|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD & ĐT**  **NHƯ THANH**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CÁC MÔN VĂN HOÁ**  **LỚP 9 CẤP HUYỆN**  **Năm học 2021-2022**  **MÔN : TOÁN** |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Cho biểu thức 
2. Rút gọn biểu thức 
3. Tính giá trị biểu thức khi . Chứng minh rằng với mọi thỏa mãn điều kiện xác định
4. Cho ba số thực khác không thỏa mãn 

Chứng minh rằng 

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình ẩn  
2. Tìm cặp số đồng thời thỏa mãn 2 đẳng thức sau đây :



**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. Tìm các số nguyên và thỏa mãn 
2. Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho và đều là các số nguyên tố

**Câu 4. (6,0 điểm)** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính là dây cung di động trên nửa đường tròn sao cho E thuộc cung và Gọi là giao điểm của là giao điểm của , I là giao điểm của 

1. Chứng minh rằng 
2. Đường thẳng cắt tiếp tuyến tại B ở N, các tiếp tuyến tại của (O) cắt nhau ở M. Chứng minh 
3. Xác định vị trí trên nửa đường tròn để tứ giác có diện tích lớn nhất

**Câu 5. (2,0 điểm)** Cho là các số thực dương thỏa mãn Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. **Cho biểu thức **
2. **Rút gọn biểu thức **

****

1. **Tính giá trị biểu thức khi . Chứng minh rằng với mọi thỏa mãn điều kiện xác định**

Thay vào A ta có :



Với mọi ta có : 



1. **Cho ba số thực khác không thỏa mãn **

**Chứng minh rằng **

****

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. **Giải phương trình ẩn  **

****

1. **Tìm cặp số đồng thời thỏa mãn 2 đẳng thức sau đây :**

****

****

Vậy 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. **Tìm các số nguyên và thỏa mãn **

****

Vì là số nguyên lẻ và nên :



Giải 4 hệ phương trình :



Tìm được 4 nghiệm của phương trình đã cho là :



1. **Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho và đều là các số nguyên tố**

• Khi p = 2 3 4p" + 1 = 17 là số nguyên tố.

= 25 không là số nguyên tố. Vậy p = 2 không thoả.

• Khi p = 3 =37 là số nguyên tố.

 không là số nguyên tố. Vậy p = 3 không thoả,

• Khi p = 5 là số nguyên tố.

là số nguyên tố. Vậy p = 5 thoả mãn.

• Khi p = 7 không là số nguyên tố.

Vậy p = 7 không thoả.

Đến đây có thể dự đoán p = 5 là số nguyên tố duy nhất thoả mãn. Ta chứng minh dự đoán này

Ta có 

Xét 5 số nguyên liên tiếp  ắt có một và chỉ một số chia hết cho 5. Số chia hết cho 5 không thể là một trong bốn số (p - 2), (p − 1),

Thật vậy: Nếu hoặc chia hết cho 5 thì 

chia hết cho 5 mà (vô lý)

Nếu thì mà (vô lý)

Vậy mà p nguyên tố nên 

**Câu 4. (6,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính là dây cung di động trên nửa đường tròn sao cho E thuộc cung và Gọi là giao điểm của là giao điểm của , I là giao điểm của **

****

1. **Chứng minh rằng **

Ta có là đường cao mà H là giao điểm nên H là trực tâm tại I

Xét và có : chung



1. **Đường thẳng cắt tiếp tuyến tại B ở N, các tiếp tuyến tại của (O) cắt nhau ở M. Chứng minh **

Xét và có 

(cùng phụ với 







1. **Xác định vị trí trên nửa đường tròn để tứ giác có diện tích lớn nhất**

Dễ thấy là tam giác đều nên Gọi K là trung điểm 



có 

Dựng lần lượt vuông góc với tai E, F thì là hình thang vuông

Dựng là trung điểm của là đường trung bình hình thang 



Mà mà không đổi

max

Có : 

vuông có . Dấu bằng xảy ra khi 

**Câu 5. (2,0 điểm) Cho là các số thực dương thỏa mãn Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

Đặt , khi đó bất đẳng thức cần chứng minh trở thành



Để ý đến bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có 

Suy ra . Hoàn toàn tương tựu ta được :



Cũng theo đánh giá như trên



Khi đó ta có 

Do đó ta được bất đẳng thức



Ta cần chứng minh 

Để ý ta phân tích được :



Do đó 

Như vậy bất đẳng thức ban đầu được chứng minh. Dấu bằng xảy ra khi 