# **PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN**

## DẠNG 1. KHẢO SÁT HÀM SỐ PHÂN THỨC HỮU TỈ

**Khảo sát hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất **

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Chú ý:** Đồ thị của hàm số  :

a) Có tiệm cận đứng là đường thẳng , tiệm cận ngang là đường thẳng .

b) Nhận giao điểm của 2 đường tiệm cận  làm tâm đối xứng.

c) Nhận 2 đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm trục đối xứng.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số .
2. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số .
3. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số .
4. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số .
5. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số .

**Khảo sát hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất**  **(, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu, tức là  không là nghiệm của tử)**

Tập xác định: .

Đạo hàm . Đặt .

Dấu của  là dấu của .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Phương trình  có 2 nghiệm phân biệt | A graph of a function  Description automatically generated | A graph of a function  Description automatically generated |
| Phương trình  có nghiệm kép hoặc vô nghiệm |  | A graph of a function  Description automatically generated |

**Bảng biến thiên**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Hàm số có 2 cực trị | Hàm số có 2 cực trị |
|  |  |
| Hàm số không có cực trị | Hàm số không có cực trị |

**Chú ý:** Đồ thị hàm số  (, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu):

**a)** Có tiệm cận đứng là đường thẳng , tiệm cận xiên là đường thẳng .

**b)** Nhận giao điểm của tiệm cận đứng là tiệm cận xiên làm tâm đối xứng, tâm đối xứng này cũng là trung điểm của đoạn thẳng nối 2 điểm cực trị (nếu có).

**c)** Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm trục đối xứng.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số .
2. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số .
3. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số .
4. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số .
5. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số .
6. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số .

## DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC

1. Cho hàm số, trong đó *m* là tham số thực.

**1.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị *(C)* của hàm số với 

**2.** Với giá trị nào của *m* thì hàm số nghịch biến trên khoảng 

1. Cho hàm số , gọi đồ thị của hàm số là ( C)

**1.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị *(C)* của hàm số;

**2.** Tìm *m* để đường thẳng  cắt *(C)* tại hai điểm phân biệt.

1. Cho hàm số, gọi đồ thị của hàm số là ( C)

**1.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị *(C)* của hàm số;

**2.** Tìm  để đường thẳng  cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt  sao cho khoảng cách từ  và  đến trục hoành bằng nhau.

1. Cho hàm số, gọi đồ thị của hàm số là ( C)

**1.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị *(C)* của hàm số. Từ đó suy ra đồ thị của hàm số: 

**2.** Biện luận theo m số nghiệm  của phương trình: 

1. Cho hàm số, gọi đồ thị của hàm số là ( C)

**1.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị *(C)* của hàm số ;

**2.** Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  và tiếp xúc với đồ thị.

1. Cho hàm số, gọi đồ thị của hàm số là ( C)

**1.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị *(C)* của hàm số ;

**2.** Dựa vào đồ thị của hàm số ở câu 1, vẽ đồ thị của hàm số  và từ đồ thị của hàm số này, biện luận về số nghiệm của phương trình  theo các giá trị của tham số .

1. **(Sở Cần Thơ - 2021)** Cho hàm số  ( và ) có đồ thị như sau:

****

Xác định dấu của 

1. **(Tiên Lãng - Hải Phòng - 2020)** Cho hàm số   có bảng biến thiên như sau:



Trong các số  có bao nhiêu số âm?

### BỔ SUNG ngày 7-6-2024

1. Cho hàm số 

Khảo sát và vẽ đồ thị  của hàm số

1. Cho hàm số 

**a)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  của hàm số

**b)** (C) cắt trục  tại . Viết phương trình tiếp tuyến của  tại 

**c)** Chứng minh rằng không thể có hai tiếp tuyến của  vuông góc với nhau

**d)** Tìm  để đường thẳng  cắt  tại hai điểm phân biệt  và  sao cho 

e) Tìm những điểm thuộc trục  để từ đó kẻ được hai tiếp tuyến với (C) sao cho hai tiếp điểm ở về hai phía của trục .

1. Cho hàm số 

**a)** Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số có cực đại, cực tiểu

**b)** Khảo sát và vẽ đồ thị  của hàm số khi 

**c)** Tìm điểm  thuộc đồ thị  sao cho  và độ dài  ngắn nhất (I là tâm đối xứng của )

1. **a)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số 

**b)** Tìm những điểm trên trục tung sao cho qua đó kẻ được 2 tiếp tuyến của  tiếp xúc  tại 2 điểm thuộc 2 nhánh khác nhau.

1. Cho hàm số 

**a)** Xác định tất cả các giá trị của  để hàm số đạt cực đại và cực tiểu trong miền 

**b)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  của hàm số ứng với 

**c)** Viết phương trình tiếp tuyến của  song song với đường thẳng 

**d)** Dựa vào đồ thị , biện luận theo a số nghiệm của phương trình: 

1. Cho hàm số  có đồ thị là đường cong 

**a)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  của hàm số

**b)** Viết phương trình tiếp tuyến với  biết tiếp tuyến này vuông góc với đường thẳng 

**c)** Dựa vào đồ thị , tìm  để phương trình  có 4 nghiệm phân biệt

1. Cho hàm số  có đồ thị là đường cong 

**a)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  của hàm số khi 

**b)** Tìm  để phương trình  có đúng 3 nghiệm

**c)** Tìm  để  có hai điểm phân biệt  đối xứng qua gốc tọa độ.

1. Cho hàm số  có đồ thị là đường cong 

**a)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  của hàm số khi 

**b)** Tìm  để phương trình  không có nghiệm âm

**c)** Tìm  để đường thẳng  cắt  tại 2 điểm thuộc 2 nhánh của )

1. Cho hàm số  có đồ thị là đường cong 

**a)** Khảo sát và vẽ đồ thị  của hàm số

**b)** Viết phương trình tiếp tuyến với  biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  và tiếp điểm có hoành độ âm.

**c)** Chứng minh rằng trên  không thể tồn tại hai điểm  để hai tiếp tuyến của  tại hai điểm này vuông góc với nhau.

**d)** Chứng minh rằng mọi tiếp tuyến của  đều không đi qua gốc tọa độ .

1. Cho hàm số 

**a)** Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi 

**b)** Tìm điều kiện của  để hàm số (1) có 2 điểm cực trị và tính khoảng cách giữa hai điểm này.

1. Cho hàm số  có đồ thị 

**a)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  của hàm số khi 

**b)** Viết phương trình tiếp tuyến của , biết tiếp tuyến này song song với đường thẳng 

**c)** Tìm  để ) có cực đại và cực tiểu với hoành độ dương

**d)** Tìm  để  cắt  tại hai điểm  sao cho 

**e)** Biện luận theo  số nghiệm của phương trình 