|  |  |
| --- | --- |
| **UBND TỈNH BĂC NINH**  **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **NĂM HỌC 2020-2021**  **Môn: Toán 8**  **Thời gian làm bài : 150 phút** |

**Bài 1. (3,0 điểm)** Cho biểu thức 

1. Rút gọn M
2. Tìm giá trị của để đạt giá trị lớn nhất

**Bài 2. (3,0 điểm)**

1. Cho là số tự nhiên lẻ. Chứng minh chia hết cho 24
2. Tìm số tự nhiên để là số chính phương.

**Bài 3. (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình sau : 
2. Tìm phần dư của phép chia đa thức cho .Biết rằng đa thức chia cho dư 7, chia cho dư 1

**Bài 4. (7,0 điểm)**

1. Cho O trung điểm của đoạn Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là cạnh vẽ tia cùng vuông góc với Trên tia lấy điểm khác A. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với cắt By tại D
2. Chứng minh rằng : 
3. Kẻ vuông góc với tại M. Gọi K là trung điểm của 

Chứng minh cân tại K, từ đó suy ra 

1. Tìm vị trí của C trên tia để diện tích tứ giác là nhỏ nhất
2. Cho tam giác vuông tại A. Hai tia phân giác trong và CE cắt nhau tại O. Chứng minh rằng 

**Bài 5. (3,0 điểm)**

1. Cho các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng 
2. Hình vuông có ô chứa số 9 mà tổng các số ở mỗi hàng, mỗi cột, mỗi cùng đường chéo bằng nhau được gọi là hình vuông kỳ diệu. Chứng minh rằng số ở tâm một hình vuông kỳ diệu bằng trung bình cộng của hai số còn lại cùng hàng, hoặc cùng cột, hoặc cùng đường chéo

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. (3,0 điểm) Cho biểu thức **

1. **Rút gọn M**

Điều kiện : 



1. **Tìm giá trị của để đạt giá trị lớn nhất**

Ta có 

Vì với mọi nên với mọi *a*

Dấu xảy ra khi với mọi 

Vậy giá trị lớn nhất của là 1 khi 

**Bài 2. (3,0 điểm)**

1. **Cho là số tự nhiên lẻ. Chứng minh chia hết cho 24**

Ta có : 

Vì là ba số tự nhiên liên tiếp nên có một số trong ba số chia hết cho 3 do đó 

Vì là số tự nhiên lẻ nên và là hai số tự nhiên chẵn liên tiếp

Do đó 

Vì 3 và 8 là hai số nguyên tố cùng nhau nên kết hợp với và suy ra 

1. **Tìm số tự nhiên để là số chính phương.**

Giả sử 

Suy ra 



Mặt khác : và nên có các trường hợp sau xảy ra :



Vậy các số cần tìm là 

**Bài 3. (4,0 điểm)**

1. **Giải phương trình sau : **

Ta có : ****

Th1: Nếu , phương trình đã cho trở thành



Th2:Nếu , phương trình đã cho trở thành :



Vậy phương trình có ba nghiệm 

1. **Tìm phần dư của phép chia đa thức cho .Biết rằng đa thức chia cho dư 7, chia cho dư 1**

Do là đa thức bậc hai nên phần dư của phép chia cho là một đa thức có bậc nhỏ hơn 2

Giả sử là phần dư cần tìm

Từ giả thiết bài toán: Tồn tại các đa thức thỏa mãn :



Xét từ đó ta có hệ phương trình :



Vậy phần dư cần tìm là 

**Bài 4. (7,0 điểm)**

1. **Cho O trung điểm của đoạn Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là cạnh vẽ tia cùng vuông góc với Trên tia lấy điểm khác A. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với cắt By tại D**

****

1. **Chứng minh rằng : **

Xét tam giác và tam giác có :





1. **Kẻ vuông góc với tại M. Gọi K là trung điểm của **

**Chứng minh cân tại K, từ đó suy ra **

Dựng nên là trung điểm của 

Ta có . Do đó cân tại K

Từ đó mà (so le trong)

Nên Vậy 

1. **Tìm vị trí của C trên tia để diện tích tứ giác là nhỏ nhất**

Theo chứng minh trên ta có nên 



Ta có : 

Do đó nhỏ nhất khi nhỏ nhất. nhỏ nhất khi nhỏ nhất

Lại có 

Nên nhỏ nhất khi và cách AB một khoảng là 

1. **Cho tam giác vuông tại A. Hai tia phân giác trong và CE cắt nhau tại O. Chứng minh rằng **

****

Đặt . Theo tính chất phân giác ta có :



Xét có là phân giác trong. Ta có :



Chứng minh tương tự: 

Từ (1) và (2) suy ra 

Mà vuông tại A nên theo Pytago có : . Như vậy



**Bài 5. (3,0 điểm)**

1. **Cho các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng **

Sử dụng bất đẳng thức Ta có :



Lại có 

Kết hợp lại ta được : 

Dấu bằng xảy ra khi 

1. **Hình vuông có ô chứa số 9 mà tổng các số ở mỗi hàng, mỗi cột, mỗi cùng đường chéo bằng nhau được gọi là hình vuông kỳ diệu. Chứng minh rằng số ở tâm một hình vuông kỳ diệu bằng trung bình cộng của hai số còn lại cùng hàng, hoặc cùng cột, hoặc cùng đường chéo**

Giả sử hình vuông kỳ diệu điền các số a,b,c,d,e,f,g,h,i như hình vẽ



Đặt 

Suy ra 



Từ (1) và (2) 