

TOÁN 10	GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ TỪ 0^0 ĐẾN 180^0
0H2-1	

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC.....	1
DẠNG 2. CHO BIẾT MỘT GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC, TÍNH CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CÒN LẠI.....	3
DẠNG 3. CHỨNG MINH, RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC.....	4
DẠNG 4. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC.....	5
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO.....	6
DẠNG 1. DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC.....	6
DẠNG 2. CHO BIẾT MỘT GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC, TÍNH CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CÒN LẠI.....	7
DẠNG 3. CHỨNG MINH, RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC.....	9
DẠNG 4. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC.....	10

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

- Câu 1.** Cho góc $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$ cùng dấu. B. Tích $\sin \alpha \cdot \cot \alpha$ mang dấu âm.
C. Tích $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ mang dấu dương. D. $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ cùng dấu.
- Câu 2.** Cho α là góc tù. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?
- A. $\tan \alpha < 0$. B. $\cot \alpha > 0$. C. $\sin \alpha < 0$. D. $\cos \alpha > 0$.
- Câu 3.** Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $\cot(90^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ B. $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
C. $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ D. $\tan(90^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$
- Câu 4.** Đẳng thức nào sau đây **đúng**?
- A. $\tan(180^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$ B. $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$
C. $\sin(180^\circ + \alpha) = \sin \alpha$ D. $\cot(180^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$
- Câu 5.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **đúng**?
- A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ B. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$ D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$
- Câu 6.** Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?
- A. $\sin \alpha = \sin \beta$ B. $\cos \alpha = -\cos \beta$ C. $\tan \alpha = -\tan \beta$ D. $\cot \alpha = \cot \beta$

- Câu 7.** Cho góc α tù. Điều khẳng định nào sau đây là **đúng**?
A. $\sin \alpha < 0$. **B.** $\cos \alpha > 0$. **C.** $\tan \alpha > 0$. **D.** $\cot \alpha < 0$.
- Câu 8.** Hai góc nhọn α và β phụ nhau, hệ thức nào sau đây là **sai**?
A. $\sin \alpha = \cos \beta$. **B.** $\tan \alpha = \cot \beta$. **C.** $\cot \beta = \frac{1}{\cot \alpha}$. **D.** $\cos \alpha = -\sin \beta$.
- Câu 9.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **đúng**?
A. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.
- Câu 10.** Bất đẳng thức nào dưới đây là **đúng**?
A. $\sin 90^\circ < \sin 100^\circ$. **B.** $\cos 95^\circ > \cos 100^\circ$. **C.** $\tan 85^\circ < \tan 125^\circ$. **D.** $\cos 145^\circ > \cos 125^\circ$.
- Câu 11.** Giá trị của $\tan 45^\circ + \cot 135^\circ$ bằng bao nhiêu?
A. 2 . **B.** 0 . **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1 .
- Câu 12.** Giá trị của $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ$ bằng bao nhiêu?
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1 .
- Câu 13.** Giá trị của $\cos 60^\circ + \sin 30^\circ$ bằng bao nhiêu?
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** 1 .
- Câu 14.** Giá trị của $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?
A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **D.** 2 .
- Câu 15.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào **sai**?
A. $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$. **B.** $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$.
C. $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$. **D.** $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = 1$.
- Câu 16.** Tính giá trị của biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$.
A. $P = 1$. **B.** $P = 0$. **C.** $P = \sqrt{3}$. **D.** $P = -\sqrt{3}$.
- Câu 17.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
A. $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ$. **B.** $\cos 60^\circ = \sin 120^\circ$. **C.** $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$. **D.** $\sin 60^\circ = -\cos 120^\circ$.
- Câu 18.** Đẳng thức nào sau đây **sai**?
A. $\sin 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2}$. **B.** $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$.
C. $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$. **D.** $\sin 120^\circ + \cos 30^\circ = 0$.
- Câu 19.** Cho hai góc nhọn α và β ($\alpha < \beta$) . Khẳng định nào sau đây là **sai**?
A. $\cos \alpha < \cos \beta$. **B.** $\sin \alpha < \sin \beta$. **C.** $\tan \alpha + \tan \beta > 0$. **D.** $\cot \alpha > \cot \beta$.
- Câu 20.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , góc B bằng 30° . Khẳng định nào sau đây là **sai**?
A. $\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos C = \frac{1}{2}$. **D.** $\sin B = \frac{1}{2}$.

Câu 21. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$. B. $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$. C. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. D. $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$.

DẠNG 2. CHO BIẾT MỘT GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC, TÍNH CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CÒN LẠI

Câu 22. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. B. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 23. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính $\tan \alpha$?

- A. $\frac{5}{4}$. B. $-\frac{5}{2}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 24. Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$.

- A. $\cot \alpha = 2$. B. $\cot \alpha = \sqrt{2}$. C. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$. D. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 25. $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu nếu $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$?

- A. $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 26. Nếu $\tan \alpha = 3$ thì $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu?

- A. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\pm \frac{\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 27. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Giá trị của biểu thức $3\sin \alpha + 2\cos \alpha$ là

- A. $\frac{9}{13}$. B. 3 . C. $-\frac{9}{13}$. D. -3 .

Câu 28. Biết $\cot \alpha = -a$, $a > 0$. Tính $\cos \alpha$

- A. $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$. C. $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$. D. $\cos \alpha = -\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$.

Câu 29. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$

- A. $\frac{13}{4}$. B. $\frac{7}{4}$. C. $\frac{11}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 30. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = 2\sin \alpha - \cos \alpha$ bằng

A. $\frac{-7}{5}$. B. $\frac{7}{5}$. C. 1 . D. $\frac{11}{5}$.

Câu 31. Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, với $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Tính giá trị của $M = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha}$
A. $M = \frac{25}{27}$ B. $M = \frac{175}{27}$ C. $M = \frac{35}{27}$ D. $M = -\frac{25}{27}$

Câu 32. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$?
A. $-\frac{19}{13}$ B. $\frac{19}{13}$ C. $\frac{25}{13}$ D. $-\frac{25}{13}$

Câu 33. Cho biết $\cot \alpha = 5$. Tính giá trị của $E = 2 \cos^2 \alpha + 5 \sin \alpha \cos \alpha + 1$?
A. $\frac{10}{26}$ B. $\frac{100}{26}$ C. $\frac{50}{26}$ D. $\frac{101}{26}$

Câu 34. Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ là:
A. $-\frac{15}{13}$ B. -13 C. $\frac{15}{13}$ D. 13

Câu 35. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?
A. $-\frac{25}{3}$ B. $-\frac{11}{13}$ C. $-\frac{11}{3}$ D. $-\frac{25}{13}$

Câu 36. Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị đúng của biểu thức $P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$ là:
A. $\frac{11}{9}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{10}{9}$

DẠNG 3. CHỨNG MINH, RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 37. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?
A. $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2, \forall x$ B. $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x, \forall x \neq 90^\circ$
C. $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x, \forall x$ D. $\sin^6 x - \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x, \forall x$

Câu 38. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?
A. $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} (x \neq 0^\circ, x \neq 180^\circ)$
B. $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x} (x \neq 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ)$
C. $\tan^2 x + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} - 2 (x \neq 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ)$
D. $\sin^2 2x + \cos^2 2x = 2$

Câu 39. Trong các hệ thức sau hệ thức nào **đúng**?

- A. $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1$. B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$.
 C. $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$. D. $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$.

Câu 40. Trong các hệ thức sau hệ thức nào **đúng**?

- A. $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1$. B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$. C. $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$. D. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Câu 41. Rút gọn biểu thức sau $A = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x}$

- A. $A = 4$. B. $A = 2$. C. $A = 1$. D. $A = 3$.

Câu 42. Biểu thức $(\cot a + \tan a)^2$ bằng

- A. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}$. B. $\cot^2 a + \tan^2 a$. C. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha}$. D. $\cot^2 a \tan^2 a + 2$.

Câu 43. Rút gọn biểu thức sau $A = (\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$

- A. $A = 4$. B. $A = 1$. C. $A = 2$. D. $A = 3$.

Câu 44. Đơn giản biểu thức $G = (1 - \sin^2 x) \cot^2 x + 1 - \cot^2 x$

- A. $\sin^2 x$. B. $\cos^2 x$. C. $\frac{1}{\cos x}$. D. $\cos x$.

Câu 45. Đơn giản biểu thức $E = \cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ ta được

- A. $\sin x$. B. $\frac{1}{\cos x}$. C. $\frac{1}{\sin x}$. D. $\cos x$.

Câu 46. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. B. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\sin \alpha \neq 0)$.
 C. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = -1 \quad (\sin \alpha \cdot \cos \alpha \neq 0)$. D. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\cos \alpha \neq 0)$.

Câu 47. Rút gọn biểu thức $P = \frac{1 - \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x}$ ta được

- A. $P = \frac{1}{2} \tan x$. B. $P = \frac{1}{2} \cot x$. C. $P = 2 \cot x$. D. $P = 2 \tan x$.

DẠNG 4. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 48. Biểu thức $A = \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$ có giá trị bằng

- A. 1 . B. -1 . C. 2 . D. -2 .

Câu 49. Cho $\tan \alpha - \cot \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$

- A. $A = 12$. B. $A = 11$. C. $A = 13$. D. $A = 5$.

- Câu 50.** Giá trị của biểu thức $A = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ$ là
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 51.** Tổng $\sin^2 2^\circ + \sin^2 4^\circ + \sin^2 6^\circ + \dots + \sin^2 84^\circ + \sin^2 86^\circ + \sin^2 88^\circ$ bằng
A. 21. **B.** 23. **C.** 22. **D.** 24.
- Câu 52.** Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Hỏi giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$ bằng bao nhiêu?
A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 0.
- Câu 53.** Biểu thức $f(x) = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$ có giá trị bằng:
A. 1. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 0.
- Câu 54.** Biểu thức: $f(x) = \cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.
- Câu 55.** Biểu thức $\tan^2 x \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng
A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 56.** Giá trị của $A = \tan 5^\circ \tan 10^\circ \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \tan 85^\circ$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.
- Câu 57.** Giá trị của $B = \cos^2 73^\circ + \cos^2 87^\circ + \cos^2 3^\circ + \cos^2 17^\circ$ là
A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.
- Câu 58.** Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.
A. $m = 9$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = \pm 3$.
- Câu 59.** Giá trị của $E = \sin 36^\circ \cos 6^\circ \sin 126^\circ \cos 84^\circ$ là
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** 1. **D.** -1.
- Câu 60.** Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 51^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 39^\circ + \sin^2 35^\circ$ là
A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 61.** Cho $\sin x + \cos x = m$. Tính theo m giá trị của $M = \sin x \cos x$.
A. $m^2 - 1$. **B.** $\frac{m^2 - 1}{2}$. **C.** $\frac{m^2 + 1}{2}$. **D.** $m^2 + 1$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 1. DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Chọn B

Với $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$, ta có $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$ suy ra: $\tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$

Vậy $\sin \alpha \cdot \cot \alpha < 0$

Câu 2. Chọn C

$\tan \alpha < 0$.

Câu 3. Chọn B

Vì α và $(90^\circ - \alpha)$ là hai cung phụ nhau nên theo tính chất giá trị lượng giác của hai cung phụ nhau ta có đáp án B đúng.

Câu 4. Chọn B.

Lý thuyết “cung hơn kém 180° ”

Câu 5. Chọn D.

Mối liên hệ hai cung bù nhau.

Câu 6. Chọn D.

Mối liên hệ hai cung bù nhau.

Câu 7. Chọn D.

Câu 8. Chọn D.

$$\cos \alpha = \cos(90^\circ - \beta) = \sin \beta$$

Câu 9. Chọn C.

Giá trị lượng giác của góc đặc biệt.

Câu 10. Chọn B.

Câu 11. Chọn B.

$$\tan 45^\circ + \cot 135^\circ = 1 - 1 = 0$$

Câu 12. Chọn C.

$$\cos 30^\circ + \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Câu 13. Chọn D.

$$\text{Ta có } \cos 60^\circ + \sin 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Câu 14. Chọn A.

$$\tan 30^\circ + \cot 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

Câu 15. Chọn D.

Giá trị lượng giác của góc đặc biệt.

Câu 16. Chọn A

$$\text{Ta có: } P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$$

Câu 17. Chọn B.

Giá trị lượng giác của góc đặc biệt.

Câu 18. Chọn D.

Giá trị lượng giác của góc đặc biệt.

Câu 19. Chọn B.

Biểu diễn lên đường tròn.

Câu 20. Chọn A.

$$\cos B = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Câu 21. Chọn A.

Lý thuyết.

DẠNG 2. CHO BIẾT MỘT GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC, TÍNH CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CÒN LẠI

Câu 22. Chọn D

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$

Mặt khác $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 23. Chọn D.

Do $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \tan \alpha < 0$

Ta có: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 24. Chọn A.

$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 2$

Câu 25. Chọn A

Ta có $\cot \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = -2$

$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5}$

Suy ra $\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 26. Chọn C

Ta có $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 + 3^2} = \frac{1}{10}$

Suy ra $\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}$

Câu 27. Chọn C

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{12}{13}$

Do α là góc tù nên $\cos \alpha < 0$, từ đó $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$

Như vậy $3\sin \alpha + 2\cos \alpha = 3 \cdot \frac{5}{13} + 2\left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{9}{13}$

Câu 28. Chọn D

Do $\cot \alpha = -a$, $a > 0$ nên $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ suy ra $\cos \alpha < 0$

Mặt khác, $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \Leftrightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{a}$

Mà ta lại có $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{a^2}{1 + a^2}$

Khi đó $\cos \alpha = -\frac{|a|}{\sqrt{1 + a^2}}$ và do $a > 0$ nên $\cos \alpha = -\frac{a}{\sqrt{1 + a^2}}$

Câu 29. Chọn A

$$P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$$

Ta có

Câu 30. Chọn D

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

Ta có:

$$\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

Do α là góc tù nên

$$A = 2\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{2 \cdot 4}{5} - \frac{-3}{5} = \frac{11}{5}$$

Câu 31.

Chọn D

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

Ta có

$$90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha \leq 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

Mà

$$M = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha} = \frac{-25}{27}$$

Từ đó

Câu 32. Chọn B.

$$E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{3(\tan^2 \alpha + 1) - 2}{1 + (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{\frac{3}{\cos^2 \alpha} - 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1} = \frac{3 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{19}{13}$$

Câu 33. Chọn D.

$$E = \sin^2 \alpha \left(2 \cot^2 \alpha + 5 \cot \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \right) = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} (3 \cot^2 \alpha + 5 \cot \alpha + 1) = \frac{101}{26}$$

Câu 34. Chọn D.

$$A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \sin \alpha \cdot \cot \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \sin \alpha \cdot \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = 13$$

Câu 35. Chọn C.

$$E = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{2 - \tan^2 \alpha} = \frac{4 - 3(\tan^2 \alpha + 1)}{3 - (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{4 - \frac{3}{\cos^2 \alpha}}{3 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{4 \cos^2 \alpha - 3}{3 \cos^2 \alpha - 1} = -\frac{11}{3}$$

Câu 36. Chọn A

$$\cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow P = \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 2 \cos^2 \alpha = 1 + 2 \cos^2 \alpha = \frac{11}{9}$$

DẠNG 3. CHỨNG MINH, RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 37. Chọn D.

$$\sin^6 x - \cos^6 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(1 - \sin^2 x \cos^2 x)$$

Câu 38. Chọn D.

$$\sin^2 2x + \cos^2 2x = 1$$

Câu 39. Chọn D.

Công thức lượng giác cơ bản.

Câu 40. Chọn D.

Công thức lượng giác cơ bản.

Câu 41. Chọn C

$$\begin{aligned} A &= \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x} = \frac{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \cos^2 x}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\frac{\cos x}{\sin x}} \\ &= \frac{\cos^2 x (1 - \sin^2 x)}{\cos^2 x} + \sin^2 x = 1 - \sin^2 x + \sin^2 x = 1 \end{aligned}$$

Câu 42. Chọn C.

$$(\cot a + \tan a)^2 = \cot^2 a + 2 \cot a \cdot \tan a + \tan^2 a = (\cot^2 a + 1) + (\tan^2 a + 1) = \frac{1}{\sin^2 a} + \frac{1}{\cos^2 a}$$

Câu 43. Chọn A.

$$A = (\tan^2 x + 2 \tan x \cdot \cot x + \cot^2 x) - (\tan^2 x - 2 \tan x \cdot \cot x + \cot^2 x) = 4$$

Câu 44. Chọn A.

$$G = [(1 - \sin^2 x) - 1] \cot^2 x + 1 = -\sin^2 x \cdot \cot^2 x + 1 = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

Câu 45. Chọn C.

$$\begin{aligned} E &= \cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\cos x (1 + \cos x) + \sin x \cdot \sin x}{\sin x (1 + \cos x)} \\ &= \frac{\cos x (1 + \cos x) + (1 - \cos^2 x)}{\sin x (1 + \cos x)} = \frac{\cos x (1 + \cos x) + (1 + \cos x)(1 - \cos x)}{\sin x (1 + \cos x)} = \frac{1}{\sin x} \end{aligned}$$

Câu 46. Chọn C.

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$$

Câu 47. Chọn B.

$$P = \frac{1 - \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x} = \frac{\cos^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x} = \frac{\cos x}{2 \sin x} = \frac{1}{2} \cot x$$

DẠNG 4. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 48. Chọn B

Ta có $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$ ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) nên suy ra $\cos \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) = 0$

$$A = (\cos 20^\circ + \cos 160^\circ) + (\cos 40^\circ + \cos 140^\circ) + (\cos 60^\circ + \cos 120^\circ)$$

Do đó:

$$+ (\cos 80^\circ + \cos 100^\circ) + \cos 180^\circ = \cos 180^\circ = -1$$

Câu 49. Chọn B

$$\tan \alpha - \cot \alpha = 3 \Leftrightarrow (\tan \alpha - \cot \alpha)^2 = 9 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha - 2 \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 9$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha - 2 = 9 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 11$$

Câu 50. Chọn D.

$$A = (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1$$

Câu 51. Chọn C.

$$\begin{aligned} S &= \sin^2 2^\circ + \sin^2 4^\circ + \sin^2 6^\circ + \dots + \sin^2 84^\circ + \sin^2 86^\circ + \sin^2 88^\circ \\ &= (\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ) + (\sin^2 4^\circ + \sin^2 86^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \sin^2 46^\circ) \\ &= (\sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ) + (\sin^2 4^\circ + \cos^2 4^\circ) + \dots + (\sin^2 44^\circ + \cos^2 44^\circ) = 22 \end{aligned}$$

Câu 52. Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin a + \cos a &= \sqrt{2} \Rightarrow 2 = (\sin a + \cos a)^2 \Rightarrow \sin a \cdot \cos a = \frac{1}{2} \\ \sin^4 a + \cos^4 a &= (\sin^2 a + \cos^2 a) - 2 \sin^2 a \cos^2 a = 1 - 2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Câu 53. Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{⌘ } \sin^4 x + \cos^4 x &= 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x \\ \text{⌘ } \sin^6 x + \cos^6 x &= 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x \\ f(x) &= 3(1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x) - 2(1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x) = 1 \end{aligned}$$

Câu 54. Chọn A.

$$f(x) = \cos^2 x (\cos^2 x + \sin^2 x) + \sin^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

Câu 55. Chọn B.

$$\tan^2 x \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x = \tan^2 x (\sin^2 x - 1) + \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} (-\cos^2 x) + \sin^2 x = 0$$

Câu 56. Chọn B.

$$A = (\tan 5^\circ \cdot \tan 85^\circ) \cdot (\tan 10^\circ \cdot \tan 80^\circ) \dots (\tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1$$

Câu 57. Chọn B.

$$B = (\cos^2 73^\circ + \cos^2 17^\circ) + (\cos^2 87^\circ + \cos^2 3^\circ) = (\cos^2 73^\circ + \sin^2 73^\circ) + (\cos^2 87^\circ + \sin^2 87^\circ) = 2$$

Câu 58. Chọn D.

$$7 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 \Rightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3$$

Câu 59. Chọn A.

$$E = \sin 36^\circ \cos 6^\circ \sin (90^\circ + 36^\circ) \cos (90^\circ - 6^\circ) = \sin 36^\circ \cos 6^\circ - \cos 36^\circ \sin 6^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Câu 60. Chọn D.

$$A = (\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \sin^2 35^\circ) = (\sin^2 51^\circ + \cos^2 51^\circ) + (\sin^2 55^\circ + \cos^2 55^\circ) = 2$$

Câu 61. Chọn B

$$\begin{aligned} \sin x + \cos x = m &\Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = m^2 \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x) + 2 \sin x \cdot \cos x = m^2 \\ \Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cdot \cos x &= m^2 \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{m^2 - 1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } M = \frac{m^2 - 1}{2}$$