

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dành cho đối tượng học sinh trung bình

- Câu 1.** Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?
- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

Lời giải

Chọn A

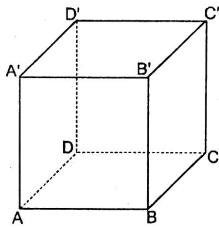
Số vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử $\Rightarrow$ số vector là $A_4^2 = 12$.

- Câu 2.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. B. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.
- C. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$. D. $\vec{AB} = \vec{CD}$.

Lời giải

Chọn D



Mệnh đề sai là: $\vec{AB} = \vec{CD}$, $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ là hai Vector đối nhau.

- Câu 3.** Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. B. $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$.
- C. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$. D. $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

Lời giải

Chọn C

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

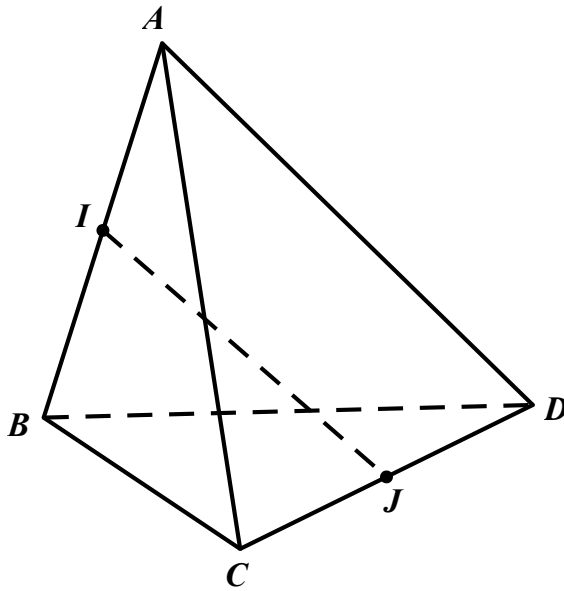
$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\vec{GA} + \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$$

- Câu 4.** Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

- A. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$. B. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$.
- C. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{AD} + \vec{BD})$. D. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AJ} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{CD} + \vec{DC} + \vec{BC})$
 $= \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD} + 2\vec{BC})$

$$\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$$

Vậy đẳng thức **sai** là

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DA} - \vec{DC}$

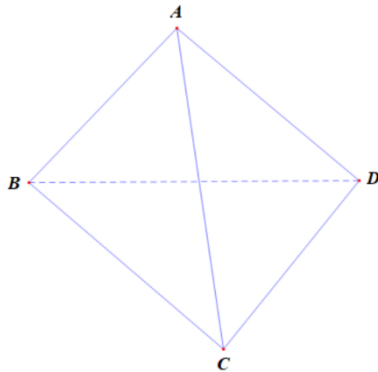
B. $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$

C. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$

D. $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{BC}$

Lời giải

Chọn C



Có $\begin{cases} \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB} \\ \vec{DB} - \vec{DC} = \vec{CB} \end{cases} \Rightarrow \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

A. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AB'} + \vec{AD}$

B. $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$

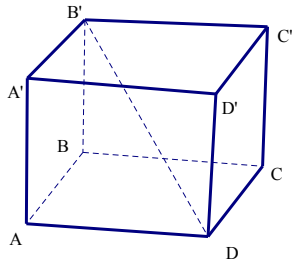
C. $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$

D. $\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$



Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

- A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$ B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$$

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$ B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$
 C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

Lời giải

Chọn D

Ta có N là trung điểm của BC nên

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \\ &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

(Vì M là trung điểm AD).

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$ B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$
 C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}$ (Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$).

- Câu 10.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AB ?
- A. $\overrightarrow{A'B'}$. B. $\overrightarrow{A'C'}$. C. $\overrightarrow{A'C}$. D. $\overrightarrow{A'B}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB \parallel A'B' \Rightarrow \overrightarrow{A'B'}$ là vector chỉ phương của đường thẳng AB .

- Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có
- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.
C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}.$$

- Câu 12.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.
C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}.$$

- Câu 13.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = a, \overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AC} = c, \overrightarrow{BC} = d$. Trong các biểu thức véc-tơ sau đây, biểu thức nào **đúng**.
- A. $a + b + c = d$. B. $a = b + c$. C. $a + b + c + d = \vec{0}$. D. $b - c + d = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D

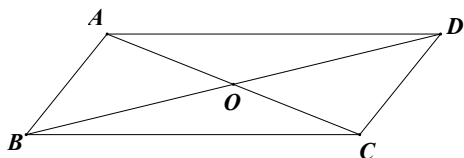
$$\text{Ta có: } b - c + d = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}.$$

- Câu 14.** Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.
C. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$. D. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

Lời giải

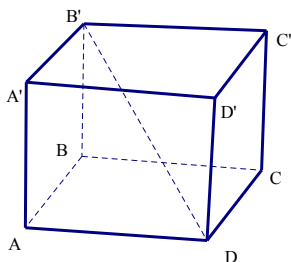
Chọn B



- Câu 15.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?
A. $\overrightarrow{D'C'}$. **B.** $\overrightarrow{BA}$. **C.** $\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải

Chọn A



Dễ dàng thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

- Câu 16.** Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

- A.** $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. **B.** $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.
C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. **D.** $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$$

Theo quy tắc hình hộp:

$$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1} \quad \text{nên} \quad \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$$

- Câu 17.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

- A.** $k = 2$. **B.** $k = 3$. **C.** $k = \frac{1}{2}$. **D.** $k = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$$

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn đẳng thức **sai**.

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$. B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1O} + \overrightarrow{OC_1}$.

Lời giải

Chọn A

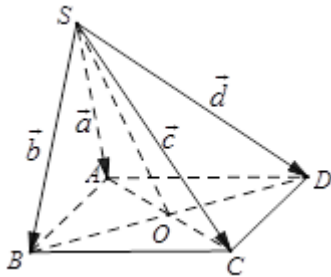
Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AB_1}$, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AD_1}$ mà $\overrightarrow{AB_1} \neq \overrightarrow{AD_1}$ nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$ sai.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases} \quad (\text{do tính chất của đường trung tuyến})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b} .$$

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

- A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.
C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$

nên $2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. Vậy $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

- A. $k = 2$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = \frac{1}{3}$. D. $k = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) \quad (\text{quy tắc trung điểm}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD})$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0} \quad (\text{vì } M \text{ là trung điểm } AB) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$$

Câu 22. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

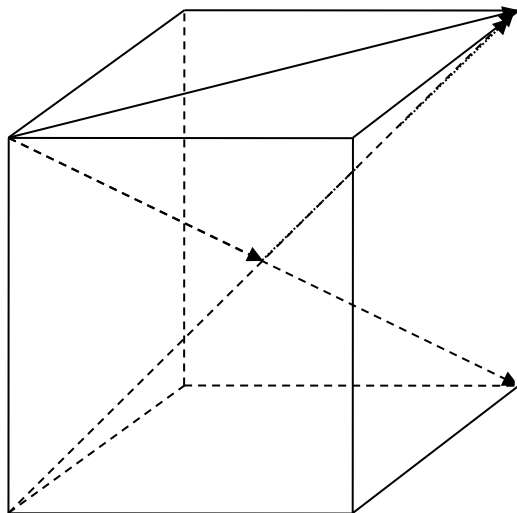
- A. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$ B. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \overrightarrow{0}$
 C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$ D. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn D

+ Gọi O là tâm của hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

+ Vận dụng công thức trung điểm để kiểm tra.



Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ và I là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức đúng là.

- A. $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$ B. $\overrightarrow{SI} = 3(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$
 C. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$ D. $6\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$

Lời giải

Chọn C

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SI} \Leftrightarrow \overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$.

- Câu 24.** Cho hình lập phương $ABCDEFGH$, thực hiện phép toán: $x = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$
A. $x = \overrightarrow{CE}$. **B.** $x = \overrightarrow{CH}$. **C.** $x = \overrightarrow{EC}$. **D.** $x = \overrightarrow{GE}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CE}$$

- Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. G, S không thẳng hàng. **B.** $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$.
C. $\overrightarrow{GS} = 5\overrightarrow{OG}$. **D.** $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$.

Lời giải

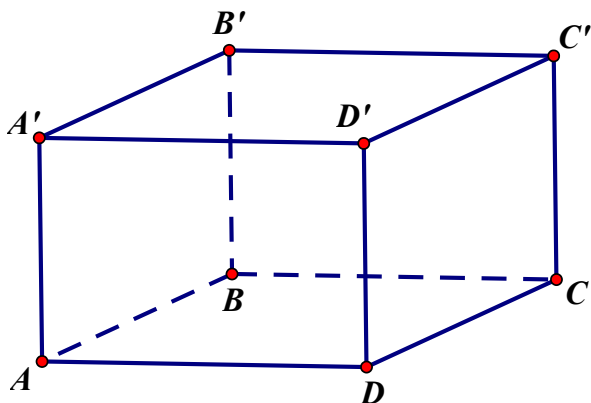
Chọn B

$$\begin{aligned} \overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} &\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} + (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG} \end{aligned}$$

- Câu 26.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$
A. $k = 4$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = 0$. **D.** $k = 2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{BB'}$ nên $k=1$

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$

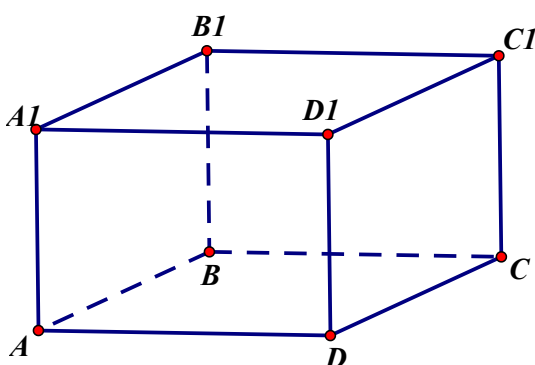
B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$ nên D sai.

Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. A đúng

Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$ nên

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ nên B đúng.

Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.

Câu 28. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào

đẳng thức vector: $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$

A. $k = \frac{1}{4}$

B. $k = 2$

C. $k = 4$

D. $k = \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PM}$, $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PN}$

nên $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN} = 2(\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}) = 2.2.\overrightarrow{PI} = 4\overrightarrow{PI}$. Vậy $k = \frac{1}{4}$

Câu 29. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD . Chọn đẳng thức đúng.

A. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$

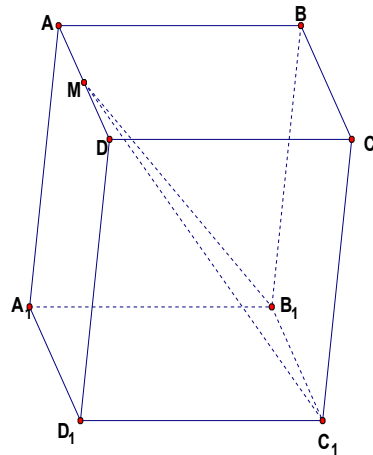
B. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$

C. $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$

D. $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$

Lời giải

Chọn A



A Sai vì $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1D_1})$

$= \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}) = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}$

B Đúng vì $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1A_1} + \overrightarrow{C_1D_1})$

$= \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1D_1}) = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$

C Sai. theo câu B suy ra.

D Sai vì $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD_1}$

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

Lời giải

Chọn C

M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN theo quy tắc trung điểm:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$$

Suy ra: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ hay $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}$

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_0 là giao điểm của GA và mp (BCD) . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{G_0G}$

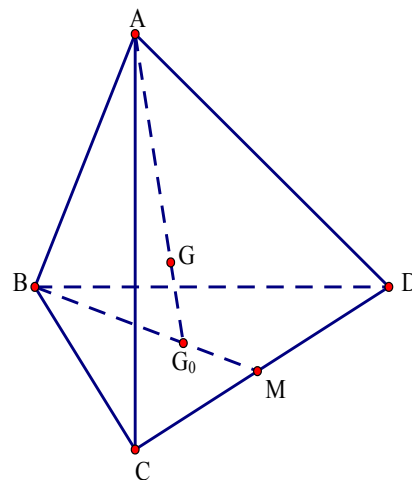
B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G_0G}$

C. $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_0G}$

D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G_0G}$

Lời giải

Chọn C



Theo đề: G_0 là giao điểm của GA và mp $(BCD) \Rightarrow G_0$ là trọng tâm tam giác BCD .

$$\Rightarrow \overrightarrow{G_0A} + \overrightarrow{G_0B} + \overrightarrow{G_0C} = \vec{0}$$

Ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{GA} = -(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = -(3\overrightarrow{GG_0} + \overrightarrow{G_0A} + \overrightarrow{G_0B} + \overrightarrow{G_0C}) = -3\overrightarrow{GG_0} = 3\overrightarrow{G_0G}$$

Câu 32. Cho tứ diện đều $ABCD$, M và N theo thứ tự là trung điểm của cạnh AB và CD . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

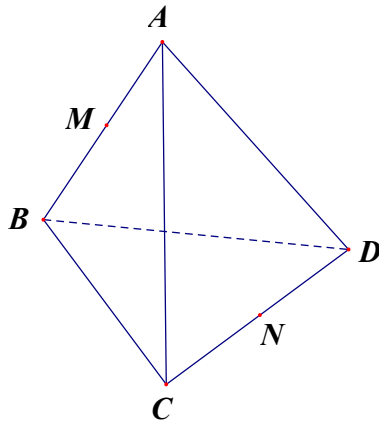
B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{NM}$

D. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} - 4\overrightarrow{MN} = \vec{0}$

Lời giải:

Đáp án D



A. Đúng vì: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

B. Đúng vì: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}) + (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC}) = 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}) + (\overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC}) = 2\overrightarrow{MN}$

C. Đúng vì: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} = 2(\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BN}) = 2(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB}) = 2\overrightarrow{NM}$.

Vậy D sai

Câu 33. Cho $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp, với K là trung điểm CC_1 . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

B. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA_1}$

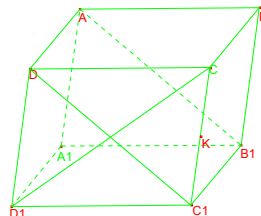
C. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$

D. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

Lời giải

$$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CK} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$$

Có



Chọn A

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với $M = CD_1 \cap C_1D$. Khi đó:

A. $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AA_1}$

B. $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AA_1}$

C. $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AA_1}$

D. $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} + \vec{AA_1}$

Lời giải

Ta có: $\vec{AM} = \vec{AD} + \vec{DM} = \vec{AD} + \vec{DC_1} = \vec{AD} + \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{DD_1}) = \vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AA_1}$

Chọn B

Câu 35. Cho $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp, trong các khẳng định sau khẳng định sai:

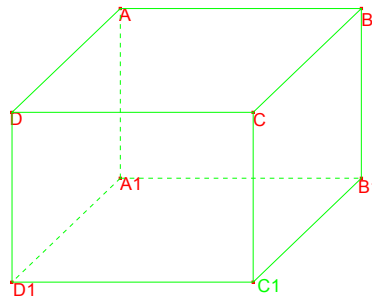
A. $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = 2\vec{AC}$

B. $\vec{AC_1} + \vec{CA_1} + 2\vec{CC_1} = 0$

C. $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = \vec{AA_1}$

D. $\vec{CA_1} + \vec{AC} = \vec{CC_1}$

Lời giải



Ta có: $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = \vec{AA_1}$ $\vec{AC_1} = \vec{AA_1} - \vec{AC_1} \Leftrightarrow \vec{A_1C} = \vec{C_1A_1}$

Chọn C

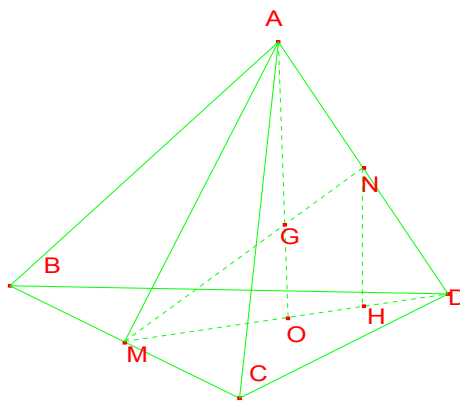
Câu 36. Cho tứ diện ABCD và điểm G thỏa $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi O là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\vec{GA} = -2\vec{OG}$

B. $\vec{GA} = 4\vec{OG}$

C. $\vec{GA} = 3\vec{OG}$

D. $\vec{GA} = 2\vec{OG}$



Lời giải

Gọi M, N là trung điểm của BC, AD

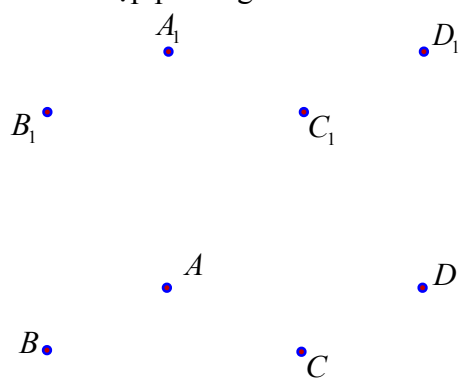
$\Rightarrow$ G là trung điểm MN. Gọi H là hình chiếu của N lên MD $\Rightarrow$ NH là đường trung bình của ΔAOD và OG là đường trung bình của ΔMNH

$$\Rightarrow OG = \frac{1}{2}NH = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AO \Rightarrow OG = \frac{1}{4}AO$$

hay $GA = 3OG$

Chọn C

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (Tham khảo hình vẽ bên).

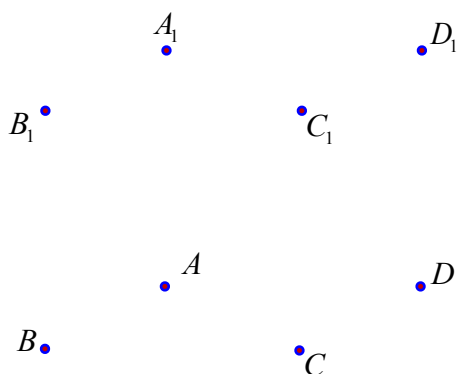


Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD}$ B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB}$
- C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ D. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

Lời giải

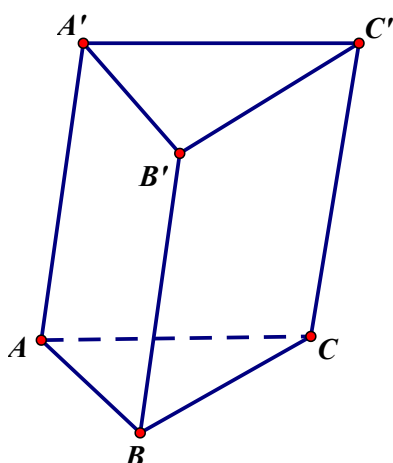
Chọn D



Ta có $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

Câu 38. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AA'} = b, \overrightarrow{AC} = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{B'C} = a + b - c$. B. $\overrightarrow{B'C} = -a + b - c$.
C. $\overrightarrow{B'C} = -a - b + c$. D. $\overrightarrow{B'C} = -a + b + c$



Lời giải

Chọn C

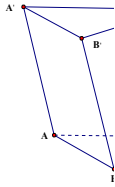
Ta có $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC}$
 $= -\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
 $= -b - a + c$
 $\Rightarrow \overrightarrow{B'C} = -a - b + c$ hay $\overrightarrow{B'C} = -a - b + c$.

Câu 39. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = a, \overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AC} = c$. Hãy phân tích (biểu thị) vector $\overrightarrow{BC'}$ qua các vector a, b, c .

- A. $\overrightarrow{BC'} = a + b - c$ B. $\overrightarrow{BC'} = -a + b - c$ C. $\overrightarrow{BC'} = -a - b + c$ D. $\overrightarrow{BC'} = a - b + c$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = -b + c + a = a - b + c$.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = b$, $\overrightarrow{AC} = c$, $\overrightarrow{AD} = d$. Khẳng định nào sau đây **đúng**.

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(c + b - d)$ B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(c + d - b)$

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(c + d + b)$ D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(d + b - c)$

Lời giải

Chọn B

$$c + d - b = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AP} - 2\overrightarrow{AM} = 2(\overrightarrow{MP}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(c + d - b)$$

Ta có

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{AC} = b$, $\overrightarrow{AD} = c$, gọi M là trung điểm của BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a + 2b - c)$ B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2a + b + c)$

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a - 2b + c)$ D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a + b - 2c)$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$$

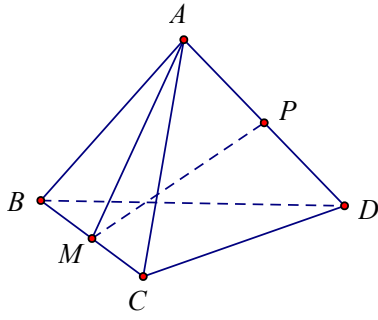
Ta có:

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - c = \frac{1}{2}(a + b - 2c).$$

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của BC và AD . Đặt $\overrightarrow{AB} = b$, $\overrightarrow{AC} = c$, $\overrightarrow{AD} = d$. Khẳng định nào sau đây đúng?

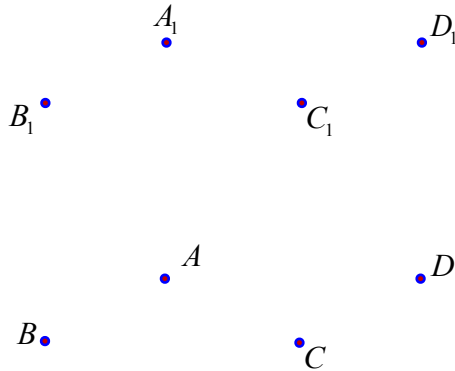
A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(d + b - \vec{c})$ B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(d - b - \vec{c})$ C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + d + b)$ D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + b - d)$

Lời giải



Ta có: $\vec{MP} = \vec{AP} - \vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AD} - \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{AD} - \vec{AB} - \vec{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{d} - \vec{b} - \vec{c})$

Câu 43. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (Tham khảo hình vẽ bên).

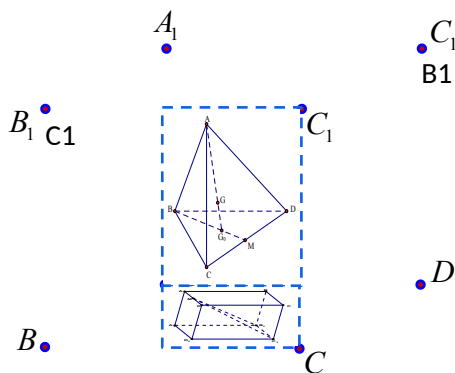


Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** Các véc tơ $\vec{A_1C_1}, \vec{BD}, \vec{CA}$ đồng phẳng. **B.** Các véc tơ $\vec{AC_1}, \vec{AA_1}, \vec{AD}$ đồng phẳng.
- C.** Các véc tơ $\vec{AC_1}, \vec{AA_1}, \vec{AC}$ đồng phẳng. **D.** Các véc tơ $\vec{AC_1}, \vec{BB_1}, \vec{AC}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\vec{A_1C_1}, \vec{BD}, \vec{CA}$ cùng có giá song song hoặc nằm trong $(ABCD) \Rightarrow$ A đúng

Ta có $\vec{AC_1}, \vec{AA_1}, \vec{AC}$ cùng có giá nằm trong $(AA_1C_1C) \Rightarrow$ C đúng

Ta có $\vec{AC_1}, \vec{BB_1}, \vec{AC}$ cùng có giá song song hoặc nằm trong $(AA_1C_1C) \Rightarrow$ D đúng

Vậy B sai.

- Câu 44.** Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định **đúng**.
- A. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BD}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.
- C. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.

Lời giải

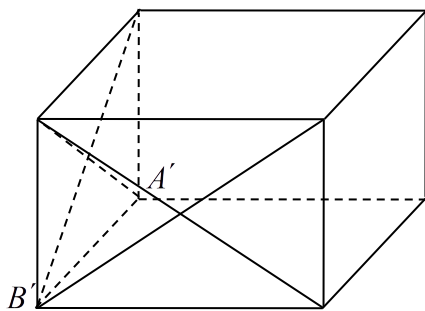
Chọn B

Ta có 3 vectơ $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng vì chúng có giá cùng nằm trên mặt phẳng (BCD_1A_1) .

- Câu 45.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$.
- C. Ba vectơ $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng. D. $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$.

Lời giải

Chọn C



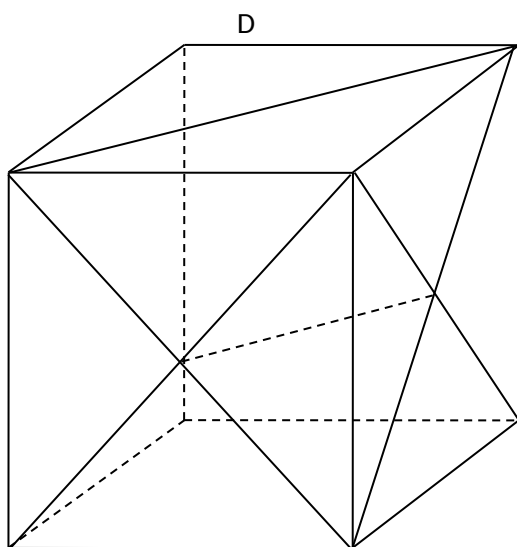
Ta có: $BD \subset (ABCD)$; $IK \parallel AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow IK \parallel (ABCD)$;
 $B'C' \parallel BC, BC \subset (ABCD) \Rightarrow B'C' \parallel (ABCD)$.

Vậy ba vectơ $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ đồng phẳng.

- Câu 46.** Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?
- A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.
- C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn D



$$+ \begin{cases} IK \parallel (ABCD) \\ GF \parallel (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \Rightarrow \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{BD} \text{ đồng phẳng.} \end{cases}$$

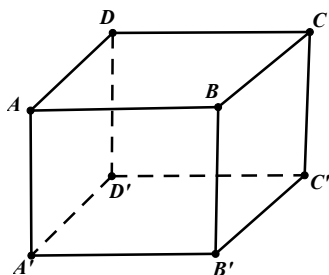
+ Các bộ vectơ ở câu A, C, D không thể có giá cùng song song với một mặt phẳng.

Câu 47. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Bộ 3 vectơ nào sau đây đồng phẳng:

- A. $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{A'B}$ B. $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{C'D}, \overrightarrow{A'B'}$ D. $\overrightarrow{B'D}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'D'}$

Lời giải

Chọn A



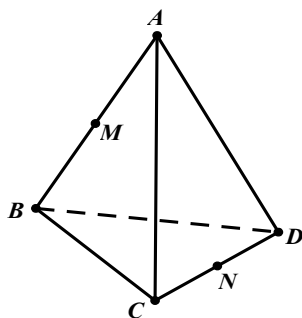
Dễ thấy $D'C$ song song với mặt phẳng $(ABB'A')$ nên $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{A'B}$ đồng phẳng.

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm AB và CD . Ba véc tơ nào đồng phẳng:

- A. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ B. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ C. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$

Lời giải

Chọn B



Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})\end{aligned}$$

Vậy theo định lý về ba véc tơ đồng phẳng suy ra $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ đồng phẳng.

Câu 49. Cho ba vectơ a, b, c . Điều kiện nào sau đây khẳng định a, b, c đồng phẳng?

- A.** Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p = 0$ và $ma + nb + pc = 0$.
- B.** Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ và $ma + nb + pc = 0$.
- C.** Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $ma + nb + pc = 0$.
- D.** Giá của a, b, c đồng qui.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thuyết $m + n + p \neq 0 \Rightarrow$ tồn tại ít nhất một số khác 0.

Giả sử $m \neq 0$. Từ $ma + nb + pc = 0 \Rightarrow a = -\frac{n}{m}b - \frac{p}{m}c$.

a, b, c đồng phẳng (theo định lý về sự đồng phẳng của ba vectơ).

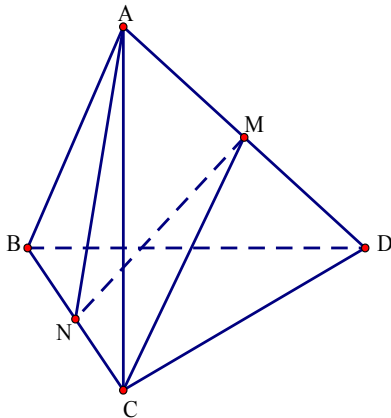
Câu 50. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** Các vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.
- B.** Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
- C.** Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.
- D.** Các vectơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn D

A Đúng vì
$$\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{DC})$$



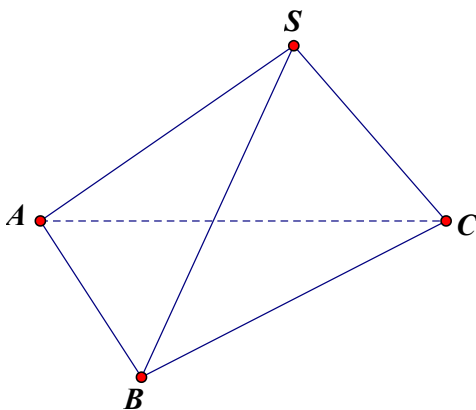
B Đúng vì từ N ta dựng vectơ bằng vectơ $\vec{MN}$ thì $\vec{MN}$ không nằm trong mặt phẳng (ABC) .

C Sai. Tương tự đáp án B thì $\vec{AN}$ không nằm trong mặt phẳng (CMN) .

D Đúng vì
$$\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$$

- Câu 51.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a . Góc giữa hai vectơ $\vec{SB}$ và $\vec{AC}$ bằng
- A.** 60° . **B.** 120° . **C.** 30° . **D.** 90° .

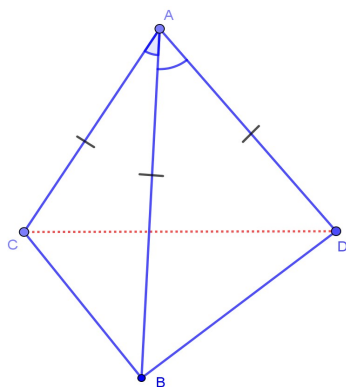
Lời giải



Ta có
$$\cos(\vec{SB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{SB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{SB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{(\vec{SA} + \vec{AB}) \cdot \vec{AC}}{a^2} = \frac{\vec{SA} \cdot \vec{AC} + \vec{AB} \cdot \vec{AC}}{a^2} = \frac{-\frac{a^2}{2} + 0}{a^2} = -\frac{1}{2}$$

Vậy góc giữa hai vectơ $\vec{SB}$ và $\vec{AC}$ bằng 120° .

- Câu 52.** Cho tứ diện $ABCD$ có $\angle ADB = \angle ABC = 60^\circ$, $AB = AD = AC$ (tham khảo như hình vẽ bên).



Gọi φ là góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$. Chọn mệnh đề **đúng**?

- A. $\varphi = 60^\circ$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$. C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\cos \varphi = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AD \cos \angle DAB - AB \cdot AC \cdot \cos \angle CAB = 0$$

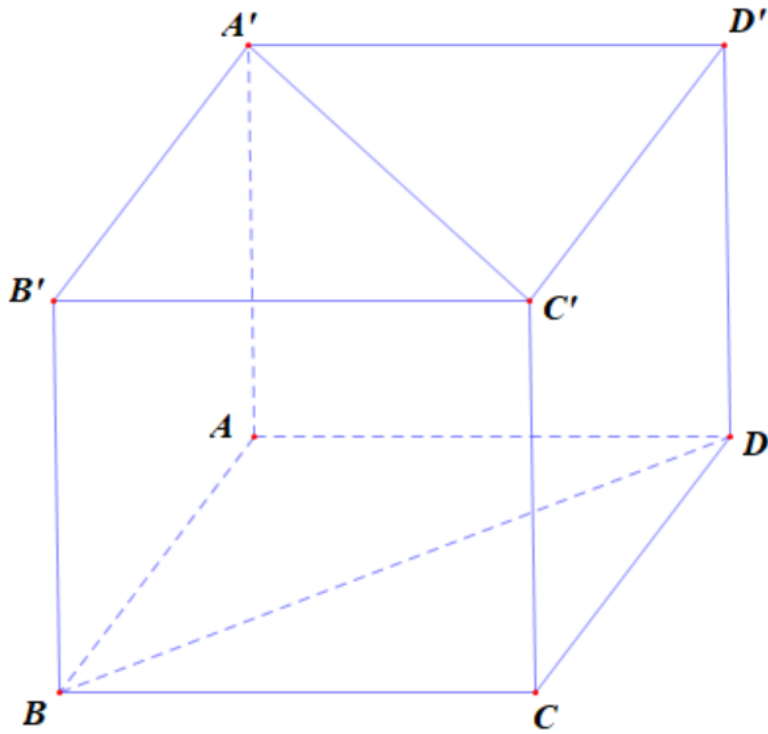
$$\Rightarrow \varphi = 90^\circ$$

Câu 53. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'})$

- A. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 0$. B. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 1$.
- C. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{1}{2}$. D. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

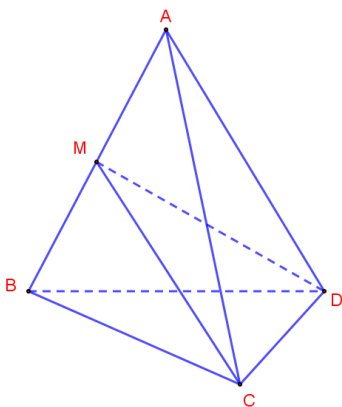


$$BD \perp AC \parallel A'C' \Rightarrow BD \perp A'C' \Rightarrow \cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 0$$

- Câu 54.** Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.
- A. 90° . B. 30° . C. 120° . D. 60° .

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của AB .

Vì hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều nên $CM \perp AB, DM \perp AB$.

Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MD} = 0$.

Vậy góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là 90° .

- Câu 55.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Giá trị tích vô hướng $\vec{AB}(\vec{AB} - \vec{CA})$ bằng
- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

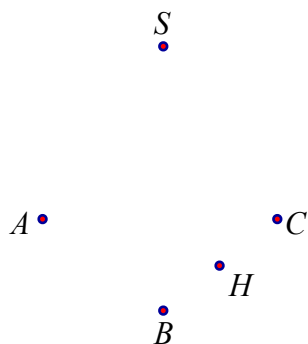
Ta có:
$$\vec{AB}(\vec{AB} - \vec{CA}) = \vec{AB}.\vec{AB} + \vec{AB}.\vec{AC} = AB^2 + |\vec{AB}|.|\vec{AC}|.\cos(\vec{AB}, \vec{AC})$$

$$= AB^2 + AB.AC.\cos(\angle BAC) = a^2 + a.a.\cos 60^\circ = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$$

- Câu 56.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC$, $\angle SAC = \angle SAB$. Tính số đo của góc giữa hai vectơ $\vec{SA}$ và $\vec{BC}$.
- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Lời giải

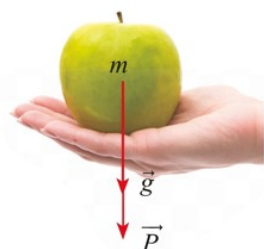
Chọn D



Ta có
$$\vec{AS}.\vec{BC} = \vec{AS}(\vec{AC} - \vec{AB}) = \vec{AS}.\vec{AC} - \vec{AS}.\vec{AB} = AS.AC.\cos \angle SAC - AS.AB.\cos \angle SAB = 0.$$

Do đó số đo của góc giữa hai vectơ đó bằng 90° .

- Câu 57.** Nếu một vật có khối lượng $m(kg)$ thì lực hấp dẫn P của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $P = mg$, trong đó g là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 m/s^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 102 gam (Hình).



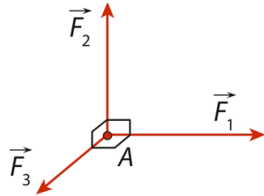
- A. $0,9996N$. B. $0,5996N$. C. $0,9196N$. D. $0,8996N$.

Lời giải

Độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên quả táo: $P = mg = 0,102.9,8 = 0,9996N$

Dành cho đối tượng học sinh khá giỏi

Câu 58. Một chất điểm chịu tác động bởi 3 lực F_1, F_2, F_3 có chung điểm đặt A và có giá vuông góc với nhau từng đôi một. Biết cường độ của các lực F_1, F_2, F_3 lần lượt là $10N, 8N$ và $5N$, xác định hợp lực của 3 lực và tính cường độ của hợp lực (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



A. 13,7

B. 12,7

C. 14,7

D. 11,7

Lời giải

Ta có: $\left| \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \right| = \sqrt{F_2^2 + F_3^2} = \sqrt{89}$

Độ lớn hợp lực của ba lực là: $\left| \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \right| = \sqrt{F_1^2 + 89} = 13,7N$

Câu 59. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{AA'} = \vec{a}, \vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc đường thẳng CC' sao cho $\vec{C'I} = 3\vec{C'C}, G$ điểm thỏa mãn $\vec{GB} + \vec{GA'} + \vec{GB'} + \vec{GC'} = \vec{0}$. Biểu diễn vector $\vec{IG}$ qua các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?

A. $\vec{IG} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right)$

B. $\vec{IG} = \frac{1}{3} (\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$

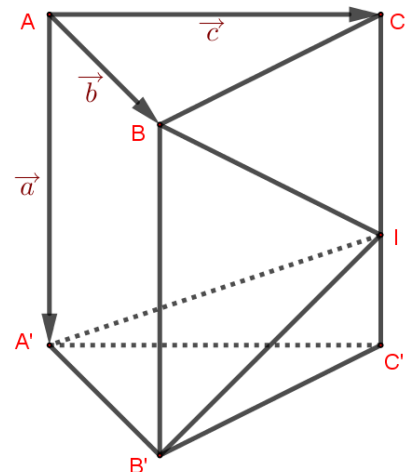
C. $\vec{IG} = \frac{1}{4} (\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$

D. $\vec{IG} = \frac{1}{4} \left(\vec{b} + \frac{1}{3} \vec{c} - 2\vec{a} \right)$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}
 & \vec{GB} + \vec{GA'} + \vec{GB'} + \vec{GC'} = \vec{0} \\
 \Leftrightarrow & 4\vec{IG} = \vec{IB} + \vec{IA'} + \vec{IB'} + \vec{IC'} \\
 \Leftrightarrow & 4\vec{IG} = (\vec{IC} + \vec{CB}) + (\vec{IC'} + \vec{C'A'}) + (\vec{IC'} + \vec{C'B'}) + \vec{IC'} \\
 \Leftrightarrow & 4\vec{IG} = (\vec{IC} + 3\vec{IC'}) + 2\vec{CB} + \vec{C'A'} \\
 \Leftrightarrow & 4\vec{IG} = \frac{1}{3} \vec{CC'} + 2(\vec{AB} - \vec{AC}) - \vec{AC} \\
 \Leftrightarrow & \vec{IG} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right)
 \end{aligned}$$



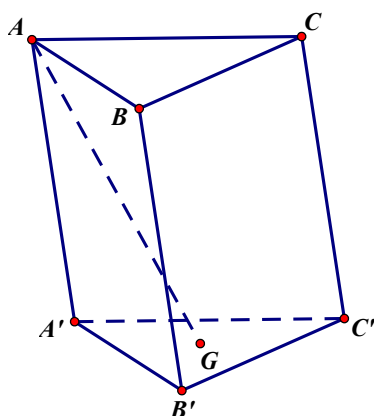
Câu 60. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng

- A. $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$ B. $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$ C. $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$ D. $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$

Lời giải

Chọn B



Do G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ nên $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'})$.

Áp dụng quy tắc hình bình hành trong các hình bình hành $ABB'A', ACC'A'$ có:

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}) + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}) = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$$

Câu 61. Cho tam giác $x=1, x=-3$. có $AB=2; AC=5$, gọi AD là phân giác trong của góc A (D thuộc cạnh BC). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$

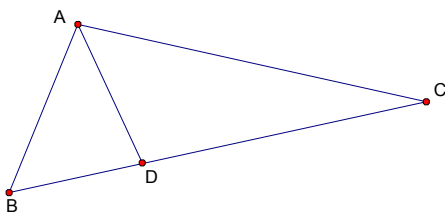
A

C. $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$

C

Lời giải

Chọn A



Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5DB = 2DC$

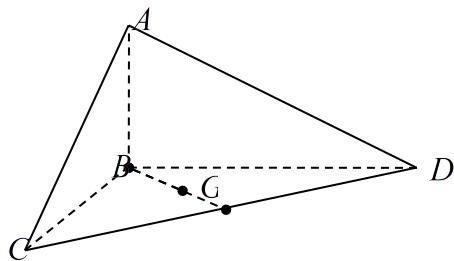
Suy ra: $5\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow 5(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$

Câu 62. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Đặt $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{y} = \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{z} = \overrightarrow{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{x} + \overrightarrow{y} + \overrightarrow{z})$ B. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\overrightarrow{x} + \overrightarrow{y} + \overrightarrow{z})$
- C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{x} + \overrightarrow{y} + \overrightarrow{z})$ D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\overrightarrow{x} + \overrightarrow{y} + \overrightarrow{z})$

Lời giải

Chọn C



Ta có: G là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

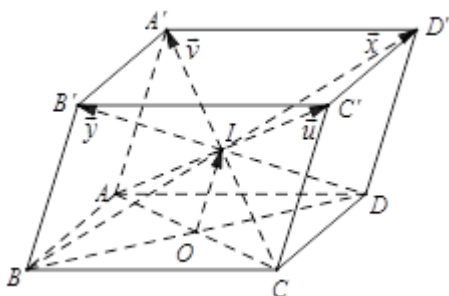
Nên $\overrightarrow{x} + \overrightarrow{y} + \overrightarrow{z} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{x} + \overrightarrow{y} + \overrightarrow{z})$

Câu 63. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{u}, \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{v}, \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{x}, \overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{x} + \overrightarrow{y})$ B. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{x} + \overrightarrow{y})$
- C. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{x} + \overrightarrow{y})$ D. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{x} + \overrightarrow{y})$

Lời giải

Chọn C



Ta phân tích:

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{AC'} + \vec{CA'} = (\vec{AC} + \vec{CC'}) + (\vec{CA} + \vec{AA'}) = 2\vec{AA'}$$

$$\vec{x} + \vec{y} = \vec{BD'} + \vec{DB'} = (\vec{BD} + \vec{DD'}) + (\vec{DB} + \vec{BB'}) = 2\vec{BB'} = 2\vec{AA'}$$

$$\Rightarrow \vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y} = 4\vec{AA'} = -4\vec{A'A} = -4.2\vec{OI}$$

$$\Rightarrow 2\vec{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$$

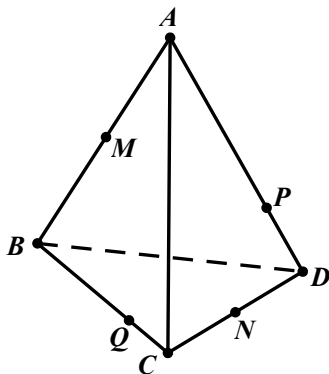
Câu 64. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $3\vec{AP} = 2\vec{AD}$, $3\vec{BQ} = 2\vec{BC}$. Các vectơ $\vec{MP}, \vec{MQ}, \vec{MN}$ đồng phẳng khi chúng thỏa mãn đẳng thức vector nào sau đây:

A. $\vec{MN} = \frac{3}{4}\vec{MP} + \frac{3}{4}\vec{MQ}$ B. $\vec{MQ} = \frac{1}{2}\vec{MN} + \frac{1}{2}\vec{MP}$

C. $\vec{MN} = \frac{2}{3}\vec{MP} + \frac{2}{3}\vec{MQ}$ D. $\vec{MN} = \frac{3}{2}\vec{MP} + \frac{3}{2}\vec{MQ}$

Lời giải

Chọn A



$$3\vec{AP} = 2\vec{AD} \Leftrightarrow 3\vec{AM} + 3\vec{MP} = 2\vec{AM} + 2\vec{MD} \\ \Leftrightarrow \vec{AM} = 2\vec{MD} - 3\vec{MP} \quad (1)$$

Ta có

$$3\vec{BQ} = 2\vec{BC} \Leftrightarrow 3\vec{BM} + 3\vec{MQ} = 2\vec{BM} + 2\vec{MC} \\ \Leftrightarrow \vec{BM} = 2\vec{MC} - 3\vec{MQ} \quad (2)$$

Cộng (1) và (2) theo vế suy ra $\vec{MN} = \frac{3}{4}\vec{MP} + \frac{3}{4}\vec{MQ}$

Câu 65. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh AB và G là trọng tâm của tam giác BCD . Đặt $\vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}, \vec{AD} = \vec{d}$. Phân tích vectơ $\vec{MG}$ theo $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$.

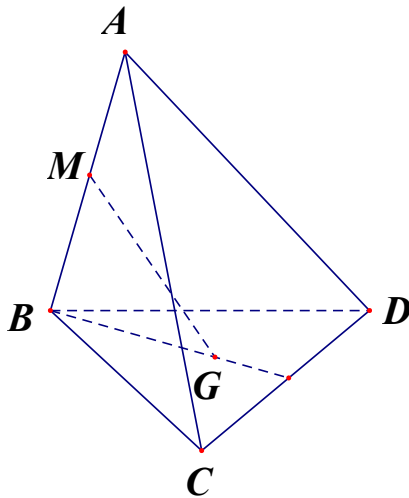
A. $\vec{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$ B. $\vec{MG} = \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$

C. $\vec{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$

D. $\vec{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{3}\vec{d}$

Lời giải

Đáp án A



$$\begin{aligned}\vec{MG} &= \frac{1}{3}(\vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{3}(\vec{MA} + \vec{AC}) + \frac{1}{3}(\vec{MA} + \vec{AD}) \\ &= \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{MA} + \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\vec{AB}\right) + \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD} \\ &= -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD} = -\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}\end{aligned}$$

Câu 66. Cho ba vector a, b, c không đồng phẳng. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Các vector $x = a - 2b + 4c, y = 3a - 3b + 2c$ đồng phẳng.

B. Các vector $x = a + b + c, y = 2a - 3b + c$ đồng phẳng.

C. Các vector $x = a + b - c, y = 2a - b + 3c$ đồng phẳng.

D. Các vector $x = a + b + 2c, y = 2a - 3b - 6c, z = -a + 3b + 6c$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn A

Các vector x, y, z đồng phẳng $\Leftrightarrow \exists m, n: x = my + nz$.

Mà: $x = my + nz$.

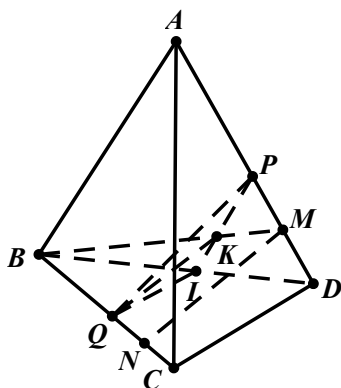
$$\Leftrightarrow a - 2b + 4c = m(3a - 3b + 2c) + n(2a - 3b - 3c) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 2n = 1 \\ -3m - 3n = -2 \\ 2m - 3n = 4 \end{cases} \quad (\text{hệ vô nghiệm})$$

Vậy không tồn tại hai số $m, n: x = my + nz$.

- Câu 67.** Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{NB} = -3\overrightarrow{NC}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. B. Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
- C. Các vectơ $\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. D. Các vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm BD và K là trọng tâm của tam giác ABD .

Ta thấy $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ song song với mặt phẳng (PIQ) nên vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}$ song song với mặt phẳng (PIQ) nên vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

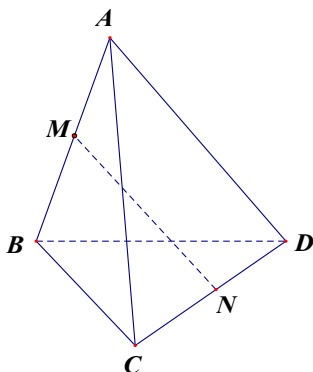
$\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ song song với mặt phẳng (PIQ) nên vectơ $\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

- Câu 68.** Cho tứ diện $ABCD$. M và N theo thứ tự là trung điểm của AB và CD . Bộ ba vectơ nào dưới đây đồng phẳng?

- A. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{MN}$.
- C. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{MN}$. D. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MA}$.

Lời giải

Đáp án C



$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} \\ \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} \\ \Rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} &= 2\overrightarrow{MN} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

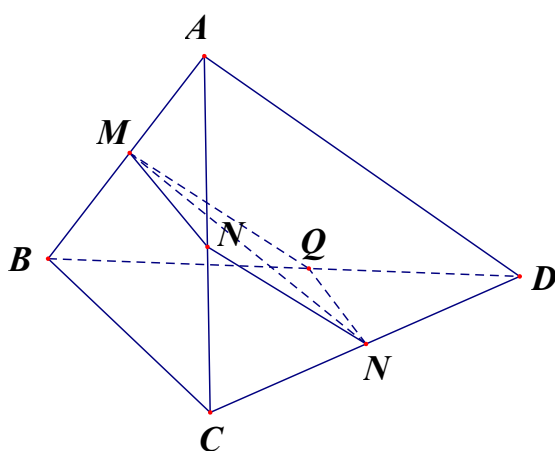
Vậy ba vectơ $\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm trên đoạn AB và $MB = 2MA$. N là điểm trên đường thẳng CD mà $\overrightarrow{CN} = k\overrightarrow{CD}$. Nếu $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng thì giá trị của k là:

- A. $k = \frac{2}{3}$. B. $k = \frac{3}{2}$. C. $k = \frac{4}{3}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Đáp án A



Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với AD và BC .

(α) cắt AC tại P , BD tại Q và CD tại N . Ta có $\overrightarrow{MP} \parallel \overrightarrow{PN} \parallel \overrightarrow{AD}$.

Các vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ có giá song song hay nằm trong mặt phẳng (α) nên đồng phẳng.

Ta có $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$. Vậy $k = \frac{2}{3}$.

Câu 70. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AC , BD lần lượt lấy M , sao cho $AM = 3MD$; $BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD , BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Các vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng
 B. Các vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng
 C. Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng
 D. Các vectơ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

Lời giải

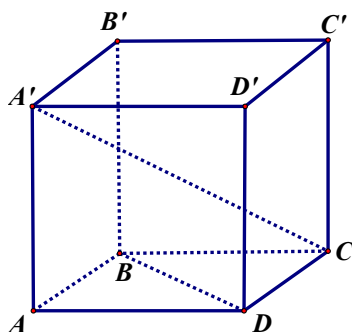
Ta có
$$\begin{cases} \vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}) \\ \vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} \end{cases} \Rightarrow \vec{OM} \cdot \vec{BC} = -\frac{1}{2}OB^2 = -\frac{a^2}{2}$$

$$BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{2} \quad \text{và} \quad OM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{OA^2 + OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(\vec{OM}, \vec{BC}) = \frac{\vec{OM} \cdot \vec{BC}}{OM \cdot BC} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{OM}, \vec{BC}) = 120^\circ$$

Do đó:

Câu 72. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết đáy $ABCD$ là hình vuông. Tính góc giữa $A'C$ và BD .



A. 90° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn A

Đặt $\vec{A'B'} = a$, $\vec{A'D'} = b$, $\vec{A'A} = c$, $AB = x$.

$$\vec{A'C} = \vec{A'B'} + \vec{A'D'} + \vec{A'A} = a + b + c$$

$$\vec{BD} = \vec{AD} - \vec{AB} = b - a$$

$$\vec{A'C} \cdot \vec{BD} = (a + b + c) \cdot (b - a) = a \cdot b - (a)^2 + (b)^2 - b \cdot a + c \cdot b - c \cdot a$$

$$= 0 - x^2 + x^2 - 0 + 0 - 0 = 0. \quad (\text{Vì } ABCD \text{ là hình vuông nên } |a| = |b| = x).$$

Vậy $\vec{A'C} \perp \vec{BD}$ hay góc giữa $A'C$ và BD bằng 90° .

Câu 73. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a , tính $|\cos(\vec{AB'}, \vec{BC'})|$

A. $\frac{1}{4}$.

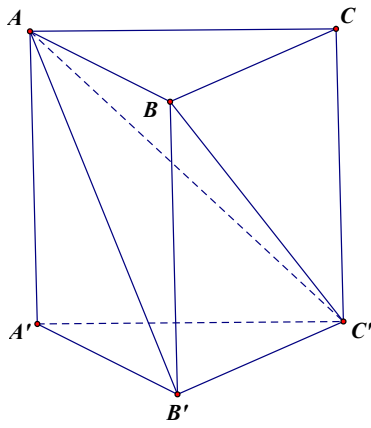
B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $\vec{AA'} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$ theo giả thiết ta có: $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = a$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = 0$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}a^2$.

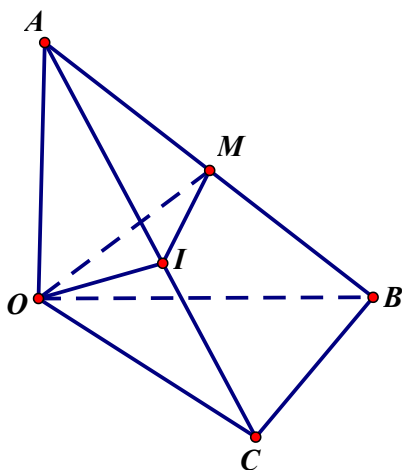
Có $ABB'A'$ và $BCC'B'$ là các hình vuông nên $|\vec{AB'}| = |\vec{BC'}| = a\sqrt{2}$.

Mà $\vec{AB'} = \vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{BC'} = \vec{AC'} - \vec{AB} = \vec{a} + \vec{c} - \vec{b}$ suy ra

$$\left| \cos(\vec{AB'}, \vec{BC'}) \right| = \frac{|\vec{AB'} \cdot \vec{BC'}|}{|\vec{AB'}| |\vec{BC'}|} = \frac{\left| a^2 + \frac{1}{2}a^2 - a^2 \right|}{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{1}{4}$$

- Câu 74.** Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc hợp bởi hai véc tơ $\vec{BC}$ và $\vec{OM}$ bằng
- A.** 120° **B.** 150° **C.** 135° **D.** 60° .

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AC ta có góc hợp bởi hai véc tơ $\vec{BC}$ và $\vec{OM}$ bằng 180° trừ đi góc tạo bởi hai véc tơ $\vec{MI}$ và $\vec{MO}$

$$BC = a\sqrt{2} \Rightarrow MI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Ta có:

$$OM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Tam giác OAB vuông cân tại O nên:

$$OI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Tam giác OAC vuông cân tại O nên:

Suy ra góc tạo bởi hai véc tơ $\overrightarrow{MI}$ và $\overrightarrow{MO}$ bằng 60°

Suy ra góc hợp bởi hai véc tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng 120°

Câu 75. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác $A'BC$ đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . M là trung điểm cạnh CC' . Tính cosin góc α giữa hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{BM}$.

A. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{22}}{11}$

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{33}}{11}$

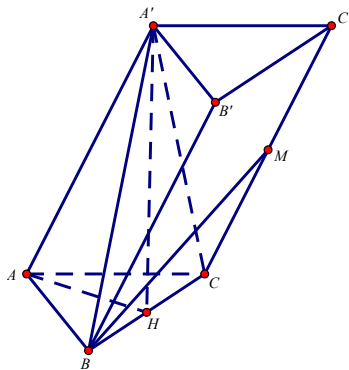
C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{11}}{11}$

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{22}}{11}$

Lời giải

Chọn

B.



$$AH = A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Ta có: $AH \perp BC, A'H \perp BC \Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp AA'$ hay

$BC \perp BB'$. Do đó: $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

$$CC' = AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow BM = \sqrt{a^2 + \frac{a^2 \cdot 6}{16}} = a \frac{\sqrt{22}}{4}$$

Khi đó:

$$\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AA'} \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM}) = 0 + \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{CM} = \frac{3a^2}{4}$$

Xét:

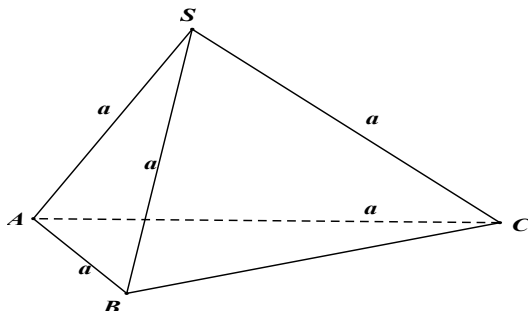
$$\cos(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BM}) = \frac{\left| \frac{3a^2}{4} \right|}{\frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{22}}{4}} = \frac{\sqrt{33}}{11}$$

Suy ra

- Câu 76.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và góc $\angle SAB = 30^\circ$. Giá trị $\cos(\angle ABC, \angle SCB)$ gần nhất với giá trị nào sau đây?
- A. 0,83. B. 0,37. C. 0,45. D. 0,71.

Lời giải

Chọn B



+) Ta có:
$$\vec{AB} \cdot \vec{SC} = \vec{AB} \cdot (\vec{SA} + \vec{AC}) = \vec{AB} \cdot \vec{SA} + \vec{AB} \cdot \vec{AC} = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ + a \cdot a \cdot \cos 30^\circ = -\frac{a^2}{2} + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

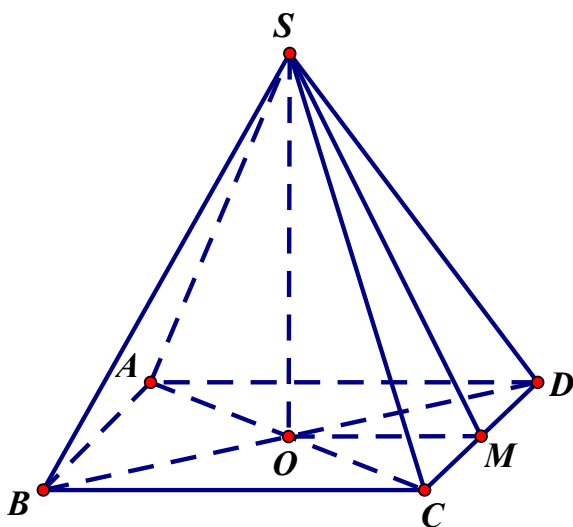
+) Do đó:
$$\cos(\angle ABC, \angle SCB) = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{SC}|}{|\vec{AB}| |\vec{SC}|} = \frac{-\frac{a^2}{2} + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}}{a^2} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \approx 0.37.$$
 Chọn B

- Câu 77.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $MS \cdot CB$ bằng

- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $-\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{a^2}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều

$$\Rightarrow \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AC \perp BD \end{cases}$$

Do M là trung điểm của CD nên ta có:

$$\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OS} \quad , \quad \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$$

Do $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OS}$; $\overrightarrow{OD}$ đôi một vuông góc với nhau nên ta có:

$$\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}^2 = \overrightarrow{OC}^2 = \frac{a^2}{2}$$