**Bài 35** Cho tam giác  nhọn () nội tiếp đường tròn . Các đường cao , ,  cắt nhau tại .

a).Chứng minh 

b).Chứng minh .

c).Đường thẳng  cắt đường tròn  tại  và  ( nằm giữa  và ). Chứng minh  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

d).Giả sử . Tính số đo .

**Lời giải**

****

***a).Chứng minh .***

Có   nội tiếp đường tròn đường kính .

.

Tương tự có  nội tiếp , mà .

Suy ra .

Từ  và  suy ra   .

Vậy .

***b).Chứng minh .***

Vẽ tiếp tuyến  tiếp xúc với đường tròn  tại .

Có ,  (do  nội tiếp đường tròn đường kính ).

, chúng lại có vị trí so le.

, mà .

Vậy .

***c).Đường thẳng  cắt đường tròn  tại  và  ( nằm giữa  và ). Chứng minh  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác .***

Có  (góc chung),  (hai góc lần lượt chắn hai cung bằng nhau).

Suy ra   .

Ta còn có ,  (góc chung) .

 .

Từ  và  suy ra  , có  .

Suy ra .

Vậy  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

***d).Giả sử . Tính số đo .***

Vẽ đường kính  của đường tròn , gọi  là trung điểm .

Có  (do cùng vuông góc ),  (do cùng vuông góc ).

Suy ra  là hình bình hành. Có  là trung điểm đường chéo, nên  là trung điểm .

Có  là trung điểm .

Suy ra  là đường trung bình , nên 

Có  nội tiếp đường tròn đường kính .

Hay  nội tiếp đường tròn đường kính .

Có  nội tiếp đường tròn đường kính 

Có ,

Mà , 

Ta có phương trình: 



, có 

 (do  là trung trực của )

Vậy 

**Bài 36** Cho tam giác  nhọn () nội tiếp đường tròn , kẻ hai đường cao ,  cắt nhau tại .

a).Chứng minh  và  vuông góc  tại .

b).Gọi  là trung điểm . Chứng minh tứ giác  nội tiếp.

c).Qua  vẽ đường thẳng song song với  cắt  tại , cắt  kéo dài tại . Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng  và . Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác  đi qua .

d).Giả sử diện tích tam giác  bằng , . Tính diện tích tứ giác .



**Lời giải**

***a).Chứng minh  và  vuông góc  tại .***

Có  (góc chung), .



 có hai đường cao  và  cắt nhau tại . Suy ra  là trực tâm .

Suy ra  tại .

***b).Gọi  là trung điểm . Chứng minh tứ giác  nội tiếp.***

Có  nội tiếp đường tròn đường kính .

Tương tự có  nội tiếp đường tròn đường kính .

Suy ra , mà .

Suy ra tứ giác  nội tiếp (do có góc trong bằng góc đối ngoài).

***c).Qua  vẽ đường thẳng song song với  cắt  tại , cắt  kéo dài tại . Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng  và . Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác  đi qua .***

Có  (đồng vị), (do tứ giác  nội tiếp)

Do đó  (do lần lượt bù với hai góc bằng nhau).

Mà  (đối đỉnh)

Suy ra 

Có  là tia phân giác của , , nên  là tia phân giác của 



Có 



, có , 



Từ  và  suy ra , có  (đối đỉnh).

.

 nội tiếp (do có hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh đối diện qua hai góc bằng nhau)

***d).Giả sử diện tích tam giác  bằng , . Tính diện tích tứ giác .***

Có  , .

, có .

Vậy .

**Bài 37** Cho tam giác vuông cân  () nội tiếp đường tròn . Dựng hình bình hành . Gọi  là chân đường vuông góc kẻ từ  đến ,  là giao điểm của  với đường tròn . Chứng minh rằng:

a).Tứ giác  nội tiếp.

b). .

c). .

**Lời giải**

****

***a).Tứ giác  nội tiếp.***

Có  (cặp góc so le),   nội tiếp đường tròn đường kính .

***b). .***

 ( nội tiếp đường tròn đường kính ).

Mà  (so le) (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn một cung).

******

***c). .***

Có ,  là bán kính của , nên  tiếp xúc đường tròn  tại .

Có  nên .

Có ,  (góc chung) .

, mà 

Vậy .