

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 4

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

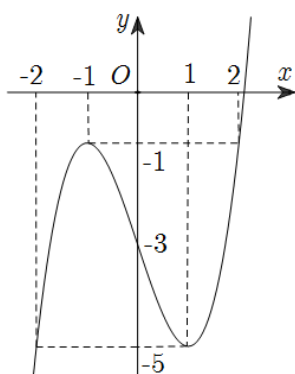
- Câu 2.** Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



- A. $m = -5; M = -1$. B. $m = -2; M = 2$. C. $m = -1; M = 0$. D. $m = -5; M = 0$.

- Câu 4.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 2$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng

- A. -2. B. -11. C. -26. D. -27.

- Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

- Câu 6.** Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của hàm số nào sau đây?

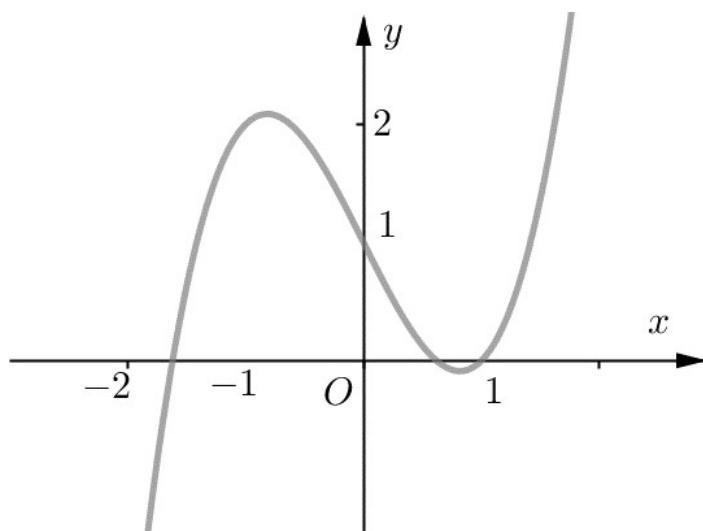
- A. $y = \frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$ B. $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ C. $y = \frac{x+1}{x^2+4x+3}$ D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$

- Câu 7.** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	6	$+\infty$	

- A. $y = \frac{3x^2 - 10x + 4}{x - 2}$. B. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{x - 2}$. C. $y = \frac{-x^2 + 6x + 4}{x - 2}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$.

Câu 8. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 2x + 1$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 2x + 1$. D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

- A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$. B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 2; 0)$. B. $(0; 0; 5)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 5)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4; -2; 10)$. B. $(1; 3; 2)$. C. $(2; 6; 4)$. D. $(2; -1; 5)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Biết rằng hàm số $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 6x + b$ (a và b là hằng số thực) đạt cực trị bằng 4 tại $x = 1$.

- a) Giá trị của $a + b$ bằng 8.
- b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
- c) $x = -1$ là một điểm cực trị của hàm số $f(x)$.
- d) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 12.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		$\frac{9}{20}$	$-\frac{3}{5}$	$+\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- c) Hàm số có 3 cực trị.
- d) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{9}{20}$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{3}{5}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-1}$ (C) và đường thẳng $d: y = x + 3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
- b) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.
- c) d cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.
- d) d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B và $AB = 3\sqrt{2}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $a = (3; 0; 4)$, $b = (2; 7; 7)$ và $c = (2; 7; 2)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $a - b + c = (3; 0; -1)$
- b) $2a + 3b - 4c = (4; -7; 21)$
- c) $(-a) \cdot b + (3a) \cdot c = 10$
- d) $\cos(a, b) < \cos(a, c)$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - x^2$ có một trục đối xứng là đường thẳng $x = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

- Câu 2.** Một quần thể cá được nuôi trong một hồ nhân tạo lúc ban đầu có 80000 con. Sau t năm, số lượng quần thể cá nói trên được xác định bởi
- $$N(t) = \frac{20(4+3t)}{1+0,05t} \text{ (nghìn con).}$$
- Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là bao nhiêu nghìn con?
- Câu 3.** Tại một nhà máy, khi sản xuất x tạ sản phẩm ($x > 0$) mỗi ngày thì chi phí trung bình trên mỗi tạ sản phẩm được tính bởi công thức
- $$\bar{C}(x) = \frac{1}{2}x + 3 + \frac{8}{x} \text{ (triệu đồng/tạ)}$$
- Tính chi phí trung bình thấp nhất (tính theo triệu đồng/tạ) mà nhà máy có thể đạt được trong ngày.
- Câu 4.** Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BB' và $A'C'$, điểm K thuộc $B'C'$ sao cho $KC' = -2KB'$. Khi đó ta có $\overrightarrow{AK} = m\overrightarrow{AI} + n\overrightarrow{AJ}$, tính giá trị của $m+n$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- Câu 5.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho 3 vectơ $a = (-1; 2; 0)$, $b = (3; -1; 2)$ và $c = (1; 2; -1)$ và w thỏa mãn $a \cdot w = -12$, $b \cdot w = 20$, $c \cdot w = -6$. Tính $|w|$
- Câu 6.** Cho $x^2 - xy + y^2 = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

PHẦN II

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai	Đúng	Sai
a)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
b)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
c)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
d)	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐
1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐
2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐
3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐
4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐
7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐
8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐
9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐

Điểm
Điểm phần I: đ
Điểm phần II: đ
Điểm phần III: đ
Tổng: đ

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

- Câu 2.** Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số là

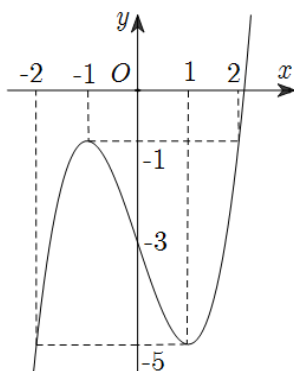
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần từ $(-)$ sang $(+)$ khi qua các điểm $x = -1; x = 1$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



- A. $m = -5; M = -1$. B. $m = -2; M = 2$. C. $m = -1; M = 0$. D. $m = -5; M = 0$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị ta thấy:

$$M = \max_{[-2;2]} f(x) = -1 \quad \text{khi } x = -1 \text{ hoặc } x = 2.$$

$$m = \min_{[-2;2]} f(x) = -5 \quad \text{khi } x = -2 \text{ hoặc } x = 1.$$

- Câu 4.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng
A. -2 . **B.** -11 . **C.** -26 . **D.** -27 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 20x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 20x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0;9) \\ x = \sqrt{5} \in (0;9) \\ x = -\sqrt{5} \notin (0;9) \end{cases}$$

$$f(0) = -2; \quad f(\sqrt{5}) = -27; \quad f(9) = 5749.$$

$$\text{Vậy } \min_{[0;9]} f(x) = -27.$$

- Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:
A. $y = \frac{1}{2}$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

- Câu 6.** Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của hàm số nào sau đây?
A. $y = \frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$ **B.** $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ **C.** $y = \frac{x+1}{x^2+4x+3}$ **D.** $y = \frac{x+1}{x^2+1}$

Lời giải

Ta có $x^2+1 > 0, \forall x$, vậy hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ không có tiệm cận đứng. $y = \frac{x^2+3x+2}{x^2-1} = \frac{x+2}{x-1}$ không có tiệm cận đứng là $x = -1$.

$$y = \frac{x+1}{x^2+4x+3} = \frac{1}{x+3} \text{ không có tiệm cận đứng là } x = -1.$$

$$y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1} \text{ có tiệm cận đứng là } x = -1.$$

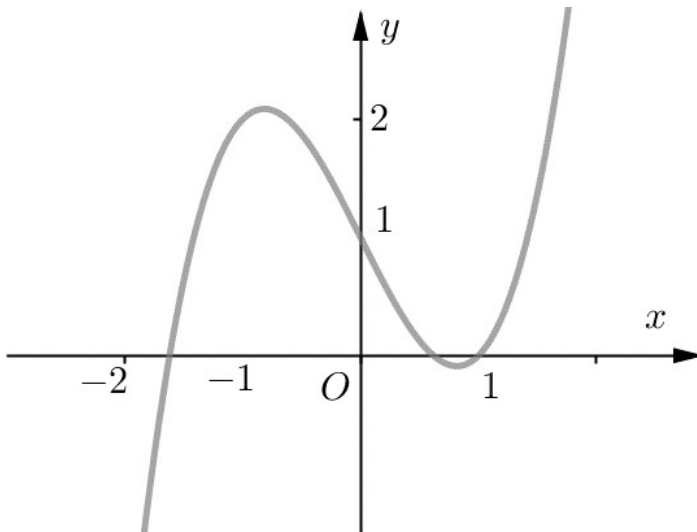
Vậy chọn đáp án **B.**

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	6	$+\infty$	

- A. $y = \frac{3x^2 - 10x + 4}{x - 2}$. B. $y = \frac{x^2 - 6x + 4}{x - 2}$. C. $y = \frac{-x^2 + 6x + 4}{x - 2}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$.

Câu 8. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 2x + 1$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 2x + 1$. D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, loại phương án D .

Xét phương án A có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số không có cực trị, loại phương án A .

Xét phương án B có $y' = 3x^2 - 6x$ và y' đổi dấu khi đi qua các điểm $x = 0, x = 2$ nên hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$, loại phương án B .

Vậy phương án đúng là C .

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

- A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$. B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$$

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có N là trung điểm của BC nên

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \\ &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

(Vì M là trung điểm AD).

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 2; 0)$.

B. $(0; 0; 5)$.

C. $(1; 0; 0)$.

D. $(0; 2; 5)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên trục Ox có tọa độ là $(1; 0; 0)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(4; -2; 10)$.

B. $(1; 3; 2)$.

C. $(2; 6; 4)$.

D. $(2; -1; 5)$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases}$$

Gọi I là trung điểm của AB , ta có tọa độ điểm I là

Vậy $I(2; -1; 5)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Biết rằng hàm số $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 6x + b$ (a và b là hằng số thực) đạt cực trị bằng 4 tại $x = 1$.

a) Giá trị của $a + b$ bằng 8.

- b) Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
- c) $x=-1$ là một điểm cực trị của hàm số $f(x)$.
- d) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 12.

Lời giải

a) Đúng.	b) Sai.	c) Đúng.	d) Sai.
----------	---------	----------	---------

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax - 6.$$

Theo giả thiết, ta có $f'(1) = 0$ và $f(1) = 4$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 2a = 0 \\ a + b - 4 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 8 \end{cases}$$

Vậy $a + b = 8$.

Với $a = 0, b = 8$ ta có $f(x) = 2x^3 - 6x + 8$.

$$f'(x) = 6x^2 - 6; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -1.$$

Bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

Hàm số $f(x)$ đạt giá trị cực đại tại $x = -1$ và giá trị cực đại là $f(-1) = 12$.

Hàm số $f(x)$ đạt giá trị cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu là $f(1) = 4$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		$\frac{9}{20}$	$-\frac{3}{5}$	$+\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- c) Hàm số có 3 cực trị.
- d) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{9}{20}$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{3}{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

- a) Đúng. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- b) Đúng. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.
- c) Sai. Hàm số có 2 cực trị.
- d) Sai. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-1} (C)$ và đường thẳng $d: y = x+3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau
- a) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.
- b) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.
- c) d cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.
- d) d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B và $AB = 3\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

- a) Sai. Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$.
- b) Sai. Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.
- c) Đúng.

Phương	trình	hoành	độ	giao	điểm:
$\frac{3x-1}{x-1} = x+3 \Leftrightarrow 3x-1 = (x-1)(x+3) \Leftrightarrow 3x-1 = x^2+2x-3 \Leftrightarrow x^2-x-2=0$					
$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases}$					

Vậy d cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

- d) Đúng.

Phương	trình	hoành	độ	giao	điểm:
$\frac{3x-1}{x-1} = x+3 \Leftrightarrow 3x-1 = (x-1)(x+3) \Leftrightarrow 3x-1 = x^2+2x-3 \Leftrightarrow x^2-x-2=0$					
$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases}$					
$\Rightarrow A(2;5); B(-1;2) \Rightarrow AB = \sqrt{(2+1)^2 + (5-2)^2} = 3\sqrt{2}.$					

Vậy d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B và $AB = 3\sqrt{2}$.

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $a=(3;0;4), b=(2;7;7)$ và $c=(2;7;2)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:
- a) $a-b+c=(3;0;-1)$

b) $2a + 3b - 4c = (4; -7; 21)$

c) $(-a) \cdot b + (3a) \cdot c = 10$

d) $\cos(a, b) < \cos(a, c)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) $a - b + c = (3; 0; -1)$

b) $2a + 3b - 4c = (4; -7; 21)$

c) $(-a) \cdot b = (-3) \cdot 2 + 0 \cdot 7 + (-4) \cdot 7 = -34$; $(3a) \cdot c = 9 \cdot 2 + 0 \cdot 7 + 12 \cdot 2 = 42$

d) $\cos(a, b) = \frac{\sqrt{102}}{15}$; $\cos(a, c) = \frac{14}{5\sqrt{57}}$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - x^2$ có một trục đối xứng là đường thẳng $x = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 0.

Đồ thị của hàm chẵn nhận trục Oy (đường $x = 0$) là trục đối xứng nên $a = 0$.

Câu 2. Một quần thể cá được nuôi trong một hồ nhân tạo lúc ban đầu có 80000 con. Sau t năm, số lượng

$$N(t) = \frac{20(4 + 3t)}{1 + 0,05t} \text{ (nghìn con).}$$

quần thể cá nói trên được xác định bởi

Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là bao nhiêu nghìn con?

Lời giải

Trả lời: 1200

Khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = N(t)$. Tập xác định: $[0; +\infty)$.

Sự biến thiên:

- $N'(t) = \frac{56}{(1 + 0,05t)^2} > 0$ với mọi $t \geq 0$.

- Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- Hàm số không có cực trị.

- Giới hạn tại vô cực: $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = 1200$.

- Bảng biến thiên:

t	0	$+\infty$
$N'(t)$	+	
$N(t)$	80	1 200

Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là 1200 nghìn con.

Câu 3. Tại một nhà máy, khi sản xuất x tạ sản phẩm ($x > 0$) mỗi ngày thì chi phí trung bình trên mỗi tạ sản phẩm được tính bởi công thức

$$\bar{C}(x) = \frac{1}{2}x + 3 + \frac{8}{x} \text{ (triệu đồng/tạ)}$$

Tính chi phí trung bình thấp nhất (tính theo triệu đồng/tạ) mà nhà máy có thể đạt được trong ngày.

Lời giải

Trả lời: 7

$$\bar{C}'(x) = \frac{1}{2} - \frac{8}{x^2}, x > 0$$

$$\bar{C}'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

Bảng biến thiên:

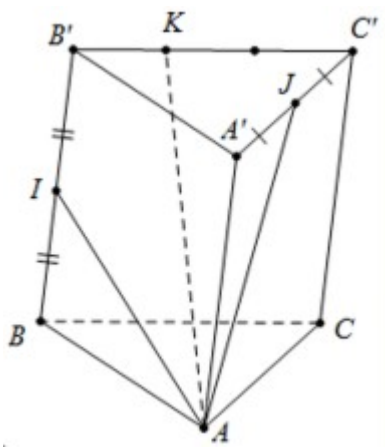
x	0	4	$+\infty$
$\bar{C}'(x)$		- 0 +	
$\bar{C}(x)$	$+\infty$	7	$+\infty$

Từ đó, chi phí trung bình thấp nhất là 7 triệu đồng/tạ.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BB' và $A'C'$, điểm K thuộc $B'C'$ sao cho $\vec{KC'} = -2\vec{KB'}$. Khi đó ta có $\vec{AK} = m\vec{AI} + n\vec{AJ}$, tính giá trị của $m + n$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số trả lời ngắn: **1,33**



Ta có: $\vec{AK} = \vec{AI} + \vec{IB'} + \vec{B'K}$ (1) ; $\vec{AK} = \vec{AJ} + \vec{JC'} + \vec{C'K}$ (2)

$$3\vec{AK} = 2\vec{AI} + \vec{AJ} + 2\vec{IB'} + \vec{JC'} + 2\vec{B'K} + \vec{C'K}$$

Lấy 2.(1)+(2) ta được

$$= 2\vec{AI} + \vec{AJ} + \vec{BB'} + \vec{AJ} = 2\vec{AI} + \vec{AJ} + \vec{AJ}$$

Do đó
$$\vec{AK} = \frac{2}{3}(\vec{AI} + \vec{AJ}) \Rightarrow m + n = \frac{4}{3}$$

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho 3 vector $a = (-1; 2; 0)$, $b = (3; -1; 2)$ và $c = (1; 2; -1)$ và w thỏa mãn $a \cdot w = -12$, $b \cdot w = 20$, $c \cdot w = -6$. Tính $|w|$

Lời giải

Trả lời: 6

Gọi $w = (a; b; c)$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -a + 2b + 0c = -12 \\ 3a - b + 2c = 20 \\ 1a + 2b - c = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -4 \\ c = 2 \end{cases}$$

Suy ra $|\vec{w}| = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 4} = 6$

Câu 6. Cho $x^2 - xy + y^2 = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,67

Xét
$$\frac{P}{2} = \frac{x^2 + xy + y^2}{2} = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}$$

+nếu $y = 0$ thì $x^2 = 2$. Do đó $P = x^2 = 2$ suy ra $\min P = 2$

+nếu $y \neq 0$ ta chia tử mẫu cho y^2 ta được

$$\frac{P}{2} = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2} = \frac{1 + \left(\frac{x}{y}\right) + \left(\frac{x}{y}\right)^2}{1 - \left(\frac{x}{y}\right) + \left(\frac{x}{y}\right)^2}$$

Đặt $t = \frac{x}{y}$, khi đó $\frac{P}{2} = \frac{1+t+t^2}{1-t+t^2}$

Xét $f(t) = \frac{1+t+t^2}{1-t+t^2} \Rightarrow f'(t) = \frac{-2t^2+2}{(1-t+t^2)^2}$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(t)$	1	$\searrow$	$\frac{1}{3}$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1

Khi đó $\min \frac{P}{2} = \frac{1}{3}$ do đó $\min P = \frac{2}{3} \approx 0,67$.