MATHSCOPE.ORG

ỨNG DỤNG TÂM TỈ CỰ GIẢI BÀI TOÁN CỰC TRỊ HÌNH HỌC

Batigoal–mathscope.org

Email: hoangquan9@gmail.com

I.CƠ SỞ PHƯƠNG PHÁP GIẢI SỬ DỤNG TÂM TỈ CỰ

Xuất phát từ việc khai thác bài toán sau:

Cho hệ n điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ và n số $k_1, k_2, ..., k_n$ mà $k_1 + k_2 + ... + k_n = k \neq 0$

a,Chứng minh rằng có duy nhất một điểm G sao cho:

$$k_1\overrightarrow{GA_1} + k_2\overrightarrow{GA_2} + ... + k_n\overrightarrow{GA_n} = \vec{0}$$

Điểm G như thế gọi là tâm tỉ cự của hệ điểm A_i, gắn với các hệ số k_i.

Trong trường hợp các hệ số k_i bằng nhau (và do đó có thể xem các k_i đều bằng 1), thì G gọi là trọng tâm của hệ điểm A_i.

b, Chứng minh rằng nếu G là tâm tỉ cự nói ở câu a, thì mọi điểm O bất kì ta có:

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{k}(k_1\overrightarrow{OA_1} + k_2\overrightarrow{OA_2} + ... + k_n\overrightarrow{OA_n})$$

Chứng minh

a,Tacó $k_1\overrightarrow{GA_1}+k_2\overrightarrow{GA_2}+...+k_n\overrightarrow{GA_n}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow k_1\overrightarrow{GA_1}+k_2(\overrightarrow{GA_1}+\overrightarrow{A_1A_2})+...+k_n(\overrightarrow{GA_1}+\overrightarrow{A_1A_n})=\vec{0}$

$\Leftrightarrow (k_1+k_2+...+k_n)\overrightarrow{GA_1}=k_2\overrightarrow{A_2A_1}+k_3\overrightarrow{A_3A_1}+...+k_n\overrightarrow{A_nA_1}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA_1}=\dfrac{k_2\overrightarrow{A_2A_1}+k_3\overrightarrow{A_3A_1}+...+k_n\overrightarrow{A_nA_1}}{k_1+k_2+...+k_n}$ vì $k_1+k_2+...+k_n=k\neq 0$

Vậy điểm G xác định và duy nhất.

b, Với điểm O bất kì , ta có $k_1\overrightarrow{GA_1}+k_2\overrightarrow{GA_2}+...+k_n\overrightarrow{GA_n}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow k_1(\overrightarrow{OA_1}-\overrightarrow{OG})+k_2(\overrightarrow{OA_2}-\overrightarrow{OG})+...+k_n(\overrightarrow{OA_n}-\overrightarrow{OG})=\vec{0}$

$\Leftrightarrow (k_1+k_2+...+k_n)\overrightarrow{OG}=k_1\overrightarrow{OA_1}+k_2\overrightarrow{OA_2}+...+k_n\overrightarrow{OA_n}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OG}=\dfrac{k_1\overrightarrow{OA_1}+k_2\overrightarrow{OA_2}+...+k_n\overrightarrow{OA_n}}{k_1+k_2+...+k_n}=\dfrac{1}{k}(k_1\overrightarrow{OA_1}+k_2\overrightarrow{OA_2}+...+k_n\overrightarrow{OA_n})$ (đfcm)

vì $k_1+k_2+...+k_n=k\neq 0$.

Vậy từ bài toán này ta có hai kết quả quan trọng sau:

1. Cho hệ n điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ và n số $k_1, k_2, ..., k_n$ mà $k_1+k_2+...+k_n=k\neq 0$

Khi đó có duy nhất một điểm G sao cho:

$$k_1\overrightarrow{GA_1}+k_2\overrightarrow{GA_2}+...+k_n\overrightarrow{GA_n}=\vec{0}$$

Điểm G như thế gọi là tâm tỉ cự của hệ điểm A_i, gắn với các hệ số k_i.

2. Nếu G là tâm tỉ cự thì mọi điểm O bất kì ta có:

$$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{k}(k_1\overrightarrow{OA_1}+k_2\overrightarrow{OA_2}+...+k_n\overrightarrow{OA_n})$$

Bây giờ ta sẽ sử dụng hai kết quả này để giải các bài toán quỹ tích và cực trị hình học.

III. ỨNG DỤNG TÂM TỈ CỰ ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN CỰC TRỊ HÌNH HỌC

1. ***DẠNG I*** Cực trị độ dài véc tơ.

Nhận xét : Áp dụng tâm tỉ cự:

Cho n điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ với n số $k_1, k_2, ..., k_n$ mà $k_1 + k_2 + ... + k_n = k \neq 0$ và đường thẳng d (hoặc mặt phẳng(P)) .Tìm điểm M trên đường thẳng d (hoặc mp(P)) sao cho $\left|k_1\overrightarrow{MA_1} + k_2\overrightarrow{MA_2} + ... + k_n\overrightarrow{MA_n}\right|$ nhỏ nhất.

Cách giải

Bước 1: Áp dụng tâm tỉ cự . Gọi I là điểm thỏa mãn $k_1\overrightarrow{IA_1} + k_2\overrightarrow{IA_2} + ... + k_n\overrightarrow{IA_n} = \vec{0}$

Bước2: Áp dụng quy tắc 3 điểm biến đổi:

$$\left|k_1\overrightarrow{MA_1} + k_2\overrightarrow{MA_2} + ... + k_n\overrightarrow{MA_n}\right| = \left|(k_1 + k_2 + ... + k_n)\overrightarrow{MI}\right| = |k|\left|\overrightarrow{MI}\right|$$

Bước 3: Tìm độ dài nhỏ nhất của véc tơ đã cho xảy ra khi M ở vị trí nào?

Ví dụ 1.1: Cho tam giác ABC và đường thẳng d . Tìm điểm M trên đường thẳng d sao cho

$\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất

Giải

Chọn điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, khi đó điểm I là tâm tỉ cự của A, B, C gắn với bộ số (1, 1, 2) nên điểm I xác định duy nhất.

Ta có:

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}) = 4\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = 4\overrightarrow{MI}$ vì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Vậy . $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right| = 4\left|\overrightarrow{MI}\right|$ Do đó $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d.

Ví dụ sau minh họa cho cách dùng tâm tỉ cự giải bài toán cực trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

<u>Ví dụ 1.2</u>

TRong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có A(-1;0), B(2;3), C(3;-6) và đường thẳng $\Delta: x-2y-3=0$. Tìm điểm M trên Δ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất.

Giải

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC ta có $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. Và trọng tâm G có tọa độ $G=(\frac{-1+2+3}{3};\frac{0+3-6}{3})=(\frac{4}{3};-1)$

Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=3\overrightarrow{MG}$ nên $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MG}\right|$

Vậy nhỏ nhất $\Leftrightarrow\left|\overline{MG}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của G lên đường thẳng Δ.

Gọi d là đường thẳng qua $G(\frac{4}{3};-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: x-2y-3=0$ nên đường thẳng d có vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_d}(2;1)$.

Phương trình tổng quát đường thẳng d : $2(x-\frac{4}{3})+(y+1)=0$

$$\Leftrightarrow 2x+y-\frac{5}{3}=0.$$

Tọa đô điểm M cần tìm là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-2y-3=0 \\ 2x+y-\frac{5}{3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{19}{15} \\ y=\frac{-13}{15} \end{cases}$$

Vậy M$(\frac{19}{15};\frac{-13}{15})$ là điểm cần tìm để $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất

MỞ RỘNG : Với việc nắm tốt cách giải trên, sau này lên lớp 12 học sinh cũng có thể làm tốt các bài toán cực trị tương tự trong không gian Oxyz. như sau:

Ví dụ 1.3 Trong không gian Oxyz cho 2 điểm A(3;1;1) và B(7; 3; 9) và mặt phẳng (α) : $x+y+z+3=0$

Tìm điểm M trên mp(α) để $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải

Chọn I(x; y; z) là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$, suy ra I là trung điểm AB nên I có tọa độ I(5; 2; 5)

Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{2MI}+(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB})=\overrightarrow{2MI}$

Vậy $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=2\left|\overrightarrow{MI}\right|$. Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MI}\right|$nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của I lên mp(α).

Đường thẳng MI có phương trình tham số

$$\begin{cases} x=5+t \\ y=2+t \\ z=5+t \end{cases}$$

Nên M($5+t;2+t;5+t$). Tọa độ M thỏa mãn phương trinh mp(α) $x+y+z+3=0$

Ta có $5+t+2+t+5+t+3=0 \Leftrightarrow 3t=-15 \Leftrightarrow t=-5$.

Vậy M(0; -3 ; 0) thì $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất

Ví dụ 1.4: Trong không gian Oxyz cho hình tứ diện ABCD có các đỉnh A(3;4;-1), B(-5; 3;-2), C(3;-1;2), D(1;1;4)

Tìm điểm M trong không gian sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ nhỏ nhất.

Giải

Gọi G(x; y; z) là điểm thoả mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$, khi đó G là trọng tâm của tứ diện ABCD nên G có toạ độ

G = $(\frac{3-5+3+1}{4};\frac{4+3-1+1}{4};\frac{-1-2+2+4}{4})=(\frac{1}{2};\frac{7}{4};\frac{3}{4})$

Áp dụng quy tắc 3 điểm , ta có:

$$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GD}$$

$$=4\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\ =\ 4\overrightarrow{MG}$$

Vậy $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $\left|4\overrightarrow{MG}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $M\equiv G$ hay M $(\frac{1}{2};\frac{7}{4};\frac{3}{4})$

2. *DẠNG 2:* Cực trị độ dài bình phương vô hướng của véc tơ

BÀI TOÁN:Cho đa giác $A_1A_2...A_n$ và n số thực $k_1,k_2,...,k_n$ mà $k_1+k_2+...+k_n=k>0$

Tìm điểm M thuộc mặt phẳng (thuộc đường thẳng) sao cho tổng

$S=k_1MA_1^2+k_2MA_2^2+...+k_nMA_n^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Cách Giải

Bước 1: Gọi I là điểm thỏa mãn $k_1\overrightarrow{IA_1}+k_2\overrightarrow{IA_2}+...+k_n\overrightarrow{IA_n}=\vec{0}$, khi đó điểm I là tâm tỉ cự của $A_1,A_2,...,A_n$ gắn với bộ n số $k_1,k_2,...,k_n$ mà $k_1+k_2+...+k_n=k>0$, Vì I là tâm tỉ cự nên điểm I xác định duy nhất.

Bước 2: Áp dụng quy tắc 3 điểm biến đổi dẫn tới

$$S=k_1MA_1^2+k_2MA_2^2+...+k_nMA_n^2$$

$$=(k_1+k_2+...+k_n)MI^2+(k_1IA_1^2+k_2IA_2^2+...+k_nIA_n^2)+2\overrightarrow{MI}(k_1\overrightarrow{IA_1}+k_2\overrightarrow{IA_2}+...+k_n\overrightarrow{IA_n})$$

$$=kMI^2+(k_1IA_1^2+k_2IA_2^2+...+k_nIA_n^2)\ \text{vì}\ k_1\overrightarrow{IA_1}+k_2\overrightarrow{IA_2}+...+k_n\overrightarrow{IA_n}=\vec{0}$$

Bước 3 : Do k > 0 vậy để $S=k_1MA_1^2+k_2MA_2^2+...+k_nMA_n^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì ta xác định vị trí M cần tìm.

Chú ý : Bài toán cho đa giác $A_1A_2...A_n$ và n số thực $k_1,k_2,...,k_n$ mà $k_1+k_2+...+k_n=k<0$. Tìm điểm M thuộc mặt phẳng (thuộc đường thẳng) sao cho tổng $S = k_1MA_1^2 + k_2MA_2^2 + ... + k_nMA_n^2$ đạt giá trị lớn nhất có cách giải tương tự như trên.

Ví dụ 2.1 : Tìm điểm M nằm trên mặt phẳng chứa tam giác tam giác ABC sao cho tổng $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất.

Bài giải

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, khi đó điểm I là tâm tỉ cự của A, B, C nên điểm I xác định duy nhất.

Với mọi điểm M ,Ta có

$$MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2$$

$$= 6MI^2 + (IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2) + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC})$$

$$= 6MI^2 + (IA^2 + 2IB^2 + 3IC^2) \text{ vì } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$$

Do đó $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow M \equiv I$.

Ví dụ 2.2 : Tìm điểm M nằm trên mặt phẳng chứa tam giác tam giác ABC sao cho tổng $MA^2 + 2MB^2 - 6MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài giải

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - 6\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, khi đó điểm I là tâm tỉ cự của A, B, C nên điểm I xác định duy nhất.

Với mọi điểm M ,Ta có

$$MA^2 + 2MB^2 - 6MC^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - 6(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2$$

$$= -3MI^2 + (IA^2 + 2IB^2 - 6IC^2) + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - 6\overrightarrow{IC})$$

$$= -3MI^2 + (IA^2 + 2IB^2 - 6IC^2) \text{ vì } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - 6\overrightarrow{IC} = \vec{0}$$

Do đó $MA^2 + 2MB^2 - 6MC^2$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow M \equiv I$.

Ví dụ 2.3 : Trong mặt phẳng xoy cho đường thẳng Δ: x+y+2=0 và các điểm A(2;1), B(-1;-3),C(1;3). Tìm điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho:

$MA^2 + MB^2 - MC^2$ nhỏ nhất.

Giải

Cách 1: Giải theo phương pháp đại số

Gọi M(x;y) thuộc đường thẳng Δ x+y+2 = 0 là điểm cần tìm, ta có: x = - y - 2

$MA^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2$

$MB^2 = (x+1)^2 + (y+3)^2$

$MC^2 = (x-1)^2 + (y-3)^2$

Vậy $MA^2 + MB^2 - MC^2 = x^2 + y^2 + 10y + 5$

$$= (-y-2)^2 + y^2 + 10y + 5 = 2y^2 + 14y + 9$$

Xét hàm số $f(y) = 2y^2 + 14y + 9$ có đồ thị là Parabol, bề lõm quay lên trên nên $f(y) = 2y^2 + 14y + 9$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $y = \frac{-7}{2}$. Vậy $x = -y - 2 = \frac{3}{2}$ nên M$(\frac{3}{2};\frac{-7}{2})$

Kết luận: $MA^2 + MB^2 - MC^2$ nhỏ nhất khi $M(\frac{3}{2};\frac{-7}{2})$

Cách 2: Giải theo phương pháp tâm tỉ cự

Gọi I(x; y) là điểm thoả mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Khi đó $\overrightarrow{IA} = (2-x; 1-y)$

$\overrightarrow{IB} = (-1-x; -3-y)$

$\overrightarrow{IC} = (1-x; 3-y)$

Vậy $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 0 \\ -5 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ I (0;-5)

Ta có: $MA^2 + MB^2 - MC^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2$

$$= MI^2 + IA^2 + IB^2 - IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC})$$

$$= MI^2 + IA^2 + IB^2 - IC^2 \quad (\text{Vì } \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0})$$

Do các điểm I, A, B, C xác định nên để $MA^2 + MB^2 - MC^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $MI \perp \Delta$ hay M là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng Δ.

Đường thẳng Δ nhận $\vec{n}_\Delta(1;1)$ làm vec tơ pháp tuyến nên đường thẳng MI có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1)$. Phương trình tổng quát đường thẳng MI qua điểm I (0; - 5) và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1)$ là : 1(x - 0) – 1(y +5) = 0

$$\Leftrightarrow \quad x - y - 5 = 0$$

Tọa độ điểm M cần tìm là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ x - y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow M\left(\frac{3}{2};\frac{-7}{2}\right)$$

So sánh 2 cách giải trên rõ ràng cách giải thứ 2 là cách giải hình học thuần tuý , đối với cách giải thứ nhất thì học sinh cần phải nắm vững cả kiến thức đại số về hàm bậc 2 có đồ thị là parabol.

Ví dụ sau đây chỉ ra rằng phương pháp tâm tỉ cự không chỉ là phương pháp hữu hiệu để giải bài toán cực trị trong mặt phẳng Oxy đã nói ở trên mà cả giải bài toán cực trị trong không gian Oxyz .

Ví dụ 2.4: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (P): x – y + 2z = 0 và các điểm A (1;2; -1), B(3;1;-2), C(1;-2;1). Tìm điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho:

$MA^2 - MB^2 - MC^2$ lớn nhất.

Giải

Gọi I(x;y;z) là điểm thoả mãn $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Ta có : $\overrightarrow{IA} = (1-x;2-y;-1-z)$

$\overrightarrow{IB} = (3-x;1-y;-2-z)$

$\overrightarrow{IC} = (1-x;-2-y;1-z)$

Vậy $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 + x = 0 \\ 3 + y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ I(3; - 3 ; 0)

Ta có: $MA^2 - MB^2 - MC^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2$

$$= -MI^2 + IA^2 - IB^2 - IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC})$$

$$= -MI^2 + IA^2 - IB^2 - IC^2 \text{ (Vì } \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}\text{)}$$

Do các điểm I, A, B, C xác định nên $MA^2 - MB^2 - MC^2$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P).

Ta tìm toạ độ M.

Đường thẳng MI đi qua điểm I(3;-3;0) và có vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{n_p}(1;-1;2)$.

Phương trình đường thẳng MI $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -3 - t \\ z = 2t \end{cases}$

Vậy M có toạ độ M(3 + t; -3-t;2t). Vì M thuộc mp(P) nên ta có:

3 + t – (-3 - t) + 2.2t =0 $\Leftrightarrow$ 6t + 6 = 0 $\Leftrightarrow$ t = -1 . vậy M(2; -2; -2) là điểm cần tìm.