

PHẦN 1. PHẦN MỞ ĐẦU

1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Đổi mới trong thi toán tự luận sang trắc nghiệm nảy sinh nhiều vấn đề. Đặc biệt phần lớn học sinh sử dụng máy tính giải bài toán trắc nghiệm nguyên hàm, tích phân. Qua quá trình giảng dạy ở trường THPT tôi nhận thấy học sinh mất nhiều kiến thức cơ bản và chủ quan không học kĩ một số phần luyện thi đại học, đặc biệt là phần nguyên hàm, tích phân. Vì vậy muốn học sinh rèn luyện được tư duy sáng tạo trong việc học và giải toán trắc nghiệm đòi hỏi người thầy cần phải tìm tòi nghiên cứu tìm ra nhiều loại dạng toán đáp ứng với xu thế mới và cách giải qua một bài toán để từ đó rèn luyện cho học sinh năng lực hoạt động, tư duy sáng tạo, phát triển bài toán và có thể đề xuất hoặc tự làm các bài toán tương tự đã được nghiên cứu, bồi dưỡng. Qua đó học sinh ý thức được việc nắm được kiến thức cơ bản là rất quan trọng để làm tốt bài thi trắc nghiệm. Đào sâu suy nghĩ một bài toán là một chủ đề không có gì mới lạ. Thậm chí nó còn cổ điển như chính lịch sử toán học vậy. Dạy cho học sinh nắm vững kiến thức cơ bản, đảm bảo trình độ thi đỗ đại học là nhiệm vụ của người giáo viên. Là thầy giáo dạy toán ở trường THPT ai cũng mong muốn mình có được nhiều học sinh yêu quý, có nhiều học sinh đỗ đạt, có nhiều học sinh giỏi. Song để thực hiện được điều đó người thầy cần có sự say mê chuyên môn, đặt ra cho mình nhiều nhiệm vụ, truyền sự say mê đó cho học trò. “Sáng tạo bài toán trắc nghiệm nguyên hàm không sử dụng máy tính cầm tay” cũng là một phần việc giúp người thầy thành công trong vấn đề đưa học sinh tìm lại kiến thức căn bản của mình. Với chút hiểu biết nhỏ bé của mình cùng niềm say mê toán học tôi viết đề tài sáng kiến kinh nghiệm: “Rèn luyện kĩ năng, phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh THPT qua việc xây dựng một số bài toán trắc nghiệm nguyên hàm không sử dụng máy tính cầm tay” mong muốn được chia sẻ, trao đổi kinh nghiệm làm toán, học toán và dạy toán với bạn bè trong tỉnh. Hy vọng đề tài giúp ích một phần nhỏ bé cho quý thầy cô và các em học sinh trong công tác giảng dạy và học tập.

2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU

- Nhằm nâng cao nghiệp vụ chuyên môn, rút kinh nghiệm trong quá trình giảng dạy, phát triển tư duy linh hoạt, sáng tạo của học sinh học Toán.
- Thông qua đề tài này, là tài liệu tham khảo có ích cho giáo viên và học sinh, đặc biệt là đối với học sinh tham gia các kì thi học sinh giỏi cấp Tỉnh, thi đại học, cao đẳng.

3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU

- Nghiên cứu phương pháp giải các bài toán thi Đại học theo nhiều cách
- Đề tài hướng tới các đối tượng học sinh học sinh giỏi và học sinh ôn thi Đại học.

4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

- Với đề tài này, tác giả sử dụng chủ yếu là phương pháp thống kê, lựa chọn những bài toán hay, độc đáo, có cùng phương pháp giải sau đó phân tích, so sánh, khái quát hóa, đặc biệt hóa để làm nổi bật phương pháp rút ra kết luận.

5. KẾ HOẠCH NGHIÊN CỨU

- Đề tài này tác giả nghiên cứu và hoàn thiện trong 2 năm 2014 - 2016

PHẦN 2. NỘI DUNG

2.1. CƠ SỞ LÝ LUẬN CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM.

Kiến thức cơ bản:

$$+ \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$+ \int a dx = ax + C$$

$$+ \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$+ \int \frac{1}{ax+b} dx = \ln|ax+b| + C$$

$$+ \int \sin(ax+b) dx = -\frac{\cos(ax+b)}{a} + C$$

$$+ \int \cos(ax+b) dx = \frac{\sin(ax+b)}{a} + C$$

$$+ \int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{\tan(ax+b)}{a} + C$$

$$+ \int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{\cot(ax+b)}{a} + C$$

$$+ \int e^{ax+b} dx = \frac{e^{ax+b}}{a} + C$$

2. 2. THỰC TRẠNG VẤN ĐỀ TRƯỚC KHI ÁP DỤNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM.

Trong quá trình giảng dạy cũng như đi dự giờ đồng nghiệp, tôi nhận thấy nhiều học sinh hiện nay không quan tâm đến kiến thức cơ bản mà chỉ quan tâm đến việc sử dụng máy tính để bấm kết quả của bài toán nguyên hàm, tích phân.

Qua kiểm tra lớp học, cho học sinh làm một số bài tập nguyên hàm mà học sinh không bấm được máy tính thì kết quả học sinh làm bài kém.

	Số % học sinh dưới 5 điểm	Số % học sinh từ 5 đến 6, 5 điểm	Số % học sinh trên 6, 5 điểm
Lớp 12A	70%	20%	10
Lớp 12B	80%	15%	5%

2.3. BIỆN PHÁP GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ.

Qua quá trình giảng dạy, tôi đã không ngừng tự tìm tòi, sáng tạo những bài toán không sử dụng được máy tính. Mục đích làm cho học sinh thấy sự cần thiết của việc học kiến thức cơ bản. Làm được các dạng toán nguyên hàm.

Ngoài ra, tôi cũng rút ra những kinh nghiệm trong các đề thi mẫu của bộ giáo dục, của đồng nghiệp trong cơ quan để đưa ra những dạng toán phù hợp, nằm trong mẫu đề thi.

Trong khuôn khổ sáng kiến kinh nghiệm tôi trình bày hai dạng nguyên hàm: Tìm nguyên hàm cơ bản và tìm nguyên hàm bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

DẠNG 1. TÌM NGUYÊN HÀM CƠ BẢN.

- Câu 1.** Cho $\int f(x)dx = \ln|x+1| + \ln|x+2| + C$. Tìm $\int f(2x+1)dx$.
- A. $\ln|4x^2 + 10x + 6| + C$
- B. $\frac{\ln|4x^2 + 10x + 6|}{2} + C$
- C. $\frac{\ln|4x^2 + 10x + 6|}{3} + C$
- D. $\frac{\ln|4x^2 + 10x + 6|}{4} + C$

Hướng dẫn:

Đối với bài toán này, học sinh buộc phải đi tìm lời giải bằng kiến thức cơ bản. Không sử dụng máy tính để dò kết quả được.

$$f(x) = (\ln|x+1| + \ln|x+2| + C)' = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}. \text{ Từ đó}$$

Cách 1: Ta có:

$$f(2x+1) = \frac{1}{2x+2} + \frac{1}{2x+3} \text{ vậy } \int f(2x+1)dx = \frac{\ln|4x^2 + 10x + 6|}{2} + C$$

Đáp án B

Cách 2: Chuyển $x = 2t + 1$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = a \cos^2 x$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm a biết

$$F(0) = 2; F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi + 18}{8}$$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn:

$$F(x) = a \frac{x + \frac{\sin 2x}{2}}{2} + C \quad F(0) = 2; F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi + 18}{8}$$

. Thay

Ta có

$$\begin{cases} C = 2 \\ a \frac{\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}}{2} + C = \frac{\pi + 18}{8} \end{cases} \Rightarrow a = 1$$

Ta được hệ: . Đáp án A.

Câu 3. Cho $F(x) = e^{x\sqrt{2}}(a.\tan^2 x + b.\tan x + c)$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = e^{x\sqrt{2}}.\tan^3 x$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tìm $a + b + c$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

Hướng dẫn:

Ta có:

$$\begin{aligned} F'(x) &= \sqrt{2}.e^{x\sqrt{2}}(a.\tan^2 x + b.\tan x + c) + e^{x\sqrt{2}}\left(2a.\frac{1}{\cos^2 x}.\tan x + b.\frac{1}{\cos^2 x}\right) \\ &= e^{x\sqrt{2}}[\sqrt{2}a.\tan^2 x + \sqrt{2}b.\tan x + \sqrt{2}c + 2a(1 + \tan^2 x).\tan x + b(1 + \tan^2 x)] \\ &= e^{x\sqrt{2}}[2a.\tan^3 x + (\sqrt{2}a + b).\tan^2 x + (\sqrt{2}b + 2a)\tan x + b + \sqrt{2}c] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ 2a = 1 \\ \sqrt{2}a + b = 0 \\ b + \sqrt{2}c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vậy ta có hệ: . Đáp án B.

Câu 4. Xét các mệnh đề sau:

(I). $F(x) = x + \cos x$ là một nguyên hàm của $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2$

(II). $F(x) = \frac{x^4}{4} + 6\sqrt{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + \frac{3}{\sqrt{x}}$

(III). $F(x) = \tan x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\ln|\cos x|$

Mệnh đề nào sai?

- A. chỉ (I) và (II) B. Chỉ (III) C. Chỉ (II) D. chỉ (I) và (III)

Hướng dẫn:

Đây là bài toán học sinh phải nắm chắc công thức cơ bản và xử lý nhanh.

$$+ (x + \cos x)' = 1 - \sin x = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2 \quad \text{vậy (I) đúng}$$

$$+ \left(\frac{x^4}{4} + 6\sqrt{x}\right)' = x^3 + 6 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \text{vậy (II) đúng}$$

$$+ (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \neq -\ln|\cos x| \quad \text{vậy (III) sai.}$$

Đáp án C.

Câu 5. Hàm số $f(x) = (2x + 1)^2$ có một nguyên hàm dạng

$F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn điều kiện $F(-1) = \frac{1}{3}$. Khi đó, $a + b + c + d$ bằng:

A. 3

B. 2

C. 4

D. 5

Hướng dẫn:

Do $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 3ax^2 + 2bx + c = 4x^2 + 4x + 1 \\ -a + b - c + d = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{Đồng nhất hệ số ta được: } \begin{cases} a = \frac{4}{3} \\ b = 2 \\ c = 1 \\ d = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $a + b + c + d = 5$. Đáp án D.

Câu 6. Cho $a, b \in \mathbb{R}$ để $f(x) = a \sin \pi x + b$ thỏa mãn: $f'(1) = 2; \int_0^2 f(x) dx = 4$.
Tìm $a - b$.

A. $a - b = 2 - \frac{2}{\pi}$

B. $a - b = 2 + \frac{2}{\pi}$

C. $a - b = \frac{-2 - 2\pi}{\pi}$

D.

$a - b = \frac{2 - \pi}{\pi}$

Hướng dẫn:

Ta có $f'(x) = a\pi \cos \pi x$. Theo giả thiết: $\begin{cases} a\pi \cos \pi = 2 \\ \int_0^2 (a \sin \pi x + b) dx = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-2}{\pi} \\ b = 2 \end{cases}$

Vậy $a - b = \frac{-2 - 2\pi}{\pi}$. Đáp án C.

Câu 7. Cho hàm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)^{2017}$. Biết $F(0) = \frac{4037}{4036}$. Tìm $F(1)$.

- A. $\frac{3^{2016} + 2018}{4036}$ B. $\frac{3^{2017} + 4036}{4036}$ **C. $\frac{3^{2018} + 4036}{4036}$** D. $\frac{3^{2019} + 2018}{4036}$

Hướng dẫn:

$$F(x) = \frac{(2x+1)^{2018}}{4036} + C \quad \text{Do } F(0) = \frac{4037}{4036} \Rightarrow C = 1 \quad \text{vậy } F(1) = \frac{3^{2018} + 4036}{4036}$$

Vậy đáp án là C.

Câu 8. Cho hàm $f(x); g(x)$ xác định và liên tục trên R . Hỏi khẳng định nào sau đây là sai.

- A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
B. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$
 C. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$
 D. $\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx$

Hướng dẫn: Đây là dạng bài toán tương đối dễ đối với học sinh nắm chắc công thức cơ bản. Đáp án B

Câu 9. Cho f và g là hai hàm số theo x . Biết $\forall x \in [a; b]; f'(x) = g'(x)$. Trong các mệnh đề:

- (I). $\forall x \in [a; b]; f(x) = g(x)$
 $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b g(x) dx$
 (II).
 (III). $\forall x \in [a; b]; f(b) - f(a) = g(b) - g(a)$

Mệnh đề nào đúng.

- A. (I) B. (II) **C. (III)** D. Không có mệnh đề đúng

Hướng dẫn:

Mệnh đề (I) và (II) đều sai. Có thể chỉ ra bằng cách cho ví dụ cụ thể:

$$f(x) = 3x + 2; g(x) = 3x + 6$$

$$\int_a^b f'(x) dx = \int_a^b g'(x) dx \Leftrightarrow f(b) - f(a) = g(b) - g(a)$$

Mệnh đề (III) đúng vì

Đáp án C

Câu 10. Cho $\int \frac{x+1}{x+2} dx = mx - n \ln|x+2| + C$ (Với m, n, C là hằng số). Chọn mệnh đề đúng.

A. $m+2n=1$ B. $m+2n=-1$ C. $m+2n=-3$ D. $m+2n=3$

Hướng dẫn:

Đây là dạng bài tập mà học sinh cũng có thể sử dụng máy tính. Tuy nhiên giáo viên cần nhấn mạnh cho học sinh là sử dụng máy tính sẽ mất nhiều thời gian hơn cách làm thông thường.

Ta có: $\int \frac{x+1}{x+2} dx = \int (1 - \frac{1}{x+2}) dx = x - \ln|x+2| + C$ vậy $m=n=1 \Rightarrow m+2n=3$

Đáp án C.

DẠNG 2. TÌM NGUYÊN HÀM BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ.

Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x+1)^{2017}$. Biết $F(-1) = 3$. Tìm $F(0)$.

- A. $\frac{12223025}{4074324}$ B. $\frac{12223052}{4074324}$ **C. $\frac{12223025}{4074342}$** D. $\frac{12223052}{4074342}$

Hướng dẫn:

Đặt $x+1=t$ ta có

$$\int f(x)dx = \int (t-1)t^{2017}dt = \frac{t^{2019}}{2019} - \frac{t^{2018}}{2018} + C = \frac{(x+1)^{2019}}{2019} - \frac{(x+1)^{2018}}{2018} + C.$$

Do $F(-1) = 3$ nên $C = 3$. Từ đó $F(0) = \frac{12223025}{4074342}$. Đáp án C.

Nhận xét: Thường máy tính không tính được những bài mũ cao. Vì vậy giáo viên nên đưa thêm những bài có số mũ lớn vào để tránh việc học sinh dùng máy tính để dò kết quả.

Câu 2. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm của hàm $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x\ln x}$. Với C là hằng số, tìm đáp án đúng.

- A. $F(ex) = \ln|ex + x - \ln x| + C$ B. $F(ex) = \ln|x + e - x \ln ex| + C$
C. $F(ex) = \ln|ex - 1 - \ln x| + C$ D. $F(ex) = \ln|ex^2 + 2x - e \ln x| + C$

Hướng dẫn:

Ta có: $\int \frac{x-1}{x^2-x\ln x} dx = \int \frac{1-\frac{1}{x}}{x-\ln x} dx$. Đặt $t = x - \ln x \Rightarrow dt = (1 - \frac{1}{x})dx$

Vậy $F(x) = \int \frac{x-1}{x^2-x\ln x} dx = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \ln|x - \ln x| + C$

Từ đó $F(ex) = \ln|ex - \ln(ex)| + C = \ln|ex - 1 - \ln x| + C$. Đáp án C.

Câu 3. Cho $I = \int \frac{1}{\sqrt{e^x+4}} dx$. Đặt $\sqrt{e^x+4} = t$. Chọn đáp án đúng.

- A. $I = \int \frac{2}{t(t^2-4)} dt$ B. $I = \int \frac{1}{t(t^2-4)} dt$ **C. $I = \int \frac{2}{t^2-4} dt$** D. $I = \int \frac{2t}{t^2-4} dt$

Hướng dẫn:

$$\sqrt{e^x + 4} = t \Rightarrow e^x = t^2 - 4 \Rightarrow e^x dx = 2t dt \Rightarrow dx = \frac{2t}{t^2 - 4} dt$$

Vậy $I = \int \frac{1}{t} \frac{2t}{t^2 - 4} dt = \int \frac{2}{t^2 - 4} dt$. Đáp án C.

Câu 4. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{1}{e^x + 1}$ thỏa mãn $F(0) = -\ln 2$.

Tìm tập nghiệm S của phương trình $F(x) + \ln(e^x + 1) = 3$

- A. $S = \{-3\}$ B. $S = \{\pm 3\}$ C. $S = \{3\}$ D. $S = \emptyset$

Hướng dẫn:

Đặt:

$$e^x + 1 = t \Rightarrow dt = e^x dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{t-1} \Rightarrow F(x) = \int \frac{dt}{t(t-1)} = \int \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t} \right) dt = \ln \left| \frac{t-1}{t} \right| + C$$

Vậy $F(x) = \ln \left| \frac{e^x}{e^x + 1} \right| + C$ mà $F(0) = -\ln 2 \Rightarrow C = 0$.

Từ đó phương trình $F(x) + \ln(e^x + 1) = 3$ có nghiệm là $x = 3$.
Đáp án C.

Câu 5. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 + \ln^3 x}{x}$. Biết $F(e) = 2$. Tìm $F(1) + 2.F(e^2)$.

- A. $\frac{27}{4}$ B. $\frac{57}{4}$ C. $\frac{53}{4}$ D. $\frac{27}{4}$

Hướng dẫn:

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$ vậy $F(x) = \int (1 + t^3) dt = t + \frac{t^4}{4} + C = \ln x + \frac{\ln^4 x}{4} + C$

$F(e) = 2 \Rightarrow 1 + \frac{1}{4} + C = 2 \Rightarrow C = \frac{3}{4}$. Vậy $F(1) + 2.F(e^2) = \frac{57}{4}$

Mặt khác

Đáp án B.

Câu 6. Cho $F(x) = \int (x^2 + 1)\sqrt{x+1} dx$. Với C là hằng số, tìm $F(x^2 - 1)$.

A. $\frac{2|x|^7}{7} - \frac{4|x|^5}{5} + 4|x| + C$

B. $\frac{|x|^7}{7} - \frac{4|x|^5}{5} + \frac{4|x|^3}{3} + C$

C. $\frac{2|x|^5}{5} - \frac{4|x|^3}{3} + 4|x| + C$

D. $\frac{2|x|^7}{7} - \frac{4|x|^5}{5} + \frac{4|x|^3}{3} + C$

Hướng dẫn:

Đặt $\sqrt{x+1} = t$ ta có $x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2t dt \Rightarrow F(x) = 2\frac{t^7}{7} - 4\frac{t^5}{5} + 4\frac{t^3}{3} + C$

Vậy $F(x) = 2\frac{(\sqrt{x+1})^7}{7} - 4\frac{(\sqrt{x+1})^5}{5} + 4\frac{(\sqrt{x+1})^3}{3} + C$

Từ đó $F(x^2 - 1) = 2\frac{(\sqrt{x^2})^7}{7} - 4\frac{(\sqrt{x^2})^5}{5} + 4\frac{(\sqrt{x^2})^3}{3} + C = 2\frac{|x|^7}{7} - 4\frac{|x|^5}{5} + 4\frac{|x|^3}{3} + C$

Đáp án D

Câu 7. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{e^x + e^{2x}}{\sqrt{e^x + 3}}$. Với C là hằng số. Chọn đáp án đúng.

A. $F(\ln x) = 2\left[\frac{(x+3)\sqrt{x+3}}{3} - 2\sqrt{x+3}\right] + C$

B. $F(\ln x) = 2\left[\frac{(x+3)^2\sqrt{x+3}}{5} + 2\sqrt{x+3}\right] + C$

C. $F(\ln x) = 2\frac{(x+3)\sqrt{x+3}}{3} - 2\sqrt{x+3} + C$

D. $F(\ln x) = 2\left[\frac{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}{3} - 2\sqrt{x^2+3}\right] + C$

Hướng dẫn:

Ta có: $\int \frac{e^x + e^{2x}}{\sqrt{e^x + 3}} dx = \int \frac{e^x(1 + e^x)}{\sqrt{e^x + 3}} dx$. Đặt $t = \sqrt{e^x + 3} \Rightarrow t^2 - 3 = e^x \Rightarrow 2t dt = e^x dx$
 $\Rightarrow dx = \frac{2t}{t^2 - 3} dt$. Từ đó:

$F(x) = \int 2(t^2 - 2) dt = 2\left(\frac{t^3}{3} - 2t\right) + C = 2\left[\frac{(e^x + 3)\sqrt{e^x + 3}}{3} - 2\sqrt{e^x + 3}\right] + C$

Vậy $F(\ln x) = 2\left[\frac{(x+3)\sqrt{x+3}}{3} - 2\sqrt{x+3}\right] + C$. Đáp án A.

Câu 8. Một nguyên hàm của hàm $f(x) = x \sin \sqrt{1+x^2}$ là.

A. $-\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2}$

B. $-\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2}$

C. $\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2}$

D. $\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2}$

Hướng dẫn:

Xét $I = \int x \sin \sqrt{1+x^2} dx$. Đặt $t = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow t dt = x dx$. Vậy

$$I = \int t \cdot \sin t dt = \int t \cdot d(-\cos t) = -t \cdot \cos t + \int \cos t dt = -t \cdot \cos t + \sin t + C$$

Ta có $I = -\sqrt{1+x^2} \cdot \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2} + C$

Vậy đáp án C.

Câu 9. Nguyên hàm $I = \int \frac{e^{2x}}{1+\sqrt{e^x}} dx$ bằng

A. $I = \frac{2}{3} e^x \sqrt{e^x} - e^x - 2\sqrt{e^x} - 2 \ln |\sqrt{e^x} + 1| + C$

B. $I = \frac{2}{3} e^x \sqrt{e^x} - e^x + 3\sqrt{e^x} - 2 \ln |\sqrt{e^x} + 1| + C$

C. $I = \frac{2}{3} e^x \sqrt{e^x} - e^x + 2\sqrt{e^x} + 2 \ln |\sqrt{e^x} + 1| + C$

D. $I = \frac{2}{3} e^x \sqrt{e^x} - e^x + 2\sqrt{e^x} - 2 \ln |\sqrt{e^x} + 1| + C$

Hướng dẫn:

Đặt $\sqrt{e^x} + 1 = t \Rightarrow e^x = t^2 - 2t + 1 \Rightarrow e^x dx = (2t - 2) dt$.

Từ đó
$$I = \int \frac{(t^2 - 2t + 1)(2t - 2) dt}{t} = \int \frac{2t^3 - 2t^2 + 6t - 2}{t} dt = \int (2t^2 - 2t + 6 - \frac{2}{t}) dt$$
$$= \frac{2t^3}{3} - t^2 + 6t - 2 \ln |t| + C = \frac{2}{3} e^x \sqrt{e^x} - e^x + 2\sqrt{e^x} - 2 \ln |\sqrt{e^x} + 1| + C$$

Đáp án D.

Câu 10. Cho $F(x) = \int \frac{(x+1)^{2015}}{x^{2017}} dx$. Với C là hằng số. Chọn đáp án đúng.

A. $F(\frac{1}{x}) = \frac{(1+x)^{2016}}{2016} + C$

B. $F(\frac{1}{x}) = \frac{(1-x)^{2016}}{2016} + C$

C. $F(\frac{1}{x}) = -\frac{(1+x)^{2016}}{2016} + C$

D. $F(\frac{1}{x}) = -\frac{(1-x)^{2016}}{2016} + C$

Hướng dẫn:

Ta biến đổi: $F(x) = \int (1 + \frac{1}{x})^{2015} \cdot \frac{1}{x^2} dx$ $t = 1 + \frac{1}{x}$

Lúc này đặt

Từ đó:
$$F(x) = - \int t^{2015} dt = - \frac{t^{2016}}{2016} + C = - \frac{(1 + \frac{1}{x})^{2016}}{2016} + C$$

Vậy
$$F(\frac{1}{x}) = - \frac{(1 + x)^{2016}}{2016} + C$$
. Chọn đáp án C.

Một số bài toán tương tự:

Câu 1. Cho $F(x) = \int \frac{dx}{x^2 + 4}$. Tìm $F(2x)$.

- A. $F(2x) = \arctan(2x) + C$
C. $F(2x) = 2\arctan(2x) + C$
B. $F(2x) = \frac{1}{2}\arctan x + C$
D. $F(2x) = \arctan(x) + C$

Câu 2. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln^3 x}{x}$

- A. $F(x) = \frac{x \cdot \ln^4(x+1)}{4}$
C. $F(x) = \frac{\ln^4 x}{2x^2}$
B. $F(x) = \frac{\ln^4(x+1)}{4}$
D. $F(x) = \frac{\ln^4 x + 1}{4}$

Câu 3. Nguyên hàm $\int \frac{dx}{2 \tan x + 1}$ bằng?

- A. $\frac{x}{5} + \frac{2}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$
C. $\frac{x}{5} - \frac{1}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$
B. $\frac{2x}{5} - \frac{1}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$
D. $\frac{x}{5} + \frac{1}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$

Câu 4. Nguyên hàm $\int \frac{\sin 4x}{\sin x + \cos x} dx$ bằng?

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \cos\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$
B. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \sin\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$
C. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \cos\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$
D. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \cos\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$

Câu 5. Nếu $f(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số

- $g(x) = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-1}}$ trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $a + b + c$ có giá trị bằng.
A. 3
B. 0
C. 4
D. 2

Câu 6. Xác định a, b, c sao cho $g(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ là một nguyên hàm

của hàm $\frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$ trong khoảng $(\frac{3}{2}; +\infty)$.

A. $a = 4; b = 2; c = 2$

B. $a = 1; b = -2; c = 4$

C. $a = -2; b = 1; c = 4$

D. $a = 4; b = -2; c = 1$

Câu 7. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \sqrt{x^2 + k} \ (k \neq 0)$.

A. $F(x) = \frac{x}{2}\sqrt{x^2 + k} + \frac{k}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 + k}|$

B. $F(x) = \frac{k}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 + k}|$

C. $F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + k} + \frac{x}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 + k}|$

D. $F(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + k}} + C$

Câu 8. Nguyên hàm $I = \int \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx$ bằng

A. $I = \frac{1}{27}(9x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} + x^3 + C$

B. $I = \frac{1}{27}(9x^2 - 2)^{\frac{3}{2}} + x^3 + C$

C. $I = \frac{1}{27}(9x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} + x^3 + C$

D. $I = \frac{1}{27}(9x^2 + 2)^{\frac{3}{2}} + x^3 + C$

Câu 9. Cho $\int f(x) dx = \frac{2}{3}\sqrt{\tan^3 x} + C$. Tìm $f(\frac{\pi}{4})$.

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D.

Câu 10. Nguyên hàm $I = \int \frac{dx}{\sqrt{e^{2x} + 9}}$ bằng

A. $I = \frac{1}{6}\ln\left|\frac{\sqrt{e^{2x} + 9} - 3}{\sqrt{e^{2x} + 9} + 3}\right| + C$

B. $I = \frac{1}{6}\ln\left|\frac{\sqrt{e^{2x} + 9} + 3}{\sqrt{e^{2x} + 9} - 3}\right| + C$

C. $I = \frac{1}{3}\ln\left|\frac{\sqrt{e^{2x} + 9} - 3}{\sqrt{e^{2x} + 9} + 3}\right| + C$

D. $I = \frac{1}{9}\ln\left|\frac{\sqrt{e^{2x} + 9} - 3}{\sqrt{e^{2x} + 9} + 3}\right| + C$

2.4 HIỆU QUẢ CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM.

Với phương pháp trên tôi đã tổ chức cho học sinh tiếp nhận bài học một cách chủ động, tích cực, tất cả các em đều hứng thú học tập thực sự và hăng hái làm bài tập giao về nhà tương tự. Phương pháp dạy học trên đây dựa vào các nguyên tắc:

- Đảm bảo tính khoa học chính xác
- Đảm bảo tính logic
- Đảm bảo tính sư phạm
- Đảm bảo tính hiệu quả

Khi trình bày tôi đã chú ý đến phương diện sau:

- Phù hợp với trình độ nhận thức của học sinh
- Phát huy được năng lực tư duy toán học của học sinh

Qua thực tế giảng dạy các lớp của trường THPT Lê Viết Tạo. Các em rất hào hứng và sôi nổi trong việc đề xuất cách mới và bài toán mới. Cụ thể kiểm tra khảo sát chất lượng học sinh khối 12 năm học 2016 – 2017 trước và sau khi áp dụng sáng kiến như sau:

Trước khi giảng dạy:

	Số % học sinh dưới 5 điểm	Số % học sinh từ 5 đến 6, 5 điểm	Số % học sinh trên 6, 5 điểm
Lớp 12A	70%	20%	10
Lớp 12B	80%	15%	5%

Sau khi giảng dạy:

	Số % học sinh dưới 5 điểm	Số % học sinh từ 5 đến 6, 5 điểm	Số % học sinh trên 6, 5 điểm
Lớp 12A	10%	40%	50%
Lớp 12B	20%	35%	45%

PHẦN 3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ.

KẾT LUẬN:

Nếu học sinh được biết một phương pháp mới có hiệu quả thì các em sẽ tự tin hơn trong giải quyết các bài toán dạng này và dạng tương tự. Tuy nhiên mỗi bài toán có nhiều cách giải, phương pháp giải này có thể dài hơn các phương pháp khác nhưng nó lại có đường lối nhận biết rõ ràng dễ tiếp cận hơn các phương pháp khác. Hoặc là tiền đề cho ta sáng tạo một dạng bài tập khác. Từ vấn đề học sinh quá phụ thuộc máy tính khi giải toán tôi đã tìm ra giải pháp để các em có cái nhìn toàn diện vấn đề hơn. Đó chính là cái hay, cái đẹp của toán học, khiến người ta say mê toán học.

KIẾN NGHỊ:

Về phía giáo viên: Tích cực trau dồi chuyên môn nghiệp vụ, trao đổi kinh nghiệm, kiến thức, phương pháp không chỉ ở trong trường mà mở rộng ra cụm trường trong tỉnh và các tỉnh xung quanh, càng trao đổi nhiều thì mình càng thu được nhiều.

Về phía lãnh đạo nhà trường: Tăng cường động viên, khích lệ, khen thưởng đối với những đồng chí giáo viên trẻ, có năng lực chuyên môn tốt tích cực viết sáng kiến , trao đổi kinh nghiệm với các thầy cô đi trước để nhanh chóng trưởng thành.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ	Thanh Hóa, ngày 15 – 05 – 2017 Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác. Lưu Thị Hương.
--------------------------------	--

MỤC LỤC

---□□□---

PHẦN 1	PHẦN MỞ ĐẦU	Trang
1	Lý do chọn đề tài	Trang 1
2	Mục đích nghiên cứu	Trang 1
3	Đối tượng nghiên cứu	Trang 1
4	Phương pháp nghiên cứu	Trang 2
5	Kế hoạch nghiên cứu	Trang 2
PHẦN 2	NỘI DUNG	Trang 2
2.1	Cơ sở lí luận	Trang 2
2.2	Thực trạng vấn đề	Trang 2
2.3	Cách giải quyết vấn đề	Trang 3
2.4	Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm	Trang 11
PHẦN 3	KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ	Trang 13
1	Kết luận	Trang 13
2	Kiến nghị	Trang 13