ĐÁP ÁN

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = a\sin x + b\sqrt[3]{x} + 2016$. Cho biết $f\left(\log(\log_3 10)\right) = 2017$.

8800 6292 6107

Tính $f\left(\log(\log 3)\right)$.

Ta có $\alpha = \log(\log_3 10) = \log\left(\dfrac{1}{\log 3}\right) = -\log(\log 3)$ 100 ~~8~~8,50

$f\left(\log(\log 3)\right) = f(-\alpha) = a\sin(-\alpha) + b\sqrt[3]{-\alpha} + 2016$ 0

$= -a\sin\alpha - b\sqrt[3]{\alpha} - 2016 + 4032 = -f(\alpha) + 4032 = 2015$

Bài 2. Trên đoạn [1;4], các hàm số $f(x) = x^2 + px + q$; $g(x) = x + \dfrac{4}{x^2}$ có cùng giá trị nhỏ nhất và đạt tại cùng một điểm. Tìm giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn này.

0,5 $g(x) = x + \dfrac{4}{x^2} = \dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{2} + \dfrac{4}{x^2} \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{x}{2}\cdot\dfrac{x}{2}\cdot\dfrac{4}{x^2}} = 3$ 1 $f(1) = 1 + p + q$

0,5 Dấu "=" xảy ra khi $x = 2 \in (1;4)$ $f(4) = 16 - 4p + q$

Suy ra hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất là 3 tại $x = 2 \in (1;4)$. $f(2) = 4 + 2p + q$

1 $\Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{p}{2} = 2 \\ 4 + 2p + q = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -4 \\ q = 7 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 7$ 0,5

0,5 Giá trị lớn nhất của $f(x)$ là $f(4) = 7$.

Bài 3. Tìm tất cả các số thực a, b $(a < b)$ sao cho trên đoạn $[a,b]$, hàm số $f(x) = \dfrac{13 - x^2}{2}$ có giá trị nhỏ nhất là $2a$ và giá trị lớn nhất là $2b$.

Trường hợp $0 \leq a < b: f'(x) = -x < 0, \forall x \in (a,b)$

$\Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên (a,b).

$\Rightarrow f(b) = 2a \wedge f(a) = 2b \Rightarrow \begin{cases} 13 - b^2 = 4a \\ 13 - a^2 = 4b \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 3$

Trường hợp $a < 0 < b: f'(x) < 0, \forall x \in (0,b)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (a,0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(0) = 2b \\ \left[\begin{array}{l} f(a) = 2a \\ f(b) = 2a \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \dfrac{13}{4} \\ \left[\begin{array}{l} 13 - a^2 = 4a \\ 13 - b^2 = 4a \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \dfrac{13}{4} \\ \left[\begin{array}{l} a = -2 \pm \sqrt{17} \\ a = \dfrac{39}{64} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 - \sqrt{17} \\ b = \dfrac{13}{4} \end{cases}$$

Trường hợp $a < b \leq 0: f'(x) = -x > 0, \forall x \in (a,b)$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên (a,b).