MỤC LỤC

Phần A	Mở đầu	2
	I. Lý do chọn đề tài	2
	II.Mục đích nghiên cứu	2
	III. Đối tượng nghiên cứu	2
	IV. Phương pháp nghiên cứu.	2
Phần B	Nội dung sáng kiến kinh nghiệm	2
	I. Cơ sở lý luận	2
	II. Thực trạng vấn đề trước khi sử dụng sáng kiến kinh nghiệm	3
	III. Các biện pháp tiến hành	3
	1. Cơ sở lý thuyết	3
	2. Hướng dẫn học sinh tiếp cận và giải một số bài toán xác suất	5
	2.1. Những bài toán xác suất có không gian mẫu được môt tả cụ thể	5
	2.2. Những bài toán chọn vật (người...) không liên quan đến sắp xếp	6
	2.3 Những bài toán liên quan đến sắp xếp	12
	2.4. Những bài toán sử dụng quy tắc nhân	14
	2.5.Bài tập tự luyện	18
	IV.Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm	19
Phần C	Kết luận	20
	I. Kết luận	20
	II. Kiến nghị	20
	Tài liệu tham khảo	21

A. MỞ ĐẦU

I. Lý do chọn đề tài: Xác suất là một chuyên ngành mới và có tính hấp dẫn cao được áp dụng phổ biến trong cuộc sống. Xác suất được ứng dụng rộng rãi trong nhiều ngành khoa học khác nhau như Toán học, Vật lý, Khoa học và kỹ thuật, y học, công nghệ thông tin và các ngành kinh tế. Trong trường phổ thông thì đòi hỏi học sinh phải biết giải bài toán xác suất và áp dụng được vào các môn học đặc biệt là môn sinh học, vật lý ...

Trong những năm gần đây các bài toán xác suất là một trong các chủ đề có mặt trong các kỳ thi do Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định. Chính vì thế nên tôi đã chú trọng vào việc dạy kỹ lý thuyết cho học sinh và phân dạng các loại toán xác suất từ dễ đến khó và có hệ thống móc nối giữa các kiến thức cũ và mới để học sinh có hứng thú học, say mê tìm hiểu và giải quyết được các dạng bài tập trong chương trình phổ thông.

Với mong muốn giúp các em học sinh lớp 11 nắm vững các kiến thức cơ bản về xác suất đồng thời biết vận dụng một cách linh hoạt các kiến thức đó để giải quyết nhiều tình huống khác nhau, tôi đã chọn đề tài ***"Giúp học sinh lớp 11 tiếp cận và giải một số bài tập xác suất".***

II. Mục đích nghiên cứu: Nghiên cứu một số vấn đề liên quan đến đến nội dung xác xuất được trình bày trong sách giáo khoa nhằm nâng cao nghiệp vụ chuyên môn và rút kinh nghiệm trong quá trình giảng dạy.

III. Đối tượng nghiên cứu:

- Học sinh trung lớp 11 bậc trung học phổ thông;
- Nội dung phần xác suất trong chương trình toán trung học phổ thông.

IV. Phương pháp nghiên cứu:

- Xây dựng cơ sở lý thuyết;
- Điều tra, quan sát;
- Thực nghiệm sư phạm;
- Tổng kết rút kinh nghiệm;
- Xây dựng hệ thống bài tập có phân loại các dạng bài tập, sắp xếp các ví dụ, các bài tập theo mức độ từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp, đồng thời đưa ra một số đặc điểm nhận dạng từng dạng bài tập để lựa chọn cách giải cho phù hợp.

B. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

I. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm.

- Lý thuyết xác suất nghiên cứu quy luật của các hiện tượng ngẫu nhiên. Do đặc thù của chuyên ngành nên các bài toán về xác suất có nhiều điểm khác biệt so với các bài toán đại số, giải tích, hình học. Trong chương trình toán học phổ thông chương trình sách giáo khoa đã đưa xác suất vào dạy ở lớp 11,với đa số học sinh việc làm quen, áp dụng và giải các bài toán về xác suất còn rất bỡ ngỡ và thấy khó. Đứng trước một bài toán xác suất nhiều học sinh thường lúng túng, không biết cách giải quyết như thế nào, thậm chí có nhiều em đã làm xong cũng không dám chắc mình đã làm đúng.

- Phần xác suất trong chương II "Tổ hợp và xác suất" lớp 11 phân ban có mục đích trang bị cho học sinh các khái niệm cơ bản như: không gian mẫu, biến cố, biến cố độc lập, biến cố xung khắc, biến cố đối,… đồng thời cũng đưa ra các quy tắc tính xác suất để vận dụng vào các bài toán thực tiễn.

- Để có thể học tốt xác suất học sinh phải nắm vững các khái niệm cơ bản của xác suất đồng thời phải biết vận dụng các kiến thức đó để giải quyết các bài toán và tình huống cụ thể. Trên thực tế học sinh khó hiểu được các khái niệm và các định nghĩa, trong khi sách tham khảo về nội dung này cũng không có nhiều, khai thác kỹ hơn thì học sinh lại phải đọc thêm nhiều lý thuyết ngoài sách giáo khoa. Thực tế đó đòi hỏi giáo viên phải có những phương pháp dạy hợp lý và phát huy tính sáng tạo của học sinh.

II. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm.

Xác suất là khái niệm mới và khó nên học sinh lười nghiên cứu, tuy ứng dụng thực tế của nó rất lớn nhưng học sinh học trong thời gian ngắn nên việc áp dụng thành thạo các bài tập cơ bản đối với nhiều học sinh chưa được tốt.

Qua thực tiễn giảng dạy tôi nhận thấy: đa số các em chưa hiểu thấu đáo các khái niệm cơ bản như: không gian mẫu, biến cố, biến cố độc lập, biến cố xung khắc, biến cố đối,… các em chỉ biết giải bài toán xác suất trong một số kiểu bài tập quen thuộc độc lập. Đa số học sinh chưa biết sử dụng linh hoạt các quy tắc để giải quyết các tình huống cụ thể.

III. Các biện pháp đã tiến hành giải quyết vấn đề.

1. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

1.1. BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

a. Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu:

Một phép thử ngẫu nhiên (ký hiệu T) là một thí nghiệm hay một hành động mà có thể lặp đi lặp lại nhiều lần trong các điều kiện giống nhau, kết quả của nó không dự đoán trước được và có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra.

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử gọi là không gian mẫu của phép thử, ký hiệu Ω.

b. Xác suất các biến cố:

Định nghĩa : Giả sử phép toán thử T có không gian mẫu Ω là một tập hợp hữu hạn và kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω_A là tập hợp các kết quả mô tả A thì xác suất của A là một số ký hiệu là P(A), được xác định bởi công thức:

$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$$

trong đó $|\Omega_A|$ và $|\Omega|$ lần lượt là số phần tử của tập Ω_A và Ω

- Biến cố chắc chắn (luôn xảy ra khi thực hiện các phép thử T) có xác suất bằng 1.

- Biến cố không thể (không bao giờ xảy ra khi thực hiện phép thử T) có xác xuất bằng 0.

1.2. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

1.2.1. Quy tắc cộng xác suất

a. Biến cố hợp

Cho hai biến cố A và B cùng liên quan đến phép thử T. Nếu "biến cố A hoặc biến cố B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$ được gọi là hợp của hai biến A và B. Nếu kí hiệu Ω_A và Ω_B lần lượt là tập hợp mô tả A và B thì tập hợp mô tả biến cố $A \cup B$ và $\Omega_A \cup \Omega_B$.

Một cách tổng quát: Cho k biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$ cùng liên quan đến phép thử T. Biến cố " có ít nhất một trong các biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$ xảy ra, ký hiệu là $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_k$, được gọi là hợp của k biến cố đó.

b. Biến cố xung khắc

Cho hai biến cố A và B cùng liên quan đến phép thử T. Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra. Hai biến cố xung khắc nếu và chỉ nếu.

$$\Omega_A \cap \Omega_B = \varnothing$$

c. Quy tắc cộng xác suất

Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất để A hoặc B xảy ra là:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (1)$$

Một cách tổng quát: Cho k biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$ đôi một xung khắc thì ta có:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_k) \quad (2)$$

d. Biến cố đối

Cho biến cố A thì biến cố " Không xảy ra A", ký hiệu là $\bar{A}$, được gọi là biến cố đối của A.

Cho biến cố A xác suất của biến cố đối $\bar{A}$ là: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ (3)

1.2.2. Quy tắc nhân xác suất

a. Biến cố giao

Cho hai biến cố A và B cùng liên quan đến phép thử T. Biến cố " Cả A và B cùng xảy ra", ký hiệu là A.B, được gọi là giao của hai biến cố A và B.

Nếu Ω_A và Ω_B lần lượt là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A và B thì tập hợp các kết quả thuận lợi cho AB là $\Omega_A \cap \Omega_B$.

Một cách tổng quát: Cho k biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$ cùng liên quan đến phép thử T. Biến cố " tất cả k biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$ xảy ra ", ký hiệu là $A_1A_2 \cdots A_k$, được gọi là giao của k biến cố đó.

b. Biến cố độc lập

Cho hai biến cố A và B cùng liên quan đến phép thử T. Hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố kia.

c. Quy tắc nhân xác suất

Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất để A hoặc B xảy ra là:

$$P(AB) = P(A).P(B)$$

Một cách tổng quát : Cho k biến cố A_1, A_2, …, A_k độc lập thì ta có:

$$P(A_1A_2...A_k) = P(A_1).P(A_2)...P(A_k)$$

2. HƯỚNG DẪN HỌC SINH TIẾP CẬN VÀ GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN XÁC SUẤT:

2.1.Những bài toán xác suất có không gian mẫu được mô tả cụ thể :

Để học sinh làm quen với khái niệm không gian mẫu và biến cố trước hết yêu cầu học sinh nhắc lại các khái niệm về phép thử, không gian mẫu, biến cố, tập hợp các kết quả thuân lợi của biến cố, công thức xác suất cổ điển sau đó phân tích và hướng dẫn các em làm bài tập sau:

Ví dụ 1: Gieo một quân súc sắc, tính xác suất để số chấm trên mặt suất hiện chia hết cho 3.

Hướng dẫn học sinh:

Phép thử T: ‘‘Gieo một quân con súc sắc’’

Không gian mẫu: Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6} gồm 6 phần tử

Xét biến cố A: Số chấm trên mặt suất hiện chia hết cho 3.

Tập các kết quả thuận lợi của A : Ω_A= {3; 6} gồm 2 phần tử.

Xác suất của biến cố A là:

P(A) = = = .

Ví dụ 2: Gieo một con xúc sắc 2 lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con xúc sắc bằng 8.

Hướng dẫn học sinh:

Phép thử T: ‘‘Gieo đồng thời hai con xúc sắc’’

Không gian mẫu: Ω = {(1,1); ...(1,6);....;(6,1);...(6,6)} gồm 6.6=36 phần tử

Xét biến cố A: tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con xúc sắc bằng 8.

Tập các kết quả thuận lợi của A : Ω_A = {(2,6); (3,5); (4;4); (5,3); (6;2)} ⇒ $\left|\Omega_A\right| = 5$

Xác suất của A: P(A) =

Bài 3: Có hai hộp, mỗi hộp đựng 6 thẻ được đánh số từ 1 đến 6. Rút ngẫu nhiên mỗi hộp một thẻ. Tính xác suất để tích hai số ghi trên 2 thẻ được rút ra là một số chẵn.

Tôi dẫn dắt học sinh tìm lời giải:

Phép thử T: ‘‘Rút ngẫu nhiên mỗi hộp một thẻ’’

Không gian mẫu: Ω = {(1,1); ...(1,6);....;(6,1);...(6,6)} gồm 6.6=36 phần tử

Xét biến cố A: "Tích hai số ghi trên 2 thẻ được rút ra là một số chẵn".

Tập các kết quả thuận lợi của A :

Ω_A = {(1,2); (1,4); (1;6); (2,1); (2;2); (2,3); (2;4); (2;5); (2,6);...; (6;6)} . Đếm tất cả các kết quả liệt kê được ta được = 27

Qua việc phân tích trên tôi nhấn mạnh chỉ cho học sinh thấy rằng, có những bài toán nếu làm theo cách liệt kê trực tiếp thì có quá nhiều kết quả khiến ta không đếm hết được. Từ đó gợi mở để học sinh tìm hướng giải quyết khác cho bài toán. Sẽ có nhiều hướng giải quyết được các em đưa ra, tôi khéo léo dẫn dắt để các em nắm được 2 cách giải quyết sau:

Cách thứ nhất: Tìm biến cố đối của biến cố A. Ta có lời giải sau

Phép thử T: ‘‘Rút ngẫu nhiên mỗi hộp một thẻ’’

Không gian mẫu: Ω = {(1,1); ...(1,6);....;(6,1);...(6,6)} gồm 6.6=36 phần tử

Gọi B là biến cố: " tích hai số ghi trên 2 thẻ được rút ra là một số lẻ" .

Ω_B = {(1,1); (1,3); (1,5); (3,1); (3,3); (3;5); (5,1); (5,3); (5,5)}⇒ = 9.

Xác suất của biến cố B là: P(B) = =

Xét biến cố A: "Tích hai số ghi trên 2 thẻ được rút ra là một số chẵn".⇒ A =

Xác suất của biến cố A là: P(A) = 1 - P(B) = .

Cách thứ 2: Tính số phần tử của không gian mẫu và số phần tử của Ω_A dựa theo bài toán đếm số phần tử. Đồng thời nhấn mạnh cho học sinh đây là cách giải quyết bài toán hay được dùng. Ta có lời giải sau:

Gọi A là biến cố: " tích hai số ghi trên 2 thẻ được rút ra là một số chẵn".

Số phần tử của không gian mẫu là: = 6.6 = 36.

Số phần tử của Ω_A là: =C.C + C.C + C.C = 27

Xác suất của biến cố A là: P(A) = = .

Hoặc:

Gọi A là biến cố: " tích hai số ghi trên 2 thẻ được rút ra là một số chẵn".

Số phần tử của không gian mẫu là: = 6.6 = 36.

Số cách lấy ra 2 thẻ có tích 2 số ghi trên 2 thẻ là một số lẻ là: C.C = 9

Số phần tử của Ω_A là: = 36 - 9 = 27.

Xác suất của biến cố A là: P(A) = = .

2.2 Những bài toán chọn vật (người, ...) không liên quan đến sắp xếp:

Mỗi bài tập tính xác suất đều gắn liền với một bài toán đếm, và loại bài tập xác suất liên quan đến chọn vật không yêu cầu sắp xếp các vật được chọn thường đơn giải hơn, nên tôi chọn để dạy cho các em học sinh trước.

Để học sinh tiếp thu tốt, và giải được loại toán này thành thạo, trước tiên cần củng cố cho học sinh về hai quy tắc đếm cơ bản, dấu hiệu để sử dụng hai quy tắc này, đặc biệt nhấn mạnh: Nếu sau mỗi hành động công việc được hoàn thành, chúng ta dùng quy tắc cộng. Nếu sau mỗi hành động công việc còn dang dở, dùng quy tắc nhân. Tiếp theo cần cũng cố cho học sinh cách dùng công thức C , đây là công thức đếm số tập con gồm k phần tử của một tập hợp gồm n phần tử, cũng là công thức tính số cách chọn k đối tượng từ 1 tập hợp gồm n đối tượng. Do đó, để tránh nhầm lẫn cần biết được các đối tượng chọn ra đó được lấy từ tập nào, tập đó có bao nhiêu phần tử và các phần tử lấy ra đó có tính chất gì.

Chọn cho học sinh giải ví dụ sau:

<u>Ví dụ 1</u>: Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. tính xác suất để :

a. Chọn được 1 viên bi xanh và 1 viên bi vàng.

b. Chọn được 2 viên bi cùng màu.

Hướng dẫn học sinh: Do học sinh mới tiếp cận với bài toán tính xác suất, nên cần trang bị cho học sinh một số kỹ năng làm bài, thông qua bài tập này cần trang bị cho các em biết cách tìm số phần tử của không gian mẫu và số kết quả thuận lợi cho biến cố, vì vậy, cần đưa ra hệ thống các câu hỏi:

- Phép thử ở đây là gì? (câu trả lời mong đợi: Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp có 15 viên bi),
- Số phần tử của không gian mẫu là tổng số các kết quả có thể xảy ra? Hay bằng số cách chọn 2 viên bi từ hộp, vậy hãy tính số phần tử của không gian mẫu? (Câu trả lời mong đợi: C).
- Biến cố ở câu a của bài toán là biến cố nào? (Câu trả lời mong đợi: Chọn được 1 viên bi xanh và 1 viên bi vàng).
- Số cách chọn bằng bao nhiêu? (C . C).
- Số kết quả thuận lợi cho biến cố bằng bao nhiêu? Tại sao ? (bằng C . C, vì số kết quả thuận lợi cho biến cố bằng số kết quả làm cho biến cố xảy ra).
- Biến cố ở câu b là biến cố nào? (Chọn được 2 viên bi cùng màu)
- Biến cố B xảy ra khi nào? (Khi 2 viên bi cùng màu xanh hoặc hai viên bi cùng màu đỏ, hoặc 2 viên bi cùng màu vàng).
- Số kết quả thuận lợi cho biến cố bằng bao nhiêu? Tại sao ? (bằng C + C + C, vì số kết quả thuận lợi cho biến cố bằng số kết quả làm cho biến cố xảy ra).

Lời giải:

Gọi A là biến cố "Chọn được 1 viên bi xanh và 1 viên bi vàng".

Gọi B là biến cố "Chọn được 2 viên bi cùng màu".

Số phần tử của không gian mẫu là: =C = 105

a. Số phần tử của Ω_A là: = C . C = 20

Xác suất của biến cố A là P(A) = =

b. Số phần tử của Ω_B là: = C + C + C = 31

Xác suất của biến cố B là P(B) = $\frac{|\Omega_B|}{|\Omega|}$ =

<u>Ví dụ 2</u>: Có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 6 người. Tìm xác suất để chọn được cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ.

Phân tích bài toán: Mục đích ở bài toán này là giúp các em biết cách phân chia trường hợp dựa trên tính chất của các phần tử lấy ra. Cần hướng các em đến việc tách số 6 thành tổng 2 số khác 0, vẽ bảng phân chia các trường hợp đảm bảo số lượng của nam nhiều hơn số nữ.

Cụ thể: 6 = 5 + 1 = 4 + 2 = 3 + 3

Bảng

Số nam được chọn	Số nữ được chọn

5	1
4	2

Từ kết quả ở bảng suy ra có 2 trường hợp xảy ra biến cố: Chọn được 5 nam, 1 nữ; và 4 nam và 2 nữ.

Lời giải:

Gọi A là biến cố "Chọn được 6 người có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ".

Số phần tử của không gian mẫu là: = C = 210

Chọn được 6 người có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ cần chọn: 5 nam một nữ; hoặc 4 nam 2 nữ.

Số phần tử của Ω_A là: = C .C + C .C =114

Xác suất của biến cố A là P(A) = =

Ví dụ 3: Đội văn nghệ của trường THPT Nông Cống 1 gồm 15 người trong đó có 6 nam và 9 nữ. Chọn ngẫu nhiên 7 người lập thành một tốp ca có cả nam và nữ. Tính xác suất để lập được tốp ca có ít nhất 3 nữ.

Phân tích bài toán: Mục đính của ví dụ này là mong muốn học sinh tránh nhầm lẫn khi tìm không gian mẫu. Bởi đa số học sinh đứng trước bài toán này thường tính số phần tử của không gian mẫu bằng C bởi không chú ý đến tính chất của đối tượng được chọn "chọn một tốp ca có cả nam và nữ". Số phần tử của không gian mẫu ở ví dụ này là số cách chọn 6 người có cả nam và nữ nên = C - C. Đồng thời thông qua ví dụ này hướng học sinh đến cách tìm xác suất của biến cố đối bởi biến cố đối có ít trường hợp hơn.

Lời giải:

Gọi A là biến cố "Chọn được tốp ca có cả nam và nữ, đồng thời số nữ ít hơn 3 người"

Gọi B là biến cố "chọn được ít nhất 3 nữ"

Số phần tử của không gian mẫu là: = C - C = 6399

Để tốp ca được chọn có cả nam và nữ đồng thời số nữ ít hơn 3 cần chọn 1 nữ 6nam hoặc 2 nữ 5 nam.

Số phần tử của Ω_A là: = C. C + C . C = 225

Xác suất của biến cố A là P(A) = =

Ta thấy biến cố B là biến cố đối của biến cố A. Xác suất của biến cố B là:

P(B) = P( ) = 1 - P(A) =

Nhận xét: *Qua ví dụ này cần nhấn mạnh cho học sinh biến cố đối của một biến cố A là biến cố không xảy ra A. Dấu hiệu để sử dụng biến cố đối là đề bài có cụm từ "ít nhất ", "nhiều nhất ", "không quá";"ít hơn"...*

Ví dụ 4: Có 2 hộp, hộp thứ nhất đựng 4 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng; hộp thứ hai đựng 6 quả cầu đỏ và 4 quả cầu trắng. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một quả.

a. Tính xác suất để lấy được 2 quả cầu đều màu trắng.

b. Tính xác suất để 2 quả cầu lấy ra khác màu.

Phân tích bài toán: Mục đích của ví dụ này là mong muốn học sinh tránh bị nhầm lẫn khi sử dụng công thức C. Trước bài toán này nhiều học sinh sẽ tính số phần tử của không gian mẫu = C, lý do các em bị sai là nghĩ rằng 2 quả cầu được lấy ra từ 20 quả cầu ban đầu. Cần phân tích cho học sinh thấy 2 quả cầu được lấy ra không phải từ 1 tập hợp các quả cầu, mà lấy 1 quả từ 10 quả của hộp 1 và lấy ra 1 quả từ 10 quả từ hộp 2, nên số phần tử của không gian mẫu = C . C. Thứ 2 là khi tính số phần tử thuận lợi cho biến cố, học sinh sẽ lúng túng không biết tính như thế nào, cần phân tích cho học sinh thấy là để xảy ra biến cố ở câu a, cần lấy ra 1 quả cầu trắng từ 6 quả trắng của hộp 1 và lấy ra 1 quả trắng từ 4 quả trắng của hộp 2; để xảy ra biến cố ở câu b thì cần lấy cầu sao cho; nếu quả lấy ra ở hộp 1 là màu trắng, thì quả lấy ra ở hộp 2 là màu đỏ; nếu quả lấy ra ở hộp 1 là màu đỏ, thì quả lấy ra ở hộp 2 là màu trắng.

Lời giải:

Gọi A là biến cố "lấy được 2 quả cầu đều màu trắng"

Gọi B là biến cố "2 quả lấy ra khác màu".

Mỗi kết quả của phép thử là 1 cách lấy ra 1 quả cầu từ hộp thứ nhất, và 1 quả cầu từ hộp thứ 2. Số phần tử của không gian mẫu là: = C . C = 100

a. Để hai quả cầu lấy ra đều màu trắng cần lấy 1 quả trắng từ hộp 1 và 1 quả trắng từ hộp 2. Số phần tử của Ω_A là: = C . C = 24

Xác suất của biến cố A là P(A) = = 0.24

b. Có 2 cách lấy được 2 quả cầu khác màu: lấy 1 quả đỏ từ hộp 1 và 1 quả trắng từ hộp 2; hoặc lấy 1 quả trắng từ hộp 1 và 1 quả đỏ từ hộp 2.

Số phần tử của Ω_B là: = C . C + C . C = 60

Xác suất của biến cố B là: P(B) = = 0.6

<u>Ví dụ 5:</u> Trường THPT Nông Cống I có 15 Đoàn viên ưu tú, trong đó khối 12 có 3 nam và 3 nữ; khối 11 có 2 nam và 3 nữ; khối 10 có 2 nam và 2 nữ. Đoàn trường chọn ra một nhóm gồm 4 học sinh là Đoàn viên ưu tú để tham gia lao động Nghĩa trang liệt sỹ. Tính xác suất để nhóm được chọn có cả nam và nữ, đồng thời mỗi khối có 1 học sinh nam.

Lời giải:

Gọi A là biến cố "chọn được nhóm có cả nam và nữ, đồng thời mỗi khối có 1 học sinh nam".

Số phần tử của không gian mẫu là: = C = 1365

Biến cố A xảy ra khi:

- Chọn 1 nam khối 12, 1 nữ khối 12, 1 nam khối 11, 1 nam khối 10
- Chọn 1 nam khối 12, 1 nam khối 11, 1 nữ khối 11, 1 nam khối 10;
- Chọn 1 nam khối 12; 1 n1m khối 11; 1 nam khối 10, 1 nữ khối 10.

Số phần tử của Ω_A là:

= C . C . C . C + C .C . C . C+ C.C.C.C = 96

Xác suất của biến cố A là P(A) = =

Nhận xét: bài tập này nhằm mục đích cũng cố các lưu ý được nêu ra từ ví dụ 1 đến ví dụ 4, nên cho học sinh lập bảng để tìm các trường hợp có thể xảy ra của biến cố.

Khối 12		Khối 11		Khối 10	
Nam	Nữ	Nam	Nữ	Nam	Nữ
1	1	1		1	
1		1	1	1	
1		1		1	1

<u>Ví dụ 6:</u> Đội thanh niên xung kích của trường THPT Nông Cống 1 gồm 9 Đoàn viên nam và 6 Đoàn viên nữ, trong đó có 2 Đoàn viên nam là ủy viên ban chấp hành. Đoàn trường cần chọn một nhóm 3 Đoàn viên đi kiểm tra việc thực hiện nội quy nhà trường trong sáng thứ 2. Tính xác suất để 3 Đoàn viên được chọn có cả nam, nữ, ủy viên ban chấp hành.

Phân tích bài toán: Ở bài toán này cần phân tích cho học sinh thấy đối tượng được chọn thuộc 3 nhóm: Đoàn viên nam không là ủy viên; đoàn viên nữ; ủy viên ban chấp hành trong đó nếu chọn được ủy viên ban chấp hành thì tính chất có cả nam được thỏa mãn. Đồng thời khi kẻ bảng cần lưu ý với học sinh rằng, trong 9 đoàn viên nam, có 7 đoàn viên không là ủy viên và 2 đoàn viên là ủy viên để tránh trường hợp một số học sinh tính sai số kết quả thuận lợi cho biến cố do nghĩ rằng đội có 9 nam không là ủy viên và 2 nam là ủy viên vì không đọc kỹ đề. Bảng các trường hợp:

Nam không ủy viên (7)	Ủy viên BCH (2)	Nữ (6)
1	1	1
0	2	1
0	1	2

Lời giải:

Gọi A là biến cố "chọn được nhóm có cả nam và nữ, và ủy viên BCH".

Số phần tử của không gian mẫu là: = C = 445.

Biến cố A xảy ra khi:Chọn 1 nam không ủy viên, 1 nam ủy viên, và 1 nữ;hoặc chọn 2 nam ủy viên, và 1 nữ; hoặc chọn 1 nam ủy viên và 2 nữ.

Số phần tử của Ω_A là: = C . C . C + C . C + C . C = 120

Xác suất của biến cố A là P(A) = =

<u>Ví dụ 7:</u> Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Cần phân công đội thanh niên tình nguyện đó thành 3 đội về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi. Tính xác suất để mỗi đội có 4 nam và 1 nữ?

Phân tích bài toán: Đây là bài toán chia tổ, cần làm cho học sinh thấy được sau khi phân tổ thứ nhất, thì số đối tượng để chọn của nhóm thứ 2 bị giảm đi nhằm tránh cho các em khỏi bị sai khi dùng công thức C.

Lời giải:

Gọi A là biến cố "chọn được mỗi đội có 4 nam và 1 nữ".

Số phần tử của không gian mẫu là: = C . C . C = 756756

Số phần tử của Ω_A là: = C . C . C .C . C . C = 207900

Xác suất của biến cố A là P(A) = = .

Ví dụ 8: Cho tập E = . Viết ngẫu nhiên lên bảng hai số tự nhiên, mỗi số gồm 3 số tự nhiên đôi một khác nhau thuộc tập E. Tính xác suất để trong hai số đó có đúng một số có chữ số 5.

Phân tích bài toán: Qua ví dụ cần chỉ cho học sinh thấy đối tượng lấy ra của phép thử là 2 số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập được từ tập E. Đối tượng chọn để xảy ra biến cố là 2 số từ các số lập được, trong đó có 1 số không có chữ số 5. Do đó cần phải tính các loại số này trước thì mới tính được và .

Lời giải:

Từ tập E ta lập được A = 60 số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau.

Trong đó, có A = 24 số không có chữ số 5, và 36 số có chữ số 5.

Gọi A là biến cố "viết được 2 số có đúng một số có chữ số 5"

Số phần tử của không gian mẫu là: = C = 1770

Số cách viết được 2 số có đúng 1 số có chữ số 5 là: = C . C = 864

Xác suất của biến cố A là P(A) = = .

Ví dụ 9: Nhà trường dùng 20 quển sách gồm 7 quyển sách toán giống hệt nhau, 5 quyển sách lý giống hệt nhau, và 8 quyển sách hóa giống hệt nhau để phát phần thưởng cho 10 học sinh trong đó có An và Bính mỗi em 2 quyển sách khác thể loại. Tính xác suất để hai quyển sách An nhận được giống hai quyển sách Bính nhận được.

Phân tích bài toán: Đứng trước bài tập này nhiều học sinh sẽ lúng túng vì không biết tính không gian mẫu như thế nào, cần phân tích cho các em rằng: Phép thử ở đây là "chia quà ngẫu nhiên cho 10 học sinh mỗi học sinh 2 quyển sách khác thể loại". Có nghĩa là phải phân chia 20 quyển sách thành 10 phần khác nhau trong đó mỗi phần có 2 quyển sách khác loại, rồi chia ngẫu nhiên cho 10 em học sinh. Trong 10 phần quà đó sẽ có 2 phần quà cùng là sách toán và lý; 3 phần quà là sách lý và hóa; 5 phần quà là sách toán và hóa. Khi đó chỉ cần chọn các đối tượng học sinh nhận các phần quà tương ứng.

Lời giải:

Ta chia 20 quyển sách thành 10 phần, mỗi phần 2 quyển sách khác loại thì được kết quả như sau:

- 2 phần mà mỗi phần có 1 sách toán và 1 sách lý;
- 3 phần mà mỗi phần có 1 sách hóa và 1 sách lý;
- 5 phần mà mỗi phần có 1 sách toán và 1 sách hóa.

Gọi A là biến cố "hai quyển sách An nhận được giống hai quyển sách Bính nhận được"

Số phần tử của không gian mẫu là: = C . C . C = 2520

Số phần tử của Ω_A là: = C . C + C . C . C + C . C . C = 784

Xác suất của biến cố A là P(A) = = .

Qua các ví dụ trên ta thấy rằng bài toán tính xác suất liên quan đến việc chọn 1 đối tượng nào đó, đều phải xét các trường hợp có thể xảy ra của biến cố, và phần đa sử dụng công thức C , sau khi giải quyết các thí dụ cần cho học sinh cũng cố lại dấu hiệu để nhận biết dạng bài toàn này là có cụm từ "chọn ngẫu nhiên"; hay "lấy ngẫu nhiên"...một vài đối tượng có tính chất nào đấy, không có sự sắp xếp các đối tượng. Cũng cần nhấn mạnh với học sinh là để tránh nhầm lẫn khi tính không gian mẫu cần đọc kỹ tính chất của đối tượng được lấy ra. Cũng thông qua các ví dụ trên học sinh đã nhận thấy được việc tính số phần tử của không gian mẫu, số kết quả thuận lợi cho biến cố gắn liền với bài toán đếm, qua đó các em sẽ biết cách vận dụng khối kiến thức về bài toán đếm vào bài toán xác suất. Lúc này tôi chuyển sang dạy những bài toán dạng tiếp theo.

2.3. Những bài toán liên quan đến sắp xếp:

Đa số các bài toán dạng này đều cần các em phải sử dụng thành thạo và khéo léo 2 quy tắc đếm cơ bản. Để học sinh tiếp cận dễ dàng hơn, các ví dụ tôi đưa ra theo ý tưởng từ dễ đến khó, từ bài toán sắp xếp tường minh đến những bài phức tạp hơn (sự sắp xếp có tính chọn lựa). Lần lượt cho học sinh giải các ví dụ sau:

Ví dụ 1: Một học sinh có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 2 cuốn sách toán; 4 cuốn sách văn; 6 cuốn sách anh. Xếp các cuốn sách ấy trên một kệ dài. Tính xác suất để các cuốn cùng môn được xếp kề nhau.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Các cuốn cùng môn được xếp kề nhau".

Số phần tử của không gian mẫu là: = 12!

Số phần tử của Ω_A là: = 3!.2!.4!.6!

Xác suất của biến cố A là P(A) = =

Ví dụ 2: Có 4 bạn nam và 4 bạn nữ được xếp ngồi ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Trong 8 bạn có 2 bạn tên An và Bình.

a. Tính xác suất để An và Bình luôn ngồi kề nhau.

b. Tính xác suất để An và Bình luôn ngồi kề nhau.

Phân tích bài toán: Mục đích của 2 bài toán nhằm hướng các em học sinh ôn tập lại cách đếm số cách sắp sếp một tập hợp có kèm theo điều kiện, từ đó vận dụng vào bài toán tính xác suất. Giáo viên cần nhắc lại cho các em cách đếm ở đây là phải ưu tiên thứ tự cho những đối tượng "đặc biệt" trước. Với bài này phải ưu tiên sắp xếp cho Bình và An trước, rồi mới sắp xếp thứ tự cho những người còn lại. Bài tập này cũng hình thành cho các em cái suy nghĩ về việc dùng biến cố đối, trong trường hợp việc đếm các kết quả một cách trực tiếp là phức tạp và khó khăn.

Lời giải:

Gọi A là biến cố "An và Bình ngồi kề nhau".

Gọi B là biến cố"An và Bình không ngồi kề nhau"

Số phần tử của không gian mẫu là: = 8! =40320

a. Xem An - Bình là 1 khối ngồi cùng với 6 học sinh kia, xếp khối An - Bình và 6 bạn còn lại có 7! Cách xếp.
Mỗi lần đổi chỗ An - Bình được 2! cách .
Số cách sắp xếp để An - Bình ngồi kề nhau là: = 7!.2! = 10080
Xác suất của biến cố A là P(A) = = 0.25
b. Biến cố B là biến cố đối của biến cố A nên, xác suất của biến cố B là:
P(B) = 1 - P(A) = 0.75

Ví dụ 3: Tại giải bóng chuyền VTV cúp gồm 12 đội bóng tham dự, trong đó có 9 đội bóng nước ngoài, và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên đề chia thành 3 bảng A, B, C mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

Lời giải:

Gọi A là biến cố: "3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.
Số cách chia 12 đội thành 3 bảng mỗi bảng 4 đội là:
= C . C . C = 34650
Có 3! cách chia 3 đội của Việt Nam vào 3 bảng A, B, C. Với mỗi cách chia ấy, có C cách chọn 3 đội trong số các đội còn lại vào bảng A; C cách chọn 3 đội vào bảng B; và C cách chọn 3 đội vào bảng C.
Số phần tử của Ω_A là: = 3!.C . C . C = 1080.
Xác suất của biến cố A là P(A) = = .

Ví dụ 4: Có 4 em bé lên một đoàn tàu lượn gồm 4 toa. Mỗi em bé độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tìm xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

Lời giải:

Gọi A là biến cố: "xếp 4 người lên tàu trong đó 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai"
Mỗi người có 4 cách chọn toa nên có 4^4 cách xếp 4 người lên một đoàn tàu 4 toa suy ra không gian mẫu: $= 4^4$
Số cách chọn 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai là A_4^2, số cách chọn 3 người ở chung 1 toa là C_4^3, nên số phần tử của Ω_A là: $\left|\Omega_A\right| = A_4^2.C_4^3$
Xác suất của biến cố A là: P(A) = = .

Đây là loại bài tập khó nên để cũng cố tôi cho học sinh làm thêm ví dụ sau, vừa cho các em cũng cố bài, vừa thể hiện cho các em thấy đặc điểm của bài toán xác suất có tính chất tương tự khi ta thay đổi đối tượng của phép thử.

Ví dụ 5: Trong kỳ thi THPT quốc gia, trường THPT Nông Cống 1 có 5 thí sinh dự thi ở hội đồng thi X. Biết rằng hội đồng thi X có 8 phòng thi, mỗi phòng thi nhiều hơn 5 thí sinh và việc xếp các thí sinh vào các phòng thi là ngẫu nhiên. Tính xác suất để có đúng 3 thí sinh của trường THPT Nông Cống 1 được xếp vào 1 phòng thi.

Lời giải

Có 8 cách chọn phòng cho mỗi học sinh. Số phần tử của không gian mẫu là:

$= 8^5 = 32768$

Gọi A là biến cố: "Có đúng 3 thí sinh của trường THPT Nông Cống 1 được xếp vào 1 phòng thi".

Có C cách chọn 3 thí sinh trong số 5 thí sinh của trường THPT Nông Cống 1; và có 8 cách chọn phòng thi cho 3 thí sinh đó.

Ứng với mỗi cách chọn trên, ta có 7 cách chọn phòng thi cho mỗi thí sinh còn lại.

Do đó, số phần tử của Ω_A là: $= C.8.7.7 = 3920$

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = =$

2.4. Những bài toán sử dụng quy tắc nhân xác suất:

Trước hết yêu cầu học sinh nhắc lại các khái niệm về biến cố giao, các biến cố độc lập, quy tắc nhân xác suất sau đó cùng học sinh phân tích và giải bài toán sau:

Ví dụ 1: Xác suất để người xạ thủ bắn trúng bia là 0,2. Tính xác suất để trong 3 lần bắn người xạ thủ bắn trúng bia một lần.

Lời giải:

Gọi A là biến cố người xạ thủ bắn trúng bia

$\overline{A}$ là biến cố người xạ thủ không bắn trúng bia

Ta có $P(A) = 0,2$ và $P(\overline{A}) = 1 - 0,2 = 0,8$

Xác suất để người xạ thủ bắn trúng bia lần 1 và không trúng hai lần sau là

$P_1 = 0,2 \times 0,8 \times 0,8 = 0,128$

Tương tự xạ thủ bắn trúng lần 2, lần 1 và lần 3 không trúng là $P_2 = P_1$

Tương tự xạ thủ bắn trúng lần 3, lần 1 và lần 2 không trúng là $P_3 = P_1$

Vậy xác suất để trong 3 lần bắn người xạ thủ bắn trúng một lần là

$P = 0,128 \,.\, 3 = 0,384$

Nhận xét: *Mục đính của bài tập này là giúp học sinh đưa ra nhận xét : Trong những bài toán mà các kết quả thuận lợi của biến cố A phải đồng thời thoả mãn nhiều điều kiện ràng buộc khác nhau, ta có thể coi biến cố A là biến cố giao của các biến cố A_1 , ..., A_n độc lập tương ứng. Sau đó sử dụng quy tắc nhân xác suất để tìm xác suất của biến cố A.*

Những bài tập sau đây nhằm mục đích để các em rèn luyện cách vận dụng quy tắc nhân xác suất:

Ví dụ 2: Xạ thủ A bắn 2 viên đạn vào mục tiêu, xác suất bắn trúng của A trong một lần bắn là $\frac{7}{10}$. Xạ thủ B bắn 3 viên đạn vào mục tiêu, xác suất bắn trúng của B trong một lần bắn là $\frac{9}{10}$. Tìm xác suất để mục tiêu không trúng đạn.

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố A bắn trượt lần bắn thứ nhất thì $P(A_1)=\frac{3}{10}$

Gọi A_2 là biến cố A bắn trượt lần bắn thứ hai thì $P(A_2)=\frac{3}{10}$

A_1, A_2 là độc lập và $A=A_1\cap A_2$ là biến cố A bắn trượt cả hai lần bắn

$$P(A)=P(A_1).P(A_2)=(\frac{3}{10})^2$$

Gọi B_1 là biến cố B bắn trượt lần bắn thứ nhất thì $P(B_1)=\frac{1}{10}$

Gọi B_2 là biến cố B bắn trượt lần bắn thứ hai thì $P(B_2)=\frac{1}{10}$

Gọi B_3 là biến cố B bắn trượt lần bắn thứ ba thì $P(B_3)=\frac{1}{10}$

$B=B_1\cap B_2\cap B_3$ là biến cố B bắn trượt cả ba lần bắn

$P(B)=P(B_1).P(B_2)P(B_3)=(\frac{1}{10})^3$

A, B là độc lập và $A\cap B$ là biến cố mục tiêu không trúng đạn

$$P(A\cap B)=P(A).P(B)=\frac{3^2}{10^5}.$$

Ví dụ 3: Trong một lớp học có 6 bóng đèn, mỗi bóng có xác suất bị cháy là $\frac{1}{4}$. Lớp học có đủ ánh sáng nếu ít nhất 4 bóng đèn sáng. Tìm xác suất để lớp học có đủ ánh sáng

Lời Giải:

Gọi A, B, C tương ứng là các biến cố " lớp có 6 bóng đèn sáng ", " lớp có 5 bóng đèn sáng " và " lớp có 4 bóng đèn sáng ".

Mỗi bóng có xác suất sáng là $\frac{3}{4}$. Theo quy tắc nhân xác suất, ta có:

P(A) = $\left(\frac{3}{4}\right)^6$; P(B)= $C_6^5\left(\frac{3}{4}\right)^5\left(\frac{1}{4}\right)$; P(C) = $C_6^4\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^2$.

Gọi X là biến cố lớp có đủ ánh sáng . Ta có :

P(X) = P(A) + P(B) + P(C) = 0,8305

Ví dụ 4: Có 2 lô hàng. Người ta lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng một sản phẩm. Xác suất để được sản phẩm chất lượng tốt ở từng lô hàng lần lượt là $0,7;0,8$.

Hãy tính xác suất để:

a) Trong 2 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm có chất lượng tốt.

b) Trong 2 sản phẩm lấy ra có đúng 1 sản phẩm có chất lượng tốt.

Lời giải:

Gọi A: "Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ nhất"

B: "Lấy được sản phẩm tốt từ lô hàng thứ hai"

Khi đó ta có:

$$P(A) = 0,7 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$P(B) = 0,8 \Rightarrow P(\overline{B}) = 1 - 0,7 = 0,2$$

a) Gọi X là biến cố "Trong 2 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm có chất lượng tốt".

Suy ra $\overline{X} = \overline{A}\overline{B}$

Do ba biến cố $\overline{A}, \overline{B}$ là độc lập nên ta có

$$P(\overline{X}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = 0,06$$

$$\Rightarrow P(X) = 1 - P(\overline{X}) = 0,94$$

b) Gọi Y là biến cố "Trong 2 sản phẩm lấy ra có đúng một sản phẩm có chất lượng tốt".

Suy ra $\overline{Y} = \overline{A}B \cup A\overline{B}$

Do $\overline{A}B, A\overline{B}$ xung khắc và biến cố $\overline{A}$ và B; A và $\overline{B}$ độc lập nên ta có

$$P(Y) = P(\overline{A}B \cup A\overline{B}) = P(\overline{A}B) + P(A\overline{B})$$

$$= P(\overline{A})P(B) + P(A)P(\overline{B}) = 0,7.0,2 + 0,8.0,3 = 0,38$$

<u>Ví dụ 5:</u> Trong bình thứ nhất đựng 3 viên bi đỏ và 7 viên bi đen. Trong bình thứ hai đựng 4 bi đỏ và 6 viên bi đen. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi của bình thứ nhất và 1 viên bi của bình thứ hai. Gọi A là biến cố lấy được 3 viên bi đỏ, B là biến cố lấy được cả ba viên bi không cùng màu và C là biến cố lấy được bi đỏ từ bình thứ hai.

a. Tính xác suất của biến cố A.

b. Tính xác suất để lấy được ba viên bi cùng màu.

Lời giải

a. Lấy 2 bi từ bình thứ nhất đựng 10 viên bi (3 viên bi đỏ và 7 viên bi đen), và 1 viên bi từ bình thứ hai đựng 10 viên bi (4 bi đỏ và 6 viên bi đen). Gọi A là biến cố lấy được 3 viên bi đỏ. Biến cố A chỉ xảy ra khi ta lấy được 2 bi đỏ từ bình thứ nhất và 1 bi đỏ từ bình thứ hai

Xác suất lấy 2 bi đỏ ở bình thứ nhất là: $\frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{15}$

Xác suất lấy 1 bi đỏ ở bình thứ hai là: $\frac{2}{5}$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{1}{15} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{75}$

b. Gọi E là biến cố lấy được 3 bi cùng màu. Biến cố E xảy ra khi ta lấy được bi đỏ hay 3 bi đen.

Xác suất lấy được 2 bi đen tronng bình thứ nhất là: $\frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}$

Xác suất lấy được 1 bi đen tronng bình thứ hai là: $\frac{3}{5}$

Do đó xác suất lấy được 3 bi đen là : $\frac{7}{15} \times \frac{3}{5} = \frac{7}{25}$

Mà hai biến cố lấy được 3 bi đỏ và 3 bi đen là hai biến cố xung khắc. Vậy xác

suất lấy được 3 bi cùng màu là $P(E) = \frac{2}{75} + \frac{7}{25} = \frac{23}{75}$

Do B là biến cố được 3 bi không cùng màu chứng tỏ B là biến cố của biến cố E nên ta có:

$$P(B) = 1 - P(E) = \frac{52}{75}.$$

Ví dụ 6:Một vận động viên bắn súng, bắn ba viên đạn. Xác suất để trúng ba viên vòng 10 là 0,008 , xác suất để 1 viên trúng vòng 8 là 0,15 và xác suất để 1 viên trúng dưới vòng 8 là 0,4. Biết rằng các lần bắn là độc lập với nhau. Tìm xác suất để viên đạn đạt ít nhất 28 điểm.

Lời giải:

Gọi A là biến cố " 1 viên trúng vòng 10". Khi đó từ giả thiết ta có :

$0,008 = (P(A))^3 \Rightarrow P(A) = 0,2$. (1)

Gọi B là biến cố " 1 viên trúng vòng 9". C là biến cố " 1 viên trúng vòng 8", D là biến cố " 1 viên trúng dưới vòng 8". Theo giả thiết ta có :

$P(C) = 0,15$; $P(D) = 0,4$. (2)

Rõ ràng A, B, C, D là các biến cố đôi một xung khắc với nhau nên ta có :

$1 = P(A \cup B \cup C \cup D) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $P(B) = 1 - (0,2 + 0,15 + 0,4) = 0,25$ (4)

Gọi X là biến cố "vận động viên đạt ít nhất 28 điểm".

Để đạt được ít nhất 28 điểm thì:

- Hoặc là 2 viên trúng vòng 10, một viên vòng 8. Theo quy tắc cộng và nhân xác suất điều này xảy ra với xác suất $C_3^2 (0,2)^2(0,15)$.

- Hoặc 2 viên trúng vòng 9 một viên trúng vòng 10. Theo quy tắc cộng và nhân xác suất điều này xảy ra với xác suất C_3^2 (0,2)(0,25).

- Hoặc 2 viên trúng vòng 10, một viên trúng vòng 9 . Điều này xảy ra với xác suất: C_3^2 $(0,2)^2(0,25)$.

- Hoặc cả ba viên điều trúng vòng 10 với xác suất theo giả thiết là 0,008. Theo quy tắc cộng và nhân xác suất của các biến cố xung khắc, ta có:

P(X) = C_3^2 $(0,2)^2(0,15)$ + C_3^2 (0,2)(0,25) + C_3^2 $(0,2)^2(0,25)$ +0,008 = 0,0935

Vậy vận động viên bắn súng đạt ít nhất 28 điểm với xác suất là 0,0935.

Nhận xét: Qua các ví dụ được nêu ra, cần làm cho học sinh sáng tỏ một số nhận định sau: Muốn sử dụng được quy tắc nhân phải khẳng định được hai biến cố là độc lập. Vậy hai biến cố thường độc lập trong các phép thử nào? Tất nhiên ở đây tôi không thể nêu tất cả mà chỉ đưa ra một số trường hợp quen thuộc

- Gieo hai đồng tiền hoặc gieo đồng tiền hai lần thì biến cố xảy ra trong lần gieo này độc lập với biến cố xảy ra trong lần gieo kia. Tương tự đối với con súc sắc.

- Hai xạ thủ bắn sung thì sự bắn trúng hay trượt của người này không ảnh hưởng tới người kia. Do đó các biến cố liên quan đến người này độc lập với biến cố liên quan đến người kia. Tương tự đối với một người bắn hai phát sung

- Có hai cái hòm đựng bóng. Lấy từ mỗi hòm ra một quả bóng thì biến cố lấy ra bóng của hòm này sẽ độc lập với biến cố lấy ra bóng ở hòm kia. Tương tự đối với bài toán lấy bi, lấy cầu...

- Học sinh làm bài thi trắc nghiệm, việc trả lời các câu hỏi là độc lập với nhau.

...

Chú ý rằng: Nếu A và B độc lập thì $\overline{A}$ *và* $\overline{B}$ *;* $\overline{A}$ *và B; A và* $\overline{B}$ *cũng độc lập.*

2.5. Bài tập tự luyện:

Bài 1: Đội tuyển học sinh giỏi cấp trường môn Tiếng Anh của trường X có 4 học sinh nam khối 12, 2 học sinh nữ khối 12, và 2 học sinh nam khối 11. Cần chọn 5 học sinh thi IOE cấp tỉnh. Tính xác suất để chọn được cả học sinh khối 12 và khối 11, đồng thời có cả học sinh nam và học sinh nữ.

Bài 2: Cho một lục giác đều ABCDEF. Viết các chữ cái A, B, C, D, E, F vao 6 thẻ. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ. Tìm xác suất sao cho đoạn thẳng mà các đầu mút là các điểm được ghi trên 2 thẻ đó là:

a) Cạnh của lục giác.
b) Đường chéo của lục giác.
c) Đường chéo nối 2 đỉnh đối diện của lục giác.

Bài 3: Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 50 số tự nhiên: 1; 2; 3; 4….50

a) Tính xác suất biến cố A: trong 3 số đó chỉ có 2 số là bội của 5.

b) Tính xác suất biến cố B: trong 3 số đó có ít nhất một số là số chính phương.

Bài 4: Đội văn nghệ trường THPT Nông Cống 1 gồm 5 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 7 học sinh khối 10. Chọn 5 học sinh hát quốc ca trong lễ chào cờ. Tính xác suất để 5 bạn được chọn có đủ 3 khối và số học sinh khối 10 bằng số học sinh khối 11.

Bài 5: Cho 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, chọn ngẫu nhiên 3 điểm. tính xác suất để 3 điểm được chọn tạo thành 1 tam giác.

Bài 6: trong một kỳ thi thử của trường X có 5 môn tthi thự luận và 3 môn thi trắc nghiệm, mỗi giáo viên phải coi thi 5 môn. Một giáo viên bốc thăm ngẫu nhiên để coi thi. Tính xác suất để giáo viên đó coi thi ít nhất 2 môn thi trắc nghiệm.

Bài 7: Một công nhân phải theo dõi hoạt động của hai máy dệt A và B. Xác xuất để người công nhân phải can thiệp máy dệt A trong một giờ là $\frac{1}{7}$ và máy dệt B trong cùng thời gian trên là $\frac{1}{2}$. Tính xác suất để người công nhân không phải can thiệp máy nào trong một giờ.

Bài 8: Một đề thi trắc nghiệm gồm 40 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có 4 phương án trả lời và chỉ có 1 phương án đúng. Tính xác suất để bạn A làm đúng được 6 điểm.

Bài 9: Một người bỏ ngẫu nhiên bốn lá thư vào bốn chiếc phong bì thư đã đề sẵn địa chỉ. Tìm xác xuất để ít nhất có một lá thư bỏ đúng địa chỉ.

Bài 10:Một nhóm gồm 5 người đàn ông, 4 người phụ nữ và 1 đứa bé xếp vào 1 bàn dài. Tính xác suất để:

a. Đứa bé ở giữa 2 người đàn ông.
b. Mỗi nhóm ngồi cạnh nhau.
c. 4 người phụ nữ ngồi xen kẽ giữa 5 người đàn ông.

Bài 11: Biết xác suất để một học sinh thi đậu ở lần thi thứ nhất, thứ hai lần lượt là 0,9 và 0,6. Tính xác suất để học sinh ấy thi đậu trong kì thi, biết rằng mỗi học sinh được phép thi tối đa 2 lần.

Bài 12:Có hai hộp: (I) và (II). Hộp (I) có 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Hộp (II) có 6 bi đỏ và 4 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên một hộp và từ đó lấy ngẫu nhiên 1 bi. Tính xác suất để lấy được bi đỏ.

IV. HIỆU QUẢ CỦA SÁNG KIẾN.

Trong những năm được phân công dạy khối 11, tôi thấy học sinh rất nản khi phải học và làm bài toán xác suất. Điều đó làm tôi suy nghĩ và tôi đã tìm tòi, tham khảo đọc tài liệu để tìm ra một cách dạy cho riêng mình nhằm khuyến khích được học sinh học và thúc đẩy niềm say mê, tính sáng tạo và ham tìm tòi của học sinh. Để kiểm tra tính hiệu quả của sáng kiến, trong năm học 2015 - 2016 này, được sự phân công giảng dạy ở các lớp 11C3, 11C4, và 11C6 của BGH trường THPT Nông Cống I, tôi đã sử dụng sáng kiến này để dạy trên các

lớp 11C3, 11C4, còn lớp 11C6 vẫn dạy theo lối cũ, và thấy rằng các em lớp 11 C3; 11C4 đã dễ dàng tiếp cận, và giải bài toán xác suất tốt hơn so với các em lớp 11C6. Kết quả qua bài kiểm tra thử ở các lớp như sau:

Lớp	Sĩ số	Điểm 8 trở lên		Điểm từ 5 đến 8		Điểm dưới 5	
		Số lượng	Tỷ lệ	Số lượng	Tỷ lệ	Số lượng	Tỷ lệ
11C6	43	5	11.6 %	23	53.5 %	15	34.9 %
11C4	43	10	23.3%	26	60.5 %	7	16.3 %
11C3	46	14	30.4 %	27	58.7 %	5	10.9%

Như vậy tôi thấy cách triển khai bài toán này mang lại hiệu quả rất khả quan.

Mặc dù cố gắng tìm tòi, nghiên cứu song chắc chắn còn có nhiều thiếu sót và hạn chế. Tôi rất mong được sự quan tâm của tất cả các đồng nghiệp bổ sung và góp ý cho tôi. Tôi xin chân thành cảm ơn.

C. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ.

I. Kết luận:

Việc giải bài toán bài toán xác suất trong học sinh phổ thông là bài toán khó nên để tạo được hứng thú cho hoc sinh cũng là rất cần thiết, mục tiêu hướng tới của tôi là tạo niềm say mê cho học sinh và để học sinh có động lực giải được các dạng toán xác suất trong chương trình THPT và ở các bộ môn có liên quan. Chính vì thế đòi hỏi tôi tìm kiếm những phương pháp giải hay, đơn giản, và sát với nội dung học của học sinh .Tôi đã mạnh dạn dạy phần này để gây hứng thú, chủ động tích cực của học sinh. Đó là nhu cầu cần thiết của người học toán:

- Khả năng vận dụng, khả năng liên hệ kết nối kiến thức.
- Khả năng tư duy và tự học.
- Tính sáng tạo và đổi mới, ham học và tích luỹ kiến thức biết liên hệ, vân dụng vào thực tế.

II. Những kiến nghị:

- Về phía nhà trường: Các thành viên tổ tìm tài liệu hay, giới thiệu nhà trường mua cho giáo viên tham khảo .
- Về phía Sở: có buổi tập huấn về chuyên môn của từng môn học có hiệu quả hơn, mời các thầy giáo đầu ngành về tập huấn chuyên môn cho các trường.
- Những sáng kiến đạt giải cao nên được phổ biên rộng rãi để đồng nghiệp học tập.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ	Thanh Hóa, ngày 10 tháng 5 năm 2016. Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.

	Nguyễn Thị Thu Hương

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đại số và giải tích 11. NXB Giáo dục 2008.
2. Bài tập Đại số và giải tích 11. NXB Giáo dục 2008.
3. Khai thác trên mạng Internet.