|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT HUYỆN THƯỜNG TÍN****ĐỀ THI HSG**  | **ĐỀ THI OLYMPIC LỚP 8** **MÔN TOÁN****NĂM HỌC: 2022-2023****Thời gian làm bài: 120 phút.** |

**Bài 1: (4,5 điểm)** Cho biểu thức **** và 

a) Biết  Tìm điều kiện của  để giá trị của biểu thức  được xác định .

b) Rút gọn biểu thức  .

c) Tìm các giá trị của  để giá trị của biểu thức  cũng là số nguyên.

d) Tính giá trị của biểu thức  biết 

**Bài 2: (3,5 điểm)**

a) Tìm  để  với  và .

b) Giải phương trình 

**Bài 3:(3,0 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Tìm một số tự nhiên có  chữ số biết rằng nếu viết thêm chữ số vào bên phải số đó ta được số  có  chữ số, nếu viết thêm chữ số  vào bên trái số đó ta được số  có  chữ số và 

**Bài 4:(7,5 điểm)** Cho hình thang  (và ). Gọi trung điểm các đường chéo  và  lần lượt là  và . Gọi trung điểm của  và  lần lượt là  và .

a) Chứng minh rằng  là hình bình hành. Các cạnh bên  và  của hình thang  phải có thêm điều kiện gì để  là hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông?

b) Chứng minh rằng  và 

c) Một đường thẳng  song song với  cắt  tại  cắt  tại . Chứng minh rằng .

d) Biết . Chứng minh rằng 

**Bài 5: (1,5 điểm)**

a) Chứng minh rằng chia hết ch  với mọi số nguyên  và ..

b) Tìm các giá trị của nhỏ nhất của biểu thức:



Giá trị của nhỏ nhất đó đạt được tại giá trị nào của  và ?

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI OLYMPIC LỚP 8**

**PHÒNG GD&ĐT HUYỆN THƯỜNG TÍN**

**Nămhọc: 2020-2021**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Bài 1: (4,5 điểm)** Cho biểu thức **** và 

a) Biết  Tìm điều kiện của  để giá trị của biểu thức  được xác định .

b) Rút gọn biểu thức  .

c) Tìm các giá trị của  để giá trị của biểu thức  cũng là số nguyên.

d) Tính giá trị của biểu thức  biết 

**Lời giải**

a) (1,0đ) Do  nên giá trị của biểu thức  được xác định khi giá trị của  xác định còn  xác định và khác 

 xác định khi 

Do mà với mọi giá trị của  nên  xác định và khác  khi 

Vậy giá trị của biểu thức  được xác định khi 

b) (1,25đ)****





c)(1,0đ) 

Để giá trị của biểu thức  là số nguyên thì .

Vì  nên  là ước của  

Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Kết luận | Loại | Loại | Thỏa mãn | Thỏa mãn |

Vậy 

d) (1,25đ)



Vậy 

Với  thì 

Với  thì 

**Bài 2: (3,5 điểm)**

a) Tìm  để  với  và .

b) Giải phương trình 

**Lời giải**

a) (1,5đ) ĐKXĐ: 

Ta có.Quy đồng khử mẫu ta được phương trình:





(Thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy 

b) (2,0đ)

Biến đổi vế trái phương trình và do nên ta được:



 

















Vậy 

**Bài 3:(3,0 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Tìm một số tự nhiên có  chữ số biết rằng nếu viết thêm chữ số vào bên phải số đó ta được số  có  chữ số, nếu viết thêm chữ số  vào bên trái số đó ta được số  có  chữ số và 

**Lời giải**

Gọi số tự nhiên có  chữ số ấy là .

Thêm chữ số  vào bên phải số đó ta được số 

Thêm chữ số  vào bên trái số đó ta được số 

Ta có phương trình: 





Vậy số cần tìm là .

**Bài 4:(7,5 điểm)** Cho hình thang  (và ). Gọi trung điểm các đường chéo  và  lần lượt là  và . Gọi trung điểm của  và  lần lượt là  và .

a) Chứng minh rằng  là hình bình hành. Các cạnh bên  và  của hình thang  phải có thêm điều kiện gì để  là hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông?

b) Chứng minh rằng  và 

c) Một đường thẳng  song song với  cắt  tại  cắt  tại . Chứng minh rằng .

d) Biết . Chứng minh rằng 

**Lời giải**



a) (2,0đ)

+Áp dụng định lý về đường trung bình của tam giác đối với các tam giác  và  ta có:  và   và 

 và 

  là hình bình hành

+ Hình bình hành  trở thành hình chữ nhật khi :



Vậy  và  nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau thì  là hình chữ nhật.

+Hình bình hành  trở thành hình chữ thoi khi :



Vậy  thì  là hình thoi.

+ Hình bình hành  trở thành hình vuông khi :  và 

 và 

Vậy  và  nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau và  thì  là hình vuông.

b) (1,5đ)  là đường trung bình của hình thang 

 là đường trung bình của 

 là đường trung bình của 

Theo tiên đề Ơ-clit thì 4 điểm   thẳng hàng ..



Ta có ( là đường trung bình của hình thang )

( là đường trung bình của )

( là đường trung bình của )



c) (2,0đ) Gọi giao điểm của đường thẳng  với  và  lần lượt là  và 

Vì  

Áp dụng hệ quả định lý Talet vào các tam giác  và  ta có:



Tương tự vì  Áp dụng hệ quả định lý Talet 

Từ suy ra 

Lại có 

Từ suy ra 









d) (2,0đ)

Do Áp dụng hệ quả định lý Talet vào  ta có:



Mà 

Áp dụng hệ quả định lý Talet vào  và  ta có: 

và 

Tương tự như trên ta tính được : 

Từ suy ra 

**Bài 5: (1,5 điểm)**

a) Chứng minh rằng chia hết cho  với mọi số nguyên  và ..

b) Tìm các giá trị của nhỏ nhất của biểu thức:



Giá trị của nhỏ nhất đó đạt được tại giá trị nào của  và ?

**Lời giải**

a) (0,75đ) 

Ta có 

Với mọi số nguyên  và 

Xét 

 

là tích  số nguyên lên tiếp nên 



là tích  số nguyên lên tiếp



 . Tương tự và 



Vậy chia hết cho  với mọi số nguyên  và .

b) (0,75đ)Biến đổi:







Dấu bằng xảy ra 

Vậy 