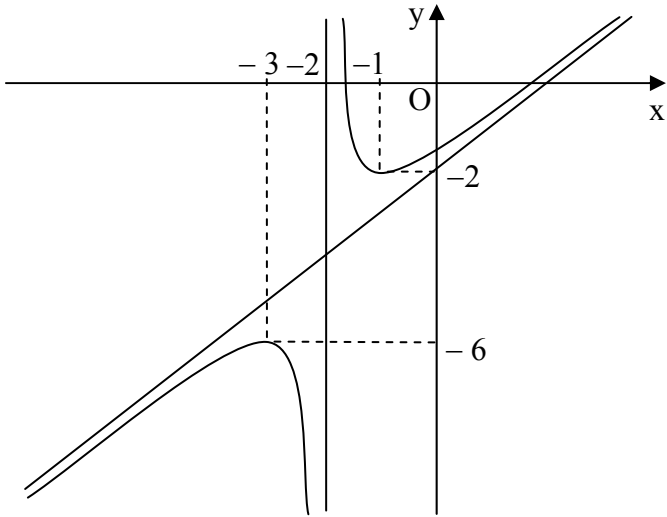


| Câu | Nội dung | Điểm | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---------------|--------------------|-----------|---------------|--------------------|-----------|----|---|---|---|---|---|---|---|-----------|---------------|--------------------|-----------|---------------|--------------------|----------------------|
| I | | 2,00 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | <p>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1,00 điểm)</p> <p>Khi $m = -1$ ta có $y = \frac{x^2 - 3}{x + 2} = x - 2 + \frac{1}{x + 2}$.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. • Sự biến thiên: $y' = 1 - \frac{1}{(x + 2)^2} = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1. \end{cases}$ <p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\nearrow -6$</td> <td>$\searrow -\infty$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$\searrow -2$</td> <td>$\nearrow +\infty$</td> </tr> </table> <p>$y_{CD} = y(-3) = -6, y_{CT} = y(-1) = -2$.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tiệm cận: Tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận xiên $y = x - 2$. • Đồ thị:  | x | $-\infty$ | -3 | -2 | -1 | $+\infty$ | y' | + | 0 | - | - | 0 | + | y | $-\infty$ | $\nearrow -6$ | $\searrow -\infty$ | $+\infty$ | $\searrow -2$ | $\nearrow +\infty$ | 0,25 0,25 0,25 |
| x | $-\infty$ | -3 | -2 | -1 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | + | 0 | - | - | 0 | + | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | $-\infty$ | $\nearrow -6$ | $\searrow -\infty$ | $+\infty$ | $\searrow -2$ | $\nearrow +\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | <p>Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu và ... (1,00 điểm)</p> $y' = \frac{x^2 + 4x + 4 - m^2}{(x + 2)^2}$ <p>Hàm số (1) có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow g(x) = x^2 + 4x + 4 - m^2$ có 2 nghiệm phân biệt $x \neq -2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - 4 + m^2 > 0 \\ g(-2) = 4 - 8 + 4 - m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0$.</p> | 0,50 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|------------|---|-------------|---|-----|---|------|--|-----|--|------|
| | <p>Gọi A, B là các điểm cực trị $\Rightarrow A(-2-m; -2)$, $B(-2+m; 4m-2)$.</p> <p>Do $\vec{OA} = (-m-2; -2) \neq \vec{0}$, $\vec{OB} = (m-2; 4m-2) \neq \vec{0}$ nên ba điểm O, A, B tạo thành tam giác vuông tại O $\Leftrightarrow \vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0 \Leftrightarrow -m^2 - 8m + 8 = 0$ $\Leftrightarrow m = -4 \pm 2\sqrt{6}$ (thỏa mãn $m \neq 0$).</p> <p>Vậy giá trị m cần tìm là: $m = -4 \pm 2\sqrt{6}$.</p> | 0,50 | | | | | | | | |
| II | | 2,00 | | | | | | | | |
| 1 | Giải phương trình lượng giác (1,00 điểm) | | | | | | | | | |
| | <p>Phương trình đã cho $\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 + \sin x \cos x) = (\sin x + \cos x)^2$ $\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x)(1 - \cos x) = 0$.</p> | 0,50 | | | | | | | | |
| | $\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). | 0,50 | | | | | | | | |
| 2 | Tìm m để phương trình có nghiệm (1,00 điểm) | | | | | | | | | |
| | <p>Điều kiện: $x \geq 1$. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow -3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + 2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = m$ (1).</p> <p>Đặt $t = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}$, khi đó (1) trở thành $-3t^2 + 2t = m$ (2).</p> | 0,50 | | | | | | | | |
| | <p>Vì $t = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}} = \sqrt[4]{1 - \frac{2}{x+1}}$ và $x \geq 1$ nên $0 \leq t < 1$.</p> <p>Hàm số $f(t) = -3t^2 + 2t, 0 \leq t < 1$ có bảng biến thiên:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">t</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1/3</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f(t)</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">1/3</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"> </p> <p>Phương trình đã cho có nghiệm \Leftrightarrow (2) có nghiệm $t \in [0; 1) \Leftrightarrow -1 < m \leq \frac{1}{3}$.</p> | t | 0 | 1/3 | 1 | f(t) | | 1/3 | | 0,50 |
| t | 0 | 1/3 | 1 | | | | | | | |
| f(t) | | 1/3 | | | | | | | | |
| III | | 2,00 | | | | | | | | |
| 1 | Chứng minh d_1 và d_2 chéo nhau (1,00 điểm) | | | | | | | | | |
| | +) d_1 qua $M(0; 1; -2)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$, d_2 qua $N(-1; 1; 3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. | 0,25 | | | | | | | | |
| | +) $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; 2; 4)$ và $\vec{MN} = (-1; 0; 5)$. | 0,50 | | | | | | | | |
| | +) $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} = 21 \neq 0 \Rightarrow d_1$ và d_2 chéo nhau. | 0,25 | | | | | | | | |
| 2 | Viết phương trình đường thẳng d (1,00 điểm) | | | | | | | | | |
| | <p>Giả sử d cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B. Vì $A \in d_1, B \in d_2$ nên $A(2s; 1-s; -2+s)$, $B(-1+2t; 1+t; 3)$.</p> <p>$\Rightarrow \vec{AB} = (2t-2s-1; t+s; -s+5)$.</p> | 0,25 | | | | | | | | |
| | <p>(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (7; 1; -4)$.</p> <p>$AB \perp (P) \Leftrightarrow \vec{AB}$ cùng phương với \vec{n}</p> | 0,25 | | | | | | | | |
| | <p>$\Leftrightarrow \frac{2t-2s-1}{7} = \frac{t+s}{1} = \frac{-s+5}{-4} \Leftrightarrow \begin{cases} 5t+9s+1=0 \\ 4t+3s+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s=1 \\ t=-2 \end{cases}$</p> <p>$\Rightarrow A(2; 0; -1), B(-5; -1; 3)$.</p> | 0,25 | | | | | | | | |
| | Phương trình của d là: $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$. | 0,25 | | | | | | | | |

| | | | |
|------------|--|--|-------------|
| IV | | | 2,00 |
| 1 | Tính diện tích hình phẳng (1,00 điểm) | | |
| | Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là: $(e+1)x = (1+e^x)x \Leftrightarrow (e^x - e)x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$. | | 0,25 |
| | Diện tích của hình phẳng cần tìm là: $S = \int_0^1 xe^x - ex dx = e \int_0^1 x dx - \int_0^1 xe^x dx$. | | 0,25 |
| | Ta có: $e \int_0^1 x dx = \frac{ex^2}{2} \Big _0^1 = \frac{e}{2}$, $\int_0^1 xe^x dx = xe^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big _0^1 = 1$. Vậy $S = \frac{e}{2} - 1$ (đvdt). | | 0,50 |
| 2 | Tìm giá trị nhỏ nhất của P (1,00 điểm) | | |
| | Ta có: $x^2(y+z) \geq 2x\sqrt{x}$. Tương tự, $y^2(z+x) \geq 2y\sqrt{y}$, $z^2(x+y) \geq 2z\sqrt{z}$. | | 0,25 |
| | $\Rightarrow P \geq \frac{2x\sqrt{x}}{y\sqrt{y} + 2z\sqrt{z}} + \frac{2y\sqrt{y}}{z\sqrt{z} + 2x\sqrt{x}} + \frac{2z\sqrt{z}}{x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}}$. Đặt $a = x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$, $b = y\sqrt{y} + 2z\sqrt{z}$, $c = z\sqrt{z} + 2x\sqrt{x}$. Suy ra: $x\sqrt{x} = \frac{4c+a-2b}{9}$, $y\sqrt{y} = \frac{4a+b-2c}{9}$, $z\sqrt{z} = \frac{4b+c-2a}{9}$. | | 0,25 |
| | Do đó $P \geq \frac{2}{9} \left(\frac{4c+a-2b}{b} + \frac{4a+b-2c}{c} + \frac{4b+c-2a}{a} \right)$ $= \frac{2}{9} \left[4 \left(\frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} \right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \right) - 6 \right] \geq \frac{2}{9} (4 \cdot 3 + 3 - 6) = 2$. | | |
| | (Do $\frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} = \left(\frac{c}{b} + \frac{a}{c} \right) + \left(\frac{b}{a} + 1 \right) - 1 \geq 2\sqrt{\frac{a}{b}} + 2\sqrt{\frac{b}{a}} - 1 \geq 4 - 1 = 3$, hoặc $\frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} \geq 3\sqrt{\frac{c}{b} \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{a}} = 3$. Tương tự, $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$). | | 0,25 |
| | Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 2. | | 0,25 |
| V.a | | | 2,00 |
| 1 | Viết phương trình đường tròn (1,00 điểm) | | |
| | Ta có $M(-1; 0)$, $N(1; -2)$, $\vec{AC} = (4; -4)$. Giả sử $H(x, y)$. Ta có: $\begin{cases} \vec{BH} \perp \vec{AC} \\ H \in AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+2) - 4(y+2) = 0 \\ 4x + 4(y-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow H(1; 1)$ | | 0,25 |
| | Giả sử phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ (1). | | 0,25 |
| | Thay tọa độ của M, N, H vào (1) ta có hệ điều kiện: $\begin{cases} 2a - c = 1 \\ 2a - 4b + c = -5 \\ 2a + 2b + c = -2. \end{cases}$ | | 0,25 |
| | $\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = -2. \end{cases}$ | | 0,25 |
| | Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$. | | |

| | | |
|------------|---|-------------|
| | <p>2 Chứng minh công thức tổ hợp (1,00 điểm)</p> | |
| | <p>Ta có: $(1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1x + \dots + C_{2n}^{2n}x^{2n}$, $(1-x)^{2n} = C_{2n}^0 - C_{2n}^1x + \dots + C_{2n}^{2n}x^{2n}$ $\Rightarrow (1+x)^{2n} - (1-x)^{2n} = 2(C_{2n}^1x + C_{2n}^3x^3 + C_{2n}^5x^5 + \dots + C_{2n}^{2n-1}x^{2n-1})$. $\Rightarrow \int_0^1 \frac{(1+x)^{2n} - (1-x)^{2n}}{2} dx = \int_0^1 (C_{2n}^1x + C_{2n}^3x^3 + C_{2n}^5x^5 + \dots + C_{2n}^{2n-1}x^{2n-1}) dx$</p> | 0,50 |
| | <p>• $\int_0^1 \frac{(1+x)^{2n} - (1-x)^{2n}}{2} dx = \frac{(1+x)^{2n+1} + (1-x)^{2n+1}}{2(2n+1)} \Big _0^1 = \frac{2^{2n} - 1}{2n+1}$ (1) • $\int_0^1 (C_{2n}^1x + C_{2n}^3x^3 + C_{2n}^5x^5 + \dots + C_{2n}^{2n-1}x^{2n-1}) dx$ $= \left(C_{2n}^1 \cdot \frac{x^2}{2} + C_{2n}^3 \cdot \frac{x^4}{4} + C_{2n}^5 \cdot \frac{x^6}{6} + \dots + C_{2n}^{2n-1} \cdot \frac{x^{2n}}{2n} \right) \Big _0^1$ $= \frac{1}{2}C_{2n}^1 + \frac{1}{4}C_{2n}^3 + \frac{1}{6}C_{2n}^5 + \dots + \frac{1}{2n}C_{2n}^{2n-1}$ (2). Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh.</p> | 0,50 |
| V.b | | 2,00 |
| | <p>1 Giải bất phương trình logarit (1,00 điểm)</p> | |
| | <p>Điều kiện: $x > \frac{3}{4}$. Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_3 \frac{(4x-3)^2}{2x+3} \leq 2$</p> | 0,25 |
| | <p>$\Leftrightarrow (4x-3)^2 \leq 9(2x+3)$</p> | 0,25 |
| | <p>$\Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq x \leq 3$.</p> | 0,25 |
| | <p>Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là: $\frac{3}{4} < x \leq 3$.</p> | 0,25 |
| | <p>2 Chứng minh $AM \perp BP$ và tính thể tích khối tứ diện CMNP (1,00 điểm)</p> | |
| | <p>Gọi H là trung điểm của AD. Do ΔSAD đều nên $SH \perp AD$. Do $(SAD) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$ $\Rightarrow SH \perp BP$ (1). Xét hình vuông ABCD ta có $\Delta CDH = \Delta BCP \Rightarrow$ $CH \perp BP$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $BP \perp (SHC)$. Vì $MN \parallel SC$ và $AN \parallel CH$ nên $(AMN) \parallel (SHC)$. Suy ra $BP \perp (AMN) \Rightarrow BP \perp AM$.</p> | 0,50 |
| | <p>Kẻ $MK \perp (ABCD), K \in (ABCD)$. Ta có: $V_{CMNP} = \frac{1}{3}MK \cdot S_{CNP}$. Vì $MK = \frac{1}{2}SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$, $S_{CNP} = \frac{1}{2}CN \cdot CP = \frac{a^2}{8}$ nên $V_{CMNP} = \frac{\sqrt{3}a^3}{96}$ (đvtt).</p> | 0,50 |

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án quy định.