

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 2

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$		0	3	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

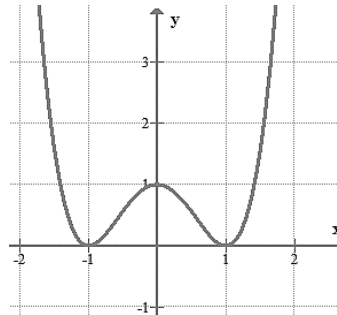
Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -72. B. $-22\sqrt{11}$. C. -58. D. $22\sqrt{11}$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

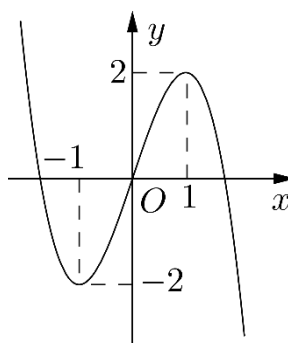
- A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$ B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$ C. $y = \frac{4}{x-1}$ D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-5	$+\infty$	-1	$+\infty$	

- A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 2}$. B. $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x + 2}$. C. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$. D. $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{-x + 2}$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 9. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$. B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.
C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$. D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2 e^x$.

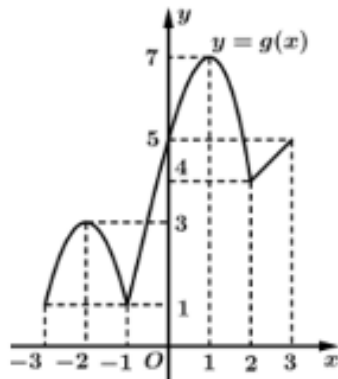
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

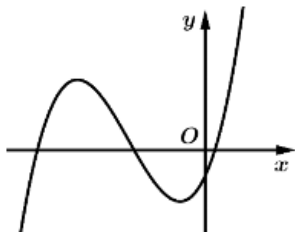
a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 5.

b) Trên đoạn $[-3; 3]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = 1$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$, bằng 1.

d) Trên đoạn $[-1; 3]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = 2$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $a > 0$.

b) $b > 0$.

c) $c > 0$.

d) $d > 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; -1; -2), B(3; 1; 2), C(1; -1; 1)$ và $D(x_D; y_D; z_D)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4)$.

b) $\overrightarrow{DC} = (1 - x_D; -1 - y_D; 1 - z_D)$.

c) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.

d) Toạ độ điểm D là $(0;3;3)$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

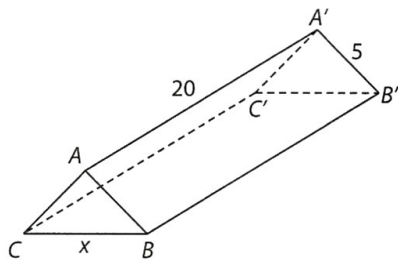
Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-3}$ có đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $D = a - b^2$ là bao nhiêu?

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)$. Tổng các điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là bao nhiêu?

Câu 3. Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ (v được tính bằng $ft/s, 1ft = 0,3048m$). Biết gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian $m(s)$ đến $126(s)$ tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tìm m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

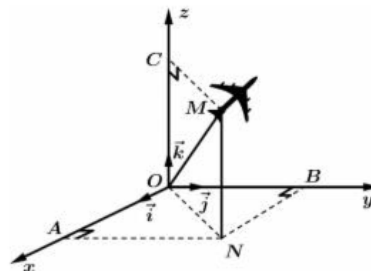
Câu 4. Một hành lang giữa hai nhà có hình dạng của một lăng trụ đứng (xem hình bên). Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m. Gọi $x(m)$ là độ dài của cạnh BC .



Hình lăng trụ có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND = 2NC$. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng MN . Biết rằng $\overrightarrow{AO} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + p \cdot \vec{c}, (m, n, p \in \mathbb{R})$. Tính giá trị của $m + n + p$

Câu 6. Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như Hình vẽ, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14; \angle NOB = 32^\circ; \angle MOC = 65^\circ$. Biết điểm $M(a;b;c)$. Tính tổng $a + 2b + 3c$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1		Câu 2	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) ☐	☐	☐	☐
b) ☐	☐	☐	☐
c) ☐	☐	☐	☐
d) ☐	☐	☐	☐

Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai
a) ☐	☐	☐	☐
b) ☐	☐	☐	☐
c) ☐	☐	☐	☐
d) ☐	☐	☐	☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐
0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐
1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐
2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐
3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐
4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐
7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐
8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐
9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$		0	3	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

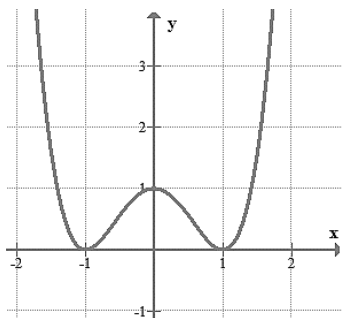
- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $M = 1, m = 0$ nên $M - m = 1$.

- Câu 4.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng
A. -72 . **B.** $-22\sqrt{11}$. **C.** -58 . **D.** $22\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = 3x^2 - 33 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{11} \in [2; 19] \\ x = -\sqrt{11} \notin [2; 19] \end{cases}$$

Ta có

Khi đó ta có $f(2) = -58$, $f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$, $f(19) = 6232$. Vậy $f_{\min} = f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$.

- Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là
A. $y = \frac{1}{4}$. **B.** $y = 4$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn

B.

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

- Câu 6.** Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$ **B.** $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$ **C.** $y = \frac{4}{x-1}$ **D.** $y = \frac{2x}{x^2+1}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ và một tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$.

Hàm số $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3} = x - \frac{2}{x+3}$ có một tiệm cận đứng $x = -3$ và một tiệm cận xiên $y = x$.

Hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = 1$ và một tiệm cận ngang $y = 0$.

Hàm số $y = \frac{2x}{x^2+1}$ có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Vậy chọn đáp án

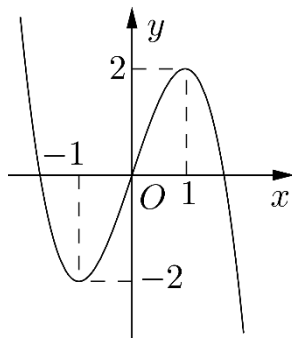
D.

- Câu 7.** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-5	$+\infty$	-1	$+\infty$	

- A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 2}$. B. $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x + 2}$. C. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$. D. $y = \frac{-x^2 + 2x + 2}{-x + 2}$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là 3.

Câu 9. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

Chọn C

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

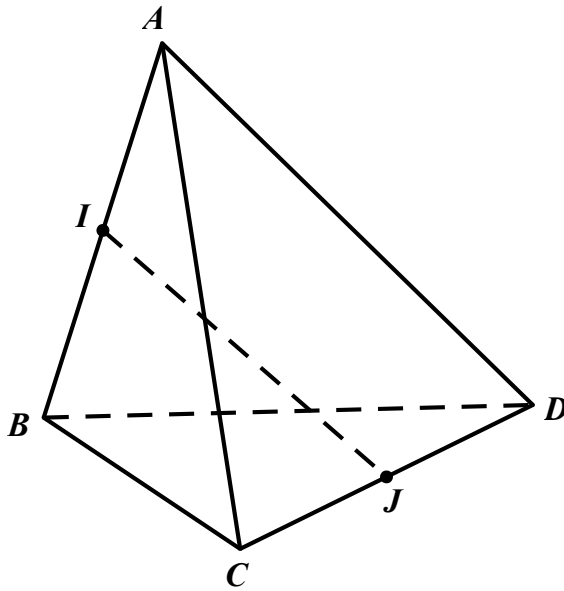
$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$$

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$. B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.
C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$. D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AJ} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{CD} + \vec{DC} + \vec{BC})$
 $= \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD} + 2\vec{BC})$

Vậy đẳng thức **sai** là $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là
 A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $M(2; 1; -1)$ lên mặt phẳng (Ozx) là điểm có tọa độ $(2; 0; -1)$.

- Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là
 A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Lời giải

$\vec{a} = -i + 2j - 3k \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3)$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x) = x^2 e^x$.
 a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Lời giải

a) Đúng.	b) Sai.	c) Sai.	d) Đúng.
-----------------	----------------	----------------	-----------------

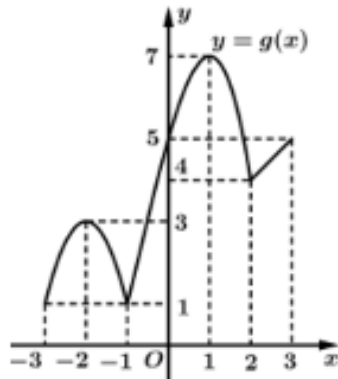
$$f'(x) = e^x (x^2 + 2x) = e^x x(x+2); f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0.$$

Bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Từ đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 5.
- b) Trên đoạn $[-3; 3]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = 1$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$, bằng 1.
- d) Trên đoạn $[-1; 3]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = 2$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

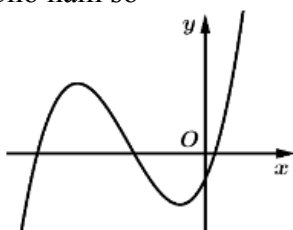
a) Sai. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 7.

b) Đúng.

c) Đúng

d) Sai. Trên đoạn $[-1; 3]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = -1$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $a > 0$.
- b) $b > 0$.
- c) $c > 0$.
- d) $d > 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng. Vì điểm cuối của đồ thị hàm số đi lên.

b) Đúng. Hàm số có 2 cực trị mà $x_C + x_{CT} < 0$. Suy ra $ab > 0 \Rightarrow b > 0$.

c) Đúng. Hàm số có 2 cực trị mà $x_C \cdot x_{CT} > 0$. Suy ra $ac > 0 \Rightarrow c > 0$.

d) Sai. Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; -1; -2), B(3; 1; 2), C(1; -1; 1)$ và $D(x_D; y_D; z_D)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4)$.
- b) $\overrightarrow{DC} = (1 - x_D; -1 - y_D; 1 - z_D)$.
- c) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.
- d) Toạ độ điểm D là $(0; 3; 3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4), \overrightarrow{DC} = (1 - x_D; -1 - y_D; 1 - z_D)$.

Vì $ABCD$ là hình bình

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-3}$ có đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $D = a - b^2$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: -8 .

$$y = x + 3 + \frac{9}{x-3}, a = 1, b = 3, D = a - b^2 = -8$$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)$. Tổng các điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 4.

Lập bảng biến thiên, tổng các điểm cực trị là $1 + 3 = 4$.

Câu 3. Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ (v được tính bằng $ft/s, 1ft = 0,3048m$). Biết gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian $m(s)$ đến $126(s)$ tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tìm m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 23

Gia tốc của tàu con thoi được tính bởi công thức:

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t$$

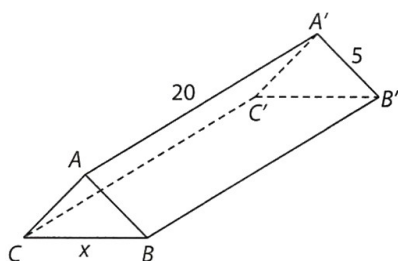
Khi đó,
$$a'(t) = 0,007812t - 0,18058, a'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{45145}{1953} \approx 23,12$$

Ta có bảng xét dấu của $a'(t)$ như sau:

t	0	$\frac{45145}{1953}$	126
$a'(t)$	-	0	+

Vậy gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian từ $23,12s$ đến $126s$.

Câu 4. Một hành lang giữa hai nhà có hình dạng của một lăng trụ đứng (xem hình bên). Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m. Gọi $x(m)$ là độ dài của cạnh BC .

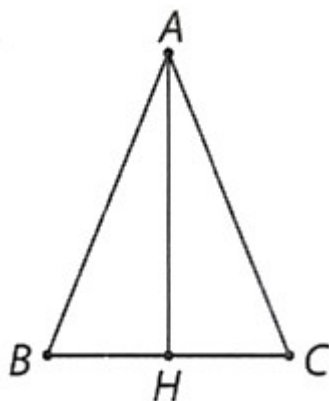


Hình lăng trụ có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 250

Chiều cao của tam giác ABC là
$$AH = \sqrt{25 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{100 - x^2}$$



Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{2} \sqrt{100 - x^2} = \frac{1}{4} x \sqrt{100 - x^2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = 5x \sqrt{100 - x^2} \text{ (m}^3\text{)}, 0 < x < 10$.

Xét hàm số thể tích $f(x) = 5x \sqrt{100 - x^2}$ trên khoảng $(0; 10)$.

Ta có $f'(x) = 5\sqrt{100 - x^2} + 5x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{100 - x^2}} = \frac{500 - 10x^2}{\sqrt{100 - x^2}}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2} \text{ (} x > 0 \text{)}.$

Bảng biến thiên:

x	0	$5\sqrt{2}$	10
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Vậy hình lăng trụ có thể tích lớn nhất khi $x = 5\sqrt{2} \text{ (m)}.$

$\max_{(0;10)} V = V(5\sqrt{2}) = 250 \text{ (m}^3\text{)}$

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có $\overline{AB} = a, \overline{AC} = b, \overline{AD} = c$. Gọi M là trung điểm của $\overline{AB}$, N là điểm trên cạnh $\overline{CD}$ sao cho $\overline{ND} = 2\overline{NC}$. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng $\overline{MN}$. Biết rằng $\overline{AO} = m \cdot a + n \cdot b + p \cdot c, (m, n, p \in \mathbb{R})$. Tính giá trị của $m + n + p$

Lời giải

Đáp số: 0,75

Ta có: $\overline{AO} = \frac{1}{2} (\overline{AM} + \overline{AN})$, trong đó $\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{a}$ và

Do đó $m + n + p = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 0,75$

Trả lời: 46

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 6,72i + 10,67j + 5,92k \\ &\Rightarrow M(6,72; 10,67; 5,92) \\ &\Rightarrow a + 2b + 3c = 6,72 + 2 \cdot 10,67 + 3 \cdot 5,92 = 46. \end{aligned}$$