

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$		
y'		+	0	-		-	0	+			
y	$-\infty$		↗ 2		↘ $-\infty$		↘ $+\infty$		↗ 4		↗ $+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1; 1)$ B. $(0; 1)$ C. $(4; +\infty)$ D. $(-\infty; 2)$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. B. Hàm số có hai cực trị $y_{CB} < y_{CT}$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$. D. Giá trị cực tiểu bằng -2 .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$		↗ 3		↘ 0		↗ 2		↘ 1	
	-2								

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$	
y'		-		-	0	+		
y		↘ 2		↘ $-\infty$		↘ $+\infty$		↗ $+\infty$
				↘ -4		↘ -2		

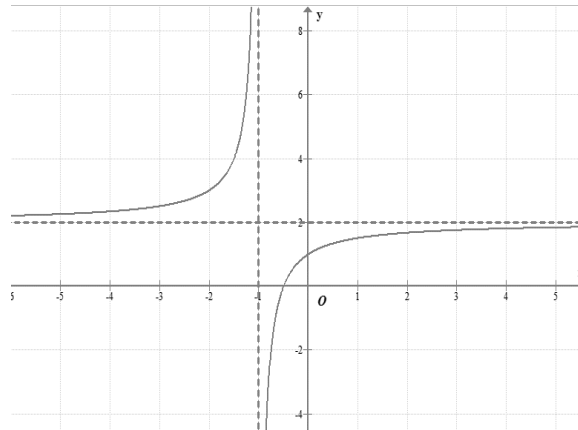
Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

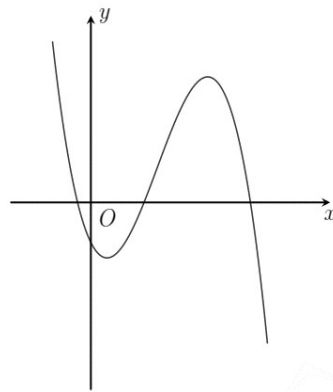
- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 6. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



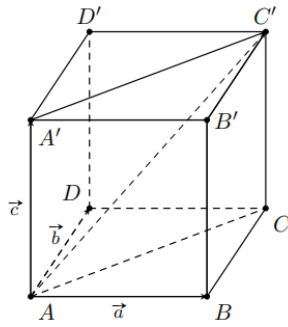
- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
- B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.
- C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.
- D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số a, b, c, d ?



- A. 4.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 2.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\vec{AB} = a$, $\vec{AD} = b$, $\vec{AA'} = c$. Phân tích vectơ $\vec{AC'}$ theo a, b, c .



- A. $\overrightarrow{AC'} = -a + b + c$ B. $\overrightarrow{AC'} = a + b - c$
 C. $\overrightarrow{AC'} = a + b + c$ D. $\overrightarrow{AC'} = a - b + c$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3), B(-1; 2; 5), C(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(0; 0; 3)$ B. $G(0; 0; 9)$ C. $G(-1; 0; 3)$ D. $G(0; 0; 1)$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5), B(5; -5; 7), M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng?

- A. $x = 4; y = 7$ B. $x = -4; y = -7$ C. $x = 4; y = -7$ D. $x = -4; y = 7$

Câu 11. Bạn A rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn A được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 25. B. 20. C. 15. D. 30.

Câu 12. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7; 9). B. [9; 11). C. [11; 13). D. [13; 15).

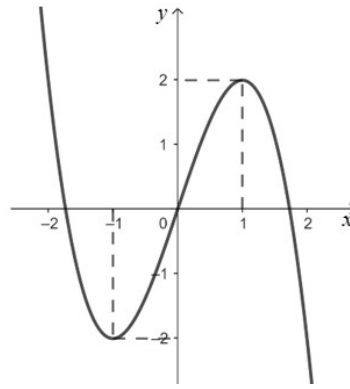
PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(1-x)(x+3)$.

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
 B. Giá trị cực tiểu của hàm số là $f(-3)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình đây:

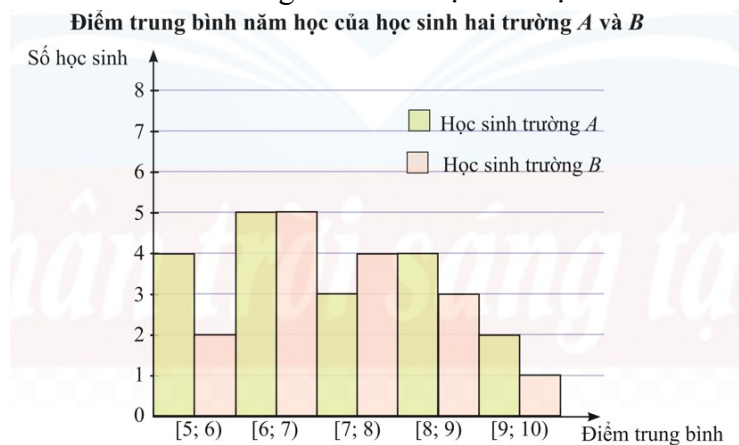


- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
- B. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.
- C. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2024}$ là 3.
- D. Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 2024$ tại 3 điểm phân biệt.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 3; -6)$, $B(1; 3; 2)$ và $C(-1; -3; 1)$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và CA .

- a) Tọa độ $M(2; 3; 2)$.
- b) Với G là trọng tâm tam giác ABC thì $GC = 2\sqrt{5}$.
- c) Trọng tâm tam giác MNK là $E(1; 1; -1)$.
- d) Với $D(-3; -3; 9)$ thì tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Câu 4. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B .



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên như sau:

Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

- a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường A là: $6,1$.
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường B là: $1,73$.

- c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn.
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường A có điểm trung bình đồng đều hơn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{-mx + 3m + 4}{x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

Câu 2. Tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng của một tam giác vuông bằng $10cm$. Hỏi tam giác đó có diện tích lớn nhất là bao nhiêu cm^2 ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 3}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b (a, b \in \mathbb{R})$. Tính $a^2 + 2b$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$.
 Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$.

Câu 5. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM})$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Giả sử điểm $D(a, b, c)$ sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\Delta ABC}$. Tính $a + b + c$

HẾT

PHẦN I

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	A	D	D	B	C	C	A	D	A	B

PHẦN II

Điểm tối đa 01 câu hỏi **1 điểm**.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,50 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được **1 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) S	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) Đ	c) Đ	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	2	9,62	3	0	0,29	- 10

GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$-$	0
y	$-\infty$	2	$-\infty$	$+\infty$	4

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1; 1)$ B. $(0; 1)$ C. $(4; +\infty)$ D. $(-\infty; 2)$

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. B. Hàm số có hai cực trị $y_{CD} < y_{CT}$.
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$. D. Giá trị cực tiểu bằng -2 .

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$. Cho $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$-$	0
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	6	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$, giá trị cực tiểu bằng 6 và giá trị cực đại bằng -2 .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Trên đoạn $[-1; 2]$ ta có giá trị lớn nhất $M = 3$ khi $x = -1$ và giá trị nhỏ nhất $m = 0$ khi $x = 0$.
 Khi đó $M + m = 3 + 0 = 3$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	2	$+\infty$	-2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ Không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ vậy hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -4$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

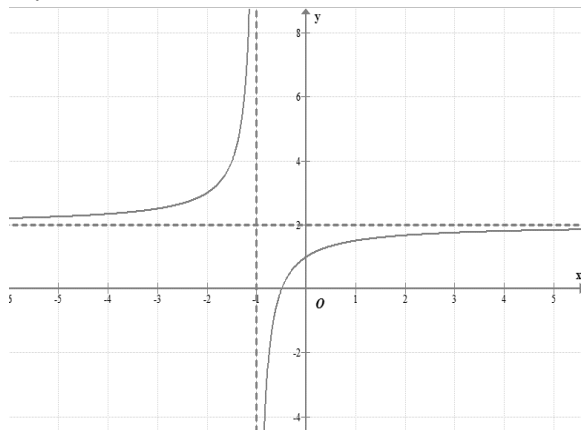
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án **D**.

Câu 6. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

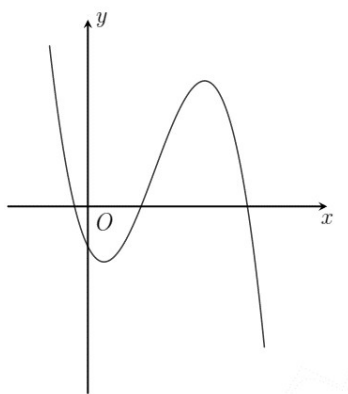
D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$ nên chọn phương án **B**.

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm cùng phía của trục tung nên $ac > 0 \Rightarrow c < 0$

Đồ thị hàm số có điểm uốn nằm bên phải trục tung nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$

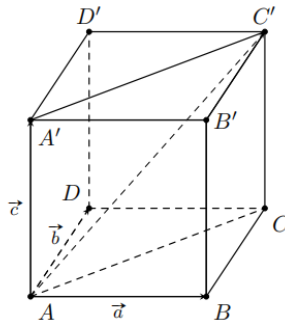
Đồ thị hàm số cắt trục tung ở dưới trục hoành $\Rightarrow d < 0$

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overline{AB} = a$, $\overline{AD} = b$, $\overline{AA'} = c$. Phân tích vectơ $\overline{AC'}$ theo a, b, c .

- A. $\overline{AC'} = -a + b + c$.
 B. $\overline{AC'} = a + b - c$.
 C. $\overline{AC'} = a + b + c$.
 D. $\overline{AC'} = a - b + c$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overline{AC'} = \overline{AA'} + \overline{AC} = \overline{AA'} + \overline{AB} + \overline{AD} = a + b + c$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-1; 2; 5)$, $C(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(0; 0; 3)$.
 B. $G(0; 0; 9)$.
 C. $G(-1; 0; 3)$.
 D. $G(0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC bằng

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1 - 1 + 0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2 + 2 + 0}{3} = 0 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3 + 5 + 1}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(0; 0; 3)$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng?

- A. $x = 4; y = 7$.
 B. $x = -4; y = -7$.
 C. $x = 4; y = -7$.
 D. $x = -4; y = 7$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{AB} = (3; -4; 2)$, $\overline{AM} = (x - 2; y + 1; -4)$

A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{AB}, \overline{AM}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x - 2}{3} = \frac{y + 1}{-4} = \frac{-4}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \end{cases}$.

Khoảng biến thiên: $19 - 14 = 5$

Câu 11. Bạn A rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn A được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 25. B. 20. C. 15. D. 30.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $45 - 20 = 25$ (phút)

Câu 12. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7; 9) . B. [9; 11) . C. [11; 13) . D. [13; 15) .

Lời giải

Chọn B

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 6 + 7 \cdot 8 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 12 + 1 \cdot 14}{20} = 9,4$$

Số trung bình:

PHẦN II

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(1-x)(x+3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
 B. Giá trị cực tiểu của hàm số là $f(-3)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

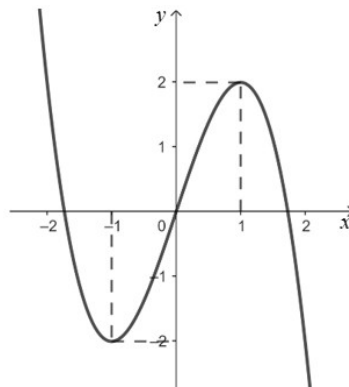
x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$f(-3)$		$f(1)$	$-\infty$

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ là mệnh đề đúng.
 B. Giá trị cực tiểu của hàm số là $f(-3)$ là mệnh đề đúng.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$ là mệnh đề sai.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$ là mệnh đề đúng.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$ là mệnh đề sai.

B. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ là mệnh đề đúng.

C. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2024}$ bằng 3 là mệnh đề đúng.

D. Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 2024$ tại 3 điểm phân biệt là mệnh đề sai.

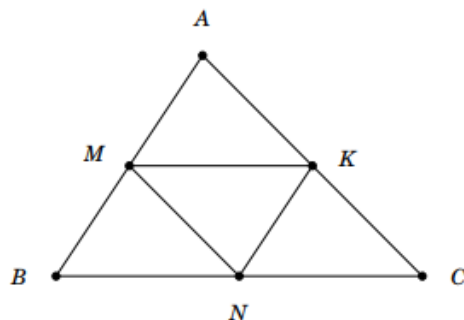
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;3;-6)$, $B(1;3;2)$ và $C(-1;-3;1)$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và CA .

a) Tọa độ $M(2;3;2)$.

b) Với G là trọng tâm tam giác ABC thì $GC = 2\sqrt{5}$.

c) Trọng tâm tam giác MNK là $E(1;1;-1)$.

d) Với $D(-3;-3;9)$ thì tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.



Lời giải

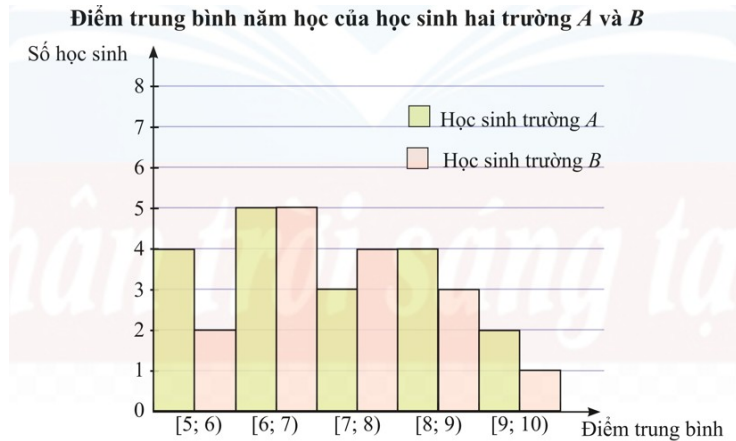
a) M là trung điểm của AB , suy ra $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right) = M(2;3;-2)$ hay

b) Ta có $G(1;1;-1)$. Suy ra $GC = \sqrt{(-1-1)^2 + (-3-1)^2 + (1+1)^2} = 2\sqrt{6}$.

c) Hai tam giác ABC và MNK có cùng trọng tâm. Suy ra E trùng với $G(1; -1)$.

d) Ta có $\vec{AC} = (-4; -6; 7), \vec{BD} = (-4; -6; 7)$, suy ra $\vec{AC} = \vec{BD}$. Vậy $ABDC$ là hình bình hành.

Câu 4. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B .



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên như sau:

Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

- a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường A là: $6,1$.
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường B là: $1,73$.
- c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn.
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường A có điểm trung bình đồng đều hơn.

Lời giải

a) Cỡ mẫu: $n_A = 18$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_4 \in [5; 6); x_5; \dots; x_9 \in [6; 7); x_{10}; \dots; x_{12} \in [7; 8); x_{13}; \dots; x_{16} \in [8; 9); x_{17}; x_{18} \in [9; 10)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm

là:
$$Q_1 = 6 + \frac{18}{5} - 4 = 6 + \frac{4}{5}(7 - 6) = 6,1$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [8;9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 8 + \frac{\frac{3.18}{4} - (4+5+3)}{4} (9 - 8) = 8,375$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 2,275$

b) Cỡ mẫu: $n_B = 15$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{15}$ là mẫu số liệu gốc về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường B được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1; y_2 \in [5;6); y_3; \dots; y_7 \in [6;7); y_8; \dots; y_{11} \in [7;8); y_{12}; \dots; y_{14} \in [8;9); y_{15} \in [9;10)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_4 \in [6;7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm

là:
$$Q_1 = 6 + \frac{\frac{15}{4} - 2}{5} (7 - 6) = 6,35$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{12} \in [8;9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 8 + \frac{\frac{3.15}{4} - (2+5+4)}{3} (9 - 8) = 8,08$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 1,73$

c) Vậy nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn.

d) Xét số liệu của trường A:

Số trung bình:
$$\bar{x}_A = \frac{4.5,5 + 5.6,5 + 3.7,5 + 4.8,5 + 2.9,5}{18} = 7,22$$

Độ lệch chuẩn:
$$\sigma_A = \sqrt{\frac{4.5,5^2 + 5.6,5^2 + 3.7,5^2 + 4.8,5^2 + 2.9,5^2}{18} - 7,22^2} \approx 1,79$$

Xét số liệu của trường B:

Số trung bình:
$$\bar{x}_B = \frac{2.5,5 + 5.6,5 + 4.7,5 + 3.8,5 + 1.9,5}{15} = 7,23$$

Độ lệch chuẩn:
$$\sigma_B = \sqrt{\frac{2.5,5^2 + 5.6,5^2 + 4.7,5^2 + 3.8,5^2 + 1.9,5^2}{15} - 7,23^2} \approx 1,31$$

Vậy nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn nên

PHẦN III

Câu 1. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{-mx + 3m + 4}{x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

Lời giải

$$y' = \frac{m^2 - 3m - 4}{(x - m)^2}$$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $y' < 0, \forall x \in (1; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m - 4 < 0 \\ m \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-1; 4) \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 1$$

Vậy có 2 giá trị

Câu 2. Một tam giác vuông có diện tích lớn nhất là bao nhiêu cm^2 nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng $10cm$? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Cạnh góc vuông $x, 0 < x < 5$; cạnh huyền: $10 - x$

Cạnh góc vuông còn lại là: $\sqrt{(10 - x)^2 - x^2}$

Diện tích tam giác $S(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{100 - 20x}$ $S'(x) = \frac{5(10 - 3x)}{\sqrt{100 - 20x}}$; $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$