

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

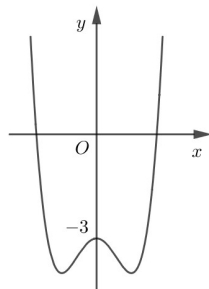
Câu 1. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -2x^4 - x^2 + \sqrt{2}$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2} - 3$. C. $\sqrt{2}$. D. 0.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R , có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-2)(x^4-4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Đường thẳng $y = 1$ cắt (C) tại bao nhiêu điểm?



- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 4. Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ có tâm là:

- A. $I(1; -2; 0)$. B. $I(-1; -2; 0)$. C. $I(1; 2; 0)$. D. $I(-1; 2; 0)$.

Câu 5. Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(2; 4; -3)$.

Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ là

- A. -6. B. 2. C. 10. D. -2.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình?

- A. $x = 0$. B. $y = 5$. C. $x = 1$. D. $y = 0$.

Câu 8. Biết rằng bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong các hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

D. $y = \frac{2x+5}{x+2}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(3;5;1)$.

B. $(1;2;3)$.

C. $(3;4;1)$.

D. $(-1;-2;3)$.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(4;2;-2)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

A. 22.

B. $\sqrt{22}$.

C. 4.

D. 2.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y					$+\infty$
			1	-4	
	$-\infty$				

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

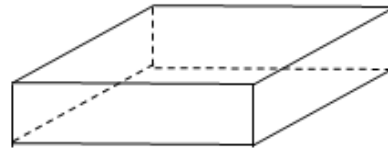
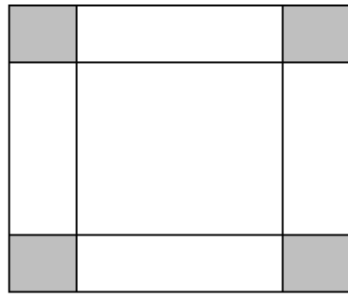
a) Tập giá trị của hàm số là $[-3; +\infty)$.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -3.

c) Trên đoạn $[0;1]$, $\max y = f(x_A) = y_A$; $\min y = f(x_B) = y_B$. Độ dài $AB = \sqrt{2}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -2.

Câu 2. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $2016(\text{cm})$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Hỏi:



- a) Hộp nhận được có thể tích lớn nhất là $606928896 (cm^3)$
- b) Hộp nhận được có thể tích lớn nhất là $606928000 (cm^3)$
- c) Để hộp nhận được có thể tích lớn nhất thì $x = 336 (cm)$
- d) Để hộp nhận được có thể tích lớn nhất thì $x = 250 (cm)$

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1;0;1), B(2;1;2), C'(4;5;-5), D(1;-1;1)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) $\overline{AC'} + \overline{CA'} + 2\overline{C'C} = 0$
- b) $C(2;0;4)$
- c) $B'(4;6;-5)$
- d) $D'(4;4;6)$

Câu 4. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

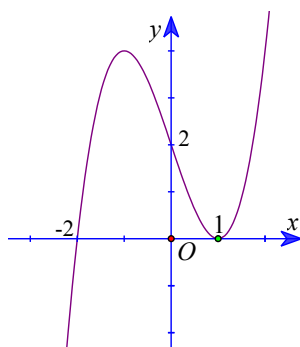
Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng $79,17$.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145 .
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng $55,68$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2.

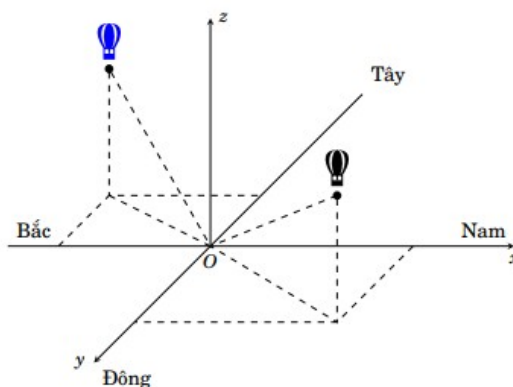
Câu 1. Sau khi phát hiện ra dịch bệnh vi rút Zika, các chuyên gia sở y tế TP.HCM ước tính số người nhiễm bệnh kể từ khi xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 15t^2 - t^3$. Ta xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 3)$.



Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{ km}$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5\text{ km}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$.

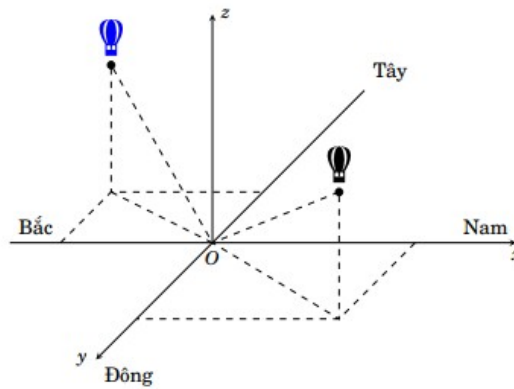
Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất là $(a; b; c)$. Giá trị $P = a + b + c$ bằng?

Câu 4. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{ km}$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5\text{ km}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Chiều cao (cm)	[160;164)	[164;168)	[168;172)	[172;176)	[176;180)
Số học sinh	3	5	8	4	1

Câu 6. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Hãy xác định khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên

----- **HẾT** -----

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
001	C	A	D	A	A	B	D	B	B	B	B	A

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
001	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
001	5	3	3,5	3,92	4,26	3100

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = -8x^3 - 2x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn $0 \in [-1; 2]$)

Tính $y(-1) = \sqrt{2} - 3$, $y(0) = \sqrt{2}$, $y(2) = -36 + \sqrt{2}$, từ đó suy ra GTLN của hàm số trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $\sqrt{2}$.

Câu 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2-2)(x^4-4) = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x^2-2=0 \\ x^4-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Vì $f'(x) = 0$ có một nghiệm đơn $x=1$ và nên hàm số có một cực trị.

Câu 3.

Lời giải

Chọn C

Theo đồ thị ta thấy có 2 giao điểm

Câu 4.

Lời giải

Chọn A

Tâm của mặt cầu (S) là $I(1; -2; 0)$.

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0$ với $\forall x \in D$. Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-4; 1; 1)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; 2; -4)$. Vậy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 + 2 - 4 = 2$.

Câu 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5}{x-1} = 0$ nên tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Câu 8.

Lời giải

Chọn B

Câu 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn B

Câu 11.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $AB = \sqrt{(4-1)^2 + (2-0)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{22}$.

Câu 12.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta kết luận được hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 13.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a/ Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -2 .

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=-2 \\ x=\pm 1 \Rightarrow y=-3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-3	-2	-3	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

b/ Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -3 .

Từ bảng biến thiên, giá trị của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -3 .

c/ Tập giá trị của hàm số là $[-3; +\infty)$.

Từ bảng biến thiên, tập giá trị của hàm số là $[-3; +\infty)$.

d/ Trên đoạn $[0; 1]$, $\max y = f(x_A) = y_A$; $\min y = f(x_B) = y_B$. Độ dài $AB = \sqrt{2}$.

Trên đoạn $[0; 1]$

$\max y = f(0) = -2$; $\min y = f(1) = -3$. Suy ra $A(0; -2)$, $B(1; -3)$

Khoảng cách $AB = \sqrt{2}$.

Câu 14.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Điều kiện: $0 < x < 1008$, ta có.

$$V = h.B = x(2016 - 2x)^2 = f(x)$$

Xét hàm số $f(x) = x(2016 - 2x)^2 = x(a - 2x)^2$, $a = 2016$.

Với $x \in (0; 1008)$, ta có: $f'(x) = 12x^2 - 8ax + a^2$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 336$.

Bảng biến thiên

Suy ra V đạt giá trị lớn nhất là $606928896 \text{ (cm}^3\text{)}$ khi $x = 336 \text{ (cm)}$.

Vậy để thể tích hộp lớn nhất, cần cắt bốn góc bốn hình vuông có cạnh $x = 336$.

Câu 15.

Lời giải

A. Đúng

Ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}$; $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'A}$ và $\overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{CA}$

Suy ra: $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{C'C} = 2\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ (đpcm)

B. Sai

$$C(2; 0; 2)$$

C. Đúng

D. Sai

$$D'(3; 4; -6)$$

Câu 16.

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. S	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 300 - 50 = 250$ (km).

Cỡ mẫu $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1, \dots, x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế đã lái xe mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1, \dots, x_5 \in [50; 100),$$

$$x_6, \dots, x_{15} \in [100; 150),$$

$$x_{16}, \dots, x_{24} \in [150; 200),$$

$$x_{25}, \dots, x_{28} \in [200; 250),$$

$$x_{29}, x_{30} \in [250; 300).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [100; 150)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10}(150 - 100) = 112,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [150; 200)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm

$$\text{là: } Q_3 = 100 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10)}{9}(200 - 150) = \frac{575}{3}$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{3} - 112,5 \approx 79,17$$

Ta có bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{5.75 + 10.125 + 9.175 + 4.225 + 2.275}{30} = 155$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{30} [5.75^2 + 10.125^2 + 9.175^2 + 4.225^2 + 2.275^2] - 155^2 = 3100$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3100} \approx 55,68$

Câu 17.

Lời giải

Trả lời: 5

Ta có: $f(t) = 15t^2 - t^3$

$$f'(t) = 30t - 3t^2 = -3(t - 5)^2 + 75 \leq 75$$

Suy ra $f'(t)_{\max} = 75 \Leftrightarrow t = 5$

Câu 18.

Lời giải

Trả lời: 3

Quan sát đồ thị ta có $y = f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x = -2$ nên hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị là $x = -2$.

$$\text{Ta có } y' = [f(x^2 - 3)]' = 2x \cdot f'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = f(x^2 - 3)$ có ba cực trị.

Câu 19.

Lời giải

$$(2; 1; 0,5) \rightarrow P = 3,5$$

Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là

Câu 20.

$$(-1; -1,5; 0,8)$$

Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là

$$\sqrt{(-1 - 2)^2 + (-1,5 - 1)^2 + (0,8 - 0,5)^2} = \sqrt{15,34} \approx 3,92 \text{ (km)}$$

Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là

Câu 21.

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 21$

Giá trị trung bình của mẫu số liệu mới:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (n_1 c_1 + n_2 c_2 + \dots + n_k c_k) = \frac{1}{21} (3.162 + 5.166 + 8.170 + 4.174 + 1.178) = \frac{3550}{21}$$

Phương sai của mẫu số liệu mới:

$$S^2 = \frac{1}{n} \left[n_1 (c_1 - \bar{x})^2 + n_2 (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k (c_k - \bar{x})^2 \right]$$

$$= \frac{1}{21} \left[3 \left(162 - \frac{3550}{21} \right)^2 + 5 \left(166 - \frac{3550}{21} \right)^2 + \dots + 1 \left(178 - \frac{3550}{21} \right)^2 \right] = \frac{8000}{441}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu mới: $\sigma = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{8000}{441}} = \frac{40\sqrt{5}}{21} \approx 4,26$

Câu 22.

Lời giải

$$300 - 50 = 250 \text{ (km)}$$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là:

$$n = 30$$

Cỡ mẫu

$$x_1; x_2; \dots; x_{30}$$

Gọi là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế lái mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

$$x_1; \dots; x_5 \in [50; 100); x_6; \dots; x_{15} \in [100; 150); x_{16}; \dots; x_{24} \in [150; 200); x_{25}; \dots; x_{28} \in [200; 250)$$

Ta có:

$$x_{29}; x_{30} \in [250; 300)$$

$$x_8 \in [100; 150)$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} (150 - 100) = 112,5$$

mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$x_{23} \in [150; 200)$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là . Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$Q_3 = 150 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10)}{9} (200 - 150) = \frac{575}{3}$$

mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 79,17$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

$$\frac{-}{x} = \frac{5.75 + 10.125 + 9.175 + 4.225 + 2.275}{30} = 155$$

Số trung bình:

$$\sigma = \sqrt{\frac{5.75^2 + 10.125^2 + 9.175^2 + 4.225^2 + 2.275^2}{30} - 155^2} = 3100$$

Độ lệch chuẩn: