ABC có tọa độ là $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -2\right)$

- c) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;3)$, $B(5;0;2)$ và $C(0;2;4)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là $(3;3;9)$
- d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(1;0;1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(1;0;3)$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

a) Áp dụng công thức tìm tọa độ trọng tâm.

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 0 \end{cases} \Rightarrow G(1;1;0)$$

b) G là trọng tâm tam giác ABC :

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

c) Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

Vậy $G(1;1;3)$.

d) Theo công thức tính tọa độ trọng tâm của tam giác.

Câu 10: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của véc tơ a là $a = (2; -3; -1)$
- b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $M(1;2;3)$; $N(3;4;7)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{MN}(2;2;4)$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-4)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1;2;-4)$
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-2;-1)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là điểm $I(2;0;-2)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

a) Ta có: $a = -i + 2j - 3k \Rightarrow a = (-1; 2; -3)$

b) Ta có: $\overline{MN}(2; 2; 4)$

c) Tọa độ hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(1; 2; 0)$.
(Hoành độ, tung độ giữ nguyên, cao độ bằng không)

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{3} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{3} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{3} \end{cases} \Rightarrow I(2; 0; -2)$$

d) Tọa độ trung điểm AB là điểm I ta có:

Câu 11: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-3; 1; 4)$ và $A(1; 0; -1)$, $B(2; 3; 5)$. Tọa độ điểm C là $C(4; 2; -1)$

b) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 1; 3)$, $B(1; -2; 2)$, $C(x; y; 5)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng $x + y = 11$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a = (2; -1; 3)$, $b = (1; 3; -2)$. Tọa độ của vector $c = a - 2b$ là $c = (0; -7; -7)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $a(2; -5; 3)$, $b(0; 2; -1)$, $c(1; 7; 2)$. Tọa độ vector $\vec{d} = a - 4b + 2c$ là $(-3; 5; 7)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) S

a) Gọi $C(x; y; z)$

Do $G(-3;1;4)$ là trọng tâm tam giác ABC nên
$$\begin{cases} -3 = \frac{1+2+x}{3} \\ 1 = \frac{0+3+y}{3} \\ 4 = \frac{-1+5+z}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = 0 \\ z = 8 \end{cases} \text{ hay}$$

 $C(-12;0;8)$

b) Ta có $\vec{AB} = (-1; -3; -1)$, $\vec{AC} = (x-2; y-1; 2)$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow x+y=11$$

$$-2b = (-2; -6; 4) \quad a = (2; -1; 3) \Rightarrow c = (0; -7; 7)$$

c) Ta có mà

d) Ta có: $\vec{d} = a - 4b + 2c = (2 - 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1; -5 - 4 \cdot 2 + 2 \cdot 7; 3 - 4 \cdot (-1) + 2 \cdot 2) = (4; 1; 11)$

Câu 12: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các vec tơ $\vec{AB} = (3; -2; 5)$ và $\vec{AC} = (1; 4; -1)$. Độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC là $AM = 3$

b) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) là $A'(-1; -3; 2)$

c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -1), B(3; -1; 5)$. Tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\vec{MA} = 3\vec{MB}$ là $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; -3\right)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(0; 3; -1)$ và điểm C nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Điểm C có tọa độ là $(1; 2; 1)$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có $\vec{CB} = \vec{AB} - \vec{AC}$ suy ra $\vec{CB} = (2; -6; 6)$
 $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{38}$ $AC = |\vec{AC}| = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = 3\sqrt{2}$
 và $CB = |\vec{CB}| = \sqrt{2^2 + (-6)^2 + 6^2} = 2\sqrt{19}$

Độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC là $AM^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$

$$= \frac{(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{38})^2}{2} - \frac{(2\sqrt{19})^2}{4} = 9. \text{ Suy ra } AM = 3.$$

b) Vì đối xứng qua mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ sẽ được giữ lại biến y , biến z và đổi dấu biến x .

Suy ra tọa độ điểm $A'(-1; -3; 2)$.

c) Gọi điểm $M(x; y; z)$, theo đề bài $\vec{MA} = 3\vec{MB}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=3(3-x) \\ 3-y=3(-1-y) \\ -1-z=3(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-3 \\ z=8 \end{cases}$$

d) Do C nằm trên Oxy nên $C(x; y; 0)$

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \vec{AC}$ cùng phương $\vec{AB} \Leftrightarrow \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{0-1}{-2}$

Suy ra $x=1, y=2$

Câu 13: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tập hợp các điểm có tọa độ $(x; y; z)$ sao cho $-1 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 3$ là tập các điểm của một khối đa diện (lồi) có một tâm đối xứng. Tọa độ của tâm đối xứng đó là $(1; 1; 1)$

b) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(-1; 2; -3)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $a(5; 7; 2)$, $b(3; 0; 4)$, $c(-6; 1; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ là $\vec{m}(3; 22; -3)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 3; 5)$. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + 2b + 2c$ bằng 50

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

a) Dễ thấy khối đa diện đó là một khối lập phương có các mặt song song với các mặt phẳng tọa độ, tâm có tọa độ là

$$\left(\frac{3+(-1)}{2}; \frac{3+(-1)}{2}; \frac{3+(-1)}{2} \right) = (1; 1; 1)$$

b) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 2; -3)$.

c) $a(5; 7; 2) \Rightarrow 3a(15; 21; 6)$; $b(3; 0; 4) \Rightarrow 2b(6; 0; 8)$. Vậy $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$
 $= (15 - 6 - 6; 21 + 1; 6 - 8 - 1) = (3; 22; -3)$

d) Ta có:

$$\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1 - a; 2 - b; -c) = (3 + 3a; 3b - 9; 3c - 15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a = 3 + 3a \\ 2 - b = 3b - 9 \\ -c = 3c - 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{15}{4} \end{cases} \text{ Khi đó } a + 2b + 2c = \frac{25}{2}$$

Câu 14: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; -3; 0)$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\vec{AB} = (-3; 0; 4)$, $\vec{AC} = (5; -2; 4)$. Độ dài đường trung tuyến AM là $3\sqrt{2}$

c) Trong không gian, cho hai điểm $A(-2; 2; -1)$, $B(0; -1; -2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là $M(-4; 5; 0)$

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 3; 4)$, $\vec{c} = (0; 1; 2)$ và $\vec{d} = (4; 2; 0)$. Biết rằng $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$. Giá trị $x + y + z$ là 1

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Cho điểm $M(x_M; y_M; z_M)$. Khi đó:

Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng Oxy là $H(x_M; y_M; 0)$

Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng Oxz là $H(x_M; 0; z_M)$ Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng Oyz là $H(0; y_M; z_M)$

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = (2; -2; 8)$

Vì AM là đường trung tuyến của tam giác ABC nên:

Ta có: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = (1; -1; 4) \Rightarrow AM = |\overrightarrow{AM}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 4^2} = 3\sqrt{2}$

c) Gọi $M(a; b; 0) \in (Oxy)$

$$\overrightarrow{AM} = (a+2; b-2; 1), \overrightarrow{AB} = (2; -3; -1)$$

Điều kiện cần và đủ để ba điểm A, B, M thẳng hàng hay $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương là

$$\frac{a+2}{2} = \frac{b-2}{-3} = \frac{1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 5 \end{cases}$$

Vậy $M(-4; 5; 0)$

$$\overrightarrow{d} = x\overrightarrow{a} + y\overrightarrow{b} + z\overrightarrow{c} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y + z = 2 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

d)

Câu 15: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(5; 0; 2)$

b) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(3; 1; 0)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là $I(2; 0; 1)$

c) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3; 4; 1)$ và $B(1; 2; 1)$ là $M(0; 5; 0)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; -4; 9)$. Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn thẳng OM là $\sqrt{17}$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y = 0$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(5; 0; 2)$.

b) Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-1+1}{2}; \frac{2+0}{2}\right)$ hay $I(2; 0; 1)$

c) Gọi $M(0; b; 0) \in Oy$.

Theo đề: $MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{10 + (4-b)^2} = \sqrt{2 + (2-b)^2} \Leftrightarrow 4b = 20 \Leftrightarrow b = 5$.

Vậy $M(0; 5; 0)$.

d) Điểm M thuộc đoạn thẳng AB và $MA = 2MB$

Nên $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_M = -2(-2 - x_M) \\ 2 - y_M = -2(-4 - y_M) \\ 3 - z_M = -2(9 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = -3 \\ 3y_M = -6 \\ 3z_M = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = -2 \\ z_M = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-1; -2; 7)$$

Độ dài đoạn thẳng $OM = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 7^2} = 3\sqrt{6}$.

Câu 16: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(x; y; -3)$; $B(6; -2; 4)$; $C(-3; 7; -5)$. Giá trị của x, y để A, B, C thẳng hàng là $x = 1$; $y = -5$.

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4; 2; -1)$ $B(2; 1; 0)$ $M(4; 0; 0)$ và là

c) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 2; -3)$

d) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là $D(-1; -3; -2)$.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Ta có: $\overrightarrow{BA} = (x - 6; y + 2; -7)$; $\overrightarrow{BC} = (-9; 9; -9)$.

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x-6}{-9} = \frac{y+2}{9} = \frac{-7}{-9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$.

b) Gọi $M \in Ox : M(x; 0; 0)$, M cách đều A, B nên $MA = MB$, do đó:

$$\sqrt{(4-x)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{(2-x)^2 + 1^2} \Leftrightarrow x^2 - 8x + 21 = x^2 - 4x + 5 \Leftrightarrow x = 4.$$

c) Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M'(0; 2; -3)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} \text{ . Vậy } D(1; 1; 4).$$

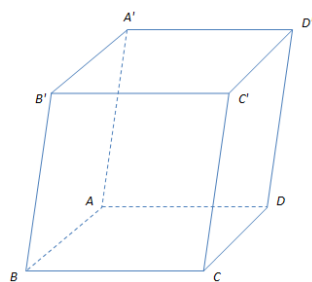
Câu 17: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $((S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 17)$ cắt trục Oz tại hai điểm A, B . Độ dài đoạn AB bằng $2\sqrt{17}$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; 1; 0), B(1; 5; 2)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) , B' là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oyz) . Khi đó $A'B'$ bằng $2\sqrt{6}$.

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm A, B, C có tọa độ thỏa mãn $\vec{OA} = i + j + k$, $\vec{OB} = 5i + j - k$, $\vec{BC} = 2i + 8j + 3k$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là $D(3; 9; 4)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 1)$, $B'(1; 0; 0)$, $C'(1; 1; 0)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm D là $D(0; 1; 1)$



Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

a) Gọi M là giao điểm của (S) với trục Oz .

Ta có $M \in Oz \Rightarrow M(0;0;t)$

Mà $M \in (S)$ nên:

$$0^2 + 0^2 + (t+2)^2 = 17 \Leftrightarrow (t+2)^2 = 17 \Leftrightarrow |t+2| = \sqrt{17} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 - \sqrt{17} \\ t = -2 + \sqrt{17} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ các giao điểm là: $A(0;0;-2-\sqrt{17})$, $B(0;0;-2+\sqrt{17}) \Rightarrow AB = 2\sqrt{17}$

b) Ta có: $A'(3;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy)

Và $B'(0;5;2)$ là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (Oyz)

$$A'B' = \sqrt{(0-3)^2 + (5-1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{29}$$

c) Ta có: $\vec{OA} = i + j + k \Rightarrow A(1;1;1)$

$$\vec{OB} = 5i + j - k \Rightarrow B(5;1;-1)$$

$$\vec{BC} = 2i + 8j + 3k \Rightarrow \vec{BC} = (2;8;3)$$

$$\vec{AD} = (x_D - 1; y_D - 1; z_D - 1)$$

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\vec{AD} = \vec{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_D - 1 = 2 \\ y_D - 1 = 8 \\ z_D - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 9 \\ z_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(3;9;4)$

Ta có: $\vec{AD} = (2;8;3)$, $\vec{AB} = (4;0;-2)$

Do đó $\vec{AD}$, $\vec{AB}$ không cùng phương nên A , B , D không thẳng hàng.

Vậy điểm $D(3;9;4)$ là điểm cần tìm.

d) Gọi tọa độ điểm $D(a;b;c)$

Suy ra $\vec{C'D} = (a-1; b-1; c)$ và $\vec{B'A} = (-1;0;1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = -1 \\ b-1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Ta có $\vec{C'D} = \vec{B'A}$

Vậy tọa độ điểm $D(0;1;1)$

Câu 18: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho tam giác ABC biết $A(2;-1;3)$ và trọng tâm G của tam giác có tọa độ là $G(2;1;0)$. Khi đó $\vec{AB} + \vec{AC}$ có tọa độ là $(0;6;-9)$

- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;2)$, $B(-2;1;3)$, $C(3;2;4)$, $D(6;9;-5)$. Tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là $(2;3;1)$.
- c) Cho ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$ và điểm E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCE$ thì tọa độ của E là $(0;-1;3)$.
- d) Cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(-1;2;3)$ và $C(3;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là $D(5;-1;-1)$.

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG} = 3(0;2;-3) = (0;6;-9)$.

b) Gọi $G(x;y;z)$ là tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ ta có:

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-2+3+6}{4} \\ y = \frac{0+1+2+9}{4} \\ z = \frac{2+3+4-5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=1 \end{cases}$$

c) Giả sử $E(x_E; y_E; z_E)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_E \\ y_A + y_C = y_B + y_E \\ z_A + z_C = z_B + z_E \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = -3 \\ z_E = 1 \end{cases}$$

Vậy $E(0;-3;1)$.

d) $\overrightarrow{BC} = (4;0;-2)$. Gọi $D(x;y;z)$ suy ra $\overrightarrow{AD} = (x-1; y-1; z-1)$.

$BMDA$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BM} \rightarrow D(5;1;-1)$

Câu 19: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCE$ với $A(3;1;2)$, $B(1;0;1)$, $C(2;3;0)$. Tọa độ đỉnh E là $E(4;4;1)$.

b) Cho 3 điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-3;0)$, $P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là $(2;3;4)$.

- c) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $G(1; -2; 3)$ và ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$. Biết G là trọng tâm của tam giác ABC thì $a + b + c$ bằng 6
- d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 2; 3)$, $B(5; 0; -1)$, $C(4; 3; 6)$ và $D(a; b; c)$. Giá trị của $a + b + c$ bằng 15

Lời giải**a) Đ****b) Đ****c) Đ****d) Đ**

a) Cần nhớ: Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ hoặc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
 Áp dụng:

Gọi $E(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; -1)$ và $\overrightarrow{EC} = (2 - x; 3 - y; -z)$.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x = -2 \\ 3 - y = -1 \\ -z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}$$

Vì $ABCE$ là hình bình hành nên

b) Ta có: $\overrightarrow{NP} = (0; 3; 4)$; $\overrightarrow{MQ} = (x_Q - 2; y_Q; z_Q)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_Q = 2 \\ y_Q = 3 \\ z_Q = 4 \end{cases}$$

$MNPQ$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

Vậy tọa độ của điểm $Q(2; 3; 4)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{a + 0 + 0}{3} \\ -2 = \frac{0 + b + 0}{3} \\ 3 = \frac{0 + 0 + c}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \\ c = 9 \end{cases}$$

c) Vì G là trọng tâm của ΔABC

Do đó $a + b + c = 3 + (-6) + 9 = 6$.

d) $ABCD$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(x_A + x_C - x_B; y_A + y_C - y_B; z_A + z_C - z_B) = (0; 5; 10)$$

Vậy $a + b + c = 0 + 5 + 10 = 15$.

Câu 20: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 3; 5)$. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + 2b + 2c$ bằng $\frac{25}{2}$
- b) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng $\frac{\sqrt{34}}{2}$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai vec tơ $a = (m; 2; 3)$ và $b = (1; n; 2)$ cùng phương thì $2m + 3n$ bằng 9
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -5)$, $B(3; 4; 4)$, $C(x; y+1; 1)$ thẳng hàng. Khi đó $3x - y$ bằng 5

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

a) Ta có:

$$\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow (1-a; 2-b; -c) = (3+3a; 3b-9; 3c-15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-a=3+3a \\ 2-b=3b-9 \\ -c=3c-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{11}{4} \\ c=\frac{15}{4} \end{cases} \text{ Khi đó } a+2b+2c = \frac{25}{2}$$

b) Hình chiếu của A lên trục Ox là $A_1(3; 0; 0)$ nên $d(A, Ox) = AA_1 = 5$.

Hình chiếu của A lên trục Oy là $A_2(0; -4; 0)$ nên $d(A, Oy) = AA_2 = 3\sqrt{2}$.

Hình chiếu của A lên trục Oz là $A_3(0; 0; 3)$ nên $d(A, Oz) = AA_3 = 5$.

Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng $10 + 3\sqrt{2}$.

c) a và b cùng phương $\Leftrightarrow a = kb \ (k \neq 0)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=k.1 \\ 2=k.n \\ 3=2.k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\frac{3}{2} \\ n=\frac{4}{3} \\ m=\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow 2m+3n = 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 \cdot \frac{4}{3} = 7$$

d) Ta có $\vec{AB} = (3; 6; 9)$, $\vec{AC} = (x; y+3; 6)$.

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overline{AB}, \overline{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y+3}{6} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3x - y = 3 \cdot 2 - 1 = 5$$

Vậy $3x - y = 5$.

Câu 21: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; -3; 4)$, $B(a; b; c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oxz) và (Oyz) . Biết rằng M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Giá trị của tổng $a + b + c$ là -11

b) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 4; -1)$, $B(1; 4; -1)$, $C(2; 4; 3)$, $D(2; 2; -1)$, biết $M(x; y; z)$ để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x + y + z$ bằng $\frac{21}{4}$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 2)$, $B(-5; 6; 4)$ và $C(0; 1; -2)$. Độ dài đường phân giác trong của góc A của ΔABC là $\frac{2\sqrt{64}}{3}$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

a) Ta có: $\overline{AB} = (a - 6; b + 3; c - 4)$

Vì M, N, P lần lượt là giao điểm của AB với các mặt phẳng (Oxy) , (Oxz) và (Oyz) nên $M(x_M; y_M; 0)$, $N(x_N; 0; z_N)$, $P(0; y_P; z_P)$.

Vì M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$ nên ta có:

$$\overline{4AM} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x_M - 6) = a - 6 \\ 4(y_M + 3) = b + 3 \\ 4(0 - 4) = c - 4 \end{cases} \Rightarrow c = -12$$

$$\overline{2AN} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_N - 6) = a - 6 \\ 2(0 + 3) = b + 3 \\ 2(z_N - 4) = c - 4 \end{cases} \Rightarrow b = 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}(0-6)=a-6 \\ \frac{4}{3}(y_p+3)=b+3 \\ \frac{4}{3}(z_p-4)=c-4 \end{cases} \Rightarrow a=-2$$

Vậy $a+b+c=-11$.

b) Xét điểm $I(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$. Khi đó $I\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID})^2 \\ &= 4MI^2 + 2MI(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \\ &= 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \geq IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 \quad (\text{vì } MI^2 \geq 0 \text{ với mọi điểm } M) \end{aligned}$$

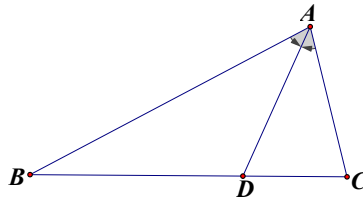
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M \equiv I$ tức là $M\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right) \Rightarrow x+y+z = \frac{7}{4} + \frac{7}{2} = \frac{21}{4}$.

c) Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\overrightarrow{BA}| = \sqrt{26}; \overrightarrow{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{26}$.

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ B lên AC của tam giác ABC

Suy ra: $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

d)



Gọi D là chân đường phân giác trong của góc BAC , ta có $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$. Ta có $AB = 2\sqrt{26}$; $AC = \sqrt{26}$. Suy ra $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC}$. Gọi $D(x; y; z)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -5-x = -2(-x) \\ 6-y = -2(1-y) \\ 4-z = -2(-2-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = \frac{8}{3} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; 0\right)$$

Từ $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC}$

$$\text{Vậy } AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}.$$

Câu 22: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong của góc B của tam giác ABC . Giá trị $a+b+2c$ bằng 5
- b) Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Biết $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ và diện tích hình thang $ABCD$ bằng $6\sqrt{2}$. Gọi $D(a;b;c)$, khi đó biểu thức $T = a - 2b + 4c$ là $T = 3$
- c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;1;0)$, B nằm trên mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ dương, C nằm trên trục Oz và $H(2;1;1)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ các điểm B , C thỏa mãn yêu cầu bài toán là $B(3;1;0)$, $C(0;0;-3)$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$

Lời giải

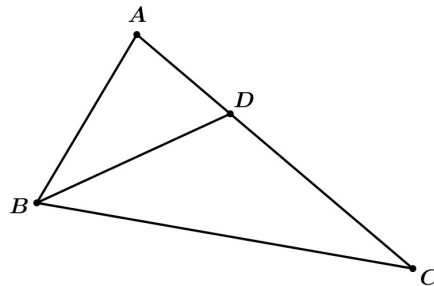
a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a)



Vì BD là phân giác trong của góc B nên D nằm giữa A và C .

Ta có $BA = \sqrt{1+9+16} = \sqrt{26}$; $BC = \sqrt{36+64+4} = 2\sqrt{26}$.

Ta có $\frac{CD}{DA} = \frac{BC}{BA} = 2 \Rightarrow CD = 2DA \Rightarrow \overline{CD} = 2\overline{DA}$. Do đó ta có hệ

$$\begin{cases} a+4=2(1-a) \\ b-7=2(2-b) \\ c-5=2(-1-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{11}{3} \\ c=1 \end{cases} \quad \text{Vậy} \quad a+b+2c = -\frac{2}{3} + \frac{11}{3} + 2 = 5.$$

b) Ta có $\overline{BA}(-1;2;2)$; $\overline{BC}(4;1;1)$. Suy ra $ABCD$ vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$

Suy ra $AD = \sqrt{2} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AD}(a-1; b-2; c-1) \Rightarrow D\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; \frac{4}{3}\right)$

c) Giả sử $B(x; y; 0) \in (Oxy), (x > 0), C(0; 0; z) \in Oz$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB} \end{cases} \text{ và } \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AH} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH}] \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z=0 \\ 2x+y-7=0 \\ x-3y+yz-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-3 \end{cases} \quad (\forall x > 0). \text{ Vậy } B(3; 1; 0), C(0; 0; -3).$$

d) Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\overrightarrow{BA}| = \sqrt{26}; \overrightarrow{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{26}$

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ B lên AC của tam giác ABC

Suy ra: $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Câu 23: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 1; 3)$, $B(1; -2; 2)$, $C(x; y; 5)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng $x+y=11$

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; -1)$, $B(0; 3; -2)$, $C(-4; -5; 0)$. Tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ là $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 1; 1)$, $N(2; 3; 4)$, $P(7; 7; 5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là $(6; 5; 2)$

d) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tọa độ của đỉnh A' là $A' = (3; 4; -1)$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (x-2; y-1; 2)$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow x+y=11$$

b) Gọi $M(a; b; c)$. Khi đó:

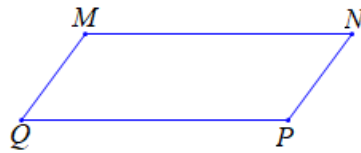
$$\vec{MA} = (2 - a; -b; -1 - c) \quad \vec{MB} = (-2a; 6 - 2b; -4 - 2c) \quad \vec{MC} = (-12 - 3a; -15 - 3b; -3c)$$

Do đó $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = (-6a - 10; -6b - 9; -6c - 5)$

Theo giả thiết $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -6a - 10 = 0 \\ -6b - 9 = 0 \\ -6c - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{3} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$

Vậy $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{6}\right)$

c)



Gọi $Q(x; y; z) \Rightarrow \vec{MQ} = (x - 1; y - 1; z - 1) \quad \vec{NP} = (5; 4; 1)$

$$\vec{MQ} = \vec{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 5 \\ x - 1 = 4 \\ z - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 5 \\ z = 2 \end{cases}$$

Ta có: tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

Vậy tọa độ điểm Q là: $Q(6; 5; 2)$

$$C = (x_C; y_C; z_C) \quad A' = (x_{A'}; y_{A'}; z_{A'})$$

d) Giả sử tọa độ các đỉnh lần lượt là

$ABCD$ là

hình bình hành nên ta có:

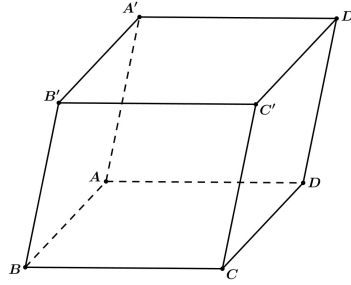
$$\vec{DC} = \vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 1 = 1 \\ y_C + 1 = 1 \\ z_C - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow C = (2; 0; 2)$$

Tứ giác $AA'C'C$ là hình bình hành nên ta có

$$\vec{AA'} = \vec{CC'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 1 = 2 \\ y_{A'} = 5 \\ z_{A'} - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow A' = (3; 5; -6)$$

Câu 24: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;1)$, $B'(1;0;0)$, $C'(1;1;0)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tọa độ của điểm D là $D(0;1;1)$



- b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $D'(0;3;-3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C'$ là $(2;1;-2)$
- c) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tọa độ của điểm A' là $A'(-3;4;-1)$
- d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (m; -2; 1)$ và $\vec{v} = (3; n; -2)$, với m và n là hai số thực. Để vectơ $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$ thì biểu thức $T = 2m + n$ có giá trị bằng 4

Lời giải

a) Đ

b) Đ

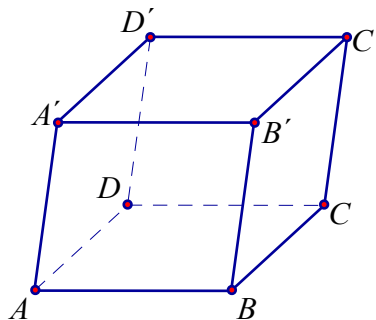
c) S

d) S

- a) Gọi tọa độ điểm $D(a;b;c)$. Suy ra $\vec{C'D} = (a-1; b-1; c)$ và $\vec{B'A} = (-1; 0; 1)$.

Ta có $\vec{C'D} = \vec{B'A} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = -1 \\ b-1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$. Vậy tọa độ điểm $D(0;1;1)$.

b)



- Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BD' . Ta có $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Gọi $G(a;b;c)$ là trọng tâm tam giác

Ta có: $\vec{DI} = 3\vec{IG}$ với $\begin{cases} \vec{DI} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \\ \vec{IG} = \left(a - \frac{3}{2}; b - \frac{3}{2}; c + \frac{3}{2}\right) \end{cases}$. Do đó: $\begin{cases} \frac{3}{2} = 3\left(a - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(b - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$.

Vậy $G(2; 1; -2)$.

c) Gọi $A'(a; b; c)$

$ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp $\Rightarrow \vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} \Leftrightarrow \vec{AA'} = \vec{AC'} - \vec{AB} - \vec{AD}$ (1)

$\vec{AB} = (1; 1; 1)$, $\vec{AD} = (0; -1; 0)$, $\vec{AC'} = (3; 5; -6) \Rightarrow \vec{AC'} - \vec{AB} - \vec{AD} = (2; 5; -7)$

$\vec{AA'} = (a - 1; b; c - 1)$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a - 1 = 2 \\ b = 5 \\ c - 1 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \\ c = -6 \end{cases}$$

Vậy: $A'(3; 5; -6)$.

$$\begin{matrix} \vec{r} \\ u = k.v \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3k \\ -2 = k.n \\ 1 = -2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{-1}{2} \\ m = \frac{-3}{2} \\ n = 4 \end{cases}$$

d) Ta có vec tơ $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$ khi có số k sao cho

Khi đó $T = 2m + n = 1$.

Câu 25: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn độ dài AM nhỏ nhất. Tọa độ của điểm M là $(2; 3; 0)$.

b) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng $2\sqrt{3}$.

c) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(2; -1; 2)$, $B'(1; 2; 1)$, $C(-2; 3; 2)$, $D'(3; 0; 1)$. Tọa độ điểm B là $B(-1; 2; 2)$.

d) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

a) Theo giả thiết ta có $A(2; 3; 5)$.

Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) .

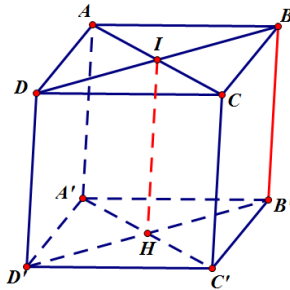
Độ dài AM nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxy) .

Vậy $M(2; 3; 0)$.

b) Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -2; 4)$ xuống trục Ox suy ra $H(1; 0; 0)$.

Vậy khoảng cách từ M đến trục Ox bằng độ dài $MH = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (4)^2} = 2\sqrt{5}$.

c)

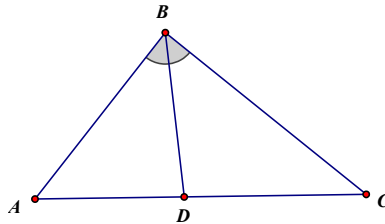


Gọi $B(x; y; z)$; I, H lần lượt là trung điểm của $AC, B'D'$. Suy ra $I(0; 1; 2), H(2; 1; 1)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overline{BB'} = \overline{IH}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=2-0 \\ 2-y=1-1 \\ 1-z=1-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases}$$

d)



Ta có $BA = \sqrt{26}, BC = 2\sqrt{26}$.

Gọi $D(x; y; z)$, theo tính chất phân giác ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\overline{DA} = -\frac{1}{2}\overline{DC} (*)$

Ta có $\overline{DA} = (1-x; 2-y; -1-z)$ và $\overline{DC} = (-4-x; 7-y; 5-z)$

$$(*) \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D = \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1 \right\}$$

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian Oxyz, hãy xác định tọa độ của vector $\vec{i}+2\vec{j}+5\vec{k}$.

Lời giải

Tọa độ của vector $\vec{i}+2\vec{j}+5\vec{k}$ là $(1;2;5)$.

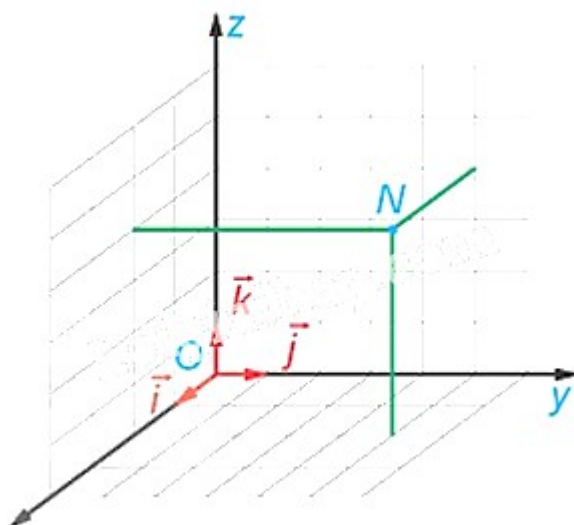
Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(-4;3;-1)$ và $N(2;-1;-3)$.

Tìm tọa độ của các vector $\vec{OM}, \vec{ON}$.

Lời giải

Ta có: $M(-4;3;-1)$ và $N(2;-1;-3)$. Do đó, $\vec{OM}=(-4;3;-1), \vec{ON}=(2;-1;-3)$.

Câu 3: Tìm tọa độ của điểm N trong Hình 2.39.



Hình 2.39

Lời giải

Ta có: $\vec{ON}=2\vec{i}+5\vec{j}+4\vec{k}$. Do đó, $N(2;5;4)$.

Câu 4: Trong không gian Oxyz, xác định tọa độ của vector $\vec{AB}$ trong mỗi trường hợp sau:

a) $A(0;0;0)$ và $B(4;2;-5)$;
 $B(-5;7;2)$.

b) $A(1;-3;7)$ và $B(1;-3;7)$;

c) $A(5;4;9)$ và

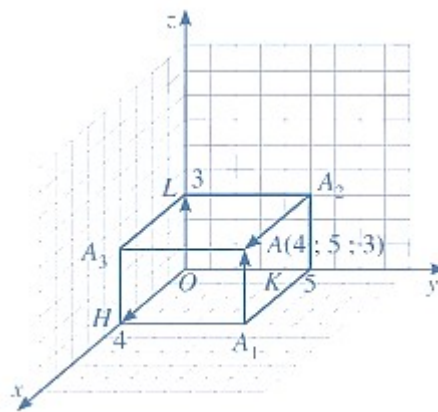
Lời giải

$$a) \vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (4; 2; -5)$$

$$b) \vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (0; 0; 0)$$

$$c) \vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (-10; 3; -7)$$

Câu 5: Tìm tọa độ của các vectơ $\vec{A_1A}$, $\vec{A_2A}$ ở Hình 30.



Hình 30

Lời giải

Trong Hình 30, ta có: $\vec{A_1A} = \vec{OL}$, $\vec{A_2A} = \vec{OH}$ mà $L(0;0;3)$ và $H(4;0;0)$.

Do đó, $\vec{A_1A} = (0;0;3)$ và $\vec{A_2A} = (4;0;0)$.

Câu 6: Trong không gian Oxyz, xác định tọa độ của điểm A trong mỗi trường hợp sau:

a) A trùng với gốc tọa độ;

b) A nằm trên tia Ox và $OA=2$;

c) A nằm trên tia đối của tia Oy và $OA=3$.

Lời giải

a) A trùng với gốc tọa độ nên $A(0; 0; 0)$.

b) Vì A nằm trên tia Ox và $OA=2$ nên $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}$. Do đó, $A(2;0;0)$.

c) vì A nằm trên tia đối của tia Oy và $OA=3$ nên $\overrightarrow{OA}=-3\vec{j}$. Do đó, $A(0;-3;0)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và vector $\vec{u}=(3;-4;2)$.

Hãy biểu diễn theo các vector $\vec{i}, \vec{j}$ và $\vec{k}$ mỗi vector sau:

a) $\overrightarrow{OA}$;

b) $\vec{u}$.

Lời giải

a) Vì điểm A có tọa độ là $(1;2;-3)$ nên

$$\overrightarrow{OA}=(1;2;-3).$$

$$\text{Do đó, } \overrightarrow{OA}=1\vec{i}+2\vec{j}+(-3)\vec{k}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}.$$

b) Vì $\vec{u}=(3;-4;2)$ nên

$$\vec{u}=3\vec{i}+(-4)\vec{j}+2\vec{k}=3\vec{i}-4\vec{j}+2\vec{k}.$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác $\vec{0}$ và có giá đôi một vuông góc. Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

a) Có thể lập được một hệ tọa độ $Oxyz$ có các trục tọa độ lần lượt song song với giá của các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

b) Có thể lập được một hệ tọa độ $Oxyz$ có các trục tọa độ lần lượt trùng với giá của các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

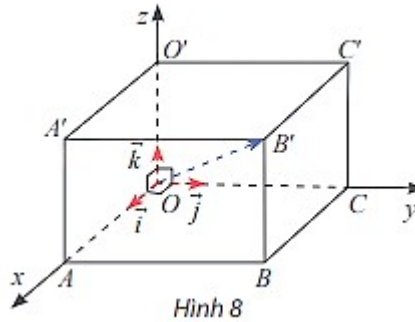
c) Có thể lập được một hệ tọa độ $Oxyz$ có các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt bằng các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

d) Có thể lập được một hệ tọa độ $Oxyz$ có các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt cùng phương các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Lời giải

Cả 4 câu đều đúng.

Câu 9: Cho hình hộp chữ nhật $OABC \cdot O' A' B' C'$ có cạnh $OA=4, OC=6, OO'=3$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O ; các điểm A, C, O' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz . Xác định tọa độ các điểm A, B, B' .



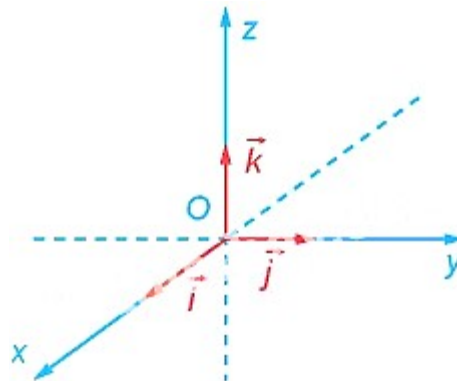
Lời giải

Ta có: $\vec{OA} = 4\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$, suy ra $A(4; 0; 0)$;

$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{OC} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}$, suy ra $B(4; 6; 0)$

$\vec{OB'} = \vec{OA} + \vec{OC} + \vec{OO'} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}$, suy ra $B'(4; 6; 3)$

Câu 10: Trong không gian, xét ba trục Ox, Oy, Oz có chung gốc O và đôi một vuông góc với nhau. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên các trục đó (H.2.35).



Hình 2.35

- Gọi tên các mặt phẳng tọa độ có trong Hình 2.35.
- Các mặt phẳng tọa độ trong Hình 2.35 có đôi một vuông góc với nhau không?

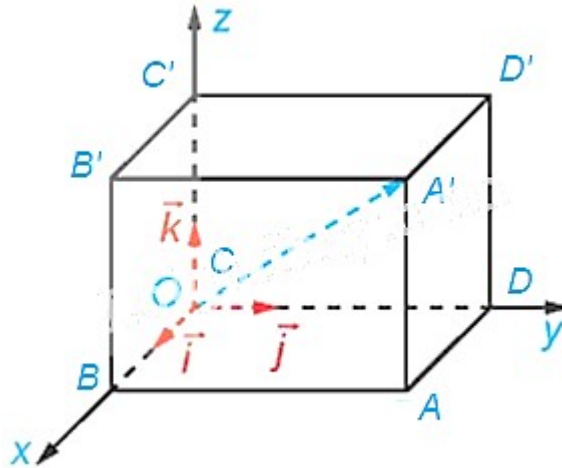
Lời giải

- Các mặt phẳng có trong hình vẽ là: Mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) .
- vì $Ox \perp Oy, Oy \perp Oz, Ox$ và Oz cắt nhau tại O và nằm trong mặt phẳng (Oxz) nên $Oy \perp (Oxz)$. Mà $Oy \subset (Oxy) \Rightarrow (Oxz) \perp (Oxy), Oy \subset (Oyz) \Rightarrow (Oyz) \perp (Oxz)$

Chứng minh tương tự ta có: $(Oyz) \perp (Oxy)$

Vậy ba mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) , (Ozx) đôi một vuông góc với nhau.

Câu 11: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Có thể lập một hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh C và các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt cùng hướng với các vectơ $\vec{CB}, \vec{CD}, \vec{CC'}$ không? Vì sao?



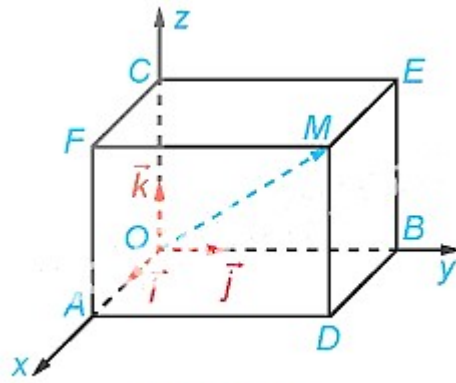
Lời giải

Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên các cạnh CC' , CB và CD đôi một vuông góc với nhau.

Các vectơ $\vec{CB}, \vec{CD}, \vec{CC'}$ cùng có điểm đầu là C .

Do đó, suy ra có thể lập một hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh C và các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt cùng hướng với các vectơ $\vec{CB}, \vec{CD}, \vec{CC'}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho một điểm M không thuộc các mặt phẳng tọa độ. Vẽ hình hộp chữ nhật $OADB.CFME$ có ba đỉnh A, B, C lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz (H.2.37).



Hình 2.37

- a) Hai vector $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ có bằng nhau hay không?
- b) Giải thích vì sao có thể viết $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ với x, y, z là các số thực.

Lời giải

a) Vì OADB.CFME là hình hộp chữ nhật nên theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

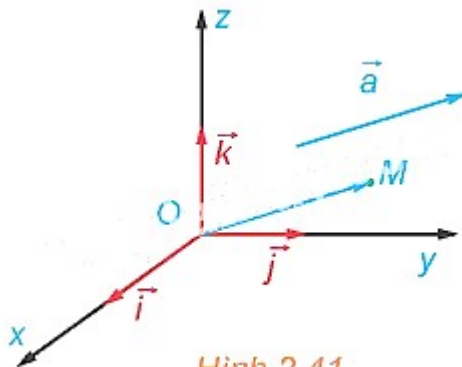
b) vì $\vec{i}$ là vector đơn vị trên trục Ox nên $\overrightarrow{OA} = x\vec{i}$ với x là số thực.

vì $\vec{j}$ là vector đơn vị trên trục Oy nên $\overrightarrow{OB} = y\vec{j}$ với y là số thực.

vì $\vec{k}$ là vector đơn vị trên trục Oz nên $\overrightarrow{OC} = z\vec{k}$ với z là số thực.

Do đó, $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ với x, y, z là các số thực.

Câu 13: Trong không gian Oxyz, cho vector $\vec{a}$ tùy ý (H.2.41). Lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$ và giải thích vì sao có bộ ba số $(x; y; z)$ sao cho $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

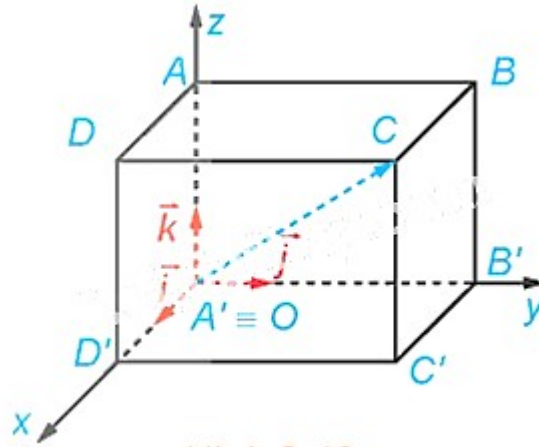


Hình 2.41

Lời giải

Theo khái niệm tọa độ trong không gian ta có: $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Mà $\vec{OM} = \vec{a}$ nên $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Do đó, có bộ ba số $(x; y; z)$ sao cho $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Câu 14: Trong Ví dụ 3, hãy xác định tọa độ của các điểm B, D và C'.



Hình 2.40

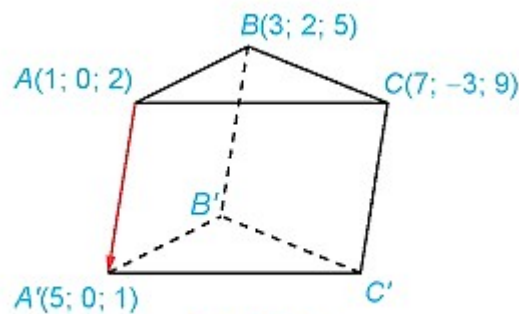
Lời giải

Theo Ví dụ 3 ta có: $m=2, n=3, p=5$.

Vì $ABB'O$ là hình bình hành nên $\vec{OB} = \vec{OB'} + \vec{OA} = n\vec{j} + p\vec{k} = 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Do đó, $B(0; 3; 5)$. Vì $OB'C'D'$ là hình bình hành nên $\vec{OC'} = \vec{OD'} + \vec{OB'} = m\vec{i} + n\vec{j} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$. Do đó, $C'(2; 3; 0)$. Vì $ADD'A'$ là hình bình hành nên $\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{OD'} = m\vec{i} + p\vec{k} = 2\vec{i} + 5\vec{k}$. Do đó, $D(2; 0; 5)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $A(1; 0; 2), B(3; 2; 5), C(7; -3; 9)$ và $A'(5; 0; 1)$.

- a) Tìm tọa độ của $\vec{AA'}$. b) Tìm tọa độ của các điểm B', C' .



Hình 2.42

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{AA'} = (x_{A'} - x_A; y_{A'} - y_A; z_{A'} - z_A) = (4; 0; -1)$.

b) Gọi tọa độ của điểm B' là $(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{BB'} = (x - 3; y - 2; z - 5)$. Vì $ABC \cdot A'B'C'$ là hình lăng trụ nên $ABB'A'$ là hình bình hành, suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} x - 3 = 4 \\ y - 2 = 0 \\ z - 5 = -1 \end{cases} \text{ hay } x = 7, y = 2 \text{ và } z = 4. \text{ Vậy } B'(7; 2; 4).$$

Lập luận tương tự suy ra $C'(11; -3; 8)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành có ba đỉnh $A(1; 1; -2)$, $B(4; 3; 1)$ và $C(-1; -2; 2)$.

a) Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

b) Tìm tọa độ của điểm D .

Lời giải

a) Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (4 - 1; 3 - 1; 1 - (-2)) = (3; 2; 3).$$

b) Gọi tọa độ của điểm D là $(x_D; y_D; z_D)$, ta có:

$$\overrightarrow{DC} = (-1 - x_D; -2 - y_D; 2 - z_D).$$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x_D = 3 \\ -2 - y_D = 2 \\ 2 - z_D = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = -4 \\ z_D = -1. \end{cases}$$

Vậy $D(-4; -4; -1)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng

$$A(2; -1; 4), B(3; 5; -1), C(-1; 1; 2).$$

a) Tìm tọa độ của $\overrightarrow{AB}$.

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

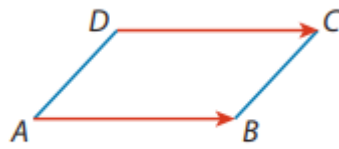
Lời giải

a) Vì $A(2; -1; 4)$ và $B(3; 5; -1)$ nên $\overrightarrow{AB} = (3 - 2; 5 - (-1); -1 - 4)$.



Vậy $\vec{AB} = (1; 6; -5)$.

b) A, B, C không thẳng hàng nên để $ABCD$ là hình bình hành thì điểm D phải thỏa mãn điều kiện $\vec{AB} = \vec{DC}$.



Hình 2.37

Gọi $(x_D; y_D; z_D)$ là tọa độ điểm D . Ta có $\vec{DC} = (-1 - x_D; 1 - y_D; 2 - z_D)$.

$$\vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x_D = 1 \\ 1 - y_D = 6 \\ 2 - z_D = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = -5 \\ z_D = 7 \end{cases}$$

Vậy $D(-2; -5; 7)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}$ và vector $\vec{v} = \left(3; -\frac{5}{4}; 2\right)$.

a) Tìm tọa độ của $\vec{u}$. b) Biểu diễn $\vec{v}$ theo các vector đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. c) Tìm tọa độ của

$$\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}.$$

Lời giải

a) Vì $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}$ nên $\vec{u} = \left(-2; 3; \frac{3}{4}\right)$.

b) Vì $\vec{v} = \left(3; -\frac{5}{4}; 2\right)$ nên $\vec{v} = 3\vec{i} - \frac{5}{4}\vec{j} + 2\vec{k}$.

c) Biểu diễn $\vec{a}$ qua các vectơ đơn vị:

$$\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v} = 2\left(-2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}\right) + \frac{1}{3}\left(3\vec{i} - \frac{5}{4}\vec{j} + 2\vec{k}\right)$$

$$= -3\vec{i} + \frac{67}{12}\vec{j} + \frac{13}{6}\vec{k}$$

Vậy $\vec{a} = \left(-3; \frac{67}{12}; \frac{13}{6}\right)$

Câu 19: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(x; y; z)$ và $N(x'; y'; z')$.

a) Hãy biểu diễn hai vector $\vec{OM}$ và $\vec{ON}$ qua các vector $\vec{i}, \vec{j}$ và $\vec{k}$

b) Xác định tọa độ của vector $\vec{MN}$.

Lời giải

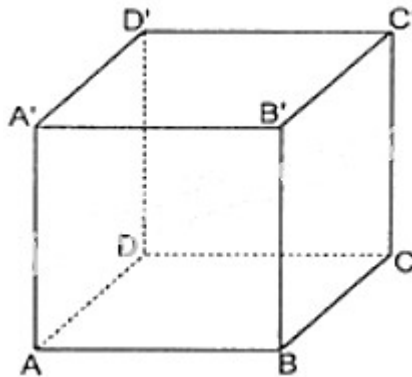
a) Ta có: $\vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}, \vec{ON} = x' \cdot \vec{i} + y' \cdot \vec{j} + z' \cdot \vec{k}$

b) Ta có: $\vec{MN} = \vec{ON} - \vec{OM} = (x' \cdot \vec{i} + y' \cdot \vec{j} + z' \cdot \vec{k}) - (x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k})$

$$= (x' - x) \cdot \vec{i} + (y' - y) \cdot \vec{j} + (z' - z) \cdot \vec{k}$$

Do đó, $\vec{MN} = (x' - x; y' - y; z' - z)$.

Câu 20: Trong Ví dụ 5, xác định tọa độ của các điểm D và D' sao cho $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp.



Lời giải

Gọi tọa độ của điểm D là $(x; y; z)$, tọa độ của D' là $(x'; y'; z')$

khi đó $\vec{AD} = (x-1; y; z-2)$ và $\vec{A'D'} = (x-5; y; z-1)$.

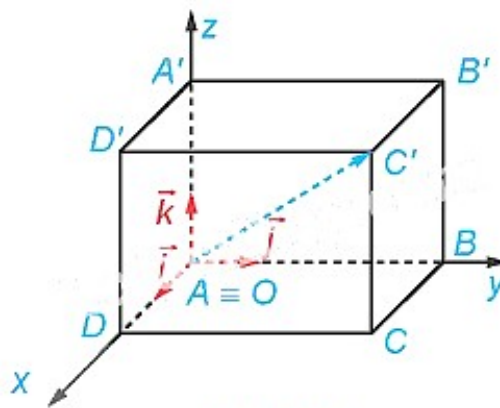
Để $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp thì $ABCD$ là hình bình hành.

$$\text{Do đó, } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ y=-5 \\ z-2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-5 \\ z=6 \end{cases} \text{ Suy ra } D(5; -5; 6)$$

Đề ABCD. $A'B'C'D'$ là hình hộp thì $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

$$\text{Do đó, } \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{B'C'} \Rightarrow \begin{cases} x-5=4 \\ y=-5 \\ z-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=-5 \\ z=5 \end{cases} \text{ Suy ra } D'(9; -5; 5)$$

Câu 21: Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có đỉnh A trùng với gốc O và các đỉnh D, B, A' có tọa độ lần lượt là (2; 0; 0), (0; 4; 0), (0; 0; 3) (H.2.45). Xác định tọa độ của các đỉnh còn lại của hình hộp chữ nhật.



Hình 2.45

Lời giải

Vì A trùng gốc O nên $A(0; 0; 0)$.

Vì D thuộc tia Ox nên hai vector $\overrightarrow{OD}$ và $\vec{i}$ cùng hướng. Do đó, tồn tại số thực m sao cho $\overrightarrow{OD} = m\vec{i}$. Mà $D(2; 0; 0)$ nên $m=2$.

Vì B thuộc tia Oy nên hai vector $\overrightarrow{OB}$ và $\vec{j}$ cùng hướng. Do đó, tồn tại số thực n sao cho $\overrightarrow{OB} = n\vec{j}$. Mà $B(0; 4; 0)$ nên $n=4$.

Vì A' thuộc tia Oz nên hai vector $\overrightarrow{OA'}$ và $\vec{k}$ cùng hướng. Do đó, tồn tại số thực p sao cho $\overrightarrow{OA'} = p\vec{k}$.

Mà $A'(0; 0; 3)$ nên $p=3$.

Vì ODCB là hình bình hành nên $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$. Do đó, $C(2; 4; 0)$.

Vì $OA'B'B$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB} = p\vec{k} + n\vec{j} = 3\vec{k} + 4\vec{j}$. Do đó, $B'(0; 4; 3)$.

Vì $OA'D'D$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{OD'} = \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OD} = m\vec{i} + p\vec{k} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$. Do đó, $D'(2; 0; 3)$.

Vì $ABCD$. $A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên theo quy tắc hình hộp ta có:

$$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA'} = m\vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}. \text{ Do đó, } C'(2; 4; 3).$$

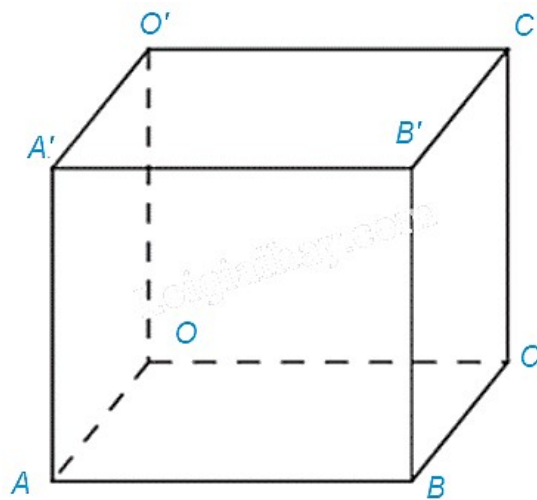
Câu 22: Trong không gian Oxyz, cho hình hộp $OABC$. $O'A'B'C'$ có

$$A(1; 1; -1), B(0; 3; 0), C'(2; -3; 6).$$

a) Xác định tọa độ của điểm C .

b) Xác định các tọa độ đỉnh còn lại của hình hộp.

Lời giải



a) Ta có: $O(0;0;0)$

vì $OABC \cdot O'A'B'C'$ là hình hộp nên $AOBC$ là hình bình hành. Do đó:

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} \Rightarrow \begin{cases} x_A = x_B - x_C \\ y_A = y_B - y_C \\ z_A = z_B - z_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = x_A - x_B = 1 \\ y_C = y_A - y_B = -2 \\ z_C = z_A - z_B = -1 \end{cases} \Rightarrow C(1; -2; -1)$$

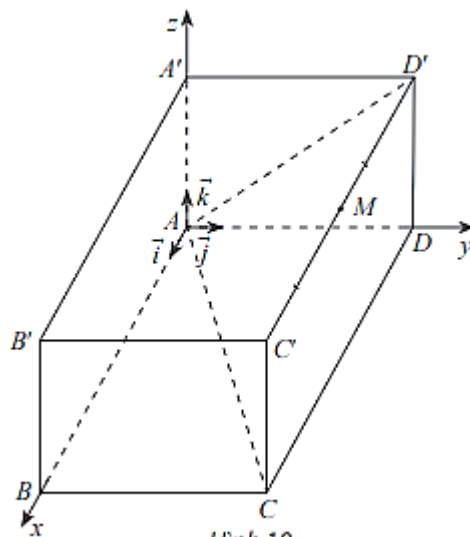
b) Vì $OABC \cdot O'A'B'C'$ là hình hộp nên

$$\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow \begin{cases} x_{O'} = x_{C'} - x_C = 1 \\ y_{O'} = y_{C'} - y_C = -1 \Rightarrow O'(1; -1; 7) \\ z_{O'} = z_{C'} - z_C = 7 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} - x_A = x_{C'} - x_C = 1 \\ y_{A'} - y_A = y_{C'} - y_C = -1 \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \\ y_{A'} = 0 \end{cases} \Rightarrow A'(2; 0; 6) \\ z_{A'} - z_A = z_{C'} - z_C = 7 \\ z_{A'} = 6 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow \begin{cases} x_{B'} - x_B = (x_{C'} - x_C) = 1 \\ y_{B'} - y_B = (y_{C'} - y_C) = -1 \Rightarrow \begin{cases} x_{B'} = 1 \\ y_{B'} = 2 \\ z_{B'} = 7 \end{cases} \\ z_{B'} - z_B = (z_{C'} - z_C) = 7 \end{cases}$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc O , các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB=8, AD=6, AA'=4$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của cạnh $C'D'$.



Hình 10

Lời giải

Để tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$, ta cần biểu diễn $\overrightarrow{AB}$ theo ba vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Do $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{i}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\vec{i}| \cdot AB = 8 = 8|\vec{i}|$ nên $\overrightarrow{AB} = 8\vec{i}$ hay $\overrightarrow{AB} = 8\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$.

Tương tự, ta cũng có: $\overrightarrow{AD} = 0\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}, \overrightarrow{AA'} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$.

Trong hình bình hành $ABCD$, ta có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 8\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}$.

Trong hình bình hành $AA'C'C$, ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = 8\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$.

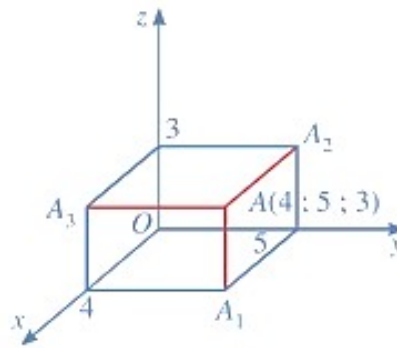
Suy ra $\overrightarrow{AB} = (8; 0; 0); \overrightarrow{AC} = (8; 6; 0); \overrightarrow{AC'} = (8; 6; 4)$.

$$\text{Vì } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AD'}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$$

$$= \frac{1}{2}(8\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k} + 6\vec{j} + 4\vec{k}) = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$$

nên $\overrightarrow{AM} = (4; 6; 4)$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(4; 5; 3)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ (Hình 25). Tìm tọa độ của các điểm A_1, A_2, A_3 .



Hình 25

Lời giải

Gọi $A_1(x_1; y_1; z_1), A_2(x_2; y_2; z_2), A_3(x_3; y_3; z_3)$.

Với $A(4; 5; 3)$, đặt $x_A = 4, y_A = 5, z_A = 3$. Ta có:

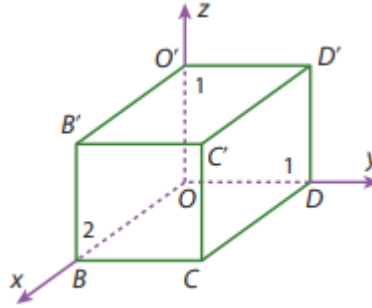
$x_1 = x_A = 4; y_1 = y_A = 5$ và $z_1 = 0$ (vì A_1 nằm trên mặt phẳng (Oxy)). Do đó $A_1(4; 5; 0)$.

$y_2 = y_A = 5; z_2 = z_A = 3$ và $x_2 = 0$ (vì A_2 nằm trên mặt phẳng (Oyz)). Do đó $A_2(0; 5; 3)$.

$x_3 = x_A = 4; z_3 = z_A = 3$ và $y_3 = 0$ (vì A_3 nằm trên mặt phẳng (Ozx)). Do đó $A_3(4; 0; 3)$.

Câu 25: Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật $OBCD.O'B'C'D'$ có $B(2; 0; 0), D(0; 1; 0), O'(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại.

Lời giải



Hình 2.33

Ta cần tìm tọa độ các đỉnh O, C, B', C', D' .

Tọa độ đỉnh O là $(0; 0; 0)$.

Theo giả thiết, ta có $\overrightarrow{OB} = 2\vec{i}, \overrightarrow{OD} = \vec{j}, \overrightarrow{OO'} = \vec{k}$.

Suy ra:

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = 2\vec{i} + \vec{j};$$

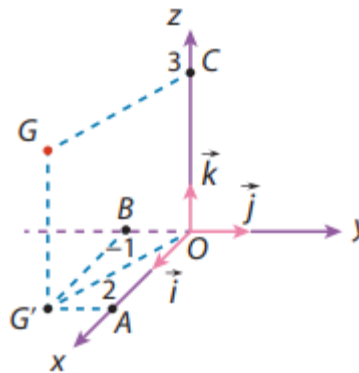
$$\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OO'} = 2\vec{i} + \vec{k};$$

$$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OO'} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k};$$

$$\overrightarrow{OD'} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OO'} = \vec{j} + \vec{k}.$$

Vậy $C(2; 1; 0), B'(2; 0; 1), C'(2; 1; 1), D'(0; 1; 1)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, xác định vị trí điểm $G(2; -1; 3)$.



Hình 2.35

Lời giải

Vì $G(2; -1; 3)$ nên $\vec{OG} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

Trên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt lấy ba điểm A, B, C sao cho:

$\vec{OA} = 2\vec{i}, \vec{OB} = -\vec{j}, \vec{OC} = 3\vec{k}$ (Hình 2.35).

Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , vẽ hình chữ nhật $OAG'B$. Nối G' với O . Ta có $\vec{OG'} = \vec{OA} + \vec{OB}$

Trong mặt phẳng (COG') , vẽ hình chữ nhật $COG'G$. Khi đó $\vec{OG} = \vec{OG'} + \vec{OC}$.

Từ (1) và (2) suy ra:

$\vec{OG} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, nghĩa là $G(2; -1; 3)$.

Vậy vị trí của điểm cần tìm chính là đỉnh G của hình chữ nhật $COG'G$.