

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm có 01 trang)

Môn thi: Toán

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 19/4/2023

Câu 1. (4,0 điểm)

a) Cho biểu thức $A = \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^2}{x+2\sqrt{x}+4} - \frac{8\sqrt{x}+32}{x\sqrt{x}-8} + \frac{4}{\sqrt{x}-2} \right] : \frac{x+5\sqrt{x}+6}{x+4\sqrt{x}+3}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 4$. Rút gọn biểu thức A và tìm x để $A = x - 2\sqrt{x} + 3$.

b) Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2x - m + 3 = 0$ có nghiệm x_1, x_2 và tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = 2(x_1^2 + x_2^2) + x_1^2 x_2^2 + x_1 x_2$.

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 - 3x - 2 + 2\sqrt{3x+1} = 0$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3(x+y) = (x+2y)(2x+y) \\ \frac{1}{x+2y} + \frac{1}{(2x+y)^2} = 3 \end{cases}$$
.

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có hai đường cao BE và CF, M là trung điểm của BC. Hạ MN vuông góc với EF tại N, hai đường thẳng MN và AB cắt nhau tại D.

a) Chứng minh N là trung điểm của EF và $\widehat{DEF} = \widehat{MEC}$.

b) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng AM và EF, L là giao điểm của hai đường thẳng AN và BC. Chứng minh KL vuông góc với BC.

Câu 4. (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn (O), đường phân giác trong AD (D thuộc BC) cắt đường tròn (O) tại E (E khác A). Hạ BH vuông góc với AE tại H, đường thẳng BH cắt đường tròn (O) tại F (F khác B). Đường thẳng EF cắt hai đường thẳng AC, BC lần lượt tại K, M; hai đường thẳng OE và HK cắt nhau tại L.

a) Chứng minh tứ giác AHKF nội tiếp trong đường tròn.

b) Chứng minh $HB.LE = HE.LK$.

c) Hai tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM tại A, M cắt nhau tại Q; tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt đường thẳng BC tại P. Chứng minh PQ song song với AD.

Câu 5. (5,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên tố $(p; q)$ thỏa mãn: $p^2 - 1$ chia hết cho q và $q^2 - 4$ chia hết cho p .

b) Cho ba số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{x^3 + x - 1}{x^2 + 1} + \frac{y^3 + y - 1}{y^2 + 1} + \frac{z^3 + z - 1}{z^2 + 1}$.

----- **HẾT** -----

* Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

* Họ và tên thí sinh: Số báo danh: