

CHUYÊN ĐỀ 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

DẠNG 1: Nhận dạng phương trình bậc nhất hai ẩn, nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn và biểu diễn tập nghiệm trên mặt phẳng tọa độ.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Phương trình bậc nhất hai ẩn là

- A.** $y + 3x = 5$ **B.** $x - 3y = 2$ **C.** $2x + 4y - 6 = 0$ **D.** Cả 3 đáp án trên.

Lời giải

Chọn D

Vì phương trình bậc nhất hai ẩn x và y là hệ thức dạng

$$ax + by = c \quad (1)$$

Trong đó a, b và c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

Câu 2. [NB] Phương trình bậc nhất hai ẩn là

- A.** $\sqrt{y} - 2x - 7 = 0$ **B.** $\sqrt{x} - 3y = 2$ **C.** $x - \sqrt{5}y - 8 = 0$ **D.** $x^2 + y - 7 = 0$

Lời giải

Chọn C

Vì phương trình bậc nhất hai ẩn x và y là hệ thức dạng

$$ax + by = c \quad (1)$$

Trong đó a, b và c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

Câu 3. [NB] Phương trình nào sau đây không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn

- A.** $x + y = 3$ **B.** $2x - 5y = 0$ **C.** $7x - 3y - 11 = 0$ **D.** $x^2 - y = 3$

Lời giải

Chọn D

Vì phương trình $x^2 - y = 3$ có bậc là 2

Câu 4. [NB] Cặp số nào sau đây là một nghiệm của phương trình $x - 3y = 1$?

- A.** $(4; 1)$ **B.** $(2; 0)$ **C.** $(1; 2)$ **D.** $(2; -1)$

Lời giải

Chọn A

Xét $x = 4$ và $y = 1 \Rightarrow x - 3y = 4 - 3 \cdot 1 = 1$ (TM)

Do đó cặp số $(4; 1)$ là nghiệm của phương trình

Câu 5. [TH] Cặp số nào sau đây là một nghiệm của phương trình $3x - 4y + 5 = 0$?

- A.** $(1; 2)$ **B.** $(5; 5)$ **C.** $\left(0; \frac{5}{4}\right)$ **D.** Cả 3 đáp án trên.

Lời giải

Chọn C

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Xét $x=0$ và $y = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \left(4 \cdot \frac{5}{4} - 5 \right) : 3 = 0 (TM)$

Do đó cặp số $\left(0; \frac{5}{4} \right)$ là nghiệm của phương trình

Câu 6. [TH] Phương trình $-5x + y = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A.** Phương trình vô nghiệm.. **B.** Phương trình có một nghiệm.
C. Phương trình có hai nghiệm. **D.** Phương trình có vô số nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có vô số nghiệm vì với mỗi giá trị của x cho ta một giá trị của y

Câu 7. [TH] Công thức nghiệm tổng quát của phương trình $3x + 0y = 12$ là

- A.** $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -4 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 4 \end{cases}$
C. $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = -4 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = 4 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

$$3x + 0y = 12 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Câu 8. [TH] Giá trị của a để phương trình $ax - 3y = 6$ có nghiệm $(1; -2)$ là

- A.** $a = 3$ **B.** $a = 2$
C. $a = 0$ **D.** $a = -3$

Lời giải

Chọn D

Thay $x=1; y=-2$ vào phương trình $ax - 3y = 6$ ta được:

$$a.1 - 3.(-2) = 6 \Rightarrow a = 0$$

Câu 9. [VD] Giá trị của a để phương trình $3y + 2ax = 0$ có nghiệm $\left(1; \frac{-2}{3} \right)$ là

- A.** $a = -3$ **B.** $a = 2$
C. $a = 0$ **D.** $a = 1$

Lời giải

Chọn D

Thay $x=1; y=\frac{-2}{3}$ vào phương trình $3y + 2ax = 0$ ta được:

$$3 \cdot \frac{-2}{3} + 2.a.1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.-----

Câu 10. [VD] Giá trị của m để phương trình $4mx - 3y = -8$ có nghiệm $(2;0)$ là

A. $m = 1$

B. $m = -1$

C. $m = -2$

D. $m = 2$

Lời giải

Chọn B

Thay $x = 2; y = 0$ vào phương trình $4mx - 3y = -8$ ta được:

$$4.m.2 - 3.0 = -8 \Rightarrow m = -1$$

Câu 11. [VD] Giá trị của m để phương trình $2x + 8y = -3m$ có nghiệm $(-5; -1)$ là

A. $m \neq -6$

B. $m = -6$

C. $m \neq 6$

D. $m = 6$

Lời giải

Chọn D

Thay $x = -5; y = -1$ vào phương trình $2x + 8y = -3m$ ta được:

$$2.(-5) + 8.(-1) = -3.m \Rightarrow m = 6$$

Câu 12. [VD] Tập nghiệm của phương trình $-x + y = 3$ là

A. $S = \{(x; -x - 3) | x \in \mathbb{R}\}$

B. $S = \{(x; -x + 3) | x \in \mathbb{R}\}$

C. $S = \{(x; x + 3) | x \in \mathbb{R}\}$

D. $S = \{(x + 3; x) | x \in \mathbb{R}\}$

Lời giải

Chọn D

$$-x + y = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 3 + x \end{cases}$$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Phương trình nào là phương trình bậc nhất Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $2x + 3 = 2x - y$

b) $2x + 3 = -y$

c) $x^2 - y = 1$

d) $2x = 4 - y$

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

a) Sai vì hệ số $a = 0$

b) Đúng vì Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y là hệ thức dạng: $ax + by = c$ (1)

Trong đó a, b và c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

c) Sai vì bậc của phương trình là bậc 2

d) Đúng Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y là hệ thức dạng: $ax + by = c$ (1)

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.-----

Trong đó a, b và c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

Câu 2. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn? Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $2x + 3y^2 = 0$

b) $x^3 + y = 5$

c) $xy - x = 1$

d) $2x - 3y = 4$

Lời giải

a) Sai

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

Câu a, b, c Sai vì phương trình đó không phải phương trình bậc nhất

d) Đúng vì Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y là hệ thức dạng: $ax + by = c$ (1)

Trong đó a, b và c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

Câu 3. Cho phương trình $2x - y = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) Công thức nghiệm tổng quát của phương trình là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x - 4 \end{cases}$

b) Phương trình luôn vô nghiệm.

c) Phương trình có vô số nghiệm.

d) Phương trình có cùng tập nghiệm với phương trình $2x = 4 - y$.

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

Phương trình $2x - y = 4$ luôn có vô số nghiệm theo công thức $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x - 4 \end{cases}$

Câu 4. Cho phương trình $mx - 4y = 2$ có một nghiệm là $(1; 2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) Khi $m = 2$ phương trình có một nghiệm $(1; 2)$.

b) Khi $m = 10$ phương trình có một nghiệm $(1; 2)$.

c) Khi $m = -2$ phương trình vô nghiệm.

d) Khi $m = -1$ phương trình có hai nghiệm.

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

Thay $x = 1, y = 2$ vào phương trình ta được: $m.1 - 4.2 = 2 \Leftrightarrow m = 10$.

Câu 5. Công thức nghiệm tổng quát của phương trình $4x + 0y = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

a) $x = 1$

b) $\begin{cases} x = 1 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

- c) $\begin{cases} y \in \mathbb{R} \\ x = 1 \end{cases}$
d) $y \in \mathbb{R}$

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

Phương trình $4x + 0y = 4 \Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy công thức nghiệm tổng quát là $\begin{cases} x = 1 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$.

Câu 6. Nghiệm nguyên của phương trình $x - 3y = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- a) $(4 + 3y; y)$ với $(y \in \mathbb{Z})$.
b) $(1; -3)$
c) $(1; 4)$
d) $(-3; 4)$

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Sai

$x - 3y = 4 \Leftrightarrow x = 4 + 3y$

Nghiệm nguyên tổng quát của phương trình là $(4 + 3y; y \in \mathbb{Z})$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Với giá trị nào của a thì phương trình sau vô nghiệm $ax + 0y = 5$?

Lời giải

Phương trình $ax + 0y = 5$ có $b = 0$ nên vô nghiệm khi $a = 0$.

Câu 2. [NB] Nghiệm tổng quát của phương trình $-2x - y = 4$ là gì?

Lời giải

Ta có: $-2x - y = 4 \Leftrightarrow y = -2x - 4$.

Câu 3. [TH] Nghiệm tổng quát của phương trình $\frac{1}{2}x - 2y = -1$ là bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{2}x - 2y = -1 \Leftrightarrow x = 4y - 2$

Do đó $\begin{cases} x = 4y - 2 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$ là nghiệm của phương trình

Câu 4. [VD] Cho phương trình $(m + 2)x - my = -1$ (m là tham số). Hỏi phương trình luôn có nghiệm là bao nhiêu với mọi m ?

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Giả sử phương trình luôn có nghiệm $(x_0; y_0)$ với mọi m

Khi đó: $(m+2)x_0 - my_0 = -1$ mọi m

$$(m+2)x_0 - my_0 + 1 = 0 \quad \forall m$$

$$(x_0 - y_0)m + (2x_0 + 1) = 0 \quad \forall m$$

$$\begin{cases} x_0 - y_0 = 0 \\ 2x_0 + 1 = 0 \end{cases} \quad \forall m$$

$$\begin{cases} y_0 = -\frac{1}{2} \\ x_0 = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \forall m$$

Câu 5. [VDC] Tìm nghiệm nguyên âm lớn nhất của phương trình $-5x + 2y = 7$.

Lời giải

$$-5x + 2y = 7 \Leftrightarrow 2y = 5x + 7 \Leftrightarrow y = \frac{5x+7}{2} \Leftrightarrow y = 2x + \frac{x+7}{2}$$

Đặt $t = \frac{x+7}{2} \Leftrightarrow x = 2t - 7 \Rightarrow y = 2(2t - 7) + t \Leftrightarrow y = 5t - 14 (t \in \mathbb{Z})$

Nên nghiệm nguyên của phương trình là $\begin{cases} x = 2t - 7 \\ y = 5t - 14 \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$

Vì x, y nguyên âm nên: $\begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - 7 < 0 \\ 5t - 14 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t < \frac{7}{2} \\ t < \frac{14}{5} \end{cases} \Leftrightarrow t < \frac{14}{5}$

Vì nghiệm nguyên âm lớn nhất, mà t nguyên nên $t = 2$

Vậy $x = -3; y = -4$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y là hệ thức dạng: $ax + by = c \quad (1)$

Trong đó a, b và c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

2. Nếu tại $x = x_0$ và $y = y_0$ ta có $ax_0 + by_0 = c$ là một khẳng định đúng thì cặp số $(x_0; y_0)$ được gọi là một nghiệm của phương trình (1)

Xét phương trình bậc nhất hai ẩn.

3. Để viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình, trước tiên, ta biểu diễn x theo y (hoặc y theo x) rồi đưa ra kết luận về công thức nghiệm tổng quát.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

4. Để biểu diễn tập nghiệm của phương trình trên mặt phẳng tọa độ, ta vẽ đường thẳng ^(d) có phương trình $ax + by = c$.

Ví dụ 1 [NB]: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào là phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$2x - 3y = 5 \qquad 4x + 7y = 10 \qquad -3x + 5y = 2$$

$$0x + 2y = 4 \qquad 2x - 0y = 3 \qquad 0x - 0y = 6$$

Lời giải

Hệ thức $0x - 0y = 6$ có $a = b = 0$ nên không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn. Các hệ thức còn lại đều là phương trình bậc nhất hai ẩn.

Ví dụ 2 [TH]: Tìm nghiệm tổng quát của các phương trình sau:

a) $3x - y = 2$;

b) $x + 5y - 3 = 0$

c) $4x + 0y = -2$

d) $0x + 2y = 5$

Lời giải

a) $3x - y = 2$ Suy ra $y = 3x - 2$. Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $(x; 3x - 2)$ với $x \in \mathbb{R}$ tùy ý

b) $x + 5y - 3 = 0$ Suy ra $x = -5y + 3$. Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $(-5y + 3; y)$ với $y \in \mathbb{R}$

c) $4x + 0y = -2$. Phương trình có nghiệm tổng quát $\left(-\frac{1}{2}; y\right)$ với $y \in \mathbb{R}$ tùy ý.

d) $0x + 2y = 5$. Phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{pmatrix} x; \frac{5}{2} \end{pmatrix}$ với $x \in \mathbb{R}$ tùy ý.

Ví dụ 3 [TH]: Tìm m trong mỗi trường hợp sau:

a) $(1;2)$ là nghiệm của phương trình $mx + y - 5 = 0$;

b) Điểm $A(0;3)$ thuộc đường thẳng $4x + my - 6 = 0$

Lời giải

a) Thay $x=1, y=2$ vào phương trình ta có $m.1+2-5=0 \Leftrightarrow m=3$.

b) Thay $x=0, y=3$ vào phương trình đường thẳng, ta có $4.0 + m.3 = 6 \Leftrightarrow m = 2$.

Ví dụ 4 [TH]: Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của phương trình $x + 5y = 3$ trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

Ta có : $x + 5y = 3 \Leftrightarrow x = 3 - 5y$

$$\begin{cases} x = 3 - 5y \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là

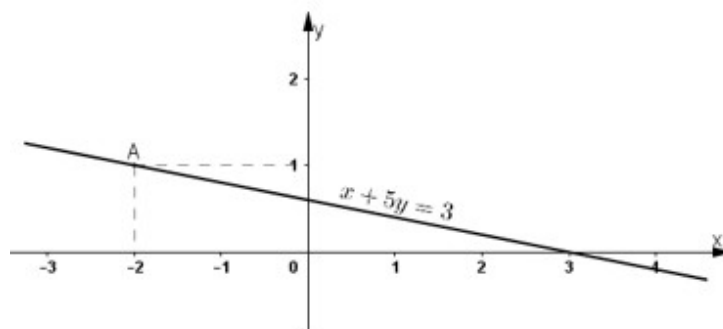
Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình là đường thẳng $x + 5y = 3$.

+ Tại $y = 0$ thì $x = 3 \Rightarrow$ Đường thẳng đi qua điểm $(3; 0)$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

+ Tại thì $y = \frac{3}{5} \Rightarrow$ Đường thẳng đi qua điểm $(0; \frac{3}{5})$.

Vậy đường thẳng $x + 5y = 3$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(3; 0)$ và $(0; \frac{3}{5})$.



Ví dụ 5 [TH]: Xét phương trình $x - 10y = -4$

- Hãy chỉ ra ba nghiệm của phương trình.
- Viết tập nghiệm của phương trình.

Lời giải

a) Ba cặp số $(6; 1); (-4; 0)$ và $(-14; -1)$ là ba nghiệm của phương trình.

b) Ta có: $x - 10y = -4 \Leftrightarrow x = 10y - 4$.

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là $(10y - 4; y) \ (y \in \mathbb{R})$.

Ví dụ 6 [VD]: Giả sử $(x; y)$ là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $x + 2y = 5$

a) Hoàn thành bảng sau đây:

x	- 2	- 1	0	?	?
y	?	?	?	1	2

Từ đó suy ra 5 nghiệm của phương trình đã cho.

b) Tính y theo x . Từ đó cho biết phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm.

Lời giải

a) Ta có:

x	- 2	- 1	0	3	1
y	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	1	2

Vậy 5 nghiệm của phương trình đã cho là: $(-2; \frac{7}{2}); (-1; 3); (0; \frac{5}{2}); (3; 1); (1; 2)$

b) Ta có: $y = \frac{5 - x}{2}$.

Với mỗi giá trị x tùy ý cho trước, ta luôn tìm được một giá trị y tương ứng. Do đó phương trình đã cho vô số nghiệm.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.-----

Ví dụ 7 [VD]: Xác định a để phương trình $ax - y = 1$ có nghiệm: $(2;5)$

Viết công thức nghiệm và biểu diễn tập nghiệm với a tìm được trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

Phương trình $ax - y = 1$ có nghiệm $(2;5)$

$$\Leftrightarrow 2a = 6 \Leftrightarrow a = 3$$

Vậy khi $a = 3$ thì phương trình $ax - y = 1$ có nghiệm $(2;5)$.

Với $a = 3$ có $3x - y = 1 \Rightarrow y = 3x - 1$

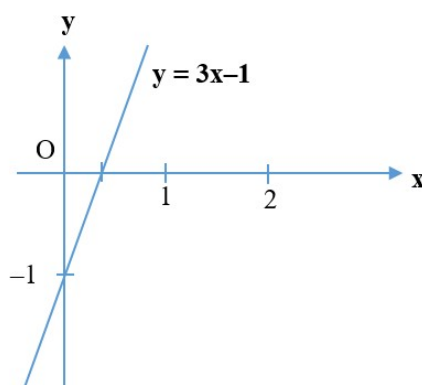
Công thức nghiệm của phương trình $\begin{cases} x \in R \\ y = 3x - 1 \end{cases}$

Tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi đường thẳng trên mặt phẳng tọa độ.

+ Tại $y = 0$ thì $x = \frac{1}{3} \Rightarrow$ Đường thẳng đi qua điểm $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

+ Tại $x = 0$ thì $y = -1 \Rightarrow$ Đường thẳng đi qua điểm $(0; -1)$.

Vậy đường thẳng $y = 3x - 1$ là đường thẳng đi qua hai điểm $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ và $(0; -1)$.



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Kiểm tra cặp số sau có phải là nghiệm của phương trình $2x - y - 1 = 0$ hay không?

- a) $(1;1)$; b) $(0,5;3)$. c) $(0;0)$

Lời giải

a) Thay $x = 1$ và $y = 1$ vào phương trình, ta có $2.1 - 1 - 1 = 0$. Vậy cặp số $(1;1)$ là nghiệm của phương trình.

b) Thay $x = 0,5$ và $y = 3$ vào phương trình, ta có $2.0,5 - 3 - 1 = -3 \neq 0$. Vậy cặp số $(0,5;3)$ không là nghiệm của phương trình.

c) Thay $x = 0$, $y = 0$ vào phương trình ta có $-1 \neq 0$. Vậy cặp số $(0;0)$ không phải là nghiệm của phương trình.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Bài 2. [NB] Trong các cặp số $(2;1)$, $(3;-1)$, $(0;5)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình $x + 2y - 4 = 0$.

Lời giải

Với $(2;1)$, ta có $2 + 2 \cdot 1 - 4 = 0 \Rightarrow (2;1)$ là nghiệm.

Với $(3;-1)$, ta có $3 + 2 \cdot (-1) - 4 = -3 \neq 0 \Rightarrow (3;-1)$ không là nghiệm.

Với $(0;5)$, ta có $0 + 2 \cdot 5 - 4 = 6 \neq 0 \Rightarrow (0;5)$ không là nghiệm.

Bài 3. [TH] Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm của các phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

a) $x - 3y = 6$ b) $7x + 0y = 14$ c) $0x - 4y = 8$

Lời giải

a) Ta có : $x - 3y = 6 \Leftrightarrow x = 6 + 3y$

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là
$$\begin{cases} x = 6 + 3y \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

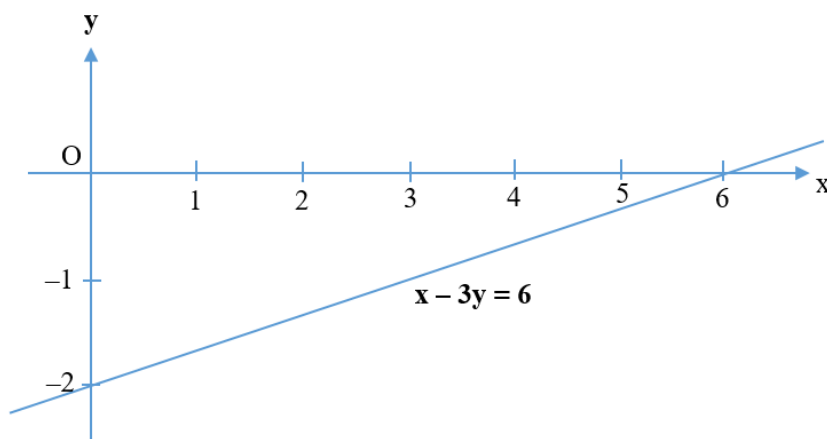
Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình là đường thẳng $x - 3y = 6$.

+ Tại $y = 0$ thì $x = 6 \Rightarrow$ Đường thẳng đi qua điểm $(6;0)$.

+ Tại $x = 0$ thì $y = -2 \Rightarrow$ Đường thẳng đi qua điểm $(0;-2)$.

Vậy đường thẳng $x - 3y = 6$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(6;0)$ và $(0;-2)$.

Hình vẽ:



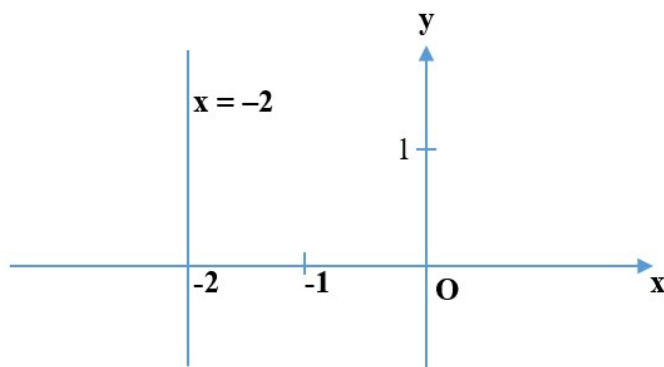
b) Ta có : $7x + 0y = -14 \Leftrightarrow 7x = -14 \Leftrightarrow x = -2$

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là
$$\begin{cases} x = -2 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình là đường thẳng $x = -2$.

Vậy đường thẳng là đường thẳng song song với trục tung, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 .

Hình vẽ:



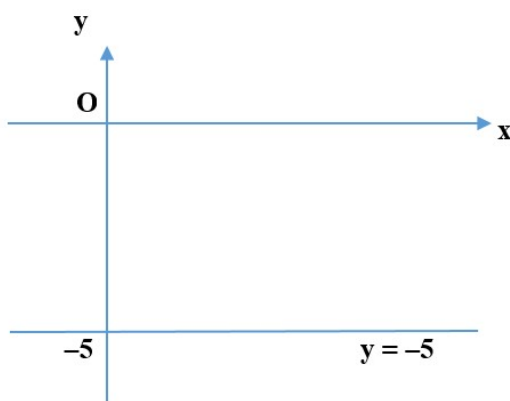
c) Ta có : $0x - 4y = 20 \Leftrightarrow -4y = 20 \Leftrightarrow y = -5$

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát là
$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -5 \end{cases}$$

Đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của phương trình là đường thẳng $y = -5$.

Vậy đường thẳng $y = -5$ là đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5 .

Hình vẽ:



Bài 4. [VD] Tìm 3 nghiệm của phương trình $2x - 3y = 5$.

Lời giải

+ Cho $y = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}; 0\right)$ là một nghiệm của phương trình.

+ Cho $y = 1 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow (4; 1)$ là một nghiệm của phương trình.

+ Cho $y = -1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (1; -1)$ là một nghiệm của phương trình.

$\Rightarrow \left(\frac{5}{2}; 0\right), (4; 1), (1; -1)$

là 3 nghiệm cần tìm của phương trình $2x - 3y = 5$.

Bài 5. [VD] Tìm 4 nghiệm của phương trình $x - 6y = -2$.

Lời giải

+ Cho $y = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow (-2; 0)$ là một nghiệm của phương trình.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

+ Cho $y = 1 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow (4; 1)$ là một nghiệm của phương trình.

+ Cho $y = -1 \Rightarrow x = -8 \Rightarrow (-8; -1)$ là một nghiệm của phương trình.

+ Cho $y = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \left(1; \frac{1}{2}\right)$ là một nghiệm của phương trình.

$\Rightarrow (-2; 0), (4; 1), (-8; -1), \left(1; \frac{1}{2}\right)$ là 4 nghiệm cần tìm của phương trình $x - 6y = -2$.

Bài 6. [VD] Xác định a để phương trình $ax - y = 3$ có nghiệm $(1; 3)$.

Lời giải

Phương trình $ax - y = 3$ có nghiệm $(-1; 3)$

$$\Leftrightarrow 3 = a \cdot 3 - (-1) \Leftrightarrow 3a = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}$$

Vậy khi $a = \frac{2}{3}$ thì phương trình $ax - y = 3$ có nghiệm $(-1; 3)$

Dạng 2. Tìm điều kiện của tham số để đường thẳng $ax + by = c$ thỏa mãn điều kiện cho trước

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Bài 1. Cho đường thẳng (d) có phương trình $mx - 2y = m + 3$. Tìm các giá trị của tham số m để song song với trục hoành.

A. $m = -3$.

B. $m = -2$.

C. $m = -1$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn D

Để đường thẳng (d) song song với trục hoành khi $m = 0$

Bài 2. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(m - 2)x + (3m - 1)y = 6m - 2$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) song song với trục hoành.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 4$.

Lời giải

Chọn B

Để đường thẳng (d) song song với trục hoành khi $m - 2 = 0$ suy ra $m = 2$

Bài 3. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(5m - 15)x + 2my = m - 2$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) song song với trục hoành.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 4$.

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Chọn C

Để đường thẳng (d) song song với trục hoành khi $5m - 15 = 0$ suy ra $m = 3$

Bài 4. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(m - 1)x - (2m + 1)y = m - 1$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) trùng với trục hoành.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Để đường thẳng (d) song song với trục hoành khi $m - 1 = 0$ suy ra $m = 1$

Bài 5. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(m - 4)x - (m + 1)y = 3$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) song song với trục tung.

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn D

Để đường thẳng (d) song song với trục tung khi $m + 1 = 0$ suy ra $m = -1$

Bài 6. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(m - 2)x + (3m - 1)y = 6m - 2$. Tìm các giá trị của tham số m để song song với trục tung.

A. $m = \frac{1}{3}$.

B. $m = \frac{2}{3}$.

C. $m \neq 2$.

D. $m \neq \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Để đường thẳng (d) song song với trục tung khi $3m - 1 = 0$ suy ra $m = \frac{1}{3}$

Bài 7. Cho đường thẳng (d) có phương trình $\frac{m - 1}{2}x + (1 - 2m)y = 2$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) song song với trục tung.

A. $m = 1$.

B. $m \neq \frac{1}{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Chọn D

Để đường thẳng (d) song song với trục tung khi $1 - 2m = 0$ suy ra $m = \frac{1}{2}$

Bài 8. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(2m - 4)x + (m - 1)y = m + 5$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) đi qua gốc tọa độ.

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = -5$.

D. $m \neq 5$.

Lời giải

Chọn C

Để đường thẳng (d) đi qua gốc tọa độ khi $x = 0; y = 0$ suy ra $m = -5$

Bài 9. Cho đường thẳng (d) có phương trình $3x - (m + 1)y = m + 3$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) đi qua điểm $M(-1; 0)$.

A. $m = 0$.

B. $m = -1$.

C. $m = -3$.

D. $m = -6$.

Lời giải

Chọn D

Để đường thẳng (d) đi $M(-1; 0)$ khi $x = -1; y = 0$ suy ra $m = -6$

Bài 10. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(5m - 15)x + 2my = m - 2$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) đi qua điểm $N(0; 3)$.

A. $m = 2$.

B. $m = -\frac{2}{5}$.

C. $m = 3$.

D. $m = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Để đường thẳng (d) đi $N(0; 3)$ khi $x = 0; y = 3$ suy ra $m = -\frac{2}{5}$

Bài 11. Cho đường thẳng (d) có phương trình $(2m - 4)x + (m - 1)y = m + 5$. Tìm các giá trị của tham số m để (d) đi qua điểm $P(2; -5)$.

A. $m = -4$.

B. $m = 4$.

C. $m = -5$.

D. $m = 5$.

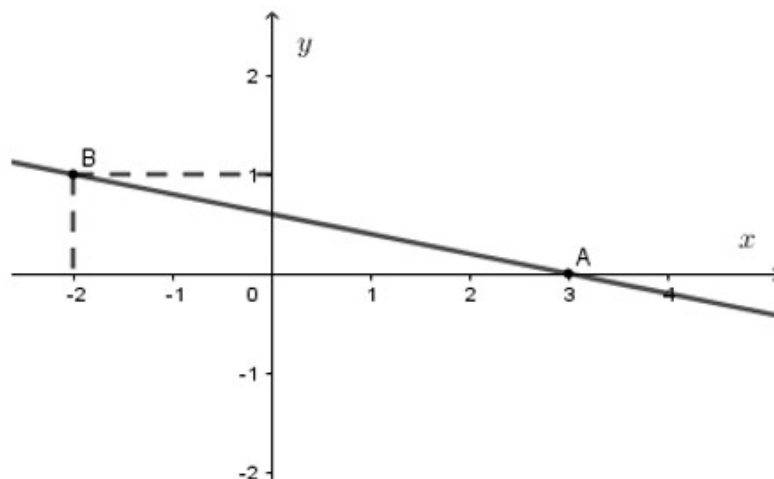
Lời giải

Chọn A

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Đề đường thẳng ^(d) đi $P(2; -5)$ khi $x=2; y=-5$ suy ra $m=-4$

Bài 12. Chọn khẳng định **đúng**. Hình vẽ dưới đây biểu diễn tập nghiệm của phương trình nào?



A. $3x - y = 2$

B. $x + 2y = 4$

C. $x + 5y = 3$

D. $0x + 2y = 5$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng AB đi qua điểm $B(-2; 1)$ và $A(3; 0)$ nên có phương trình $x + 5y = 3$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho đường thẳng d có phương trình $2m.x + (m - 3)y = 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $m=0$ khi đường thẳng d song song với trục hoành..

b) $m=0$ khi đường thẳng d song song với trục tung.

c) $m=3$ khi đường thẳng d song song với trục tung..

d) $m=3$ khi đường thẳng d song song với trục hoành..

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

Để đường thẳng ^(d) song song với trục tung khi $m - 3 = 0$ suy ra $m = 3$

Để đường thẳng ^(d) song song với trục hoành khi $m = 0$

Câu 2. Cho đường thẳng d có phương trình $\frac{2m+4}{m-3}x + (m-5)y = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $m=-2$ khi đường thẳng d song song với trục hoành..

b) $m=-2$ khi đường thẳng d song song với trục tung.

c) $m=5$ khi đường thẳng d song song với trục tung..

d) $m=5$ khi đường thẳng d song song với trục hoành..

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

Để đường thẳng (d) song song với trục tung khi $\frac{2m+4}{m-3}=0$ suy ra $m=-2$

Để đường thẳng (d) song song với trục hoành khi $m=5$

Câu 3. Cho đường thẳng d có phương trình $x + (2m - 3)y = m + 6$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $m = -6$ khi đường thẳng d đi qua gốc tọa độ.

b) $m = 0$ khi đường thẳng d đi qua gốc tọa độ.

c) $m = 5$ khi đường thẳng d đi qua gốc tọa độ.

d) $m = -5$ khi đường thẳng d đi qua gốc tọa độ.

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Sai

Để đường thẳng (d) đi $O(0;0)$ khi $x=0; y=0$ suy ra $m=-6$

Câu 4. Khẳng định nào sau đây là đúng? Đường thẳng d biểu diễn tập nghiệm của phương trình $3x - y = 3$ là:

a) Đường thẳng song song với trục hoành.

b) Đường thẳng song song với trục tung.

c) Đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

d) Đường thẳng song song với trục hoành đi qua điểm $A(1;0)$.

Lời giải

a) Sai

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

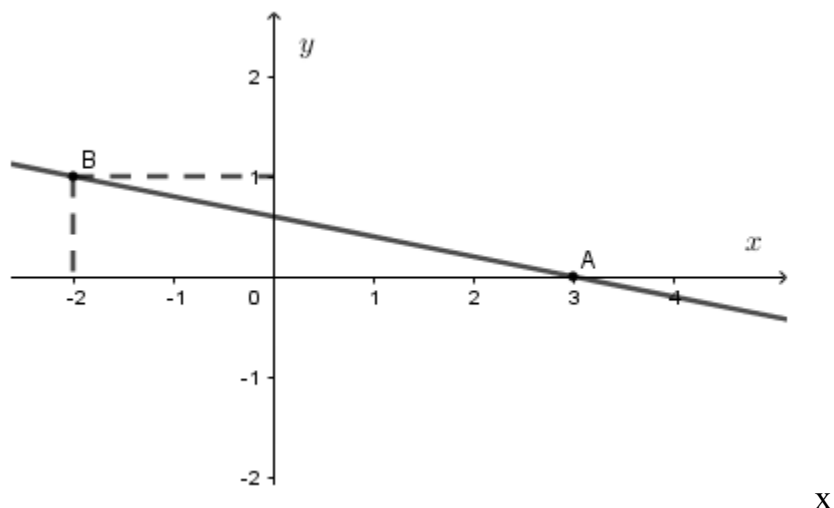
Ta có: $3x - y = 3$ suy ra $y = 3x - 3$.

Nghiệm tổng quát của phương trình

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 3x - 3 \end{cases}$$

Biểu diễn hình học tập nghiệm của đường thẳng $y = 3x - 3$ đi qua điểm $A(1;0)$ và $B(0;-3)$

Câu 5. Hình vẽ dưới đây biểu diễn tập nghiệm của phương trình nào?. Khẳng định nào sau đây đúng?



- a) $3x - y = 2$
- b) $x + 2y = 4$
- c) $x + 5y = 3$
- d) $0x + 2y = 5$

Lời giải

a) Sai

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

Nhận thấy điểm $(3; 0)$; $(-2; 1)$ thuộc đồ thị hay thuộc tập nghiệm của phương trình

Xét đường thẳng $3x - y = 2$

Thay $x = 3; y = 0$ ta được $3.3 - 0 = 9 \neq 2$ nên Sai

Xét đường thẳng $x + 2y = 4$

Thay $x = 3; y = 0$ ta được $3 + 2.0 = 3 \neq 4$ nên Sai

Xét đường thẳng $x + 5y = 3$

Thay $x = 3; y = 0$ ta được $3 + 5.0 = 3$ nên Đúng

Xét đường thẳng $0x + 2y = 5$

Thay $x = 3; y = 0$ ta được $0.3 + 2.0 = 0 \neq 5$ nên Sai

Câu 6. Đường thẳng $2mx - (m + 4)y = m$ cắt trục Ox, Oy tại hai điểm phân biệt khi nào? Khẳng định nào sau đây đúng?

- a) $m \neq 0; m = 4$
- b) $m \neq 0; m \neq -4$
- c) $m = 0; m = 4$
- d) $m \neq 0; m = -4$

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

Đường thẳng $2mx - (m + 4)y = m$ cắt hai trục Ox, Oy khi và chỉ khi

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \\ c \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -(m+4) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -4 \end{cases}$$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Phương trình đường thẳng ^(d): $mx + 2y = 4$ đi qua điểm cố định M có tọa độ là bao nhiêu?

Lời giải

Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà đường thẳng $mx + 2y = 4$ đi qua

$$mx_0 + 2y_0 = 4 \quad \forall m$$

$$mx_0 + 2y_0 - 4 = 0 \quad \forall m$$

$$\begin{cases} mx_0 = 0 \\ 2y_0 - 4 = 0 \end{cases} \quad \forall m$$

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 2 \end{cases} \quad \forall m$$

Vậy điểm $M(0; 2)$ là điểm cố định mà đt $mx + 2y = 4$ đi qua.

Câu 2. [TH] Đường thẳng $2x - y = -4$ đi qua điểm nào trong các điểm sau:

$$M(2; 4), N\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; 4 + \sqrt{2}\right), P(1; -2), Q\left(\frac{1}{\sqrt{3} - 2}; -2\sqrt{3}\right)?$$

Lời giải

*Thay tọa độ điểm $M(2; 4)$ vào phương trình đường thẳng, ta được:

$$2 \cdot 2 - 4 = 0 \neq -4$$

Vậy đường thẳng không đi qua điểm M

*Thay tọa độ điểm $N\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; 4 + \sqrt{2}\right)$ vào phương trình đường thẳng, ta được:

$$2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - (4 + \sqrt{2}) = -4$$

(đúng)

Vậy đường thẳng đi qua điểm N

Thay tọa độ điểm $P(1; -2)$ vào phương trình đường thẳng, ta được:

$$2 \cdot 1 - (-2) = 4 \neq -4$$

Vậy đường thẳng không đi qua $P(1; -2)$

*Thay tọa độ điểm $Q\left(\frac{1}{\sqrt{3} - 2}; -2\sqrt{3}\right)$ vào phương trình đường thẳng, ta được:

$$2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3} - 2} - (-2\sqrt{3}) = -4$$

(đúng)

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy đường thẳng đi qua điểm Q

Do đó đường thẳng $2x - y = -4$ đi qua hai điểm N, Q .

Câu 3. [VD] Cho đường thẳng $(d): -mx + y = 3$ và $(d'): -3x - y = 5$. Tìm m để $(d) \parallel (d')$.

Lời giải

Ta biến đổi phương trình đường thẳng (d) và (d') về dạng

$$(d): y = mx + 3 \text{ và } (d'): y = -3x - 5$$

Điều kiện để $(d) \parallel (d')$ là $m = -3$.

Câu 4. [VDC] Tìm m để đường thẳng $mx - (m+4)y = m$ cắt trục Ox, Oy tại hai điểm phân biệt.

Lời giải

Đường thẳng $mx - (m+4)y = m$ cắt hai trục Ox, Oy khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \\ c \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -(m+4) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -4 \end{cases}$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Ta có thể sử dụng một số lưu ý sau đây khi giải dạng toán này:

1. Nếu $a \neq 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình đường thẳng $(d): ax + by = c$ có dạng $(d): x = \frac{c}{a}$

Khi đó (d) song song hoặc trùng với Oy .

2. Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình đường thẳng có dạng $(d): y = \frac{c}{b}$

Khi đó (d) song song hoặc trùng với Ox

3. Đường thẳng $(d): ax + by = c$ đi qua điểm $M(x_o; y_o)$ khi và chỉ khi $ax_o + by_o = c$.

Ví dụ 1 [NB]: Cho phương trình $x + 2y = a - 1$. Hãy chọn hệ số a để đường thẳng $x + 2y = a - 1$ đi qua điểm $O(0;0)$.

Lời giải

Đường thẳng $x + 2y = a - 1$ đi qua điểm

$$\Leftrightarrow 0 + 2 \cdot 0 = a - 1 \Leftrightarrow a = 1$$

Vậy $a = 1$ thì đường thẳng $x + 2y = a - 1$ đi qua điểm $O(0;0)$.

Ví dụ 2 [TH]: Cho đường thẳng (d) có phương trình $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$

Tìm các giá trị của tham số m để:

- a) d song song với trục hoành;
- b) d song song với trục tung.

Lời giải

a) Đường thẳng d có phương trình $(m-2)x + (3m-1)y = 6m-2$ song song với trục hoành

$$\begin{cases} m-2=0 \\ 3m-1 \neq 0 \\ 6m-2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=2 \\ m \neq \frac{1}{3} \Leftrightarrow m=2 \\ m \neq \frac{1}{3} \end{cases}$$

Suy ra

Vậy $m=2$ thì đường thẳng d song song với trục hoành

b) Đường thẳng d có phương trình song song với trục tung

$$\begin{cases} m-2 \neq 0 \\ 3m-1=0 \\ 6m-2 \neq 0 \end{cases} \text{ Suy ra } \begin{cases} m \neq 2 \\ m = \frac{1}{3} \\ m \neq \frac{1}{3} \end{cases} \text{ Suy ra } m \in \emptyset$$

Vậy không có giá trị nào của m để đường thẳng d song song với trục tung.

Ví dụ 3 [TH]: Cho đường thẳng d có phương trình: $(2m-1)x + 3(m-1)y = 4m-2$.

Tìm các giá trị của tham số m để:

a) d song song với trục hoành;

b) song song với trục tung.

Lời giải

a) Đường thẳng d có phương trình $(2m-1)x + 3(m-1)y = 4m-2$ song song với trục hoành

$$\begin{cases} 2m-1=0 \\ 3(m-1) \neq 0 \\ 4m-2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$m \in \emptyset$

Vậy không có giá trị nào của m để đường thẳng d song song với trục hoành.

b) Đường thẳng d có phương trình $(2m-1)x + 3(m-1)y = 4m-2$ song song với trục tung

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} 2m - 1 \neq 0 \\ 3(m - 1) = 0 \\ 4m - 2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \neq \frac{1}{2} \\ m = 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$m = 1$$

Vậy $m = 1$ thì đường thẳng d song song với trục tung.

Ví dụ 4 [VD]: Xác định a và b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(2; -2)$ và $B(-1; 3)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $A(2; -2)$ Suy ra $-2 = a.2 + b$ suy ra $b = -2 - 2a$ (1)

Đồ thị hàm số đi qua điểm $B(-1; 3)$ Suy ra $3 = a.(-1) + b$ (2)

Thay (1) vào (2) ta có: $3 = -a - 2 - 2a \Rightarrow 3a = -5 \Rightarrow a = \frac{-5}{3}$

$$\Rightarrow b = -2 - 2 \cdot \frac{-5}{3} = \frac{4}{3}$$

Vậy $a = \frac{-5}{3}$ và $b = \frac{4}{3}$ thì đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $A(2; -2)$ và $B(-1; 3)$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho phương trình $-2x + y = b$. Hãy chọn hệ số b để đường thẳng $-2x + y = b$ đi qua điểm $O(0; 0)$.

Lời giải

Đường thẳng $-2x + y = b$ đi qua điểm $O(0; 0)$

$$\Leftrightarrow b = 0$$

Vậy $b = 0$ thì đường thẳng $-2x + y = b$ đi qua điểm $O(0; 0)$.

Bài 2. [NB] Cho phương trình $-bx + y = -2$. Hãy chọn hệ số b để đường thẳng $-bx + y = -2$ đi qua điểm $I(-2; 0)$.

Lời giải

Đường thẳng $-bx + y = -2$ đi qua điểm $I(-2; 0)$

$$\Leftrightarrow 2b = -2 \Leftrightarrow b = -1$$

Vậy $b = -1$ thì đường thẳng $-bx + y = -2$ đi qua điểm $I(-2; 0)$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Bài 3. [NB] Cho phương trình $x + by = -5$. Hãy chọn hệ số b để đường thẳng $x + by = -5$ đi qua điểm $P(1; -2)$.

Lời giải

Đường thẳng $x + by = -5$ đi qua điểm $P(1; -2)$

$$\Leftrightarrow -2b = -6 \Leftrightarrow b = 3$$

Vậy $b = 3$ thì đường thẳng $x + by = -5$ đi qua điểm $P(1; -2)$.

Bài 4. [TH] Cho đường thẳng (d) có phương trình $(2m - 3)x + (3m - 1)y = m + 2$

Tìm các giá trị của tham số m để:

- a) d song song với trục hoành;
- b) d song song với trục tung.

Lời giải

a) Đường thẳng d có phương trình song song với trục hoành

$$\begin{cases} 2m - 3 = 0 \\ 3m - 1 \neq 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m \neq \frac{1}{3} \\ m \neq -2 \end{cases}$$

$$m = \frac{3}{2}$$

Vậy $m = \frac{3}{2}$ thì đường thẳng d song song với trục hoành.

b) Đường thẳng d có phương trình $(2m - 3)x + (3m - 1)y = m + 2$ song song với trục tung

$$\begin{cases} 2m - 3 \neq 0 \\ 3m - 1 = 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ m = \frac{1}{3} \\ m \neq -2 \end{cases}$$

$$m = \frac{1}{3}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy $m = \frac{1}{3}$ thì đường thẳng d song song với trục tung.

Bài 5. [TH] Cho đường thẳng (d) có phương trình

Tìm các giá trị của tham số m để:

a) d đi qua gốc tọa độ;

b) d đi qua điểm $A(-3; -2)$.

a) Đường thẳng d có phương trình $(2m - 3)x + (3m - 1)y = m + 2$ đi qua gốc tọa độ
 $(2m - 3).0 + (3m - 1).0 = m + 2$

$$m = -2$$

Vậy $m = -2$ thì đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

b) Đường thẳng d có phương trình $(2m - 3)x + (3m - 1)y = m + 2$ đi qua $A(-3; -2)$.

$$\Rightarrow (2m - 3)(-3) + (3m - 1)(-2) = m + 2 \Rightarrow 13m = 9 \Rightarrow m = \frac{9}{13}$$

Vậy $m = \frac{9}{13}$ thì đường thẳng d đi qua $A(-3; -2)$.

Bài 6. [VD] Tìm a và b biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(1; 2)$ và $B(-3; -5)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $A(1; 2) \Rightarrow 2 = a.1 + b \Rightarrow b = 2 - a$ (1)

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $B(-3; -5)$ (2)

Thay (1) vào (2) ta có: $-5 = a.(-3) + 2 - a \Leftrightarrow a = \frac{7}{4}$

$$\Rightarrow b = 2 - \frac{7}{4} = \frac{1}{4}$$

Vậy $a = \frac{7}{4}$ và $b = \frac{1}{4}$ thì đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua 2 điểm $A(1; 2)$ và

CHUYÊN ĐỀ 2: HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Bước 1. Từ một phương trình của hệ, biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình còn lại của hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

Bước 2. Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

2. Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Để giải một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau, ta có thể làm như sau:

Bước 1. Cộng hay trừ từng vế của hai phương trình trong hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

Bước 2. Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

Chú ý: Trường hợp trong hệ phương trình đã cho không có hai hệ số của cùng một ẩn bằng nhau hay đối nhau, ta có thể đưa về trường hợp đã xét bằng cách nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (khác 0).

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: GIẢI BẰNG PHƯƠNG PHÁP THẾ, CỘNG ĐẠI SỐ

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$
 là

A. (2;1) .

B. (1;2) .

C. (- 1;2) .

D. $\left(\frac{2}{7}; \frac{23}{14}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 3 \\ 3.(2y - 3) + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 3 \\ 7y = 14 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(1;2)$.

Câu 2. [NB] Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} -2x + 3y = -1 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$ là
A. $(2;1)$ **B.** $(-2;1)$ **C.** $(-1;2)$ **D.** $(1;2)$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} -2x + 3y = -1 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6x + 9y = -3 \\ 6x - 8y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ 3x - 4 \cdot 1 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(2;1)$.

Câu 3. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = -7 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ có nghiệm là
A. $(2; -5)$ **B.** $(-2;5)$ **C.** $(-2; -5)$ **D.** $(5;2)$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} x + y = -7 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = -6 \\ x + y = -7 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x = -2 \\ -2 + y = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -5 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(-2; -5)$.

Câu 4. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 9y = -3 \\ 6x - 8y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17y = -17 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ 2x + 3 \cdot (-1) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(1; -1)$.

Câu 5. [TH] Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} -0,5x + 0,5y = 1 \\ -2x + 2y = 8 \end{cases}$ là

A. 2.

B. Vô số nghiệm.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} -0,5x + 0,5y = 1 \\ -2x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ -x + y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = -2 \\ -x + y = 2 \end{cases} \text{ (vô lý)}$$

Vậy hệ đã cho vô nghiệm.

Câu 6. [TH] Cặp số $(4; 2)$ là nghiệm của hệ phương trình

A. $\begin{cases} x - y = 2 \\ x - 5y = 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Giải các hệ ta được:

Hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2 \\ x - 5y = 4 \end{cases}$ có nghiệm là $\left(\frac{3}{2}; \frac{-1}{2}\right)$;

Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases}$ có nghiệm là $\left(\frac{38}{7}; \frac{4}{7}\right)$;

Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$ có nghiệm là $(4; 2)$;

Hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$ có nghiệm là $\left(\frac{9}{5}; \frac{-1}{5}\right)$.

Câu 7. [TH] Cặp số $(1; -2)$ không là nghiệm của hệ phương trình nào dưới đây?

A. $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = -3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Giải các hệ ta được:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = -3 \end{cases}$ có nghiệm là $\left(\frac{1}{3}; -\frac{10}{3}\right)$.

Câu 8. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} (3x + 2)(2y - 3) = 6xy \\ (4x + 5)(y - 5) = 4xy \end{cases}$ có nghiệm là

A. $(-2; 3)$

B. $(-3; -2)$

C. $(2; 3)$

D. $(-2; -3)$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} (3x + 2)(2y - 3) = 6xy \\ (4x + 5)(y - 5) = 4xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6xy - 9x + 4y - 6 = 6xy \\ 4xy - 20x + 5y - 25 = 4xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9x + 4y = 6 \\ -20x + 5y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9x + 4y = 6 \\ -4x + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9x + 4y = 6 \\ -16x + 4y = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = -14 \\ -4x + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(-2; -3)$.

Câu 9. [VD] Biết hệ phương trình $\begin{cases} 4x + y = 6 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thì $x_0^2 + y_0^2$ bằng

A. 18.

B. 8.

C. 0.

D. 16.

Lời giải

Chọn B

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vì hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + by = 9 \\ (a - 2)x + (2b + 1)y = 5 \end{cases}$$
 có nghiệm là $(3; -1)$ nên ta có

$$\begin{cases} 3a - b = 9 \\ 3(a - 2) - (2b + 1) = 5 \end{cases} \quad (2)$$

Giải hệ (2) ta được nghiệm là $(a; b) = (2; -3)$.

Khi đó $P = 3a - 4b = 3 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) = 18$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hai hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x + 3y = 6 \end{cases} \quad (I) \text{ và } \begin{cases} 3x - 9y = 5 \\ -2x + 6y = 3 \end{cases} \quad (II)$$

- a) Hệ (I) có vô số nghiệm.
- b) Hệ (II) vô nghiệm.
- c) Cả hệ (I) và hệ (II) có nghiệm duy nhất.
- d) Chỉ có hệ (I) có nghiệm duy nhất.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

- Giải hai hệ phương trình ta được:

Hệ (I)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x + 3y = 6 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất là $(x; y) = \left(\frac{9}{7}; \frac{2}{7}\right)$ nên a sai;

Hệ (II)
$$\begin{cases} 3x - 9y = 5 \\ -2x + 6y = 3 \end{cases}$$
 vô nghiệm nên b đúng; c sai và d đúng;

Câu 2. Biết hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 2y = -2 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$.

- a) $x_0 + 2y_0 = 3$.
- b) $2x_0 + 4y_0 = -4$.
- c) $x_0^2 + y_0 = -\frac{1}{2}$.
- d) $x_0^2 - y_0 = 4$.

a) S**b) Đ****c) S****d) Đ**

- Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 2y = -2 \end{cases}$ ta được hệ có nghiệm duy nhất là $(x_0; y_0) = \left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{4}\right)$

+) $x_0 + 2y_0 = \frac{3}{2} + 2 \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) = -2$ nên a sai;

+) $2x_0 + 4y_0 = 2 \cdot \frac{3}{2} + 4 \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) = -4$ nên b đúng;

+) $x_0^2 + y_0 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{7}{4}\right) = \frac{1}{2}$ nên c sai;

+) $x_0^2 - y_0 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(-\frac{7}{4}\right) = 4$ nên d đúng.

Câu 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + \frac{y}{2} = \frac{2x-3}{2} \\ \frac{x}{2} + 3y = \frac{25-9y}{8} \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$.

a) $x_0 > 0; y_0 < 0$.

b) $x_0 < 0; y_0 < 0$.

c) $x_0 < 0; y_0 > 0$.

d) $x_0 > 0; y_0 > 0$.

Lời giải**a) Đ****b) S****c) S****d) S**

- Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + \frac{y}{2} = \frac{2x-3}{2} \\ \frac{x}{2} + 3y = \frac{25-9y}{8} \end{cases}$ ta được hệ có nghiệm duy nhất là $(x_0; y_0) = (31; -3)$

Nên $x_0 > 0; y_0 < 0$. Vậy a đúng, các ý b, c và d sai.

Câu 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (x+y)^2 + y = 3 \\ 2(x^2 + y^2 + xy) + y(2x+1) = 5 \end{cases}$

a) Hệ phương trình vô nghiệm.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

b) Hệ phương trình có một nghiệm duy nhất.

c) Hệ phương trình có hai nghiệm phân biệt $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ thỏa mãn tính chất $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$.

d) Hệ phương trình có 4 nghiệm phân biệt thỏa mãn tính chất nếu $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình thì $(-x_0; -y_0)$ cũng là nghiệm của hệ.

Lời giải

a) S

b) S

c) Đ

d) S

- Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x+y)^2 + y = 3 \\ 2(x^2 + y^2 + xy) + y(2x+1) = 5 \end{cases}$ ta được

$$\begin{cases} (x+y)^2 + y = 3 \\ 2(x^2 + y^2 + xy) + y(2x+1) = 5 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 4xy + 2y = 6 \\ 2x^2 + 2y^2 + 4xy + y = 5 \end{cases}$$

Suy ra $y=1$. Với $y=1$ ta được $(x+1)^2 + 1 = 3 \Rightarrow (x+1)^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} - 1 \\ x = -\sqrt{2} - 1 \end{cases}$

Vậy hệ có hai nghiệm là $(x_1; y_1) = (\sqrt{2} - 1; 1)$ hoặc $(x_2; y_2) = (-\sqrt{2} - 1; 1)$.

Nên hệ phương trình có hai nghiệm phân biệt $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ thỏa mãn tính chất

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$. Vậy c đúng, các ý a, b và d sai.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$ có nghiệm là: $(x; y) = (3; -3)$.

Câu 2. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ có nghiệm là: $(x; y) = (3; -2)$.

Câu 3. [TH] Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ x - \frac{3}{5}y = 2\frac{1}{5} \end{cases}$ là vô số.

Câu 4. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ x + y + 2(x-y) = 5 \end{cases}$ có nghiệm là: $(x; y) = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{13}{2}\right)$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Câu 5. [VD] Biết hệ phương trình
$$\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 6x - 3y = -7 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thì $3x_0 - 6y_0$ bằng -20.

Câu 6. [VDC] Hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+y)^2 + x = 3 \\ 2(x^2 + y^2 + xy) + x(2y+1) = 5 \end{cases}$$
 có số nghiệm là 2.

Lời giải

$$\begin{cases} (x+y)^2 + x = 3 \\ 2(x^2 + y^2 + xy) + x(2y+1) = 5 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 4xy + 2x = 6 \\ 2x^2 + 2y^2 + 4xy + x = 5 \end{cases}$$

Suy ra $x=1$. Với $x=1$ ta được $(y+1)^2 + 1 = 3 \Rightarrow (y+1)^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} y = \sqrt{2} - 1 \\ y = -\sqrt{2} - 1 \end{cases}$
Vậy hệ có hai nghiệm là $(x; y) = (1; \sqrt{2} - 1)$ hoặc $(x; y) = (1; -\sqrt{2} - 1)$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

1. Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

2. Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Cộng hay trừ từng vế của hai phương trình trong hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 5x - 4y = 28 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 0,5x - 1,5y = -1 \end{cases}$$

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

a) $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 5x - 4y = 28 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -3y - 2 \\ 5(-3y - 2) - 4y = 28 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -3y - 2 \\ -19y = 38 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(4; -2)$.	b) $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 0,5x - 1,5y = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x = -4 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ y = \frac{2}{9} \end{cases}$ Vậy hệ đã cho có nghiệm là $\left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{9}\right)$.
---	---

Ví dụ 2 [TH]: Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 5(x+2) = 2(y+7) \\ 3(x+y) = 17 - x \end{cases}$

b) $\begin{cases} (x+2)(y-5) = xy - 50 \\ (x+4)(y+4) = xy + 216 \end{cases}$

Lời giải

a) $\begin{cases} 5(x+2) = 2(y+7) \\ 3(x+y) = 17 - x \end{cases}$ $\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ 4x + 3y = 17 \end{cases}$ $\begin{cases} 15x - 6y = 12 \\ 8x + 6y = 34 \end{cases}$ $\begin{cases} 23x = 46 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(2; 3)$.	b) $\begin{cases} (x+2)(y-5) = xy - 50 \\ (x+4)(y+4) = xy + 216 \end{cases}$ $\begin{cases} xy + 2y - 5x - 10 = xy - 50 \\ xy + 4x + 4y + 16 = xy + 216 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x - 2y = 40 \\ x + y = 50 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x - 2y = 40 \\ 2x + 2y = 100 \end{cases}$ $\begin{cases} 7x = 140 \\ x + y = 50 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$ Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(20; 30)$.
---	--

Ví dụ 3 [TH]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x+y}{5} = \frac{x-y}{3} \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{2} + 1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} \frac{x+y}{5} = \frac{x-y}{3} \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{2} + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+3y=5x-5y \\ x=2y+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x=8y \\ x=2y+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4y \\ x=2y+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y-4=0 \\ x=4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=8 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(8;2)$.

Ví dụ 4 [VD]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(x-2)-2(y-x)=2 \\ 2x(x-2)+(4x+y)=9 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} x(x-2)-2(y-x)=2 \\ 2x(x-2)+(4x+y)=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-2y=2 \\ 2x^2+y=9 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm là $(2;1)$ hoặc $(-2;1)$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 3y = 4 \\ 0,4x - 1,2y = -1,6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3(x+1) - y = 6 - 2y \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - y = 30 \\ 3x + y = 26 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - 2y + 6 = 0 \\ 5x - 3y - 5 = 0 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$

i) $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 5x - 4y = 11 \end{cases}$

Bài 2. [NB] Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$

b) $\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{5} \\ x\sqrt{2} + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases}$

Bài 3. [NB] Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 0,3x + 0,5y = 3 \\ 1,5x - 2y = 1,5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x\sqrt{2} - 3y = 1 \\ 2x + y\sqrt{2} = -2 \end{cases}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

d)
$$\begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x - \frac{2}{3}y = 3\frac{1}{3} \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ x + y - 10 = 0 \end{cases}$$

Bài 4. [NB] Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a)
$$\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 6x - 3y = -7 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 2x + 3y = -7 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 0,4x + 0,2y = 0,8 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 5x - 6y = 4 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$$

Bài 5. [TH] Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} x + 2\sqrt{7}y = -\sqrt{7} \\ 2x - \sqrt{7}y = 2\sqrt{7} + \sqrt{7} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + \frac{y}{3} = \frac{7}{3} \\ x - \frac{y}{2} = \frac{-1}{6} \end{cases}$$

Hướng dẫn

a) $\begin{cases} x + 2\sqrt{7}y = -\sqrt{7} \\ 2x - \sqrt{7}y = 2\sqrt{7} + \sqrt{7} \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 4\sqrt{7}y = -2\sqrt{7} \\ 2x - \sqrt{7}y = 3\sqrt{7} \end{cases}$ $\begin{cases} 5\sqrt{7}y = -5\sqrt{7} \\ x + 2\sqrt{7}y = -\sqrt{7} \end{cases}$ $\begin{cases} y = -1 \\ x = \sqrt{7} \end{cases}$	b) $\begin{cases} x + \frac{y}{3} = \frac{7}{3} \\ x - \frac{y}{2} = \frac{-1}{6} \end{cases}$ $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 6x - 3y = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} 9x + 3y = 21 \\ 6x - 3y = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} 15x = 20 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = 3 \end{cases}$
--	--

Bài 6. [TH] Giải các hệ phương trình sau:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ x + \frac{2y}{5} = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 4(2x - y + 3) - 3(x - 2y + 3) = 48 \\ 3(3x - 4y + 3) + 4(4x - 2y - 9) = 48 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} (2x + 1)(y - 2) = (x - 3)2y \\ (x - 3)(y + 1) = (x + 1)(y - 2) \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2(3x - y) - 2y = 7 \\ 3(2y + x) + 4y = 8 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 2(x + 1) + 3(y - 2) = 9 \\ 3(x - 1) + y = 6 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 3y(x - 2) - x(3y + 1) = 5 \\ 3x(2 - y) + y(3x + 2) = 4 \end{cases}$$

Bài 7. [VD] Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} y(y - 3) - 3(x - y) = 6 \\ 2y(y - 3) + (6y + x) = 19 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x(x - 1) + 2x - y = 1 \\ x(x - 1) + x + y = 2 \end{cases}$$

Bài 8. [VDC] Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + y(3x + y) = 5 \\ (x + y)(x + y + 1) + xy = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + xy + 2 = 3x + y \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3(y - 3x + 1)x^2 + (y^2 + 2x + 2)(x - 1) = -3y \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 6x^3 + x^2y - x = 10 \\ x^2 - 2x - y + 6 = 0 \end{cases}$$

Hướng dẫn

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + y(3x + y) = 5 \\ (x + y)(x + y + 1) + xy = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y)^2 + xy = 5 \\ (x + y)^2 + (x + y) + xy = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y)^2 + xy = 5 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 1 & (1) \\ x + y = 2 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $y = 2 - x$ thay vào (1) ta được

$$x(2 - x) = 1 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 1$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + xy + 2 = 3x + y & (1) \\ x^2 + y^2 = 2 & (2) \end{cases}$$

Biến đổi phương trình (1) đưa về dạng tích

$$x^2 + xy + 2 = 3x + y$$

$$(x^2 - x) + (xy - y) - (2x - 2) = 0$$

$$(x - 1)(x + y - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

c) Từ phương trình thứ nhất của hệ ta rút ra $y = 2x - 1$ rồi thay vào phương trình thứ 2 để tìm x .	d) Từ pt thứ hai của hệ ta rút ra $y = x^2 - 2x + 6$ rồi thay vào phương trình thứ nhất tìm x .
--	---

CHUYÊN ĐỀ: HỆ PHƯƠNG TRÌNH

DẠNG 2: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ, HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Các bước giải hệ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Bước 1. Tìm ĐKXĐ của hệ phương trình.

Bước 2. Đặt ẩn phụ và điều kiện cho ẩn phụ (nếu có): Đặt ẩn phụ là lựa chọn các biểu thức $f(x,y)$; $g(x,y)$ trong hệ phương trình để đặt thành các ẩn phụ mới làm cho đơn giản cấu trúc của hệ PT. Qua đó tạo thành hệ PT mới đơn giản hơn.

Bước 3. Giải hệ phương trình với ẩn phụ.

Bước 4. Thay trả lại ẩn ban đầu và tìm giá trị của ẩn ban đầu.

Bước 5. Đối chiếu ĐKXĐ rồi kết luận.

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Điều kiện xác định của hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-1} - 2y = 1 \\ \sqrt{x-1} + y = 4 \end{cases}$$
 là

- A.** $x \geq 1$. **B.** $x \leq 1$. **C.** $x \geq 1; y \geq 0$. **D.** $x \geq 1; y \leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hệ phương trình là: $x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$.

Câu 2. [NB] Điều kiện xác định của hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x-y} + \frac{6}{x+y} = 1,1 \\ \frac{4}{x-y} - \frac{9}{x+y} = 0,1 \end{cases}$$
 là

- A.** $x \neq -y$. **B.** $x \neq y$. **C.** $x \neq \pm y$. **D.** $x \neq 0; y \neq 0$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hệ phương trình là:
$$\begin{cases} x+y \neq 0 \\ x-y \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -y \\ x \neq y \end{cases}$$

Câu 3. [NB] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x-y} + \frac{6}{x+y} = 1,1 \\ \frac{4}{x-y} - \frac{9}{x+y} = 0,1 \end{cases}$$

Đặt $\frac{1}{x-y} = a; \frac{1}{x+y} = b$ thì ta có hệ phương trình:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

A. $\begin{cases} \frac{2}{a} + \frac{6}{b} = 1,1 \\ \frac{4}{a} - \frac{9}{b} = 0,1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2a + 6b = 1,1 \\ 4a - 9b = 0,1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2a - 6b = 1,1 \\ 4a + 9b = 0,1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 4a + 6b = 1,1 \\ 2a - 9b = 0,1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hệ phương trình là: $\begin{cases} x + y \neq 0 \\ x - y \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x \neq \pm y$

Đặt $\frac{1}{x-y} = a; \frac{1}{x+y} = b$ thì ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2a + 6b = 1,1 \\ 4a - 9b = 0,1 \end{cases}$

Câu 4. [NB] Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2|x+y| + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5|x+y| - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases}$, nếu đặt $|x+y| = a; \sqrt{x+2} = b$ thì điều kiện của a, b là

A. $a > 0; b > 0$

B. $a \geq 0; b > 0$

C. $a \geq 0; b \geq 0$

D. $a \neq 0; b \geq 0$

Lời giải

Chọn C

Đặt $|x+y| = a; \sqrt{x+2} = b; a \geq 0; b \geq 0$

Câu 5. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-1} - 2y = 1 \\ \sqrt{x-1} + y = 4 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $(x;y) = (10;1)$

B. $(x;y) = (1;10)$

C. $(x;y) = (5;2)$

D. $(x;y) = (1;0)$

Lời giải

Chọn A

ĐKXD: $x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

Đặt $\sqrt{x-1} = a; a \geq 0$

Ta có:

$$\begin{cases} a - 2y = 1 \\ a + y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Suy ra: $\sqrt{x-1} = 3 \Rightarrow x = 10$ (t/m)

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) = (10;1)$

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-1} = 5 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$$

Câu 6. [TH] Hệ phương trình có nghiệm là

A. $(x;y) = (2;1)$

B. $(x;y) = (1;2)$

C. $(x;y) = (2;0)$

D. $(x;y) = \left(\frac{3}{2}; 4\right)$

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ $x \neq 0; y \neq 1$

Đặt $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y-1} = b$

Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ 4a - b = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Suy ra: $\begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ \frac{1}{y-1} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ (t/m)

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) = (1;2)$

Câu 7. [TH] Hệ phương trình có nghiệm là

$$\begin{cases} 2|x| - 3y = -5 \\ |x| + 2y = 8 \end{cases}$$

A. $(x;y) = (2;3)$

B. $(x;y) = (-2;3)$

C. $(x;y) = (2;-3)$

D. $(x;y) = (2;3), (-2;3)$

Lời giải

Chọn D

Đặt $|x| = a \geq 0$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2a - 3y = -5 \\ a + 2y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2 \text{ (t/m)} \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2 \text{ (t/m)} \\ y = 3 \end{cases}$$

Suy ra:
$$\begin{cases} |x| = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 3), (-2; 3)$.

Câu 8. [TH] Hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+2) - 3(y+1) = -4 \\ 3(x+2) + 2(y+1) = 20 \end{cases}$$
 có nghiệm là

- A.** $(x; y) = (-2; 3)$ **B.** $(x; y) = (2; -3)$ **C.** $(x; y) = (-2; -3)$ **D.** $(x; y) = (2; 3)$

Lời giải

Chọn D

Đặt $x+2=a; y+1=b$

Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 2a - 3b = -4 \\ 3a + 2b = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 4 \\ b = 4 \end{cases}$$

Suy ra:
$$\begin{cases} x+2 = 4 \\ y+1 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 3)$

Câu 9. [VD] Hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5x+5y - \sqrt{x+2} = 4 \end{cases}$$
 có nghiệm là

- A.** $(x; y) = (7; 5)$ **B.** $(x; y) = (7; -5)$ **C.** $(x; y) = (2; 0,5)$ **D.** $(x; y) = (-1; 4)$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x \geq -2$

Đặt $x+y=a; \sqrt{x+2}=b; b \geq 0$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ 5a - 2b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3(t/m) \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Suy ra:
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ \sqrt{x+2} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2 = 9 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 \\ y = -5 \end{cases}$$

$$(x; y) = (7; -5)$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm

Câu 10. [VD] Hệ phương trình
$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(y-3) = -5 \\ |x+y-1| = |x+y| \end{cases}$$
 có nghiệm là

A. $(x, y) = \left(3; \frac{-5}{2}\right)$

B. $(x, y) = \left(3; \frac{5}{2}\right)$ và $(x, y) = \left(-3; \frac{-5}{2}\right)$

C. $(x, y) = \left(-3; \frac{-5}{2}\right)$

D. $(x, y) = \left(3; \frac{-5}{2}\right)$ và $(x, y) = \left(-3; \frac{-5}{2}\right)$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(y-3) = -5 \\ |x+y-1| = |x+y| \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(y-3) = -5 \\ (x+y-1) = (x+y) \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} 3(x-1) + 2(y-3) = -5 \\ (x+y-1) = -(x+y) \end{cases}$$

Trường hợp 1.
$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(y-3) = -5 \\ (x+y-1) = (x+y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(y-3) = -5 \\ -1 = 0 \end{cases}$$

vô nghiệm.

Trường hợp 2.
$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(y-3) = -5 \\ (x+y-1) = -(x+y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm
$$(x; y) = \left(3; \frac{-5}{2}\right)$$

$$\begin{cases} x + 2 + \frac{2}{\sqrt{y} - 3} = 9 \\ 2x + 4 - \frac{1}{\sqrt{y} - 3} = 8 \end{cases}$$

Câu 11. [VD] Hệ phương trình có nghiệm là

A. $(x, y) = \left(3; \frac{49}{4} \right)$

B. $(x, y) = \left(3; \frac{49}{4} \right)$

C. $(x, y) = \left(3; -\frac{49}{4} \right)$

D. $(x, y) = \left(3; -\frac{49}{4} \right)$

Lời giải

Chọn A

ĐKXD: $\begin{cases} y \geq 9 \\ y \neq 0 \end{cases}$ Đặt $\frac{1}{\sqrt{y} - 3} = a$

Ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} (x + 2) + 2a = 9 \\ 2(x + 2) - a = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + 2) + 2a = 9 \\ 4(x + 2) - 2a = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(x + 2) = 25 \\ 2(x + 2) - a = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2 = 5 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ \frac{1}{\sqrt{y} - 3} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ \sqrt{y} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{49}{4} \text{ (tm)} \end{cases}$$

$$(x, y) = \left(3; \frac{49}{4} \right)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất

Câu 12. [VDC] Hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 - 2xy - y^2 = 2 \\ 2x^3 - 3x^2 - 3xy^2 - y^3 + 1 = 0 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $(x, y) = (1; 0), (-1; 2)$

B. $(x, y) = (-1; 0), (-1; 2)$

C. $(x, y) = (2; 0), (1; 2)$

D. $(x, y) = (-1; 0), (-1; -2)$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} 2x^2 - 2xy - y^2 = 2 \\ 2x^3 - 3x^2 - 3xy^2 - y^3 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - (x+y)^2 = 2 \\ 3x^2(x+y) - (x+y)^3 - 3x^2 = -1 \end{cases}$$

Đặt $3x^2 = a; x+y = b$ ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} a - b^2 = 2 \\ ab - b^3 - a = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b^2 + 2 \\ (b^2 + 2)b - b^3 - (b^2 + 2) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b^2 + 2 \\ b^2 - 2b + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$$

Suy ra: $\begin{cases} 3x^2 = 3 \\ x+y = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ y = 1 - x \end{cases}$$

Trường hợp 1: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$

Trường hợp 2: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x, y) = (1; 0), (-1; 2)$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-2} = 4 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases} \quad (I)$$

Câu 1. Cho hệ phương trình (I)

a) Điều kiện xác định của hệ (I) là $x \neq 0; y \neq 2$.

b) Đặt $a = \frac{2}{x}; b = \frac{1}{y-2}$. Hệ phương trình (I) trở thành: $\begin{cases} a + 3b = 4 \\ 2a - b = 1 \end{cases} \quad (II)$

c) Giải hệ phương trình II ta được $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$

d) Hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x, y) = (2; 3)$.

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) Đ

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-2} = 4 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases} \quad (I)$$

ĐKXD: $x \neq 0; y \neq 2$

Đặt $a = \frac{2}{x}; b = \frac{1}{y-2}$; hệ phương trình (I) trở thành

$$\begin{cases} a + 3b = 4 \\ 2a - b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + 6b = 8 \\ 2a - b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \quad (t/m)$$

$$\begin{cases} \frac{2}{x} = 1 \\ \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \quad (t/m)$$

Vậy hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất là $(x, y) = (2; 3)$.

- Điều kiện xác định của hệ phương trình (I) là $x \neq 0; y \neq 2$ nên a đúng.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

- Đặt $a = \frac{2}{x}; b = \frac{1}{y-2}$ hệ phương trình (I) trở thành:
$$\begin{cases} a + 3b = 4 \\ 2a - b = 1 \end{cases} \quad \text{(II) nên b đúng.}$$

- Giải hệ phương trình (II) được $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ nên c sai.

- Hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất là $(x, y) = (2; 3)$ nên d đúng.

Câu 2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{2x-1} - \frac{5}{\sqrt{y-3}} = \frac{5}{2} \\ \sqrt{2x-1} + \frac{1}{\sqrt{y-3}} = \frac{7}{5} \end{cases} \quad \text{(I)}$$

a) Điều kiện xác định của hệ phương trình (I) là $x \geq \frac{1}{2}; y \geq 3$.

b) Đặt $\sqrt{2x-1} = a; \frac{1}{\sqrt{y-3}} = b; a \geq 0; b > 0$.

Hệ phương trình (I) trở thành:
$$\begin{cases} a - 5b = \frac{5}{2} \\ a + b = \frac{7}{5} \end{cases} \quad \text{(II)}$$

c) Giải hệ phương trình (II) ta được
$$\begin{cases} a = \frac{3}{5} \\ b = \frac{4}{5} \end{cases}$$

d) Hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x, y) = \left(\frac{113}{225}; \frac{57}{16} \right)$.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) S

$$\begin{cases} \sqrt{2x-1} - \frac{5}{\sqrt{y-3}} = \frac{5}{2} \\ \sqrt{2x-1} + \frac{1}{\sqrt{y-3}} = \frac{7}{5} \end{cases}$$

$$x \geq \frac{1}{2}; y > 3$$

ĐKXD:

$$\sqrt{2x-1} = a; \frac{1}{\sqrt{y-3}} = b; a \geq 0; b > 0.$$

Đặt

Hệ phương trình (I) trở thành

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} a - 5b = \frac{5}{2} \\ a + b = \frac{7}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{19}{12} \\ b = -\frac{11}{60} \end{cases}$$

Không thỏa mãn ĐKXD.

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

- Điều kiện xác định của hệ phương trình (I) là $x \geq \frac{1}{2}; y > 3$ nên a sai.

- Đặt $\sqrt{2x-1} = a; \frac{1}{\sqrt{y-3}} = b; a \geq 0; b > 0$.

Hệ phương trình (I) trở thành:

$$\begin{cases} a - 5b = \frac{5}{2} \\ a + b = \frac{7}{5} \end{cases} \quad (II)$$

nên b đúng.

- Giải hệ phương trình (II) ta được $\begin{cases} a = \frac{19}{12} \\ b = -\frac{11}{60} \end{cases}$ nên c sai

- Hệ phương trình (I) vô nghiệm nên d sai.

Câu 3. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2 + \frac{2}{\sqrt{y-3}} = 9 \\ 2x + 4 - \frac{1}{\sqrt{y-3}} = 8 \end{cases} \quad (I)$$

a) Điều kiện xác định của hệ phương trình (I) là $\begin{cases} y \geq 1 \\ y \geq 3 \end{cases}$

b) Đặt $\frac{1}{\sqrt{y-3}} = a$. Hệ phương trình (I) trở thành:

$$\begin{cases} (x+2) + 2a = 9 \\ 2(x+2) - a = 8 \end{cases} \quad (II)$$

c) Giải hệ phương trình (II) ta được $\begin{cases} x + 2 = 5 \\ a = 2 \end{cases}$

d) Hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; \frac{7}{2})$.

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x + 2 + \frac{2}{\sqrt{y} - 3} = 9 \\ 2x + 4 - \frac{1}{\sqrt{y} - 3} = 8 \end{cases} \quad (I)$$

ĐKXD: $\begin{cases} y \geq 9 \\ y \neq 0 \end{cases}$

Đặt $\frac{1}{\sqrt{y} - 3} = a$

Hệ phương trình (I) trở thành

$$\begin{cases} (x + 2) + 2a = 9 \\ 2(x + 2) - a = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + 2) + 2a = 9 \\ 4(x + 2) - 2a = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(x + 2) = 25 \\ 2(x + 2) - a = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2 = 5 \\ a = 2 \end{cases}$$

Suy ra $\begin{cases} x = 3 \\ \frac{1}{\sqrt{y} - 3} = 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 3 \\ \sqrt{y} = \frac{7}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{49}{4} \end{cases} \quad (tm)$$

$$(x; y) = \left(3; \frac{49}{4} \right)$$

Vậy hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất

- Điều kiện xác định của hệ phương trình (I) là $\begin{cases} y \geq 9 \\ y \neq 0 \end{cases}$ nên a đúng.

- Đặt $\frac{1}{\sqrt{y} - 3} = a$. Hệ phương trình (I) trở thành: $\begin{cases} (x + 2) + 2a = 9 \\ 2(x + 2) - a = 8 \end{cases} \quad (II)$ nên b đúng.

- Giải hệ phương trình (II) ta được $\begin{cases} x + 2 = 5 \\ a = 2 \end{cases}$ nên c đúng.

$$(x; y) = \left(\frac{49}{4}; \frac{3}{4} \right)$$

- Hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất nên d sai.

Câu 4. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2|x+y| + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5|x+y| - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases} \quad (I)$$

a) Điều kiện xác định của hệ phương trình (I) là $x > -2$

b) Đặt $|x+y| = a; \sqrt{x+2} = b, a \geq 0, b \geq 0$

Hệ phương trình (I) trở thành:
$$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ 5a - 2b = 4 \end{cases} \quad (II)$$

c) Giải hệ phương trình (II) ta được
$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

d) Hệ phương trình (I) nghiệm $(x, y) = (7; -5)$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

$$\begin{cases} 2|x+y| + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5|x+y| - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases}$$

ĐKXĐ: $x \geq -2$

Đặt $|x+y| = a; \sqrt{x+2} = b, a \geq 0, b \geq 0$

Hệ phương trình (I) trở thành:

$$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ 5a - 2b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \quad (t/m)$$

Do đó:
$$\begin{cases} |x+y| = 2 \\ \sqrt{x+2} = 3 \end{cases}$$

Trường hợp 1:
$$\begin{cases} x+y = 2 \\ x+2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7(t/m) \\ y = -5 \end{cases}$$

Trường hợp 1:
$$\begin{cases} x+y = -2 \\ x+2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7(t/m) \\ y = -9 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x, y) = (7; -5), (7; -9)$.

- Điều kiện xác định của hệ phương trình (I) là $x \geq -2$ nên a sai.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.-----

- Đặt $|x+y|=a; \sqrt{x+2}=b, a \geq 0, b \geq 0$. Hệ phương trình (I) trở thành: $\begin{cases} 2a+b=7 \\ 5a-2b=4 \end{cases}$ (II)
nên b đúng.

- Giải hệ phương trình (II) ta được $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$ nên c đúng.

- Hệ phương trình (I) nghiệm $(x,y) = (7;-5), (7;-9)$. nên d sai.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Tìm điều kiện xác định của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Lời giải

Đáp án: $x \neq 0; y \neq 0$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

ĐKXD của hệ phương trình là $x \neq 0; y \neq 0$.

Câu 2. [NB] Tìm điều kiện xác định của hệ phương trình

$$\begin{cases} |x| + \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 4 \\ |x| - \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \end{cases}$$

Lời giải

Đáp án: $y > 1$

$$\begin{cases} |x| + \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 4 \\ |x| - \frac{1}{\sqrt{y-1}} = 2 \end{cases}$$

ĐKXD của hệ phương trình là $y-1 > 0 \Rightarrow y > 1$

Câu 3. [TH] Tìm nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x+3|y|=13 \\ 3x-y=3 \end{cases}$$

Lời giải

Đáp án: $(x,y) = (2;3), \left(-\frac{4}{7}; -\frac{33}{7}\right)$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3|y|=13 \\ 3x-y=3 \end{cases}$ là $(x,y)=(2;3), \left(-\frac{4}{7}; -\frac{33}{7}\right)$.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Câu 4. [TH] Tìm nghiệm của hệ phương trình

Lời giải

Đáp án: $(x,y)=(1;1)$.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Nghiệm của hệ phương trình là $(x,y)=(1;1)$.

Câu 5. [VD] Tìm nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2|x+y| + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5|x+y| - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases}$.

Lời giải

Đáp án: $(x,y) = (7; -5), (7; -9)$.

$$\begin{cases} 2|x+y| + \sqrt{x+2} = 7 \\ 5|x+y| - 2\sqrt{x+2} = 4 \end{cases} \quad (I)$$

- ĐKXD: $x \geq -2$

- Đặt $|x+y| = a; \sqrt{x+2} = b, a \geq 0, b \geq 0$

$$\begin{cases} 2a + b = 7 \\ 5a - 2b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \quad (t/m)$$

- Hệ phương trình (I) trở thành

$$\begin{cases} |x+y| = 2 \\ \sqrt{x+2} = 3 \end{cases}$$

- Suy ra:

$$\begin{cases} x+y=2 \\ x+2=9 \end{cases} \vee \begin{cases} x+y=-2 \\ x+2=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=-5 \end{cases} \vee \begin{cases} x=7 \\ y=-9 \end{cases}$$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} x+y=-2 \\ x+2=9 \end{cases} \vee \begin{cases} x+y=2 \\ x+2=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=-9 \end{cases} \vee \begin{cases} x=7 \\ y=-5 \end{cases}$$

Trường hợp 1:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy hệ phương trình (I) có nghiệm $(x, y) = (7; -5), (7; -9)$.

Câu 6. [VDC] Tìm nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} (x^2 - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4 \\ x^2 y + x^2 + 2y - 22 = 0 \end{cases}$$

Lời giải

Đáp án: $(x, y) = (\sqrt{2}; 5), (-\sqrt{2}; 5), (2; 3), (-2; 3)$

- Đặt $x^2 - 2 = a; y - 3 = b$

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ (a + 2)(b + 3) + a + 2 + 2(b + 3) = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ ab + 4(a + b) = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a + b)^2 - 2ab = 4 \\ ab + 4(a + b) = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a + b)^2 + 8(a + b) - 20 = 0 \\ ab + 4(a + b) = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} a + b = 2 \\ a \cdot b = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a + b = -10 \\ a \cdot b = 48 \end{cases} \end{cases}$$

- Trường hợp 1: $\begin{cases} a + b = 2 \\ a \cdot b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2, b = 0 \\ a = 0, b = 2 \end{cases}$

+ Nếu: $a = 2, b = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ y = 5 \end{cases}$

+ Nếu: $a = 0, b = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 3 \end{cases}$

- Trường hợp 2. $\begin{cases} a + b = -10 \\ a \cdot b = 48 \end{cases}$ vô nghiệm.

Vậy hệ phương trình có các nghiệm: $(x, y) = (\sqrt{2}; 5), (-\sqrt{2}; 5), (2; 3), (-2; 3)$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Thay trả lại ản ban đầu và tìm giá trị của ản ban đầu.
Đối chiếu ĐKXD rồi kết luận.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-2} = 4 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases} \quad (I)$$

Lời giải

ĐKXD: $x \neq 0; y \neq 2$

Đặt: $a = \frac{2}{x}; b = \frac{1}{y-2}$. Hệ phương trình (I) trở thành:

$$\begin{cases} a + 3b = 4 \\ 2a - b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Suy ra $\begin{cases} \frac{2}{x} = 1 \\ \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$.

Ví dụ 2 [TH]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} |x| + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4|x| - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} |x| + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4|x| - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \quad (I)$$

ĐKXD: $y \geq 1$

Đặt $|x| = a; \sqrt{y-1} = b; a \geq 0; b \geq 0$

Hệ phương trình (I) trở thành thiếu $\begin{cases} a + 2b = 5 \\ 4a - 2b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$ (tm)

Suy ra $\begin{cases} |x| = 1 \\ \sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y-1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = 5 \end{cases}$ (t/m)

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là: $(x, y) = (1; 3), (-1; 3)$.

Ví dụ 3 [TH]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \frac{3y}{y-1} = 1 \\ \frac{3x}{x+1} - \frac{4y}{y-1} = 10 \end{cases} \quad (I)$$

Lời giải

ĐKXD: $x \neq -1; y \neq 1$

Đặt
$$\begin{cases} u = \frac{x}{x+1} \\ v = \frac{y}{y-1} \end{cases}$$

Hệ phương trình (I) trở thành:

$$\begin{cases} 2u + 3v = 1 \\ 3u - 4v = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8u + 12v = 4 \\ 9u - 12v = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17u = 34 \\ 3v = 1 - 2u \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = 2 \\ 3v = 1 - 2 \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = 2 \\ v = -1 \end{cases}$$

Do đó:
$$\begin{cases} \frac{x}{x+1} = 2 \\ \frac{y}{y-1} = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2x + 2 \\ y = -y + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = \left(-2; \frac{1}{2}\right)$.

$$\begin{cases} |x+2| + \frac{2}{\sqrt{y}-3} = 9 \\ |x+2| - \frac{1}{2(\sqrt{y}-3)} = 4 \end{cases}$$

Ví dụ 4 [VD]: Giải hệ phương trình

Lời giải

ĐKXD: $y \geq 0; y \neq 9$

Đặt $|x+2| = a; \frac{1}{\sqrt{y}-3} = b; a \geq 0$

Đặt

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + 2b = 9 \\ a - \frac{1}{2}b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases}$$

Khi đó ta có $\begin{cases} |x+2| = 5 \\ \frac{1}{\sqrt{y}-3} = 2 \end{cases}$

Trường hợp 1: $\begin{cases} x+2 = 5 \\ \sqrt{y}-3 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{49}{4} \end{cases} \quad (t/m)$

Trường hợp 1: $\begin{cases} x+2 = -5 \\ \sqrt{y}-3 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = \frac{49}{4} \end{cases}$

$$(x, y) = \left(3; \frac{49}{4} \right), \left(-7; \frac{49}{4} \right)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2x + \frac{4}{y-1} = 4 \\ -3x + \frac{2}{y-1} = -2 \end{cases}$$

Hướng dẫn

ĐKXD: $y \neq 1$

Đặt $\frac{1}{y-1} = b$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 4b = 4 \\ -3x + 2b = -2 \end{cases}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Suy ra: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3(tm) \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 3)$.

$$\begin{cases} 2\sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{y-2}} = 1 \\ 4\sqrt{x-1} - \frac{3}{\sqrt{y-2}} = 7 \end{cases}$$

Bài 2. [TH] Giải hệ phương trình sau:

Hướng dẫn

ĐKXD: $x \geq 1; y \geq 0, y \neq 4$

Đặt $\sqrt{x-1} = a; \frac{1}{\sqrt{y-2}} = b; a \geq 0$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2a + b = 1 \\ 4a - 3b = 7 \end{cases}$

$$\begin{cases} a = 1(tm) \\ b = -1 \end{cases}$$

Suy ra: $\begin{cases} x = 2(tm) \\ y = 1(tm) \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.

$$\begin{cases} |x-3| + \frac{2}{\sqrt{y+1}-2} = 7 \\ |2x-6| - \frac{1}{\sqrt{y+1}-2} = -1 \end{cases}$$

Bài 3. [VD] Giải hệ phương trình sau:

ĐKXD: $y \geq -1, y \neq 3$

Đặt $|x-3| = a; \frac{1}{\sqrt{y+1}-2} = b; a \geq 0;$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + 2b = 7 \\ 2a - b = -1 \end{cases}$

$$\begin{cases} a = 1(tm) \\ b = 3 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Do đó:
$$\begin{cases} |x-3|=1 \\ \frac{1}{\sqrt{y+1}-2}=3 \end{cases}$$

Trường hợp 1.
$$\begin{cases} x-3=1 \\ \frac{1}{\sqrt{y+1}-2}=3 \end{cases} \text{ p } \begin{cases} x=4 \\ y=\frac{40}{9}(tm) \end{cases}$$

Trường hợp 2.
$$\begin{cases} x-3=-1 \\ \frac{1}{\sqrt{y+1}-2}=3 \end{cases} \text{ p } \begin{cases} x=2 \\ y=\frac{40}{9}(tm) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x,y)=\left(2;\frac{40}{9}\right),\left(4;\frac{40}{9}\right)$.

Bài 4 [VD] Giải các hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2\sqrt{x-1}+\left|\frac{1}{y-3}\right|=9 \\ 3\sqrt{x-1}=10+\left|\frac{2}{y-3}\right| \end{cases}$$

ĐKXD: $x \geq 1, y \neq 3$

Đặt $\sqrt{x-1}=a; \left|\frac{1}{y-3}\right|=b; a \geq 0; b > 0$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2a+b=9 \\ 3a-2b=10 \end{cases}$$
$$\begin{cases} a=4(tm) \\ b=1(tm) \end{cases}$$

Do đó:
$$\begin{cases} \sqrt{x-1}=4 \\ \left|\frac{1}{y-3}\right|=1 \end{cases}$$

Trường hợp 1.
$$\begin{cases} \sqrt{x-1}=4 \\ \frac{1}{y-3}=1 \end{cases} \text{ p } \begin{cases} x=17(tm) \\ y=4(tm) \end{cases}$$

Trường hợp 2.
$$\begin{cases} \sqrt{x-1}=4 \\ \frac{1}{y-3}=-1 \end{cases} \text{ p } \begin{cases} x=17(tm) \\ y=2(tm) \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (17; 4), (17; 2)$.

DẠNG 3: Hệ phương trình chứa tham số

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Bài toán thường gặp: Cho hệ
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
 chứa tham số m .

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện cho trước

Bước 1 Dùng phương pháp thế, cộng, trừ để đưa hệ đã cho về phương trình bậc nhất một ẩn $Ax = B$.

Bước 2: Lập luận: Hệ có nghiệm duy nhất khi phương trình $Ax = B$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $A \neq 0$

Bước 3: Giải nghiệm $(x; y)$ theo m và xử lý điều kiện của bài toán.

Chú ý:

* Hệ vô nghiệm khi phương trình $Ax = B$ vô nghiệm khi và chỉ khi
$$\begin{cases} A = 0 \\ B \neq 0 \end{cases}$$

* Hệ vô số nghiệm khi phương trình $Ax = B$ vô số nghiệm khi và chỉ khi
$$\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

* Đối với hệ:
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
 (các hệ số $a'; b'; c'$ khác 0) thì ta có các điều kiện sau:

+) Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

+) Hệ vô nghiệm $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

+) Hệ vô số nghiệm $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

B. BÀI TẬP

DẠNG 3: Hệ phương trình chứa tham số

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
 (các hệ số $a'; b'; c'$ khác 0) có nghiệm duy nhất khi

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

A. $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$.

B. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$.

C. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

D. $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. [NB] Hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
 (các hệ số $a'; b'; c'$ khác 0) vô số nghiệm khi

A. $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$.

B. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$.

C. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

D. $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3. [NB] Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
 (có hệ số khác 0) vô nghiệm khi

A. $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$.

B. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$.

C. $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

D. $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4. [NB] Hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
 có các hệ số khác 0 và $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$. Chọn câu đúng.

A. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

B. Hệ phương trình vô nghiệm.

C. Hệ phương trình vô số nghiệm.

D. Chưa kết luận được về nghiệm của hệ.

Lời giải

Chọn B

Câu 5. [TH] Không giải hệ phương trình, dự đoán số nghiệm của hệ
$$\begin{cases} -2x + y = -3 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$
.

A. Vô số nghiệm.

B. Vô nghiệm.

C. Có nghiệm duy nhất.

D. Có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Vì } \frac{-2}{3} \neq \frac{1}{-2}$$

- Câu 6. [TH]** Không giải hệ phương trình, dự đoán số nghiệm của hệ
$$\begin{cases} -x + 5y = -1 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$$
.
- A.** Vô số nghiệm. **B.** Vô nghiệm.
C. Có nghiệm duy nhất. **D.** Có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Vì } \frac{-1}{5} \neq \frac{5}{1}$$

- Câu 7. [TH]** Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = -1 \\ mx + y = 2m \end{cases}$$
 vô nghiệm.
- A.** $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Để hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = -1 \\ mx + y = 2m \end{cases}$$
 vô nghiệm thì $\frac{m}{1} = \frac{1}{1} \neq \frac{2m}{1}$ hay

$$\begin{cases} m = 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$m = 1$$

- Câu 8. [TH]** Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ (m - 1)x + 2y = m \end{cases}$$
 vô nghiệm.
- A.** $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Chọn D

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Ta có

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ (m - 1)x + 2y = m \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = \frac{1 - m}{2}x + \frac{m}{2} \end{cases}$$

Để hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ (m - 1)x + 2y = m \end{cases}$ vô nghiệm thì đường thẳng $d: y = 2x - 4$ song song với đường thẳng $d': y = \frac{1 - m}{2}x + \frac{m}{2}$

Nên

$$\begin{cases} \frac{1 - m}{2} = 2 \\ \frac{m}{2} \neq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = -3 \\ m \neq -8 \end{cases}$$

$$m = -3$$

Câu 9. [VD] Xác định giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x - (m - 2)y = 2 \\ (m - 1)x - 2y = m - 5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất

A. $m \neq 0$.

B. $m \neq 2$.

C. $m \notin [0; 3]$.

D. $m = 0; m = 3$.

Lời giải

Chọn C

Xét hệ

$$\begin{cases} x - (m - 2)y = 2 \\ (m - 1)x - 2y = m - 5 \end{cases} \quad \text{ta biến đổi về dạng} \quad \begin{cases} (m - 2)y = x - 2 \\ y = \frac{m - 1}{2}x - \frac{m}{2} + \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{TH1: Với } m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \text{ ta có hệ} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \end{cases}$$

Nhận thấy hệ này có nghiệm duy nhất vì hai đường thẳng $x = 2$ và $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ cắt nhau.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\text{TH2: Với } m-2 \neq 0 \text{ hay } m \neq 2 \text{ ta có hệ } \begin{cases} y = \frac{1}{m-2}x - \frac{2}{m-2} \\ y = \frac{m-1}{2}x - \frac{m}{2} + \frac{5}{2} \end{cases}$$

Để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì hai đường thẳng $d: y = \frac{1}{m-2}x - \frac{2}{m-2}$

và $d': y = \frac{m-1}{2}x - \frac{m}{2} + \frac{5}{2}$ cắt nhau thì

$$\begin{aligned} \frac{1}{m-2} &\neq \frac{m-1}{2} \\ (m-1)(m-2) &\neq 2 \\ m(m-3) &\neq 0 \\ \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $m \notin \{0; 2; 3\}$

Kết hợp cả TH1 và TH2 ta có $m \notin \{0; 3\}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $m \notin \{0; 3\}$.

Câu 10. [VD] Cho hệ phương trình $\begin{cases} -mx + y = -2m \\ x + m^2y = 9 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để hệ phương trình nhận cặp $(1; 2)$ làm nghiệm

A. $m = 0$.

B. $m = -1$.

C. $m = -2$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Chọn C

Để hệ phương trình $\begin{cases} -mx + y = -2m \\ x + m^2y = 9 \end{cases}$ nhận cặp $(1; 2)$ làm nghiệm thì

$$\begin{cases} -m \cdot 1 + 2 = -2m \\ 1 + m^2 \cdot 2 = 9 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} m = -2 \\ m = \pm 2 \end{cases} \text{ do vậy } m = -2$$

Vậy $m = -2$.

Câu 11. [VD] Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 2m \end{cases}$ (m là tham số). Tìm m để hệ phương trình

có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 1 \end{cases}$.

A. $m < 1$.

B. $m < -1$.

C. $m > 1$.

D. $m > -1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x + my = m + 1 & (1) \\ mx + y = 2m & (2) \end{cases}$$

Từ (2) ta có $y = 2m - mx$ thay vào (1) ta được
 $x + m(2m - mx) = m + 1$

$$2m^2 - m^2x + x = m + 1$$

$$(1 - m^2)x = -2m^2 + m + 1$$

$$(m^2 - 1)x = 2m^2 - m - 1 \quad (3)$$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi (3) có nghiệm duy nhất
nên $m^2 - 1 \neq 0$ hay $m \neq \pm 1$

$$\begin{cases} x = \frac{2m+1}{m+1} \\ y = \frac{m}{m+1} \end{cases}$$

Khi đó hệ đã cho có nghiệm duy nhất

$$\text{Do } \begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 1 \end{cases} \text{ nên ta có}$$

$$\begin{cases} \frac{2m+1}{m+1} \geq 2 \\ \frac{m}{m+1} \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{-1}{m+1} \geq 0 \\ \frac{-1}{m+1} \geq 0 \end{cases}$$

$$m + 1 < 0$$

$$m < -1$$

Kết hợp với (*) ta được giá trị m cần tìm là $m < -1$.

Câu 12. [VDC] Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị của m để

hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn: $x^2 - 2y^2 = -2$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Ta có

$$\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5m - 1 - 2x \\ x - 2(5m - 1 - 2x) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5m - 1 - 2x \\ 5x = 10m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2m \\ y = m - 1 \end{cases}$$

Thay vào $x^2 - 2y^2 = -2$ ta có $(2m)^2 - 2(m - 1)^2 = -2$
 $2m^2 + 4m = 0$

$$\begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy $m \in \{-2; 0\}$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hệ (I) : $\begin{cases} x = y - 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$ và hệ (II) : $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3y + 5 = 2x \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) Hai hệ đã cho đều vô nghiệm
- b) Hai hệ đã cho đều có nghiệm duy nhất
- c) Hệ (I) vô nghiệm, hệ (II) có nghiệm duy nhất
- d) Hệ (I) và hệ (II) đều có vô số nghiệm
- e) Nghiệm của hệ (I) có thể không là nghiệm của hệ (II)

Lời giải

a) S

b) S

c) S

d) Đ

e) Đ

Câu 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

b) Hệ có vô số nghiệm khi $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

c) Hệ vô nghiệm $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

d) Hệ luôn có nghiệm

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

Câu 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) Hệ thức liên hệ giữa $x; y$ không phụ thuộc vào m là $2x + y = 3$.

b) Với $m \notin \{2; -2\}$ thì hệ phương trình đã cho luôn có nghiệm duy nhất.

c) Hệ phương trình đã cho luôn có vô số nghiệm.

d) Với $m = 2$ thì hệ phương trình đã cho vô nghiệm

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

Ta có $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$

$$\begin{cases} y = mx - 2m \\ 4x - m(mx - 2m) = m + 6 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = mx - 2m \\ x(m^2 - 4) = 2m^2 - m - 6 \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi

$$m^2 - 4 \neq 0$$

$$m \neq \{2; -2\}$$

Khi đó
$$x = \frac{2m^2 - m - 6}{m^2 - 4} = \frac{(2m+3)(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \frac{2m+3}{m+2}; y = m \cdot \frac{2m+3}{m+2} - 2m = \frac{-m}{m+2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2m+3}{m+2} \\ y = \frac{-m}{m+2} \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x = 2 - \frac{1}{m+2} \\ y = -1 + \frac{2}{m+2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 4 - \frac{2}{m+2} \\ y = -1 + \frac{2}{m+2} \end{cases}$$

$$2x + y = 3$$

Vậy hệ thức không phụ thuộc vào m là $2x + y = 3$.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Không giải hệ phương trình, hãy cho biết số nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$$

Lời giải

Đáp án: $\frac{2}{4} \neq \frac{-3}{1}$ nên hệ có nghiệm duy nhất.

Câu 2. [TH] Biết hệ phương trình $\begin{cases} 2x + by = a \\ bx + ay = 5 \end{cases}$ có nghiệm $x = 1; y = 3$, khi đó giá trị biểu thức $10(a + b)$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 16

Thay $x = 1; y = 3$ vào hệ ta có: $\begin{cases} 2.1 + b.3 = a \\ b.1 + a.3 = 5 \end{cases}$

Giải hệ ta được $a = \frac{-1}{10}; b = \frac{17}{10}$

Vậy $a = \frac{-1}{10}; b = \frac{17}{10}$ thì hệ phương trình có nghiệm $x = 1, y = 3$ nên $10(a + b) = 16$

Câu 3. [TH] Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m - 1)x + y = 2 \\ mx + y = m + 1 \end{cases}$ (m là tham số). Nghiệm của hệ phương trình khi $m = 2$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $(x; y) = (1; 1)$

Thay $m = 2$ vào hệ ta được
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

Khi đó
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(1; 1)$ khi $m = 2$.

Câu 4. [VD] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$$
. Trong trường hợp hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$, tìm giá trị của m để: $6x - 2y = 13$.

Lời giải

Đáp án: $4 \geq 4m \Rightarrow m \leq 1$

Ta có

$$\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = mx - 2m \\ 4x - m(mx - 2m) = m + 6 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = mx - 2m \\ x(m^2 - 4) = 2m^2 - m - 6 \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m^2 - 4 \neq 0$ hay $m \neq \{-2; 2\}$

$$x = \frac{2m^2 - m - 6}{m^2 - 4} = \frac{(2m + 3)(m - 2)}{(m - 2)(m + 2)} = \frac{2m + 3}{m + 2}; y = m \cdot \frac{2m + 3}{m + 2} - 2m$$

Khi đó

$$\begin{cases} x = \frac{2m + 3}{m + 2} \\ y = \frac{-m}{m + 2} \end{cases}$$

Thay $\begin{cases} x = \frac{2m + 3}{m + 2} \\ y = \frac{-m}{m + 2} \end{cases}$ vào phương trình $6x - 2y = 13$ ta được:

$$6 \cdot \frac{2m + 3}{m + 2} - 2 \cdot \frac{-m}{m + 2} = 13$$

$$14m + 18 = 13m + 26$$

$$m = 8 (TM)$$

Vậy $m = 8$ là giá trị cần tìm.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Câu 5. [VDC] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + y = 2m + 9 \\ x + y = 5 \end{cases}$$
 có nghiệm $(x; y)$. Tìm m để biểu thức $A = xy + x - 1$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

Đáp án: $m = 1$

Ta có

$$\begin{cases} 3x + y = 2m + 9 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = m + 2 \\ y = 3 - m \end{cases}$$

$$A = xy + x - 1 = 8 - (m - 1)^2$$

Nên $A_{\max} = 8$ khi $m = 1$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Không giải hệ phương trình, hãy cho biết số nghiệm của các hệ sau:

$$\begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x - \sqrt{2}y = \sqrt{3} \\ \sqrt{2}x + 2y = -\sqrt{6} \end{cases}$$

Lời giải

Hệ phương trình
$$\begin{cases} 5x\sqrt{3} + y = 2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6} - y\sqrt{2} = 2 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất vì $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \neq \frac{1}{-\sqrt{2}}$

Hệ phương trình
$$\begin{cases} -x - \sqrt{2}y = \sqrt{3} \\ \sqrt{2}x + 2y = -\sqrt{6} \end{cases}$$
 có vô số nghiệm vì $\frac{1}{-\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{-\sqrt{6}}$

Ví dụ 2 [TH]: Cho hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ mx - y = 1 \end{cases}$$
.

a) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

b) Tìm m để $x - 3y = 5$.

c) Tìm m để $x.y < 0$.

d) Tìm m để $x + 2y > 4$

e) Tìm các giá trị nguyên của m để x, y là các số nguyên.

Lời giải

$$\begin{cases} x + y = 2 & (1) \\ mx - y = 1 & (2) \end{cases} \quad (I)$$

a) Lấy $(1) + (2)$ ta được: $(m+1)x = 3$ (3)

Để hệ (I) có nghiệm duy nhất thì phương trình (3) có nghiệm duy nhất nên $m+1 \neq 0$ hay $m \neq -1$

Khi đó: $(3): x = \frac{3}{m+1}$ thế vào (1), ta có $y = 2 - x = 2 - \frac{3}{m+1} = \frac{2m-1}{m+1}$

Vậy với $m \neq -1$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = \frac{3}{m+1} \\ y = \frac{2m-1}{m+1} \end{cases}$.

b) $x - 3y = 5$

$$\frac{3}{m+1} - \frac{3(2m-1)}{m+1} = 5$$

$$\frac{6-6m}{m+1} = 5$$

$$6-6m = 5m+5$$

$$m = \frac{1}{11} \quad (tm)$$

Vậy $m = \frac{1}{11}$ là giá trị cần tìm.

c) Do $x.y < 0$, nên

$$\frac{3}{m+1} \cdot \frac{2m-1}{m+1} < 0$$

$$\frac{3(2m-1)}{(m+1)^2} < 0$$

$$2m-1 < 0 \quad \left(\text{do } (m+1)^2 > 0 \forall m \neq -1 \right)$$

$$m < \frac{1}{2}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Kết hợp với ĐKXĐ ta có $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m \neq -1 \end{cases}$ là giá trị cần tìm.

d) $x + 2y > 4$

$$\frac{3}{m+1} + \frac{2(2m-1)}{m+1} > 4$$

$$\frac{3+4m-2}{m+1} - \frac{4m+4}{m+1} > 0$$

$$\frac{-3}{m+1} > 0$$

$$m+1 < 0$$

$$m < -1$$

Kết hợp với ĐKXĐ suy ra $m < -1$ là giá trị cần tìm.

e) $x = \frac{3}{m+1} \in \mathbf{Z} \Leftrightarrow m+1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$

$m+1$	-3	-1	1	3
m	-4	-2	0	2
Thử lại vào y	3	5	-1	1
	(tm)	(tm)	(tm)	(tm)

Kết hợp với đkxđ suy ra $m \in \{-4; -2; 0; 2\}$ là những giá trị cần tìm.

Ví dụ 3 [TH]: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = m + 3 \\ 2x - 3y = m \end{cases} \quad (I)$ (m là tham số).

a) Giải hệ phương trình (I) khi $m = 1$.

b) Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x + y = -3$.

Lời giải

Với $m = 1$, hệ phương trình (I) có dạng:

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Nhân hai vế của phương trình trên với 2 ta được $\begin{cases} 2x + 4y = 8 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$. Trừ hai vế tương ứng của hệ vừa tìm được ta được $y = 1$

Thay $y = 1$ vào phương trình $x + 2y = 4$, ta tìm được $x = 2$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (2; 1)$.

b)

$$\begin{cases} x + 2y = m + 3 \\ 2x - 3y = m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y = 2m + 6 \\ 2x - 3y = m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = m + 3 \\ 7y = m + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5m + 9}{7} \\ y = \frac{m + 6}{7} \end{cases}$$

$$(x; y) = \left(\frac{5m + 9}{7}; \frac{m + 6}{7} \right)$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất

Lại có $x + y = -3$ hay

$$\frac{5m + 9}{7} + \frac{m + 6}{7} = -3$$

$$5m + 9 + m + 6 = -21$$

$$m = -6$$

Vậy với $m = -6$ thì hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x + y = -3$.

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 4x + my = 2m + 18 \end{cases}$$

Ví dụ 4 [VD]: Cho hệ phương trình: với m là tham số.

1. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất (x, y) và tìm nghiệm duy nhất đó.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

2. Với $(x; y)$ là nghiệm duy nhất ở trên, hãy tìm m để:

a) $2x - 3y > 0$

b) Cả x và y là các số nguyên.

c) Biểu thức $S = x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

d) Biểu thức $T = xy$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

1. Từ phương trình trên của hệ ta có $y = 8 - 2x$ thay vào phương trình dưới của hệ ta được

$$4x + m(8 - 2x) = 2m + 18 \quad (4 - 2m)x = 18 - 6m$$

hay (*)

Hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ khi phương trình (*) có nghiệm duy nhất $4 - 2m \neq 0$ hay $m \neq 2$.

Khi đó $x = \frac{18 - 6m}{4 - 2m} = \frac{3m - 9}{m - 2}; y = 8 - 2x = 8 - 2 \cdot \frac{3m - 9}{m - 2} = \frac{2m + 2}{m - 2}$

$$(x; y) = \left(\frac{3m - 9}{m - 2}; \frac{2m + 2}{m - 2} \right)$$

Vậy $m \neq 2$ thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất là

2. a) Ta có $2x - 3y > 0$ hay

$$\frac{6m - 18}{m - 2} - \frac{6m + 6}{m - 2} > 0$$

$$\frac{-24}{m - 2} > 0$$

$$m - 2 < 0 \text{ (do } -24 < 0)$$

$$m < 2 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy $m < 2$ thì $2x - 3y > 0$.

b) Có
$$\begin{cases} x = \frac{3m - 9}{m - 2} = \frac{3m - 6 - 3}{m - 2} = 3 - \frac{3}{m - 2} \\ y = \frac{2m + 2}{m - 2} = \frac{2m - 4 + 6}{m - 2} = 2 + \frac{6}{m - 2} \end{cases}$$

Do đó cả x và y là các số nguyên khi

$$\begin{cases} 3 : m - 2 \\ 6 : m - 2 \end{cases}$$

$$m - 2 \in UC(3; 6) = \{\pm 1; \pm 3\}$$

$$m \in \{3; 1; 5; -1\} \text{ (thỏa mãn } m \neq 2)$$

Vậy $m \in \{3; 1; 5; -1\}$ thì cả x và y là các số nguyên.

c)
$$S = x^2 + y^2 = \left(3 - \frac{3}{m - 2} \right)^2 + \left(2 + \frac{6}{m - 2} \right)^2$$

c)

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.-----

Đặt $a = \frac{3}{m-2}$, thì $S = (3-a)^2 + (2+2a)^2 = 5a^2 + 2a + 13$
$$= 5\left(a^2 + \frac{2}{5}a + \frac{13}{5}\right) = 5\left(a + \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{64}{5} \geq \frac{64}{5}$$

Vậy $MinS = \frac{64}{5}$ khi $a = -\frac{1}{5}$ hay $m = -13$ (thỏa mãn $m \neq 2$).

d) Có $T = xy = \left(3 - \frac{3}{m-2}\right)\left(2 + \frac{6}{m-2}\right)$

Đặt $a = \frac{3}{m-2}$, ta được $T = (3-a)(2+2a) = -2a^2 + 4a + 6 = -2(a-1)^2 + 8 \leq 8$

Vậy $MaxT=8$ khi $a=1$ hay $m=5$ (thỏa mãn $m \neq 2$).

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Không giải hệ phương trình, hãy cho biết số nghiệm của các hệ sau:

$$\begin{cases} x\sqrt{8} + y = \sqrt{21} \\ x3 - y\sqrt{2} = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x - \sqrt{3}y = \sqrt{2} \\ -\sqrt{3}x + 3y = -\sqrt{6} \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - \frac{5}{2}y = \sqrt{2} \\ -4x + 5y = 9 \end{cases}$$

Lời giải

Hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{8} + y = \sqrt{21} \\ x3 - y\sqrt{2} = 2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất vì $\frac{\sqrt{8}}{3} \neq \frac{-1}{\sqrt{2}}$

Hệ phương trình $\begin{cases} x - \sqrt{3}y = \sqrt{2} \\ -\sqrt{3}x + 3y = -\sqrt{6} \end{cases}$ có vô số nghiệm vì $\frac{1}{-\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{6}}$

Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - \frac{5}{2}y = \sqrt{2} \\ -4x + 5y = 9 \end{cases}$ vô nghiệm vì $\frac{2}{-4} = \frac{-5}{5} \neq \frac{\sqrt{2}}{9}$

Bài 2. [TH] Tìm a, b biết hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + by = a \\ bx + ay = 5 \end{cases}$ có nghiệm $x=1; y=3$.

Lời giải

Thay $x=1; y=3$ vào hệ ta có:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} 2.1 + b.3 = a \\ b.1 + a.3 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - 3b = 2 \\ 3a + b = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a - 9b = 6 \\ 3a + b = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10b = -1 \\ 3a + b = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{-1}{10} \\ a = \frac{17}{10} \end{cases}$$

Vậy $a = \frac{-1}{10}$; $y = \frac{17}{10}$ thì hệ phương trình có nghiệm $x = 1$; $y = 3$.

Bài 3. [VD] Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + ay = -4 \\ ax - 3y = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với $a = 1$

b) Tìm a để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Lời giải

a) Với $a = 1$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = -4 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 3y = -12 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = -7 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x = -1 \\ -1 - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy với $a = 1$, hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: $(x; y) = (-1; -2)$.

b) Ta xét 2 trường hợp:

+ Nếu $a = 0$, hệ có dạng: $\begin{cases} 2x = -4 \\ -3y = 5 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = -2 \\ y = -\frac{5}{3} \end{cases}$. Vậy hệ có nghiệm duy nhất

+ Nếu $a \neq 0$, hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi: $\frac{2}{a} \neq \frac{a}{-3}$ hay $a^2 \neq -6$ (luôn đúng, vì $a^2 \geq 0$ với mọi a)

Do đó, với $a \neq 0$, hệ luôn có nghiệm duy nhất.

Tóm lại hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất với mọi a .

Bài 4. [VD] Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} (a+1)x - y = a+1 & (1) \\ x + (a-1)y = 2 & (2) \end{cases} \quad (a \text{ là tham số})$$

a) Giải hệ phương trình khi $a = 2$.

b) Giải và biện luận hệ phương trình.

c) Tìm các số nguyên a để hệ phương trình có nghiệm nguyên

d) Tìm a để nghiệm của hệ phương trình thỏa mãn $x + y$ đạt GTNN.

Lời giải

Khi $a = 2$ hệ phương trình có dạng:

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 5 \\ y = 2 - x \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$(x; y) = \left(\frac{5}{4}; \frac{3}{4} \right)$$

Vậy với $a = 2$ hệ phương trình có nghiệm

b) Giải và biện luận:

Từ PT ⁽¹⁾ ta có: $y = (a+1)x - (a-1)$ ⁽³⁾ thế vào PT ⁽²⁾ ta được:

$$x + (a+1)[(a+1)x - (a-1)] = 2$$

$$x + (a^2 - 1)x - (a^2 - 1) = 2$$

$$a^2 x = a^2 + 1 \quad (4)$$

TH1: $a \neq 0$, phương trình ⁽⁴⁾ có nghiệm duy nhất $x = \frac{a^2 + 1}{a^2}$. Thay vào ⁽³⁾ ta có:

$$y = (a+1)\frac{a^2 + 1}{a^2} - (a-1) = \frac{(a+1)(a^2 + 1) - a^2(a-1)}{a^2} = \frac{a^3 + a + a^2 + 1 - a^3 + a^2}{a^2} = \frac{a+1}{a^2}$$

$$(x; y) = \left(\frac{a^2 + 1}{a^2}; \frac{a+1}{a^2} \right)$$

Suy ra hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

TH2: Nếu $a = 0$, phương trình ⁽⁴⁾ vô nghiệm. Suy ra hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

KL:

Với $a = 0$ hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

$$(x; y) = \left(\frac{a^2 + 1}{a^2}; \frac{a+1}{a^2} \right)$$

Với $a \neq 0$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} \frac{a^2 + 1}{a^2} \in \mathbb{Z} \\ \frac{a+1}{a^2} \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (a \in \mathbb{Z})$$

c) Hệ phương trình có nghiệm nguyên:

Điều kiện cần:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$x = \frac{a^2 + 1}{a^2} = 1 + \frac{1}{a^2} \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{1}{a^2} \in \mathbb{Z}$$

$$a^2 = 1$$

$$a = \pm 1$$

Điều kiện đủ:

$$a = -1 \Rightarrow y = 0 \in \mathbb{Z} \text{ (nhận)}$$

$$a = 1 \Rightarrow y = 2 \in \mathbb{Z} \text{ (nhận)}$$

Vậy $a = \pm 1$ hệ phương trình đã cho có nghiệm nguyên.

$$\text{Với } a \neq 0 \text{ hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất } (x; y) = \left(\frac{a^2 + 1}{a^2}; \frac{a + 1}{a^2} \right)$$

d) Ta có
$$x + y = \frac{a^2 + 1}{a^2} + \frac{a + 1}{a^2} = \frac{a^2 + a + 2}{a^2} = 1 + \frac{1}{a} + \frac{2}{a^2}.$$

Đặt $t = \frac{1}{a}$ ta được:

$$x + y = 2t^2 + t + 1 = 2 \left(t^2 + \frac{1}{2}t + \frac{1}{2} \right) = 2 \left[\left(t + \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{7}{16} \right] = 2 \left(t + \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{7}{8} \geq \frac{7}{8}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $t = -\frac{1}{4}$, khi đó $a = -4$

Vậy $a = -4$ thì hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn $x + y$ đạt GTNN bằng $\frac{7}{8}$

Bài 5. [VD] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx - 2y = 2m - 1 \\ 2x - my = 9 - 3m \end{cases}$$
 với m là tham số.

1. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ và tìm nghiệm duy nhất đó.

2. Với $(x; y)$ là nghiệm duy nhất ở trên:

a) Tìm một hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m .

b) Tìm m nguyên để cả x và y là các số nguyên.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

c) Tìm m để biểu thức $S = x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

d) Tìm m để biểu thức $T = xy$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

1. Từ $mx - 2y = 2m - 1$ nên $y = \frac{mx - 2m + 1}{2}$, thay vào $2x - my = 9 - 3m$ ta được

$$2x - m \cdot \frac{mx - 2m + 1}{2} = 9 - 3m$$

$$(4 - m^2)x = 18 - 5m - 2m^2 \quad (*)$$

Hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ khi phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất

$$4 - m^2 \neq 0$$

$$m \neq \pm 2$$

$$x = \frac{18 - 5m - 2m^2}{4 - m^2} = \frac{2m^2 + 5m - 18}{m^2 - 4} = \frac{(m - 2)(2m + 9)}{(m - 2)(m + 2)} = \frac{2m + 9}{m + 2}$$

Khi đó

$$y = \frac{1}{2} \left(m \cdot \frac{2m + 9}{m + 2} - 2m + 1 \right) = \frac{3m + 1}{m + 2}$$

$$(x; y) = \left(\frac{2m + 9}{m + 2}; \frac{3m + 1}{m + 2} \right)$$

Vậy $m \neq \pm 2$ thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất là

$$(x; y) = \left(\frac{2m + 4 + 95}{m + 2}; \frac{3m + 6 - 5}{m + 2} \right) = \left(2 + \frac{5}{m + 2}; 3 - \frac{5}{m + 2} \right)$$

2. a) Có

$$x + y = \left(2 + \frac{5}{m + 2} \right) + \left(3 - \frac{5}{m + 2} \right) = 5$$

Suy ra

không phụ thuộc m .

Vậy $x + y = 5$ là hệ thức cần tìm.

$$(x; y) = \left(2 + \frac{5}{m + 2}; 3 - \frac{5}{m + 2} \right)$$

b) Có

Do đó cả $x, y \in \mathbb{Z}$ hay $5 : m + 2$

$$m \in \{-1; -3; 3; -7\} \quad (\text{thỏa mãn } m \neq 2).$$

Vậy $m \in \{-1; -3; 3; -7\}$ thì x và y là các số nguyên.

$$S = x^2 + y^2 = \left(2 + \frac{5}{m + 2} \right)^2 + \left(3 - \frac{5}{m + 2} \right)^2$$

c) Có

$$\text{Đặt } a = \frac{5}{m + 2}, \text{ ta được } S = (2 + a)^2 + (3 - a)^2 = 2a^2 - 2a + 13$$

$$2S = 4a^2 - 4a + 26 = (2a - 1)^2 + 25 \geq 25 \Rightarrow S \geq \frac{25}{2}$$

Xét

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.-----

Vậy $MinS = \frac{25}{2}$ khi $a = \frac{1}{2}$ hay $m = 8$ (thỏa mãn $m \neq 2$).

d) Có $T = xy = \left(2 + \frac{5}{m+2}\right) \left(3 - \frac{5}{m+2}\right)$

Đặt $a = \frac{5}{m+2}$, ta được $T = (2+a)(3-a) = -a^2 + a + 6 = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \leq \frac{25}{4}$.

Vậy $MaxT = \frac{25}{4}$ khi $a = \frac{1}{2}$ hay $m = 8$ (thỏa mãn $m \neq 2$).

Bài 6. [VD] Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 5 & (1) \\ mx - y = 4 & (2) \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với $m = 2$.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) trong đó x, y trái dấu.

c) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x = |y|$.

Lời giải

a) Với $m = 2$ ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$
 giải hệ ta được
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy $m = 2$ hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -2)$

b) Từ phương trình (1) ta có $x = 2y + 5$. Thay $x = 2y + 5$ vào phương trình (2) ta được: $m(2y + 5) - y = 4$ hay $(2m - 1)y = 4 - 5m$ (3)

Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi (3) có nghiệm duy nhất. Điều này tương đương với:

$$2m - 1 \neq 0 \text{ hay } m \neq \frac{1}{2}.$$

Từ đó ta được: $y = \frac{4 - 5m}{2m - 1}$; $x = 5 + 2y = \frac{3}{2m - 1}$.

Ta có: $xy = \frac{3(4 - 5m)}{(2m - 1)^2}$. Do đó x, y trái dấu khi

$$xy < 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10-----
 $4 - 5m < 0$

$$m > \frac{4}{5} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

c) Ta có: $x = |y|$ hay $\frac{3}{2m-1} = \left| \frac{4-5m}{2m-1} \right| \quad (4)$

Từ (4) suy ra

$$2m - 1 > 0$$

$$m > \frac{1}{2}$$

Với điều kiện $m > \frac{1}{2}$ ta có:

$$|4 - 5m| = 3$$

$$\begin{cases} 4 - 5m = 3 \\ 4 - 5m = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = \frac{1}{5} (l) \\ m = \frac{7}{5} \end{cases}$$

Vậy $m = \frac{7}{5}$.

CHUYÊN ĐỀ: HỆ PHƯƠNG TRÌNH

DẠNG 4: HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI I

I-HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI I

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Cho các hệ phương trình sau hệ phương trình nào là hệ phương trình đối xứng loại 1

A. $\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2y + y^2x = 30 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x^3 = 2x + y \\ y^3 = 2y + x \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y = 5 \\ 2y = 8 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Câu 2. [NB] Để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases}$ có nghiệm thì điều kiện cần và đủ là:

A. $S^2 - P < 0$

B. $S^2 - P \geq 0$

C. $S^2 - 4P < 0$

D. $S^2 - 4P \geq 0$

Lời giải

Chọn D

Hệ phương trình đối xứng loại 1 với cách đặt $\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases}$ điều kiện $S^2 \geq 4P$ hay $S^2 - 4P \geq 0$

[NB] Hệ phương trình đối xứng $\begin{cases} x + y = b \\ x^2 + y^2 = d \end{cases}$ với $b, d \in \mathbb{R}$

Câu 3.

Có tối đa là mấy nghiệm

A. 1

B. 2

C. 3

D. 5

Lời giải

Chọn B

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x + y = b \\ x^2 + y^2 = d \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = b (1) \\ (x + y)^2 - 2xy = d (2) \end{cases}$$

Từ (1) suy ra $y = b - x$ thay vào (2)

$$(x + y)^2 - 2xy = d$$

$$(x + b - x)^2 - 2x(b - x) = d$$

$$2x^2 - 2bx + b^2 - d = 0$$

Phương trình này có tối đa là 2 nghiệm

Câu 4. [NB] Hệ phương trình $\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2y + y^2x = 30 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Lời giải:

$$\text{Có } \begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2y + y^2x = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + xy = 11 \\ xy(x + y) = 30 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases} (S^2 \geq 4P)$$

Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S + P = 11 \\ S.P = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 11 - P \\ (11 - P)P = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 11 - P \\ -P^2 + 11P - 30 = 0 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} S = 11 - P \\ P = 5 \\ P = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} S = 6 \\ P = 5 \end{cases} (tm) \\ \begin{cases} S = 5 \\ P = 6 \end{cases} (tm) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 6 \\ P = 5 \end{cases}$$

Với

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 - y \\ (6 - y)y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 - y \\ -y^2 + 6y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 5 \\ P = 6 \end{cases}$$

Với

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ (5 - y)y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ -y^2 + 5y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x, y) \in \{(1; 5); (5; 1); (2; 3); (3; 2)\}$

Câu 5. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$ có nghiệm là (x, y) . Khi đó xy bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y)^2 - 2xy = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases} (S^2 \geq 4P)$$

Đặt

Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} S^2 - 2P = 4 \\ S = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^2 - P = 4 \\ S = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 2 \\ P = 0 \end{cases}$$

$P = 0$ hay $xy = 0$

Câu 6. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$ có nghiệm là $(x; y)$ với $x > y$. Khi đó số nghiệm của hệ phương trình là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y)^2 - 2xy = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases} (S^2 \geq 4P)$$

Đặt

Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} S^2 - 2P = 4 \\ S = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^2 - P = 4 \\ S = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 2 \\ P = 0 \end{cases}$$

$$P = 0 \text{ hay } xy = 0$$

$$\text{Với } \begin{cases} S = 2 \\ P = 0 \end{cases} \text{ ta có } \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 0 \end{cases}$$

x, y là nghiệm của phương trình bậc hai

$$X^2 - 2X = 0$$

$$X(X - 2) = 0$$

$$\begin{cases} X = 0 \\ X = 2 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Hệ phương trình có nghiệm $(x, y) \in (0; 2)$ $(x, y) = (2; 0)$;

Vì $x > y$ nên nghiệm của hệ phương trình trên có nghiệm là $(x, y) = (2; 0)$

Câu 7. [TH] Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm:
$$\begin{cases} 2x + yx + 2y = -3 \\ x^2 + y^2 + xy = 3 \end{cases}$$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 2x + yx + 2y = -3 \\ x^2 + y^2 + xy = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x + y) + xy = -3 \\ (x + y)^2 - xy = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases} (S^2 \geq 4P)$$

Đặt

Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} 2S + P = -3(1) \\ S^2 - P = 3(2) \end{cases}$$

Lấy từng vế của phương trình ⁽¹⁾ cộng với phương trình ⁽²⁾ ta được

$$S^2 + 2S = 0$$

$$S(S + 2) = 0$$

$$\begin{cases} S = 0 \\ S = -2 \end{cases}$$

Thay $S = 0$ vào ⁽¹⁾ ta được $2.0 + P = -3$

$$P = -3 \text{ (tm)}$$

Thay $S = -2$ vào ⁽¹⁾ ta được $2.(-2) + P = -3$

$$P = 1 \text{ (tm)}$$

- Với $\begin{cases} S = 0 \\ P = -3 \end{cases}$ thì x, y là nghiệm của phương trình bậc 2

$$X^2 - 3 = 0$$

$$(X - \sqrt{3})(X + \sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} X - \sqrt{3} = 0 \\ X + \sqrt{3} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = \sqrt{3} \\ X = -\sqrt{3} \end{cases}$$

- Với $\begin{cases} S = -2 \\ P = 1 \end{cases}$ thì x, y là nghiệm của phương trình bậc 2

$$X^2 + 2X + 1 = 0$$

$$(X + 1)^2 = 0$$

$$X + 1 = 0$$

$$X = -1$$

Vậy hệ phương trình có 3 nghiệm $(x, y) \in \{(1; 1), (\sqrt{3}, -\sqrt{3}), (-\sqrt{3}, \sqrt{3})\}$

Câu 8. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + yx + 2y = -3 \\ x^2 + y^2 + xy = 3 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x < y$. Tính $101x + 100y$

A. 0.

B. $\sqrt{3}$.

C. $-\sqrt{3}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Hệ phương trình câu 7

Hệ phương trình có 3 nghiệm $(x, y) \in \{(1; 1), (\sqrt{3}, -\sqrt{3}), (-\sqrt{3}, \sqrt{3})\}$

Vì $x < y$ nên $(x, y) = (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Ta có $101(-\sqrt{3}) + 100\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

Câu 9. [VD] Hãy chỉ ra các cặp nghiệm đúng của hệ phương trình $\begin{cases} (x - 1)(y - 1) = 18 \\ x^2 + y^2 = 65 \end{cases}$

A. $(4;7)$ và $(7;4)$. B. $(-1;-8)$ và $(-8;-1)$ C. $(1,2)$ và $(2;1)$. D. cả A và B

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} (x-1)(y-1)=18 \\ x^2+y^2=65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)(y-1)=18 \\ x^2+y^2=65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy-(x+y)=17 \\ (x+y)^2-2xy=65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S=x+y \\ P=xy \end{cases} (S^2 \geq 4P)$$

Đặt

Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} P-S=17(1) \\ S^2-2P=65(2) \end{cases}$$

Từ (1) ta có: $P=17+S$ thay vào (2)

$$S^2-2(17+S)=65$$

$$S^2-2S-99=0$$

$$\begin{cases} S=-9 \\ S=11 \end{cases}$$

Thay $S=-9$ vào $P=17+S$ ta được $P=17-9=8$ (tm)

Thay $S=11$ vào $P=17+S$ ta được $P=17+11=28$ (tm)

• Với $\begin{cases} S=-9 \\ P=8 \end{cases}$ thì x, y là nghiệm của phương trình bậc 2

$$X^2+9X+8=0$$

$$\begin{cases} X=-1 \\ X=-8 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

- Với $\begin{cases} S = 11 \\ P = 28 \end{cases}$ thì x, y là nghiệm của phương trình bậc 2
- $$X^2 - 11X + 28 = 0$$

$$\begin{cases} X = 4 \\ X = 7 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm $(x, y) \in \{(-1; -8), (-8; -1), (4; 7), (7; 4)\}$

Câu 10. [VD] Hệ phương trình sau : $\begin{cases} x + y + yx = 11 \\ x^2 + y^2 + 3(x + y) = 28 \end{cases}$ đâu không phải nghiệm đúng của hệ

- A.** $(1; 6)$ và $(6; 1)$. **B.** $(2; 3)$ và $(3; 2)$. **C.** $(-3; -7)$. **D.** $(-7; -3)$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x + y + yx = 11 \\ x^2 + y^2 + 3(x + y) = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y) + yx = 11 \\ (x + y)^2 - 2xy + 3(x + y) = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases} (S^2 \geq 4P)$$

Đặt

Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} S + P = 11(1) \\ S^2 - 2P + 3S = 28(2) \end{cases}$$

Từ (1) ta có: $P = 11 - S$ thay vào (2)

$$S^2 - 2(11 - S) + 3S = 28$$

$$S^2 + 5S - 22 = 28$$

$$S^2 + 5S - 50 = 0$$

$$\begin{cases} S = -10 \\ S = 5 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Thay $S = -10$ vào $P = 11 - S$ ta được $P = 11 - (-10) = 21$ (t/m)

Thay $S = 5$ vào $P = 11 - S$ ta được $P = 11 - 5 = 6$ (t/m)

- Với $\begin{cases} S = -10 \\ P = 21 \end{cases}$ thì x, y là nghiệm của phương trình bậc 2

$$X^2 + 10X + 21 = 0$$

$$\begin{cases} X = -3 \\ X = -7 \end{cases}$$

- Với $\begin{cases} S = 5 \\ P = 6 \end{cases}$ thì x, y là nghiệm của phương trình bậc 2

$$X^2 - 5X + 6 = 0$$

$$\begin{cases} X = 2 \\ X = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm $(x, y) \in \{(-3; -7), (-7; -3), (2; 3), (3; 2)\}$

Câu 11. [VD] Biết cặp số (x, y) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = -m^2 + 6 \end{cases}$. Tìm giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm

A. $m \in [1; 2]$ **B.** $m \in [-2; 2]$

C. $m < -2$ hoặc $m > 2$ **D.** $m \in (-3; 0)$

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = -m^2 + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = m \\ (x + y)^2 - 2xy = -m^2 + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases}$$

Đặt

Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} S = m(1) \\ S^2 - 2P = -m^2 + 6(2) \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Thay $S = m^2$ vào (2)

$$m^2 - 2P = -m^2 + 6$$

$$P = m^2 - 3$$

Để hệ phương trình trên có nghiệm thì

$$S^2 \geq 4P$$

$$m^2 \geq 4(m^2 - 3)$$

$$3m^2 \leq 12$$

$$m^2 \leq 4$$

$$-2 \leq m \leq 2$$

Câu 12. [VDC] Biết cặp số $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = -m^2 + 6 \end{cases}$. Tìm giá trị của m để $A = xy + 2(x + y)$ đạt giá trị nhỏ nhất

A. $m = -1$

B. $m = -2$

C. $m = 1$

D. $m = 0$

Lời giải

Chọn A

Theo câu 11

Điều kiện để hệ phương trình có nghiệm là $m \in [-2; 2]$.

Khi đó thay $\begin{cases} x + y = m \\ xy = m^2 - 3 \end{cases}$ vào A ta được

$$A = m^2 - 3 + 2m = (m + 1)^2 - 4 \geq -4$$

Dấu “=” xảy ra khi $m + 1 = 0$ hay $m = -1$ (tm)

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là -4 khi $m = -1$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = -m^2 + 6 \end{cases}$ có các khẳng định sau

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

- a) Hệ phương trình luôn có nghiệm
- b) Hệ phương trình có nghiệm khi $m \in [-2; 2]$
- c) Hệ phương trình có nghiệm khi $m = 0$
- d) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

- Theo câu 11 thì hệ phương trình có nghiệm khi $m \in [-2; 2]$ nên có đáp án câu a là sai, b đúng, c đúng, d sai

Câu 2. Cho hệ sau
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ x^2 + y^2 + (x + y) = 8 \end{cases}$$

- a) Hệ phương trình có 4 nghiệm
- b) Cặp số $(1; 2)$ và $(2; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình
- c) Cặp số $(-3; -1)$ là một nghiệm của hệ phương trình
- d) Cả a) và b) đều đúng

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ x^2 + y^2 + (x + y) = 8 \end{cases}$$
$$\begin{cases} (x + y)^2 - xy = 7 \\ (x + y)^2 - 2xy + (x + y) = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases} \quad (S^2 \geq 4P)$$

Đặt

Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} S^2 - P = 7(1) \\ S^2 - 2P + S = 8(2) \end{cases}$$

Từ (1) ta có: $P = S^2 - 7$ thay vào (2)

$$S^2 - 2(S^2 - 7) + S = 8$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$S^2 - S - 6 = 0$$

$$\begin{cases} S = -2 \\ S = 3 \end{cases}$$

Thay $S = -2$ vào $P = S^2 - 7$ ta được $P = (-2)^2 - 7 = -3$ (tm)

Thay $S = 3$ vào $P = S^2 - 7$ ta được $P = 3^2 - 7 = 2$ (tm)

• Với $\begin{cases} S = -2 \\ P = -3 \end{cases}$ thì x, y là nghiệm của phương trình bậc 2
 $X^2 - 2X - 3 = 0$

$$\begin{cases} X = 1 \\ X = -3 \end{cases}$$

• Với $\begin{cases} S = 3 \\ P = 2 \end{cases}$ thì x, y là nghiệm của phương trình bậc 2
 $X^2 - 3X + 2 = 0$

$$\begin{cases} X = 1 \\ X = 2 \end{cases}$$

$$(x, y) \in \{(1; 2), (-3; 1), (2; 1), (1; -3)\}$$

Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm

Câu 3. Cho hệ sau hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x + y + 2xy = 2 \end{cases}$$

- a) Hệ phương trình có 2 nghiệm
- b) Hệ phương trình có vô số nghiệm
- c) Cặp số $(-1; -2)$ là một nghiệm của hệ phương trình
- d) Cả a) và b) đều đúng

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) S

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x + y + 2xy = 2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 8 \\ (x + y) + 2xy = 2 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} (x+y)[(x+y)^2 - 3xy] = 8 \\ (x+y) + 2xy = 2 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases} (S^2 \geq 4P)$

Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S^3 - 3SP = 8(1) \\ S + 2P = 2(2) \end{cases}$$

Từ (2) ta suy ra $P = \frac{2-S}{2}$ thay vào (1)

$$S^3 - 3S\left(\frac{2-S}{2}\right) = 8$$

$$2S^3 + 3S^2 - 6S - 16 = 0$$

$$(S-2)(2S^2 + 7S + 8) = 0$$

$$S = 2$$

(Vì $2S^2 + 7S + 8 = 0$ vô nghiệm)

Thay $S = 2$ vào $P = \frac{2-S}{2}$ ta được $P = 0$ (tm)

• Với $\begin{cases} S = 2 \\ P = 0 \end{cases}$ thì x, y là nghiệm của phương trình bậc 2

$$X^2 - 2X = 0$$

$$\begin{cases} X = 0 \\ X = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(x, y) \in \{(0; 2), (2; 0)\}$

Câu 4. Cho hệ sau hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ x^2y + xy^2 = 30 \end{cases}$

- a) Hệ phương trình có 2 nghiệm
- b) Hệ phương trình có 4 nghiệm
- c) Cặp số $(2; 3)$ là một nghiệm của hệ phương trình
- d) Cả b) và c) đều đúng

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ x^2y + xy^2 = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 35 \\ xy(x+y) = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)[(x+y)^2 - 3xy] = 35 \\ xy(x+y) = 30 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases} (S^2 \geq 4P)$

Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S^3 - 3SP = 35(1) \\ SP = 30(2) \end{cases}$$

Từ (2) ta suy ra $P = \frac{30}{S}$ thay vào (1)

$$S^3 - 3S\left(\frac{30}{S}\right) = 35$$

$$S^3 = 125$$

$$S = 5$$

Thay $S = 5$ vào $P = \frac{30}{S}$ ta được $P = \frac{30}{5} = 6$ (tm)

• Với $\begin{cases} S = 5 \\ P = 6 \end{cases}$ thì x, y là nghiệm của phương trình bậc 2

$$X^2 - 5X + 6 = 0$$

$$\begin{cases} X = 2 \\ X = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(x; y) = \{(2; 3); (3; 2)\}$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Câu 1. [NB] Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2m \\ x^2 + y^2 = 2m + 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình có nghiệm.

Lời giải

Đáp án: $m \geq -1$

$$\begin{cases} x + y = 2m \\ x^2 + y^2 = 2m + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 2m \\ (x + y)^2 - 2xy = 2m + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases}$$

Đặt

Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S = 2m(1) \\ S^2 - 2P = 2m + 2(2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 2m \\ P = m^2 - m - 1 \end{cases}$$

Để hệ phương trình có nghiệm thì cần

$$S^2 \geq 4P$$

$$4m^2 \geq 4(m^2 - m - 1)$$

$$m^2 \geq m^2 - m - 1$$

$$0 \geq -m - 1$$

$$m \geq -1$$

[NB] Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = m^2 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình có

Câu 2.
nghiệm.

Lời giải

Đáp án:
$$\begin{cases} m \geq \sqrt{8} \\ m \leq -\sqrt{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = m^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ (x + y)^2 - 2xy = m^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases}$$

Đặt

Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S = 4(1) \\ S^2 - 2P = m^2(2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 4 \\ P = \frac{16 - m^2}{2} \end{cases}$$

Để hệ phương trình có nghiệm thì cần

$$S^2 \geq 4P$$

$$4 \geq 4 \cdot \frac{16 - m^2}{2}$$

$$2 \geq 16 - m^2$$

$$m^2 \geq 8$$

$$\begin{cases} m \geq \sqrt{8} \\ m \leq -\sqrt{8} \end{cases}$$

Câu 3. [TH] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 2m \\ x^2 + y^2 = 2m + 2 \end{cases}$$
 với cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ. Với giá trị nào của m thì $P = x_0 y_0 - 3(x_0 + y_0)$ đạt giá trị nhỏ nhất

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Đáp án: $m = \frac{7}{2}$

Với $m \geq -1$ thì hệ phương trình có nghiệm (theo câu 1).

Thay $\begin{cases} x + y = 2m \\ xy = m^2 - m - 1 \end{cases}$ vào P ta được

$$P = m^2 - m - 1 - 3.2m$$

$$= m^2 - 7m - 1$$

$$= \left(m - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{54}{4} \geq -\frac{54}{4}$$

Dấu "=" xảy ra khi $m = \frac{7}{2}$

Câu 4. [TH] Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$ biết hệ có 2 nghiệm $(x; y)$ trong đó có 1 nghiệm là $(2; 4)$. Tính tổng $3x + 2y$ nếu $x > y$

Lời giải

Đáp án: 16

Vì hệ có 2 nghiệm $(x; y)$ trong đó có 1 nghiệm là $(2; 4)$ nên nghiệm còn lại là $(4; 2)$. Vì $x > y$ nên $x = 4; y = 2$. Vậy $3x + 2y = 3.4 + 2.2 = 16$

Câu 5. [VD] Cho hệ phương trình sau $\begin{cases} x^2 + y^2 = m \\ x + y = 4 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình vô nghiệm

Lời giải

Đáp án: $m < 2$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = m \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y)^2 - 2xy = m \\ x + y = 4 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases}$$

Đặt

Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S^2 - 2P = m(1) \\ S^2 = 4(2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S^2 = 4 \\ P = \frac{4 - m}{2} \end{cases}$$

Để hệ phương trình vô nghiệm thì cần

$$S^2 < 4P$$

$$4 < 4 \cdot \frac{4 - m}{2}$$

$$2 < 4 - m$$

$$m < 2$$

Câu 6. [VDC] Cho hệ phương trình sau $\begin{cases} x^2 + y^2 = m \\ x + y = 4 \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $T = x + xy + y$ đạt giá trị lớn nhất

Lời giải

Đáp án: $m = 2$

Với $m \geq 2$ thì hệ phương trình có nghiệm (Theo câu 5)

$$T = x + xy + y = (x + y) + xy$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ P = \frac{4 - m}{2} \end{cases}$$

Thay vào T ta được

$$T = 4 + \frac{4 - m}{2} = \frac{12 - m}{2}$$

$$\text{Vì } m \geq 2 \text{ nên } T \leq \frac{12 - 2}{2} = 5$$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 2$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Phương pháp giải:

Một hệ phương trình ẩn x, y được gọi là hệ phương trình đối xứng loại 1 nếu mỗi phương trình ta đổi vai trò của x, y cho nhau thì phương trình đó không đổi

Đặt $S = x + y$, $P = xy$ với điều kiện của S và P là $S^2 \geq 4P$

$$\begin{cases} x + y + 2xy = 2 \\ x^3 + y^3 = 8 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} x + y + 2xy = 2 \\ x^3 + y^3 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y) + 2xy = 2 \\ (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 8 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} S = x + y \\ P = x \cdot y \end{cases}$ điều kiện $S^2 \geq 4P$ hệ phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases} S + 2P = 2(1) \\ S^3 - 3SP = 8(2) \end{cases}$$

Từ (1) ta có $P = \frac{2 - S}{2}$ vào (2) ta được

$$S^3 - 3S \cdot \frac{2 - S}{2} = 8$$

$$2S^3 + 3S^2 - 6S - 16 = 0$$

$$(S - 2)(2S^2 + 7S + 8) = 0$$

$$S - 2 = 0 \quad (\text{Vì } 2S^2 + 7S + 8 > 0 \text{ mọi } S \in \mathbb{R})$$

$$S = 2$$

Thay $S = 2$ vào $P = \frac{2 - S}{2}$ ta được $P = 0$

Suy ra x, y là hai nghiệm của phương trình: $X^2 - 2X = 0$

$$\begin{cases} X = 0 \\ X = 2 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) \in \{(0; 2); (2; 0)\}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ (x + y)^2 - 2xy = 10 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} S = x + y \\ P = x \cdot y \end{cases}$ điều kiện $S^2 \geq 4P$ hệ phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases} S = 4 \quad (1) \\ S^2 - 2P = 10 \quad (2) \end{cases}$$

Thay $S = 4$ vào (2) ta có: $4^2 - 2P = 10 \Rightarrow P = 3$

Suy ra x, y là hai nghiệm của phương trình: $X^2 - 4X + 3 = 0$

$$\begin{cases} X = 1 \\ X = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(x; y) = \{(1; 3), (3; 1)\}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 19 \\ (x + y)(8 + xy) = 2 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 19 \\ (x + y)(8 + xy) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 19 \\ (x + y)(8 + xy) = 2 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} S = x + y \\ P = x \cdot y \end{cases}$ điều kiện $S^2 \geq 4P$ hệ phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases} S^3 - 3SP = 19 \\ S(8 + P) = 2 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} SP = 2 - 8S \quad (1) \\ S^3 - 3SP = 19 \quad (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2) ta được

$$S^3 - 3(2 - 8S) = 19$$

$$S^3 + 24S - 25 = 0$$

$$(S - 1)(S^2 + S + 25) = 0$$

$$S = 1$$

Thay $S = 1$ vào (1) ta được $P = -6$

Suy ra x, y là hai nghiệm của phương trình: $X^2 - X - 6 = 0$

$$\begin{cases} X = -2 \\ X = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(x; y) = \{(-2; 3), (3; -2)\}$

Ví dụ 4 [VD]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện:
$$\begin{cases} xy \geq 0 \\ x, y \geq -1 \end{cases}$$

Đặt
$$\begin{cases} S = x + y \\ P = x \cdot y \end{cases}$$
 điều kiện $S^2 \geq 4P$ hệ phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases} S - \sqrt{P} = 3 \\ S + 2 + 2\sqrt{S + P + 1} = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S \geq 3; P = (S - 3)^2 \\ 2\sqrt{S + (S - 3)^2 + 1} = 14 - S \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \leq S \leq 14; P = (S - 3)^2 \\ 4(S^2 - 5S + 10) = 196 - 28S + S^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \leq S \leq 14; P = (S - 3)^2 \\ 3S^2 + 8S - 156 = 0 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} S = 6 \\ P = 9 \Rightarrow x = y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y) = (3; 3)$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + xy = -1 \\ x^2 + y^2 - xy = 7 \end{cases}$$

Hướng dẫn

$$\begin{cases} x + y + xy = -1 \\ x^2 + y^2 - xy = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y) + xy = -1 \\ (x + y)^2 - 3xy = 7 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases} \quad (S^2 \geq 4P)$ ta được $\begin{cases} S + P = -1 \\ S^2 - 3P = 7 \end{cases}$

$$\begin{cases} S = 1, P = -2 \\ S = -4, P = 3 \end{cases}$$

TH 1. $\begin{cases} S = 1 \\ P = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -2 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = -1, y = 2 \\ x = 2, y = -1 \end{cases}$$

TH 2. $\begin{cases} S = -4 \\ P = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = -4 \\ xy = 3 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = -1, y = -3 \\ x = -3, y = -1 \end{cases}$$

$$(x; y) \in \{(-1; 2); (2; -1); (-1; -3); (-3; -1)\}$$

Vậy tập nghiệm của hệ là

Bài 2. [TH] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 17 \\ x + xy + y = 5 \end{cases}$$

Hướng dẫn

$$\begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 17 \\ x + xy + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y)^3 + x^3y^3 - 3xy(x + y) = 17 \\ (x + y) + xy = 5 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Đặt $x + y = S$; $xy = P$ $S^2 \geq 4P$. Hệ đã cho trở thành:

$$\begin{cases} S^3 + P^3 - 3SP = 17 \\ S + P = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 5 - P \\ P^2 - 5P + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 5 - P \\ (P - 2)(P - 3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \text{ (loại)}$$

• Với $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ đã cho là: $(x, y) \in \{(1; 2); (2; 1)\}$

Bài 3. [VD] Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 17 \\ x + xy + y = 5 \end{cases}$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{2xy} = 8\sqrt{2} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases}$$

Hướng dẫn

Đặt $\sqrt{x} = a, \sqrt{y} = b$ điều kiện $a, b \geq 0$.

$$\text{Hệ phương trình trở thành: } \begin{cases} \sqrt{a^4 + b^4} + \sqrt{2ab} = 8\sqrt{2} \\ a + b = 4 \end{cases}$$

. Ta viết lại hệ phương trình thành:

$$\begin{cases} \sqrt{(a+b)^4 - 4ab(a+b)^2 + 2a^2b^2} + \sqrt{2ab} = 8\sqrt{2} \\ a + b = 4 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} S = a + b \\ P = ab \end{cases}$ điều kiện $\begin{cases} S^2 \geq 4P \\ S, P \geq 0 \end{cases}$ thì hệ đã cho trở thành.

$$\begin{cases} \sqrt{256 - 64P - 6P^2} + \sqrt{2P} = 8\sqrt{2} \\ S = 4 \end{cases}$$

$$S = P = 4$$

$$a = b = 2$$

$$x = y = 4$$

Vậy hệ có một cặp nghiệm duy nhất $(x, y) = (4; 4)$

Bài 4 [VD] Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+y) = 3(\sqrt[3]{x^2y} + \sqrt[3]{xy^2}) \\ \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 6 \end{cases}$$

Hướng dẫn

Đặt $a = \sqrt[3]{x}, b = \sqrt[3]{y}$ hệ đã cho trở thành:
$$\begin{cases} 2(a^3 + b^3) = 3(a^2b + b^2a) \\ a + b = 6 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} S = a + b \\ P = ab \end{cases}$ điều kiện $S^2 \geq 4P$ thì hệ đã cho trở thành.

$$\begin{cases} 2(S^3 - 3SP) = 3SP \\ S = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(36 - 3P) = 3P \\ S = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 6 \\ P = 8 \end{cases}$$

Suy ra a, b là 2 nghiệm của phương trình:

$$X^2 - 6X + 8 = 0$$

$$X_1 = 2; X_2 = 4$$

$$\begin{cases} a = 2 \Rightarrow x = 8 \\ b = 4 \Rightarrow y = 64 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 4 \Rightarrow x = 64 \\ b = 2 \Rightarrow y = 8 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có hai cặp nghiệm $(x, y) \in \{(8; 64), (64; 8)\}$

II-Hệ phương trình đối xứng loại II

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho các hệ phương trình sau hệ phương trình nào là hệ phương trình đối xứng loại 2

A. $\begin{cases} x + y = 23 \\ x^2y + y^2x = 30 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x^3 = 2x + y \\ y^3 = 2y + x \end{cases}$ C. $\begin{cases} -2x + 4y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y = 5 \\ 2x = 8 \end{cases}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

A. $x = y$

B. $x = -y$

C. $x = -2y$

D. $y = 2x$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x^3 = -x - y & (1) \\ y^3 = -y - x & (2) \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được

$$x^3 - y^3 = -x - y - y + x$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

$$x - y = 0$$

$$x = y$$

* Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 = 2x + y \\ y^2 = 2y + x \end{cases}$ sử dụng cho câu 4; câu 5

[NB] Hãy chỉ ra cặp nghiệm khác 0 của hệ phương trình sau $\begin{cases} x^2 = 2x + y \\ y^2 = 2y + x \end{cases}$

Câu 4.

A. $(3; 3)$

B. $(2; 3)$

C. $(-3; 2)$

D. $(3; 4)$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x^2 = 2x + y & (1) \\ y^2 = 2y + x & (2) \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được

$$x^2 - y^2 = 2x - 2y + y - x$$

$$(x - y)(x + y) - 2(x - y) + (x - y) = 0$$

$$(x - y)(x + y - 2 + 1) = 0$$

$$(x - y)(x + y - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

- Với $x = y$ thay vào ⁽¹⁾ ta được

$$x^2 = 2x + x$$

$$x^2 = 3x$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 3 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

- Với $x + y - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 - y$ thay vào ⁽²⁾ ta được

$$y^2 = 2y + 1 - y$$

$$y^2 - y + 1 = 0$$

Phương trình vô nghiệm

$$(x; y) \in \{(0; 0), (3; 3)\}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm

Câu 5. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 = 2x + y \\ y^2 = 2y + x \end{cases}$ có nghiệm là $(x; y)$ khác 0. Khi đó xy bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** - 6. **D.** - 9.

Lời giải

Chọn B

Hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (3; 3) \neq 0$ nên $xy = 9$

- Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$ sử dụng cho câu 6, câu 7; câu 8

Câu 6. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x^2 + y = 6(1) \\ y^2 + x = 6(2) \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$x^2 - y^2 + y - x = 0$$

$$(x - y)(x + y) - (x - y) = 0$$

$$(x - y)(x + y - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

- Với $x = y$ thay vào ⁽¹⁾ ta được

$$x^2 + x = 6$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = -3 \Rightarrow y = -3 \\ x = 2 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

- Với $x + y - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 - y$ thay vào ⁽²⁾ ta được

$$y^2 + (1 - y) = 6$$

$$y^2 - y - 5 = 0$$

$$\begin{cases} y = \frac{1 + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = \frac{1 - \sqrt{21}}{2} \\ y = \frac{1 - \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm

$$(x, y) \in \left\{ (2; 2); (-3; -3); \left(\frac{1 - \sqrt{21}}{2}; \frac{1 + \sqrt{21}}{2} \right); \left(\frac{1 + \sqrt{21}}{2}; \frac{1 - \sqrt{21}}{2} \right) \right\}$$

Câu 7. [TH] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm nguyên $(x, y) \in \{(2; 2), (-3; -3)\}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Câu 8. [TH] Hệ phương trình sau $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x = y < 0$. Tính $100x + 100y$

- A.** 0. **B.** 400. **C.** 40. **D.** - 600.

Lời giải

Chọn D

Nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x = y < 0$ là $(-3; -3)$

$$100(-3) + 100(-3) = -600$$

- Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 y + 2 = y^2 \\ xy^2 + 2 = x^2 \end{cases}$ dùng cho câu 9, câu 10.

Câu 9. [VD] Hãy chỉ ra các cặp nghiệm đúng của hệ phương trình $\begin{cases} x^2 = 3x + 2y \\ y^2 = 3y + 2x \end{cases}$

A. $(0; 0)$ và $(-3; 3)$. **B.** $(5; 5)$ và $(2; -1)$ **C.** $(1; 2)$ và $(2; 1)$. **D.** cả A và D

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} x^2 = 3x + 2y & (1) \\ y^2 = 3y + 2x & (2) \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được

$$x^2 - y^2 = 3x - 3y + 2y - 2x$$

$$(x - y)(x + y) = x - y$$

$$(x - y)(x + y - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

- Với $x = y$ thay vào ⁽¹⁾ ta được
$$\begin{aligned} x^2 &= 3x + 2x \\ x^2 - 5x &= 0 \\ x(x - 5) &= 0 \end{aligned}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow y=0 \\ x=5 \Rightarrow y=5 \end{cases}$$

- Với $x+y-1=0 \Rightarrow x=1-y$ thay vào (2) ta được

$$y^2=3y+2(1-y)$$

$$y^2=y+2$$

$$y^2-y-2=0$$

$$\begin{cases} y=-1 \Rightarrow x=2 \\ y=2 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm

$$(x; y) \in \{(0; 0); (5; 5); (2; -1); (-1; 2)\}$$

Câu 10. [VD] Hệ phương trình sau : $\begin{cases} x^2=3x+2y \\ y^2=3y+2x \end{cases}$. Hãy tính $T=2x-3y$ với $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình thỏa mãn $x < 0 < y$

A. - 8 .

B. 10

C. 5 .

D. 12

Lời giải

Chọn A

Hệ phương trình có nghiệm

$$(x; y) \in \{(0; 0); (5; 5); (2; -1); (-1; 2)\}$$

Trong đó nghiệm thỏa mãn $x < 0 < y$ là: $(x; y) = (-1; 2)$

Vậy $T = 2.(-1) - 3.2 = -8$

Câu 11. [VD] Hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{2-y} = 2 \\ \sqrt{y} + \sqrt{2-x} = 2 \end{cases}$. Điều kiện để hệ phương trình có nghĩa là:

A. $x \geq 0$ và $y \leq 2$.

B. $0 \leq x \leq 2$ và $0 \leq y \leq 2$

C. $0 \leq x \leq 2$ hoặc $0 \leq y \leq 2$

D. $x \leq 2$ và $y \leq 2$

Lời giải

Chọn B

Đề hệ phương trình có nghĩa thì

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 2 - x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2 - y \geq 0 \end{cases}$$

Suy ra

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

Câu 12. [VDC] Hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{2-y} = 2 \\ \sqrt{x} + \sqrt{2-x} = 2 \end{cases}$ có mấy nghiệm

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$

Trừ hai phương trình của hệ cho nhau ta thu được:

$$x^2 + \sqrt{x} - (y^2 + \sqrt{y}) = 2(y - x)$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})[(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y) + 1 + 2(\sqrt{x} + \sqrt{y})] = 0$$

$$\text{Vì } (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y) + 1 + 2(\sqrt{x} + \sqrt{y}) > 0$$

nên phương trình đã cho tương đương với: $x = y$.

Hay $x^2 - 2x + \sqrt{x} = 0$

$$x^2 + \sqrt{x} = 2x$$

$$\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ \sqrt{x} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4} \Rightarrow x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.-----

$$(x; y) \in \left\{ (0;0), (1;1), \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3-\sqrt{5}}{2} \right) \right\}$$

Vậy hệ có 3 cặp nghiệm:

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + x^2 + x = 2y + 1(1) \\ y^3 + y^2 + y = 2x + 1(2) \end{cases}$$
 có các khẳng định sau

- a) Hệ phương trình có vô số nghiệm
- b) Hệ phương trình có 2 nghiệm
- c) Hệ phương trình có ³ nghiệm
- d) Hệ phương trình có vô nghiệm

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) S

$$\begin{cases} x^3 + x^2 + x = 2y + 1(1) \\ y^3 + y^2 + y = 2x + 1(2) \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được

$$x^2 - y^2 = 3x - 3y + 2y - 2x$$

$$x^3 - y^3 + x^2 - y^2 + x - y = 2(y - x)$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2) + (x - y)(x + y) + (x - y) = 0$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2 + x + y + 1) = 0$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 + xy + y^2 + x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

- Với $x = y$ thay vào ⁽¹⁾ ta được

$$x^3 + x^2 + x = 2x + 1$$

$$x^3 + x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 1)(x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$(x - 1)(x + 1)^2 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = -1 \Rightarrow y = -1 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

- Với $x^2 + xy + y^2 + x + y + 1 = 0$

$$x^2 + (y+1)x + y^2 + y + 1 = 0$$

$$\Delta_x = (y+1)^2 - 4(y^2 + y + 1)$$

$$= -3y^2 - 2y - 4$$

$$= -(y^2 + 2y + 1) - (2y^2 + 3) < 0$$

Phương trình vô nghiệm

Hệ phương trình có nghiệm

$$(x; y) \in \{(1; 1); (-1; -1)\}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \\ 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \end{cases}$$

Câu 2. Cho hệ sau

- a) Hệ phương trình có nghĩa khi $x \neq 0$ và $y \neq 0$
- b) Hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x > 0; y > 0$
- c) Cặp số $(-3; -1)$ là một nghiệm của hệ phương trình
- d) Cả a) và b) đều đúng

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) Đ

- a) Hệ phương trình có nghĩa khi $x \neq 0$ và $y \neq 0$ đúng vì để cho phân thức có nghĩa
- b) Hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ với $x > 0; y > 0$ đúng vì vế phải của hai phương trình đều lớn hơn hoặc bằng 0
- c) Cặp số $(-3; -1)$ là một nghiệm của hệ phương trình sai vì b đúng
- d) Cả a) và b) đều đúng

$$\begin{cases} 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \\ 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \end{cases}$$

Câu 3. Cho hệ sau

- a) Hệ phương trình có 1 nghiệm
- b) Cặp số $(2; -1)$ là một nghiệm của hệ phương trình
- c) Hệ phương trình có 2 nghiệm
- d) Cả a) và b) đều đúng

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) S

Điều kiện: $x \neq 0; y \neq 0$

$$\begin{cases} 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \\ 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3xy^2 = x^2 + 2(1) \\ 3yx^2 = y^2 + 2(2) \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được

$$3xy^2 - 3yx^2 = x^2 - y^2$$

$$-3xy(x - y) = (x - y)(x + y)$$

$$(x - y)(3xy + x + y) = 0$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 3xy + x + y = 0 \end{cases}$$

- Với $x = y$ thay vào ⁽¹⁾ ta được

$$3x^3 = x^2 + 2x$$

$$3x^3 - x^2 - 2 = 0$$

$$(x - 1)(3x^2 + 2x + 2) = 0$$

$$x = 1 \text{ (vì } 3x^2 + 2x + 2 > 0 \text{ mọi } x)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 1$$

- Với $3xy + x + y = 0$

Từ hệ phương trình ta thấy $x > 0; y > 0$ nên $3xy + x + y > 0$. Vậy phương trình $3xy + x + y = 0$ vô nghiệm

Hệ phương trình có nghiệm

$$(x; y) \in (1; 1)$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ 2y + \frac{1}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$$

Câu 4. Cho hệ sau

- a) Hệ phương trình vô nghiệm
- b) Hệ phương trình có nghĩa khi $x \neq 0$ và $y \neq 0$
- c) Tất cả các nghiệm của hệ phương trình đều là số âm
- d) Cả b và c đều đúng

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) S

- a) Hệ phương trình này có $(1;1)$ là 1 nghiệm nên a) sai
- b) Hệ phương trình có nghĩa khi $x \neq 0$ và $y \neq 0$ để các phân thức có nghĩa
- c) sai vì tìm được 1 nghiệm $(1;1)$
- d) sai vì b sai

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] . Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 91} = \sqrt{y - 2} + y^2 \\ \sqrt{y^2 + 91} = \sqrt{x - 2} + x^2 \end{cases}$$
 . Tìm điều kiện $x; y$ để hệ phương trình có nghĩa.

Lời giải

Đáp án: $x \geq 2$ và $y \geq 2$

Điều kiện $x; y$ để hệ phương trình có nghĩa.

$$\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ y - 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 2 \end{cases}$$

Câu 2. [NB] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 91} = \frac{x}{y^2} \\ \sqrt{y^2 + 91} = \frac{y}{x^2} \end{cases}$$
 . Tìm điều kiện $x; y$ để hệ phương trình có nghĩa.

Lời giải

Đáp án: $\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$

Điều kiện x, y để hệ phương trình có nghĩa.

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$$

Câu 3. [TH] Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 4x = 3y(1) \\ y^2 + 4y = 3x(2) \end{cases}$ hệ phương trình có mấy nghiệm

Lời giải

Đáp án: 2

$$\begin{cases} x^2 + 4x = 3y(1) \\ y^2 + 4y = 3x(2) \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được

$$x^2 - y^2 + 4x - 4y = 3y - 3x$$

$$(x - y)(x + y) + 7(x - y) = 0$$

$$(x - y)(x + y + 7) = 0$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y + 7 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x \\ y = -7 - x \end{cases}$$

- Với $y = x$ thay vào ⁽¹⁾ ta được

$$x^2 + 4x = 3x$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

- Với $y = -7 - x$ thay vào ⁽²⁾ ta có

$$x^2 + 4x - 3(-7 - x) = 0$$

$$x^2 + 7x + 21 = 0$$

$$\Delta_x = 49 - 84 = -35 < 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy phương trình vô nghiệm

Hệ phương trình có nghiệm

$$(x; y) \in \{(0; 0); (-1; -1)\}$$

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm

Câu 4. [TH] Cho hệ sau
$$\begin{cases} x^2 + 4x = 3y(1) \\ y^2 + 4y = 3x(2) \end{cases}$$
 . tính $T = 2x + y$ biết $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình và $x = y$ và $x \neq 0$

Lời giải

Đáp án: $T = -3$

Hệ phương trình có nghiệm

$$(x; y) \in \{(0; 0); (-1; -1)\}$$

Vì $x = y$ và $x \neq 0$ do đó $(x; y) = (-1; -1)$

$$T = 2(-1) + (-1) = -3$$

Câu 5. [VD] Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + xy - 3x = y - 2 \\ y^2 + xy - 3y = x - 2 \end{cases}$$
 . hệ phương trình trên có mấy nghiệm

Lời giải

Đáp án: vô số nghiệm

$$\begin{cases} x^2 + xy - 3x = y - 2(1) \\ y^2 + xy - 3y = x - 2(2) \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được

$$(x - y)(x + y) - 3(x - y) + x - y = 0$$

$$(x - y)(x + y - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y \\ x = 2 - y \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

- Với $y = x$ thay vào ⁽¹⁾ ta được

$$x^2 + xy - 3x = y - 2$$

$$x^2 + x^2 - 3x = x - 2$$

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

- Với $x = 2 - y$ thay vào ⁽²⁾ ta có

$$y^2 + xy - 3y = x - 2$$

$$y^2 + (2 - y)y - 3y = (2 - y) - 2$$

$$y^2 + 2y - y^2 - 2y = 2 - 2$$

$$0y = 0$$

Vậy phương trình vô số nghiệm

Hệ phương trình vô số nghiệm

Câu 6. [VD] Cho hệ phương trình sau
$$\begin{cases} x = y^2 - y + m \\ y = x^2 - x + m \end{cases}$$
 . Với giá trị nào của m thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất

Lời giải

Đáp án: $m = 1$

$$\begin{cases} x = y^2 - y + m & (1) \\ y = x^2 - x + m & (2) \end{cases}$$

Giả sử $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ thì $(y_0; x_0)$ cũng là nghiệm của hệ nên để hệ có nghiệm duy nhất trước hết $x_0 = y_0$.

Thay vào ⁽¹⁾ ta được:
$$x_0^2 - 2x_0 + m = 0$$

Phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\Delta' = 1 - m = 0 \Rightarrow m = 1$

Thay $m = 1$ vào hệ phương trình ta có

$$\begin{cases} x = y^2 - y + 1 & (3) \\ y = x^2 - x + 1 & (4) \end{cases}$$

Lấy ⁽³⁾- ⁽⁴⁾ ta được

$$x - y = y^2 - x^2 - y + x$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$x^2 - y^2 = 0$$

$$(x - y)(x + y) = 0$$

$$\begin{cases} x = y \\ x = -y \end{cases}$$

- Với $x = y$ thay vào ⁽³⁾ ta được

$$x = x^2 - x + 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

- Với $x = -y$ thay vào ⁽³⁾ ta có

$$-y = y^2 - y + 1$$

$$y^2 + 1 = 0$$

Phương trình vô nghiệm

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (1; 1)$

Với $m = 1$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

+ Hệ phương trình đối xứng loại 2 là hệ phương trình khi ta thay đổi vai trò $x; y$ thì phương trình này trở thành phương trình kia và ngược lại.

Trừ vế với vế hai phương trình của hệ ta được một phương trình có dạng

$$(x - y)[f(x; y)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ f(x; y) = 0 \end{cases}$$

BÀI TẬP MẪU

$$\begin{cases} x^3 = 2x + y & (1) \\ y^3 = 2y + x & (2) \end{cases}$$

Ví dụ 1 [NB]: Giải hệ phương trình:

Lời giải

Lấy (1) – (2) ta có:

$$x^3 - y^3 = 2x + y - 2y - x$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x - y$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2 - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 + xy + y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

Có
$$x^2 + xy + y^2 - 1 = \left(x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}xy + \frac{y^2}{4} \right) + \frac{3y^2}{4} - 1$$

$$= \left(x + \frac{y}{2} \right)^2 + \frac{3y^2}{4} - 1 \neq 0 \quad \forall x, y$$

nên phương trình $x^2 + xy + y^2 - 1 = 0$ vô nghiệm

Với $x - y = 0$ hay $x = y$ thay vào phương trình ⁽¹⁾ có:

$$x^3 = 2x + x$$

$$x^3 = 3x$$

$$x(x^2 - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = \sqrt{3} \Rightarrow y = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \Rightarrow y = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm: $(x, y) \in \left\{ (0; 0); (\sqrt{3}; \sqrt{3}); (-\sqrt{3}; -\sqrt{3}) \right\}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + xy = x + 2y \\ y^2 + xy = y + 2x \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} x^2 + xy = x + 2y & (1) \\ y^2 + xy = y + 2x & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) – (2) ta có:

$$x^2 - y^2 = (x - y) - 2(x - y)$$

$$(x - y)(x + y) = -(x - y)$$

$$(x - y)(x + y + 1) = 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x = y \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

- Với $x - y = 0$ hay $x = y$ thay vào phương trình ⁽¹⁾ có:

$$x^2 + x^2 = x + 2x$$

$$2x^2 - 3x = 0$$

$$x(2x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 2x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

- Với $x + y + 1 = 0 \Rightarrow x = -y - 1$ thay vào phương trình ⁽²⁾ ta được

$$y^2 + (-1 - y)y = y + 2(-1 - y)$$

$$y^2 - y - y^2 = y - 2 - 2y$$

$$y^2 - y - y^2 - y + 2y = -2$$

$$0y = -2$$

Phương trình vô nghiệm

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) \in \left\{ (0; 0), \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2} \right) \right\}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ 2y + \frac{1}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $x \neq 0$ và $y \neq 0$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ 2y + \frac{1}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2y + x = 3y(1) \\ 2xy^2 + y = 3x(2) \end{cases}$$

Lấy (1) – (2) ta có:

$$2x^2y - 2xy^2 + x - y = -3(x - y)$$

$$2xy(x - y) + 4(x - y) = 0$$

$$2(x - y)(xy + 2) = 0$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ xy + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y \\ x = \frac{-2}{y} \end{cases}$$

- Với $x = y$ thay vào phương trình ⁽¹⁾ có:

$$2x^3 + x = 3x$$

$$2x^3 - 2x = 0$$

$$2x(x^2 - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = -1 \Rightarrow y = -1 \end{cases}$$

- Với $x = \frac{-2}{y}$ thay vào phương trình ⁽²⁾ ta được

$$2 \cdot \frac{-2}{y} \cdot y^2 + y = 3 \cdot \frac{-2}{y}$$

$$-4y + y = -6 \frac{1}{y}$$

$$\frac{-3y^2}{y} = \frac{-6}{y}$$

$$y^2 = 2$$

$$\begin{cases} y = \sqrt{2} \Rightarrow x = -\sqrt{2} \\ y = -\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2} \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) \in \left\{ (1; 1), (-1; -1), (-\sqrt{2}; \sqrt{2}), (\sqrt{2}; -\sqrt{2}) \right\}$

Ví dụ 4 [VD]: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2y - 4 = y^2 \\ xy^2 - 4 = x^2 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} x^2y - 4 = y^2 & (1) \\ xy^2 - 4 = x^2 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) - (2) ta có:

$$x^2y - xy^2 = y^2 - x^2$$

$$xy(x - y) + (x - y)(x + y) = 0$$

$$(x - y)(x + y + xy) = 0$$

$$\begin{cases} x = y \\ x + y + xy = 0 \end{cases}$$

- Với $x = y$ thay vào phương trình (1) có:

$$x^3 - 4 = x^2$$

$$x^3 - x^2 - 4 = 0$$

$$(x - 2)(x^2 + x + 2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad (\text{vì } x^2 + x + 2 > 0 \text{ mọi } x)$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 2$$

- Với $x + y + xy = 0$

$$\begin{cases} x^2y - 4 = y^2 & (1) \\ xy^2 - 4 = x^2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2y = y^2 + 4 & (3) \\ xy^2 = x^2 + 4 & (4) \end{cases}$$

Từ (3) và (4) ta suy ra $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ nên $x + y + xy > 0$. Vậy trường hợp $x + y + xy = 0$ không xảy ra.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x; y) = (2; 2)$

$$\begin{cases} 2x+y=x^2 \\ 2y+x=y^2 \end{cases}$$

Hướng dẫn

$$\begin{cases} 2x+y=x^2 (1) \\ 2y+x=y^2 (2) \end{cases}$$

Trừ từng vế 2 phương trình ta có: $x^2 - y^2 = x - y$

$$(x - y)(x + y - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = y \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y \\ x = 1 - y \end{cases}$$

- Với $x = y$ thay vào phương trình (1) có:

$$2x + x = x^2$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 3 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

- Với $x = 1 - y$ thay vào

$$2 - 2y + y = (1 - y)^2$$

$$y^2 - y + 1 = 0$$

Phương trình vô nghiệm

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x; y) \in \{(0; 0); (3; 3)\}$

$$\begin{cases} x^2 = 5x - 2y \\ y^2 = 5y - 2x \end{cases}$$

Bài 2. [TH] Giải hệ phương trình:

Hướng dẫn

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\begin{cases} x^2 = 5x - 2y & (1) \\ y^2 = 5y - 2x & (2) \end{cases}$$

Trừ từng vế 2 phương trình ta có: $x^2 - y^2 = 7x - 7y$

$$(x - y)(x + y - 7) = 0$$

$$\begin{cases} x = y \\ x + y - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y \\ x = 7 - y \end{cases}$$

- Với $x = y$ thay vào phương trình ⁽¹⁾ có:

$$x^2 = 5x - 2x$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 3 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

- Với $x = 7 - y$ thay vào ⁽²⁾

$$y^2 = 5y - 2(7 - y)$$

$$y^2 - 7y + 14 = 0$$

$$\Delta = 49 - 64 < 0$$

Phương trình vô nghiệm

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x; y) \in \{(0; 0); (3; 3)\}$

Bài 3 [VD] Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y = 2x + 6 & (1) \\ y^2 + x = 2y + 6 & (2). \end{cases}$$

Hướng dẫn

Trừ vế với vế của phương trình (1) cho phương trình (2) ta được:

$$x^2 - y^2 = 3x - 3y \Leftrightarrow (x - y)(x + y) = 3(x - y)$$

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

TH1: $x - y = 0 \Leftrightarrow x = y$, thế vào phương trình (1) ta được:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$+) x = -2 \Rightarrow y = -2$$

$$+) x = 3 \Rightarrow y = 3$$

TH2: $x + y = 3 \Leftrightarrow y = 3 - x$, thế vào phương trình (1) ta được:

$$x^2 - 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$+) x = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow y = \frac{3 - \sqrt{21}}{2}$$

$$+) x = \frac{3 - \sqrt{21}}{2} \Rightarrow y = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là

$$(x; y) \in \left\{ (-2; -2); (3; 3); \left(\frac{3 + \sqrt{21}}{2}; \frac{3 - \sqrt{21}}{2} \right); \left(\frac{3 - \sqrt{21}}{2}; \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \right) \right\}$$

$$\begin{cases} x^3 + 3x - 1 + \sqrt{2x+1} = y \\ y^3 + 3y - 1 + \sqrt{2y+1} = x \end{cases}$$

Bài 4 [VD] Giải hệ phương trình

Hướng dẫn

$$\text{Điều kiện: } x \geq -\frac{1}{2}; y \geq -\frac{1}{2}$$

Để ý rằng $x = y = -\frac{1}{2}$ không phải là nghiệm.

Ta xét trường hợp $x + y \neq -1$

Trừ hai phương trình của hệ cho nhau ta thu được:

$$x^3 + 3x - 1 + \sqrt{2x+1} - (y^3 + 3y - 1 + \sqrt{2y+1}) = y - x$$

$$(x - y) \left[x^2 + xy + y^2 \right] + 4(x - y) + \frac{2(x - y)}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1}} = 0$$

$$(x - y) \left[x^2 + xy + y^2 + 4 + \frac{2}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1}} \right] = 0$$

$$x - y = 0 \quad \left(\text{vì } x^2 + xy + y^2 + 4 + \frac{2}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1}} > 0 \right)$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....
 $x \equiv y$

Khi $x = y$ xét phương trình: $x^3 + 2x - 1 + \sqrt{2x+1} = 0$

$$x^3 + 2x + \sqrt{2x+1} - 1 = 0$$

$$x(x^2 + 1) + \frac{2x}{\sqrt{2x+1} + 1} = 0$$

$$x \left[x^2 + 1 + \frac{2}{\sqrt{2x+1} + 1} \right] = 0$$

$$x = 0$$

(vì $x^2 + 1 + \frac{2}{\sqrt{2x+1} + 1} > 0$ mọi x)

Tóm lại hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $x = y = 0$