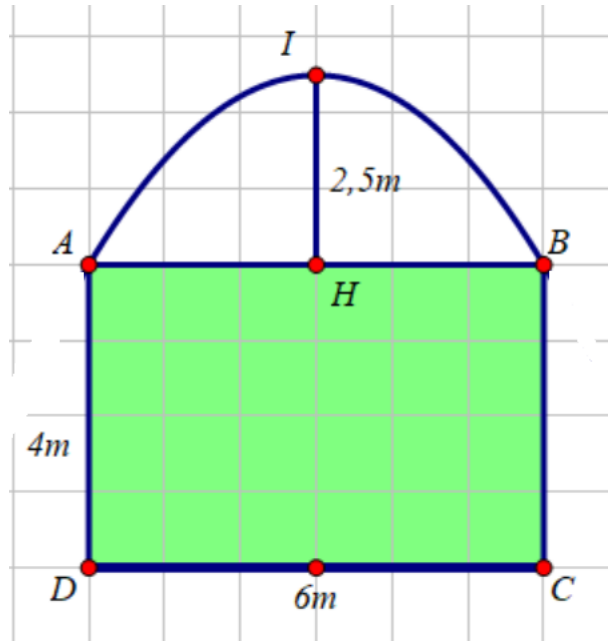


DẠNG 11**Toán thực tế liên quan đến diện tích hình phẳng**

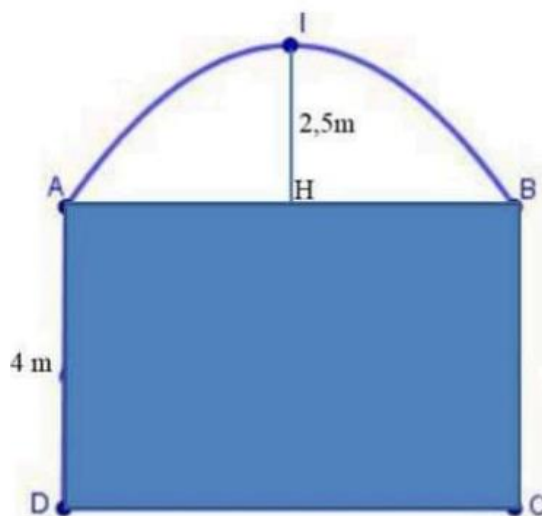
Câu 1: Một gia đình muốn làm cái cổng (như hình vẽ).



Phần phía trên cổng có hình dạng là một parabol với $IH = 2,5m$, phần phía dưới là một hình chữ nhật có kích thước $AD = 4m$, $AB = 6m$. Giả sử giá để làm phần cổng được tô màu là $1.000.000$ đ/ m^2 và giá để làm phần cổng phía trên là $1.200.000$ đ/ m^2 . Số tiền gia đình đó phải trả là:

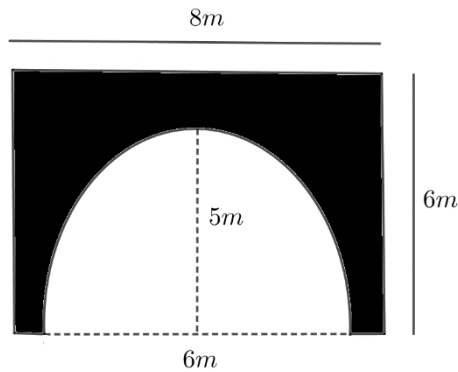
- A.** 24.400.000 đ. **B.** 36.000.000 đ. **C.** 38.000.000 đ. **D.** 38.800.000 đ.

Câu 2: Một gia đình muốn làm cánh cổng (như hình vẽ). Phần phía trên cổng có hình dạng là một parabol với $IH = 2,5m$, phần phía dưới là một hình chữ nhật kích thước cạnh là $AD = 4m$, $AB = 6m$. Giả sử giá để làm phần cổng được tô màu là $1.000.000$ (đ/ m^2) và giá để làm phần cổng phía trên là $1.200.000$ (đ/ m^2). Số tiền gia đình đó phải trả là



- A.** 24.400.000 đ. **B.** 36.000.000 đ. **C.** 38.000.000 đ. **D.** 38.800.000 đ.

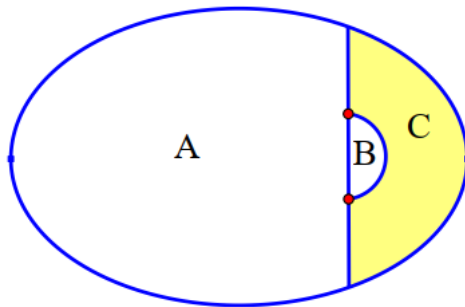
Câu 3: Một cái cổng có dạng như hình vẽ, chiều cao của cổng là $6m$ và chiều rộng là $8m$. Mái vòm của cổng có hình nửa elip với chiều rộng là $6m$, điểm cao nhất của mái vòm là $5m$. Người ta muốn lát gạch hoa để trang trí cho cổng với chi phí là 360.000 đồng/ m^2 .



Hỏi chi phí để trang trí cho cổng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 8.481.600 đồng. B. 13.029.300 đồng. C. 4.240.800 đồng. D. 8.798.400 đồng.

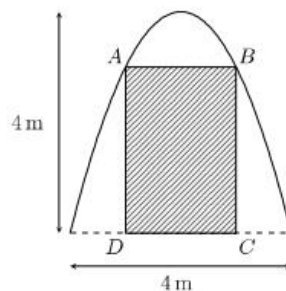
Câu 4: Một bể bơi hình elip, có độ dài trục lớn bằng $10m$ và trục nhỏ bằng $8m$. Khu vực A là chứa nước, khu vực B là bậc thang lên xuống bể bơi, là nửa đường tròn có tâm là một tiêu điểm của elip, bán kính bằng $1m$. Phần còn lại là khu vực C (phần tô đậm) người ta lát gạch (như hình vẽ).



Nếu chi phí lát gạch cho mỗi mét vuông là 400 nghìn đồng thì chi phí lát gạch ở khu vực C là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 2.950.000 đồng. B. 3.578.000 đồng. C. 1.360.000 đồng. D. 680.000 đồng.

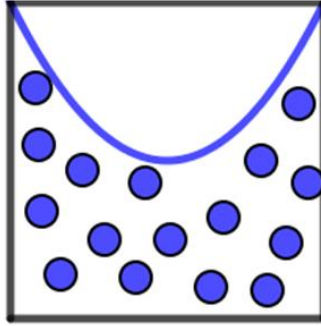
Câu 5: Trong đợt hội trại tổ chức kỷ niệm ngày thành lập Đoàn TNCS Hồ Chí Minh tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng Parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$. Phần còn lại sẽ trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một m^2 bìa. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano gần giá trị nào nhất?



- A. 900.000 đồng. B. 1.232.000 đồng. C. 902.000 đồng. D. 1.230.000 đồng.

Câu 6: Ông An có mảnh vườn hình vuông cạnh $12m$, ông đào một hồ nước tưới rau trên mảnh vườn đó có dạng parabol có đỉnh tại tâm hình vuông, parabol này đi qua hai đỉnh của hình vuông. Phần

còn lại ông trồng rau để bán, mỗi lần thu hoạch rau ông bán được 35.000 đồng trên $1 m^2$. Giả sử năng suất rau trên mảnh vườn là như nhau, thu hoạch cả mảnh vườn ông An thu được số tiền là

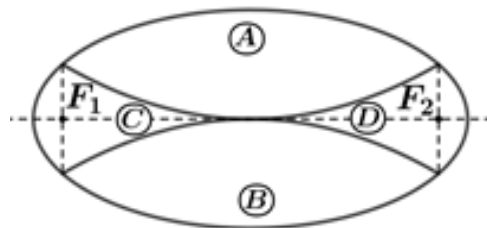


- A. 3.000.000 đồng. B. 3.630.000 đồng. C. 1.680.000 đồng. D. 3.360.000 đồng.

Câu 7: Bồn hoa của một trường X có dạng hình tròn bán kính bằng $8m$. Người ta chia bồn hoa thành các phần như hình vẽ dưới đây và có ý định trồng hoa như sau: Phần diện tích bên trong hình vuông $ABCD$ để trồng hoa. Phần diện tích kéo dài từ 4 cạnh của hình vuông đến đường tròn dùng để trồng cỏ. Ở 4 góc còn lại mỗi góc trồng một cây cọ. Biết $AB = 4m$, giá trồng hoa là $200.000 \text{ đ}/m^2$, giá trồng cỏ là $100.000 \text{ đ}/m^2$, mỗi cây cọ giá 150.000 đ . Hỏi cần bao nhiêu tiền để thực hiện việc trang trí bồn hoa đó?

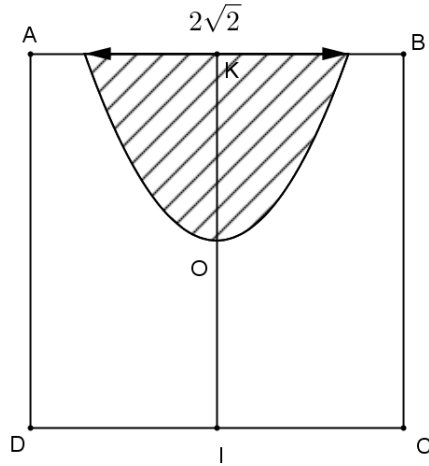
- A. 12.218.000 đồng. B. 14.865.000 đồng. C. 14.465.000 đồng. D. 13.265.000 đồng.

Câu 8: Nhà trường dự định làm một vườn hoa dạng hình Elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường Parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của Elip như hình vẽ bên. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của Elip lần lượt là $8m$ và $4m$; $F_1; F_2$ là hai tiêu điểm của Elip. Phần A, B dùng để trồng hoa; phần C, D dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông trồng hoa và trồng cỏ lần lượt là 250.000 đồng và 150.000 đồng. Tính tổng tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến hàng nghìn).



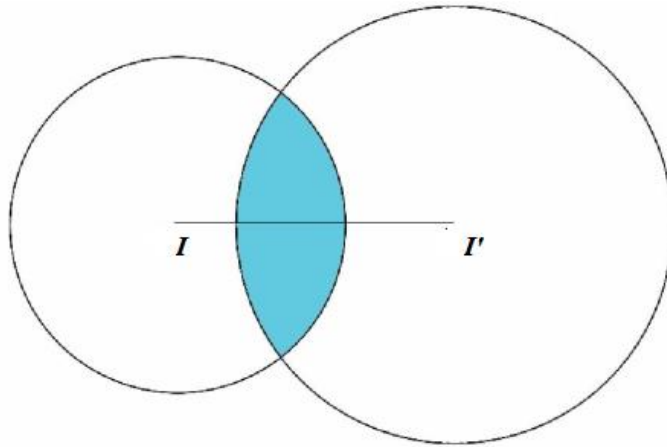
- A. 5.676.000 đồng. B. 4.656.000 đồng. C. 5.455.000 đồng. D. 4.766.000 đồng.

Câu 9: Ông An có một mảnh đất nhỏ hình vuông cạnh bằng $4m$ ở trước sân. Ông muốn trồng hoa và cỏ để trang trí mảnh vườn của mình như sau: Ông sẽ trồng hoa trên phần diện tích có dạng Parabol (P) nhận trục đối xứng KI của hình vuông làm trục đối xứng của (P) và đỉnh của (P) là trung điểm của KI như hình vẽ, phần cỏ sẽ trồng ở phần còn lại của hình vuông. Biết rằng loại hoa ông muốn trồng có giá $200000 \text{ đồng}/1m^2$, cỏ có giá $50000 \text{ đồng}/1m^2$. Hỏi số tiền ông An bỏ ra để làm mảnh vườn là bao nhiêu (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)?



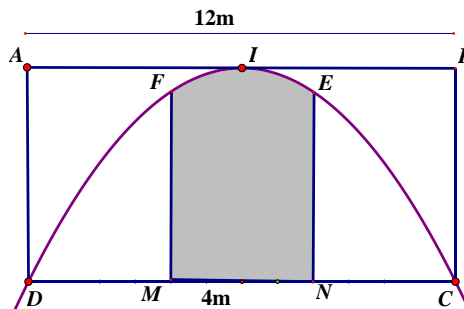
- A. 1365685,4 đ. B. 2634314,6 đ. C. 138642,5 đ. D. Đáp án khác.

Câu 10: Người ta xây một sân khấu với sân có dạng của hai hình tròn giao nhau (tham khảo hình vẽ). Bán kính của hai hình tròn là $30m$ và $40m$. Khoảng cách giữa hai tâm của hình tròn là $50m$. Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là $50.000đ$ và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là $20.000đ$. Hỏi số tiền làm mặt sân khấu gần với số nào nhất trong các số dưới đây?



- A. 235 triệu. B. 196 triệu. C. 164 triệu. D. 177 triệu.

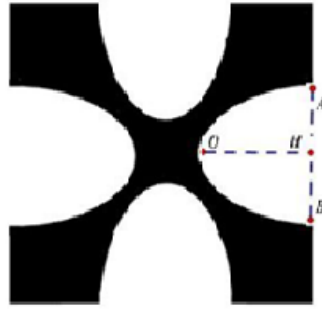
Câu 11: Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNEF$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC = 6m$, chiều dài $CD = 12m$. Cho biết $MNEF$ là hình chữ nhật có $MN = 4m$, cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua 2 điểm C, D . Kinh phí làm bức tranh là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi công ty X cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó?



- A. 21.200.000 đồng. B. 20.600.000 đồng. C. 20.800.000 đồng. D. 20.400.000 đồng.

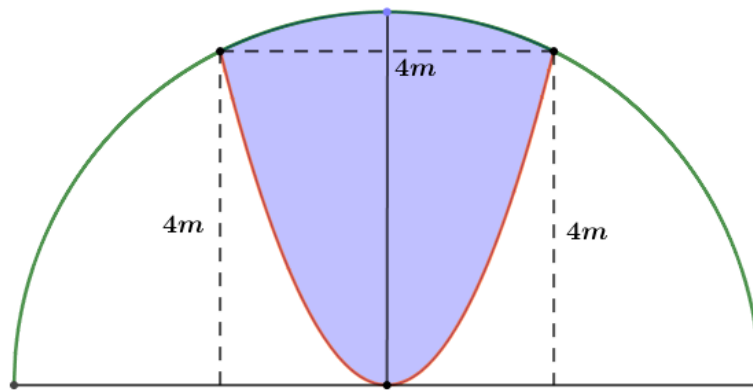
Câu 12: Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$

cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



- A. 50 cm^2 . B. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$. C. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$. D. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$.

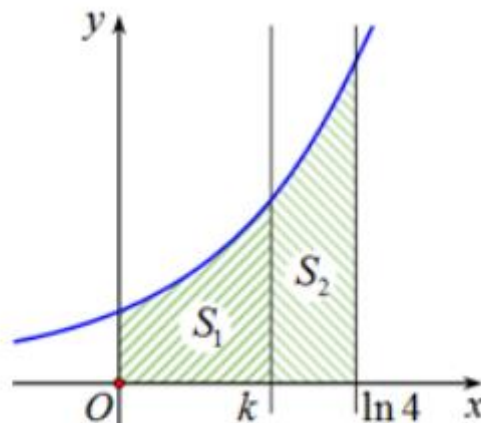
Câu 13: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn.



Hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng $4m$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/m^2 và 100.000 đồng/m^2 . Hỏi số tiền cần để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên gần nhất với số nào sau đây?

- A. 6.739.000 đồng. B. 1.948.000 đồng. C. 3.926.000 đồng. D. 4.115.000 đồng.

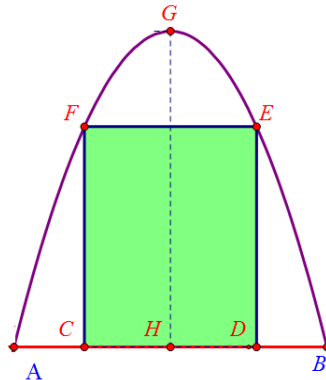
Câu 14: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($k \in \mathbb{R}, 0 < k < \ln 4$) chia hình phẳng (H) thành hai phần có diện tích S_1 và S_2 như hình vẽ.



Tìm k để $S_2 = 2S_1$.

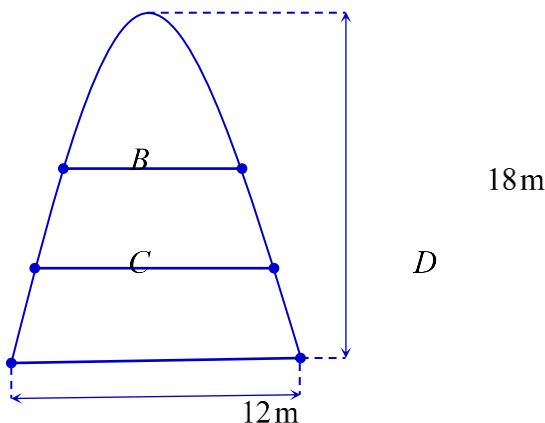
- A. $k = \ln 3$. B. $k = \ln \frac{8}{3}$. C. $k = \frac{2}{3} \ln 4$. D. $k = \ln 2$.

Câu 15: Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4\text{m}$, chiều rộng $AB = 4\text{m}$, $AC = BD = 0,9\text{m}$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm giá là 1200000 đồng/m², còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/m².



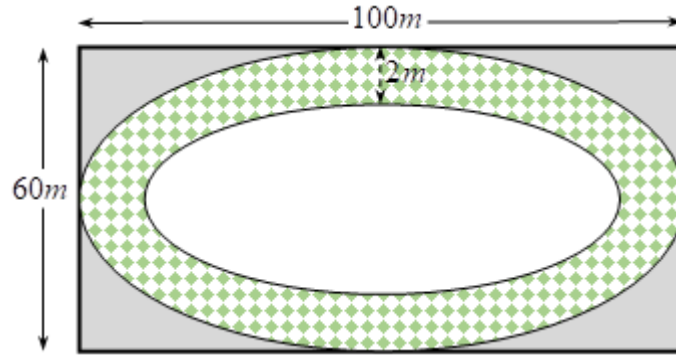
Hỏi tổng chi phí để là hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 11445000 (đồng). B. 7368000 (đồng). C. 4077000 (đồng). D. 11370000 (đồng).
- Câu 16:** Ông Toàn có một mảnh đất hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục nhỏ là 10 m. Ông để một dải đất rộng 8 m làm sân, lối đi và dải đất này nhận trục bé của Elip làm trục đối xứng đồng thời ông muốn trồng hoa hai bên mảnh đất còn lại. Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng /m². Hỏi ông Toàn cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên phần đất đó? (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).
- A. 7.652.000 đồng. B. 4.913.000 đồng. C. 4.914.000 đồng. D. 7.653.000 đồng.
- Câu 17:** Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng



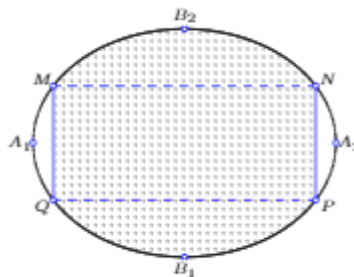
- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. D. $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Câu 18: Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 m và chiều rộng là 60 m người ta làm một con đường nằm trong sân (tham khảo hình bên). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip, elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là 2 m. Kinh phí cho mỗi m² làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) làm con đường đó.



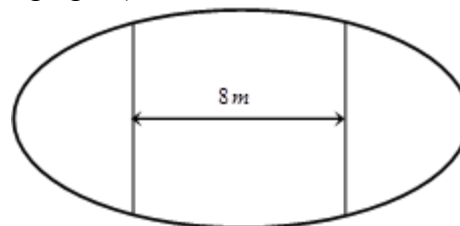
- A. 294.053.000 đồng. B. 283.904.000 đồng. C. 293.804.000 đồng. D. 283.604.000 đồng.

Câu 19: Một biển cảnh báo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ dưới phần tô đậm được sơn màu đỏ chi phí là 150.000 đồng trên một mét vuông, phần còn lại sơn màu trắng chi phí là 100.000 đồng trên một mét vuông. Hỏi số tiền (tính theo đồng) để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 10m, B_1B_2 = 8m$, và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 4m$?



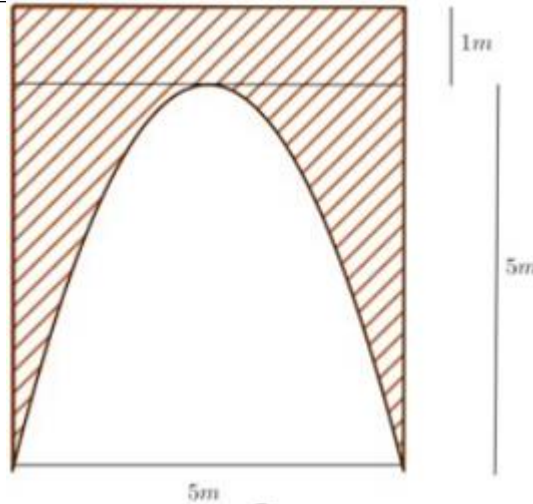
- A. 9.243.000. B. 9.620.000. C. 7.330.000 D. 8.756.000.

Câu 20: Ông Toàn có một mảnh đất phẳng hình elip có độ dài trục lớn bằng $16m$ và độ dài trục bé bằng $10m$. Ông để một dải đất rộng $8m$ làm sân, lối đi và dải đất này nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ) đồng thời ông muốn trồng hoa hai bên mảnh đất còn lại. Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi ông Toàn cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



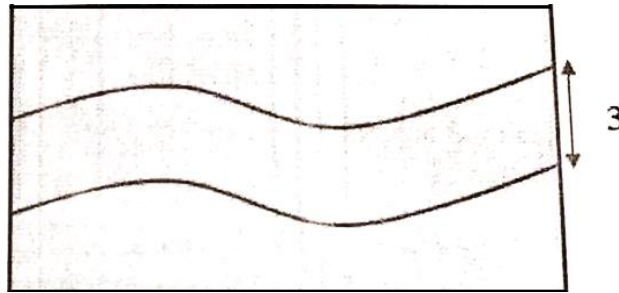
- A. 7.652.000 đồng. B. 4.913.000 đồng. C. 4.914.000 đồng. D. 7.653.000 đồng.

Câu 21: Ông A có một cái cổng hình chữ nhật, lối vào cổng có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Ông A cần trang trí bề mặt (phần gạch chéo) của cổng. Ông A cần bao nhiêu tiền để trang trí, biết giá thành trang trí là $1.200.000$ đồng/ m^2 ?



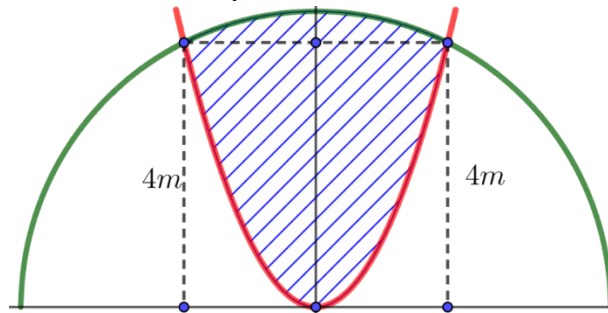
- A. 20 triệu đồng. B. 16 triệu đồng. C. 10 triệu đồng. D. 8 triệu đồng.

Câu 22: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài $18m$, chiều rộng $10m$. Người ta đổ ở giữa. Biết bề dày lớp bê tông là $10cm$. Tính thể tích lượng bê tông cần dùng?



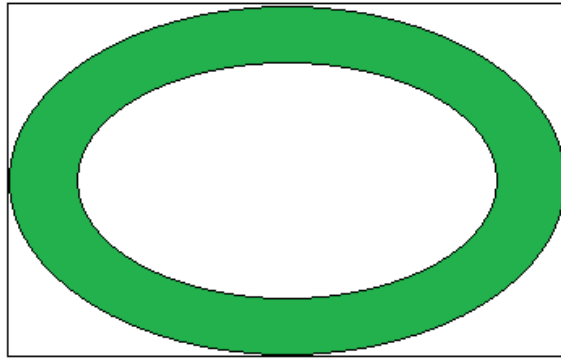
- A. $60m^3$. B. $6m^3$. C. $54m^3$. D. $5,4m^3$.

Câu 23: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phân để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng $4m$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/ m^2 và 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền cần để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó gần nhất với số nào sau đây?



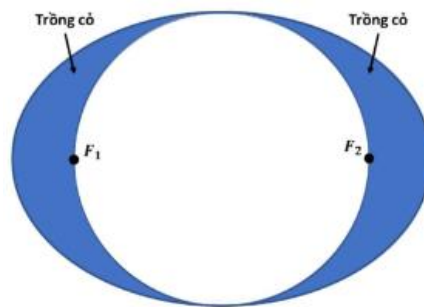
- A. 3.739.000 (đồng). B. 1.948.000 (đồng). C. 3.926.000 (đồng). D. 4.115.000 (đồng).

Câu 24: Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài $100m$ và chiều rộng là $60m$ người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường Elip, Elip của viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường là 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)



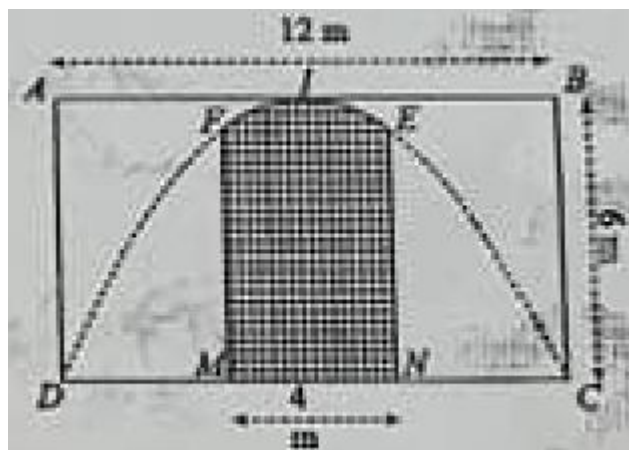
- A. 293904000. B. 283604000. C. 293804000. D. 283904000.

Câu 25: Ông A đã cải tạo một miếng đất thành hình elip. Elip này có độ dài trục lớn là 12 mét. Trong elip có một đường tròn đi qua các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm F_1, F_2 . Ông A muốn trồng cỏ May Mắn cho mảnh đất là phần bên trong Elip và bên ngoài đường tròn. Biết rằng chi phí cho việc trồng cỏ May Mắn là 60 nghìn đồng trên một mét vuông. Hỏi tổng chi phí trồng cỏ May Mắn gần nhất với số tiền nào sau đây?



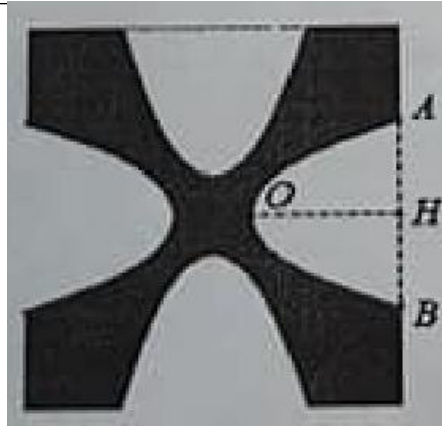
- A. 2811 nghìn đồng. B. 1405 nghìn đồng. C. 447 nghìn đồng. D. 895 nghìn đồng.

Câu 26: Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình MNEIF ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật ABCD có chiều cao BC = 6 m, chiều dài CD = 12 m (hình vẽ bên). Cho biết MNEF là hình chữ nhật có MN = 4 m, cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C, D. Kinh phí làm bức tranh là 900.000 đồng/m². Hỏi công ty X cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó?



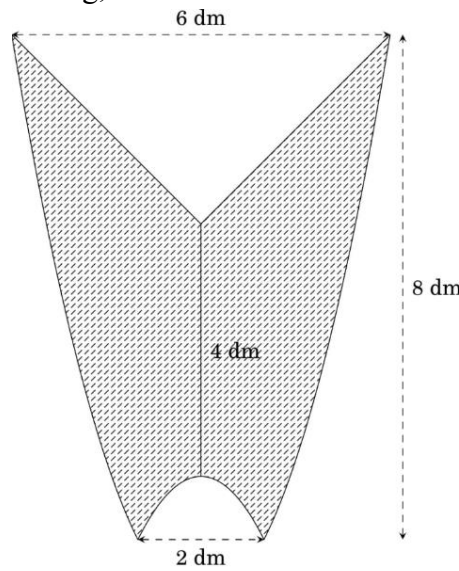
- A. 21200000 đồng. B. 20600000 đồng. C. 20800000 đồng. D. 20400000 đồng.

Câu 27: Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết AB = 5 cm, OH = 4cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.

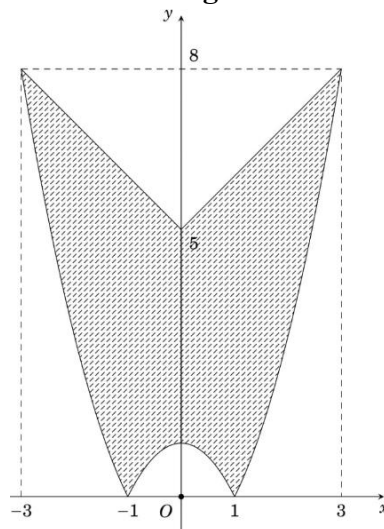


- A. 50 cm^2 . B. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$. C. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$. D. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$.

Câu 28: Ông T làm logo bằng một tấm nhựa phẳng, có hình dạng là một hình trục đối xứng. Biết đường viền hai bên là hai nhánh của một parabol và lõm phía dưới đáy cũng có dạng là một parabol, hai nhánh phía trên là hai đoạn thẳng, như hình bên dưới. Tính diện tích của logo đó.



Lời giải



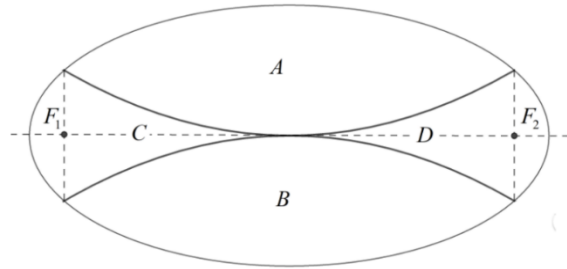
Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó nửa bên phải trục tung là hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 1$, $y = x + 5$; $y = -x^2 + 1$; $x = 0$.

Diện tích hình phẳng (H)

$$S_{(H)} = \int_0^1 (x+5-(1-x^2)) dx + \int_1^3 (x+5-(x^2-1)) dx = \frac{73}{6} (dm^2)$$

$$\text{Vậy diện tích cần tìm là } S = 2S_{(H)} = \frac{73}{3} (dm^2)$$

Câu 29: Ông An dự định làm một vườn hoa dạng elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của elip như hình vẽ dưới. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của elip lần lượt là $16m$ và $8m$, F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip. Phần A, B dùng để trồng hoa, phần C, D dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông hoa và cỏ lần lượt là 200.000 và 100.000 đồng. Tính tổng tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến hàng nghìn).



A. 17.679.000 đồng. **B.** 19.526.000 đồng. **C.** 19.526.000 đồng. **D.** 13.547.000 đồng.

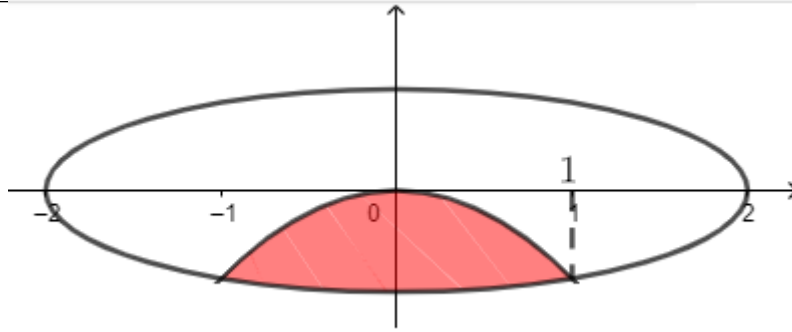
Câu 30: Một khu công viên hình chữ nhật có chiều dài là $100m$ và chiều rộng là $60m$. Người ta làm một con đường nằm trong sân (tham khảo hình dưới). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip, đường elip viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật, chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường là 600.000 đồng. Tính tổng số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) để làm con đường đó.

A. 293.804.000 đồng. **B.** 283.604.000 đồng. **C.** 294.053.000 đồng. **D.** 283.904.000 đồng.

Câu 31: Chuẩn bị đón hè 2021, nhà bác Hoa mời thợ về làm mái vòm chống nắng cho khoảng sân trước nhà bằng loại nhựa thông minh polycacnonat màu trắng trong với đơn giá $1m^2$ là 655.000 đồng. Mái vòm là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ phủ kín sân có chiều dài $10m$, khi đặt thước dây vào 3 điểm A, B, C đo được $AB = 2,8m; BC = 3,6m; AC = 6,2m$ (hình minh họa bên dưới). Hỏi số tiền (đơn vị đồng, làm tròn đến hàng nghìn) mua mái nhựa gần nhất với số nào dưới đây?

A. 263514000. **B.** 42387000. **C.** 40387000. **D.** 4238700.

Câu 32: Bác An có sân vườn hình Elip độ dài cạnh lớn là $2m$ và cạnh bé là $\frac{1}{\sqrt{3}}m$, bác xây ao cá là phần tô đậm trong hình vẽ, đường viền biên của ao cá trong sân là một đường Parabol. Phần không xây ao cá, Bác An mua thêm hoa về trồng. Biết rằng $1m^2$ ao cá có giá 250000 đồng và $1m^2$ trồng hoa có giá 50000 đồng. Hỏi bác An tốn bao nhiêu tiền để hoàn thành khu vườn?



- A. 257056,872 đồng. B. 335633,2274 đồng.
 C. 725519,7457 đồng. D. 362759,8728 đồng.

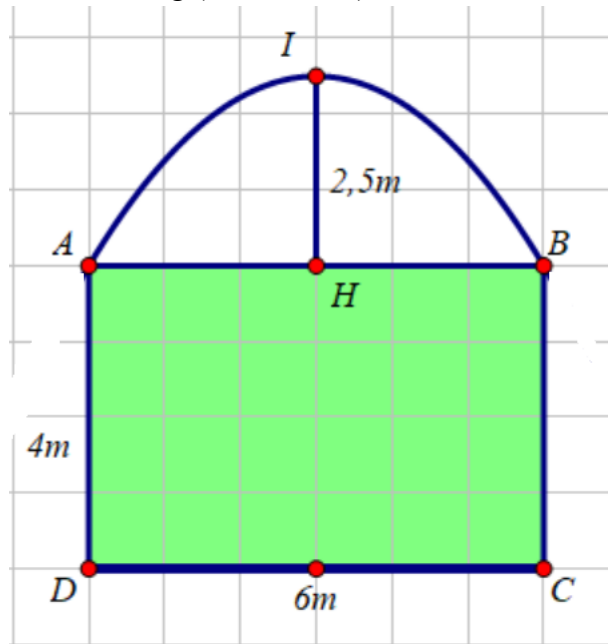
Câu 33: Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).



- A. $V = 1,52\text{m}^3$. B. $V = 1,31\text{m}^3$. C. $V = 1,27\text{m}^3$. D. $V = 1,19\text{m}^3$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

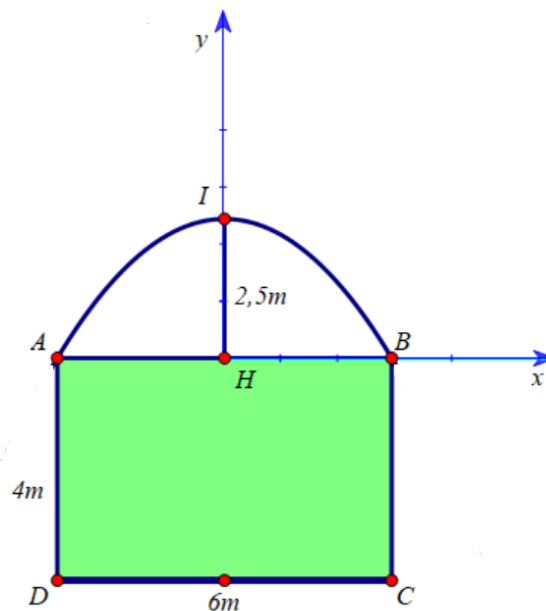
Câu 1: Một gia đình muốn làm cái cổng (như hình vẽ).



Phần phía trên cổng có hình dạng là một parabol với $IH = 2,5m$, phần phía dưới là một hình chữ nhật có kích thước $AD = 4m, AB = 6m$. Giả sử giá để làm phần cổng được tô màu là $1.000.000$ đ/ m^2 và giá để làm phần cổng phía trên là $1.200.000$ đ/ m^2 . Số tiền gia đình đó phải trả là:
A. 24.400.000 đ. **B.** 36.000.000 đ. **C.** 38.000.000 đ. **D.** 38.800.000 đ.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

+) $S_{ABCD} = 4 \cdot 6 = 24(m^2)$ nên số tiền làm phần cổng hình chữ nhật $ABCD$ là: 24.000.000 đ.

+) Gắn hệ trục tọa độ Hxy như hình vẽ. Khi đó, parabol có dạng: $y = ax^2 + b(P)$. Parabol đi

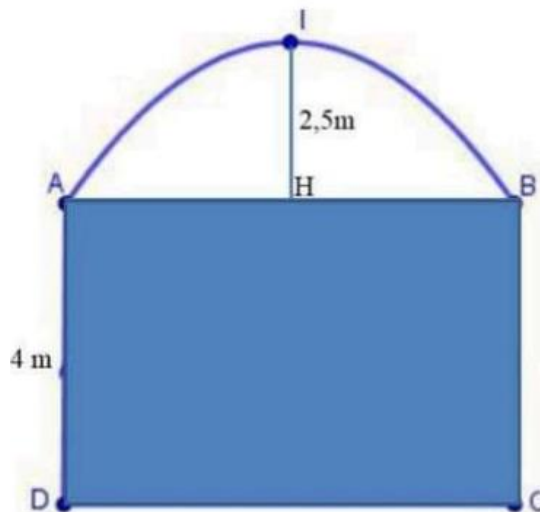
qua điểm $I(0; 2,5)$ và $B(3; 0)$ nên:
$$\begin{cases} b = 2,5 \\ 9a + 2,5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{18} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases} . \text{ Vậy } y = -\frac{5}{18}x^2 + \frac{5}{2} .$$

Suy ra, diện tích phía trên của cống là: $S = \int_{-3}^3 \left(-\frac{5}{18}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx = 10(m^2)$.

Số tiền làm phần cống phía trên là: 12.000.000 đ.

Vậy số tiền gia đình phải trả là: 24.000.000 + 12.000.000 = 36.000.000 đ.

Câu 2: Một gia đình muốn làm cánh cống (như hình vẽ). Phần phía trên cống có hình dạng là một parabol với $IH = 2,5\text{ m}$, phần phía dưới là một hình chữ nhật kích thước cạnh là $AD = 4\text{ m}$, $AB = 6\text{ m}$. Giả sử giá để làm phần cống được tô màu là $1.000.000(\text{đ}/\text{m}^2)$ và giá để làm phần cống phía trên là $1.200.000(\text{đ}/\text{m}^2)$. Số tiền gia đình đó phải trả là



A. 24.400.000 đ.

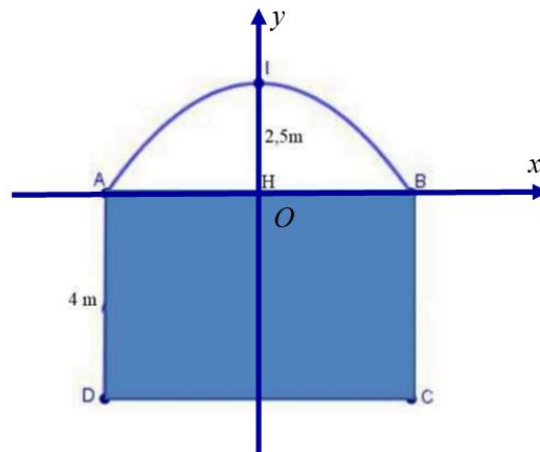
B. 36.000.000 đ.

C. 38.000.000 đ.

D. 38.800.000 đ.

Lời giải

Chọn B



Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ: Gốc tọa độ O trùng điểm H , A và B thuộc trục Ox , H thuộc trục Oy .

Khi đó $H(0;0)$, $I(0;2,5)$, $B(3;0)$, $A(-3;0)$.

Gọi parabol cần tìm có dạng $(P): y = ax^2 + bx + c$.

$$\text{Do } A, B, I \text{ thuộc } (P) \text{ nên ta có hệ } \begin{cases} 9a - 3b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ c = 2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{18} \\ b = 0 \\ c = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Do đó parabol là $(P): y = -\frac{5}{18}x^2 + \frac{5}{2}$.

Diện tích phần phía trên công có hình dạng là một parabol là

$$\int_{-3}^3 \left(-\frac{5}{18}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx = \left(-\frac{5}{18} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x \right) \Big|_{-3}^3 = 10.$$

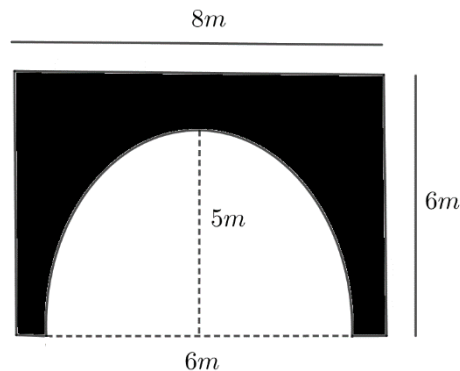
Giá tiền để làm phần công phía trên là $10 \times 1.200.000 = 12.000.000$.

Diện tích phần phía dưới là một hình chữ nhật là $4.6 = 24$.

Giá tiền để làm phần công được tô màu là $24 \times 1.000.000 = 24.000.000$.

Số tiền gia đình đó phải trả là $12.000.000 + 24.000.000 = 36.000.000$.

Câu 3: Một cái công có dạng như hình vẽ, chiều cao của công là $6m$ và chiều rộng là $8m$. Mái vòm của công có hình nửa elip với chiều rộng là $6m$, điểm cao nhất của mái vòm là $5m$. Người ta muốn lát gạch hoa để trang trí cho công với chi phí là 360.000 đồng/ m^2 .



Hỏi chi phí để trang trí cho công gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 8.481.600 đồng. B. 13.029.300 đồng. C. 4.240.800 đồng. D. 8.798.400 đồng.

Lời giải

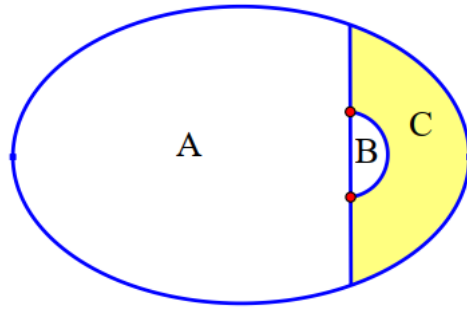
Chọn D

$$\text{Diện tích nửa elip là } S = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 5 \cdot 3 = \frac{15\pi}{2} m^2.$$

$$\text{Diện tích cần lát gạch hoa là } S_1 = S_{\text{hcn}} - S = 8 \cdot 6 - \frac{15}{2} \pi (m^2).$$

$$\text{Số tiền cần dùng để trang trí công là } T = S_1 \cdot 360000 = 8798400.$$

Câu 4: Một bể bơi hình elip, có độ dài trục lớn bằng $10m$ và trục nhỏ bằng $8m$. Khu vực A là chứa nước, khu vực B là bậc thang lên xuống bể bơi, là nửa đường tròn có tâm là một tiêu điểm của elip, bán kính bằng $1m$. Phần còn lại là khu vực C (phần tô đậm) người ta lát gạch (như hình vẽ).



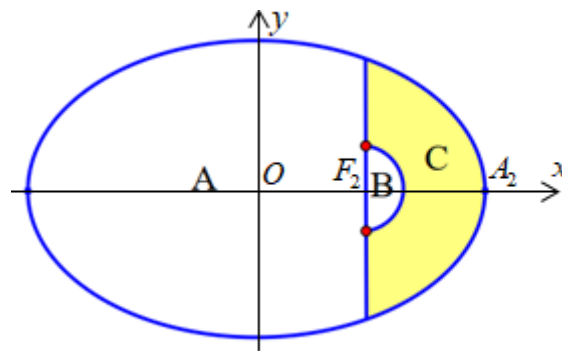
Nếu chi phí lát gạch cho mỗi mét vuông là 400 nghìn đồng thì chi phí lát gạch ở khu vực C là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 2.950.000 đồng. B. 3.578.000 đồng. C. 1.360.000 đồng. D. 680.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Đặt hệ trục Oxy như hình vẽ



Độ dài trục lớn là 10, trục nhỏ là 8 $\Rightarrow a = 5, b = 4 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 3$

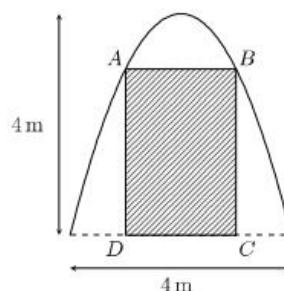
Ta có phương trình elip là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow y = 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$

Gọi S_1 là phần diện tích lát gạch phía trên trục Ox

$$S_1 = \int_3^5 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} dx - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 = I - \frac{\pi}{4} \text{ với } I = \int_3^5 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} dx \text{ (có thể bấm máy)}$$

Diện tích phần lát gạch là $2S_1$, suy ra số tiền lát gạch là $2S_1 \cdot 400000 \approx 2.950.000$ đồng.

Câu 5: Trong đợt hội trại tổ chức kỷ niệm ngày thành lập Đoàn TNCS Hồ Chí Minh tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng Parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật ABCD. Phần còn lại sẽ trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một m^2 bìa. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano gần giá trị nào nhất?

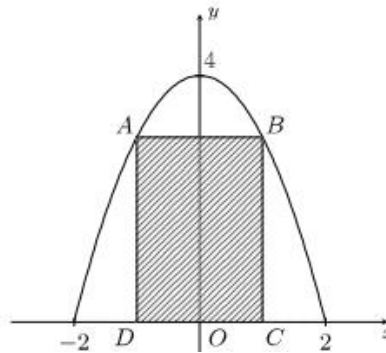


A. 900.000 đồng.

B. 1.232.000 đồng.

C. 902.000 đồng.

D. 1.230.000 đồng.

Lời giải**Chọn C**

Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ. Parabol của pano có dạng $y = ax^2 + c$ ($a < 0$). Vì (P) cắt Oy tại điểm có tung độ 4 nên $c = 4$. Mà (P) đi qua điểm $(2; 0)$ nên $a = -1$. Như vậy Parabol của pano có phương trình $y = 4 - x^2$ trên đoạn $[-2; 2]$.

Giả sử $CD = 2x$ với $0 \leq x \leq 2$. Khi đó diện tích của hình chữ nhật là $S_{ABCD} = 2x(4 - x^2)$.

Diện tích phần trang trí của hoa văn là

$$S(x) = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx - 2x(4 - x^2) = 2x^3 - 8x + \frac{32}{3}$$

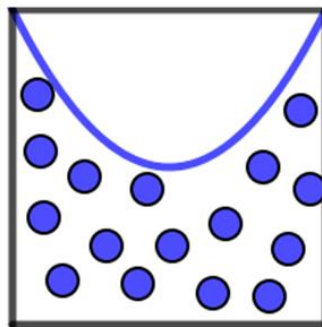
Hàm số $S(x)$ có $S'(x) = 6x^2 - 8$ và $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Trên đoạn $[-2; 2]$ ta có $S(\pm 2) = \frac{32}{3}$; $S\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$; $S\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{96 + 32\sqrt{3}}{9}$

Do đó giá trị nhỏ nhất của $S(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ là $\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$

Chi phí cho họa tiết văn hoa lúc đó là $\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \times 200.000 \approx 902.000$ đồng.

Câu 6: Ông An có mảnh vườn hình vuông cạnh 12m, ông đào một hồ nước tưới rau trên mảnh vườn đó có dạng parabol có đỉnh tại tâm hình vuông, parabol này đi qua hai đỉnh của hình vuông. Phần còn lại ông trồng rau để bán, mỗi lần thu hoạch rau ông bán được 35.000 đồng trên $1 m^2$. Giả sử năng suất rau trên mảnh vườn là như nhau, thu hoạch cả mảnh vườn ông An thu được số tiền là



A. 3.000.000 đồng.

B. 3.630.000 đồng.

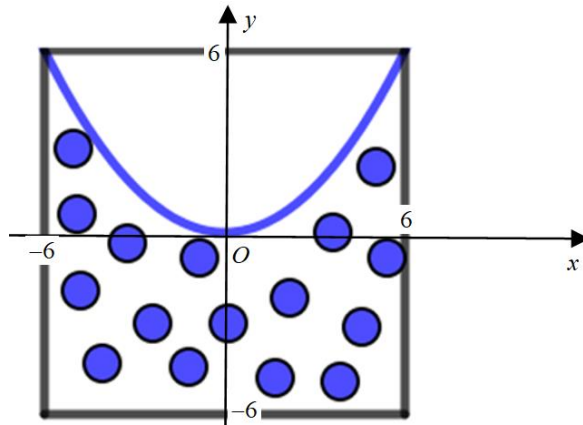
C. 1.680.000 đồng.

D. 3.360.000 đồng.

Lời giải

Chọn D

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (O là giao điểm hai đường chéo hình vuông).



Vì parabol đi qua gốc tọa độ O và qua điểm $(6;6), (-6;6)$ nên parabol có phương trình là $(P): y = \frac{1}{6}x^2$.

Khi đó, diện tích phần không trồng rau là phần hình giới hạn bởi $\begin{cases} y = \frac{1}{6}x^2 \\ y = 6 \\ x = 6 \\ x = -6 \end{cases}$ nên diện tích của nó

$$\text{là } \int_{-6}^6 \left| 6 - \frac{1}{6}x^2 \right| dx = \int_{-6}^6 \left(6 - \frac{1}{6}x^2 \right) dx = 48m^2.$$

Suy ra diện tích phần trồng rau là: $12^2 - 48 = 96m^2$.

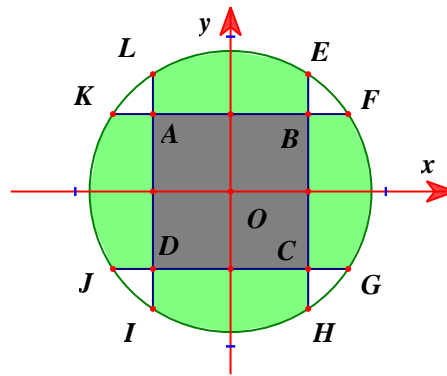
Số tiền thu được do trồng rau là $96.35000 = 3.360.000$ đồng.

Câu 7: Bồn hoa của một trường X có dạng hình tròn bán kính bằng $8m$. Người ta chia bồn hoa thành các phần như hình vẽ dưới đây và có ý định trồng hoa như sau: Phần diện tích bên trong hình vuông $ABCD$ để trồng hoa. Phần diện tích kéo dài từ 4 cạnh của hình vuông đến đường tròn dùng để trồng cỏ. Ở 4 góc còn lại mỗi góc trồng một cây cọ. Biết $AB = 4m$, giá trồng hoa là 200.000 đ/ m^2 , giá trồng cỏ là 100.000 đ/ m^2 , mỗi cây cọ giá 150.000 đ. Hỏi cần bao nhiêu tiền để thực hiện việc trang trí bồn hoa đó?

- A. 12.218.000 đồng. B. 14.865.000 đồng. C. 14.465.000 đồng. D. 13.265.000 đồng.

Lời giải

Chọn D



Giả sử phương trình đường tròn của bồn hoa là: $x^2 + y^2 = 64$; $AB: y = 2$; $BC: x = 2$.

Suy ra $F = 2\sqrt{15}; 2$, diện tích hình tròn là $64\pi \text{ m}^2$; Diện tích hình vuông $ABCD$ là 16 m^2 .

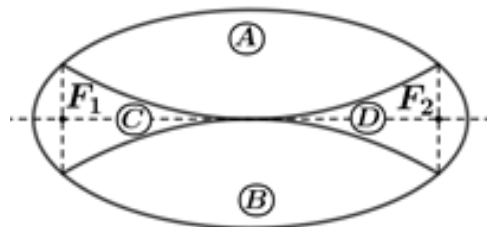
Diện tích tam giác cong BEF là $S = \int_2^{2\sqrt{15}} \sqrt{64 - x^2} - 2 \, dx \approx 22,602 \text{ m}^2$.

Suy ra diện tích phần trồng cỏ là $\approx 64\pi - 16 - 22,604 \times 4 \approx 94,645 \text{ m}^2$.

Do đó số tiền cần để trang trí bồn hoa là:

$\approx 16 \times 150.000 + 94,645 \times 100.000 + 150.000 \times 4 \approx 13.265.000$.

Câu 8: Nhà trường dự định làm một vườn hoa dạng hình Elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường Parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của Elip như hình vẽ bên. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của Elip lần lượt là 8m và 4m ; $F_1; F_2$ là hai tiêu điểm của Elip. Phần A, B dùng để trồng hoa; phần C, D dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông trồng hoa và trồng cỏ lần lượt là 250.000 đồng và 150.000 đồng. Tính tổng tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 5.676.000 đồng. B. 4.656.000 đồng. C. 5.455.000 đồng. D. 4.766.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình chính tắc của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và tiêu điểm $F_2(c; 0)$ với $a > b > 0; c^2 = a^2 - b^2$.

Theo giả thiết bài toán ta có $\begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow c = 2\sqrt{3}$.

Phương trình Elip: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow y = \pm 2\sqrt{1 - \frac{x^2}{16}}$, tọa độ giao điểm của đường thẳng $x = 2\sqrt{3}$

và Elip: $M(2\sqrt{3}; 1)$ và $M'(2\sqrt{3}; -1)$.

Diện tích Elip: $\pi ab = \pi \cdot 4 \cdot 2 = 8\pi$.

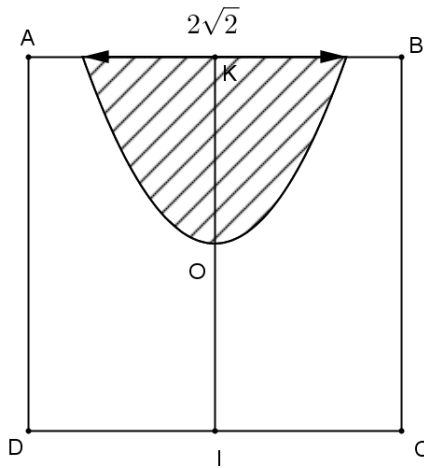
Diện tích giới hạn bởi parabol phía trên trục hoành, trục hoành và hai đường thẳng $x = \pm 2\sqrt{3}$ là:

$$\frac{1}{3} F_1 F_2 \cdot F_2 M = \frac{1}{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 1 = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Tổng tiền để hoàn thành vườn hoa (diện tích vườn x 150.000 + diện tích hoa x 100.000) là:

$$8\pi \cdot 150000 + 2 \cdot \left(\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} 2\sqrt{1 - \frac{x^2}{16}} dx - \frac{4\sqrt{3}}{3} \right) \cdot 100000 \approx 5.676.000 \text{ đồng.}$$

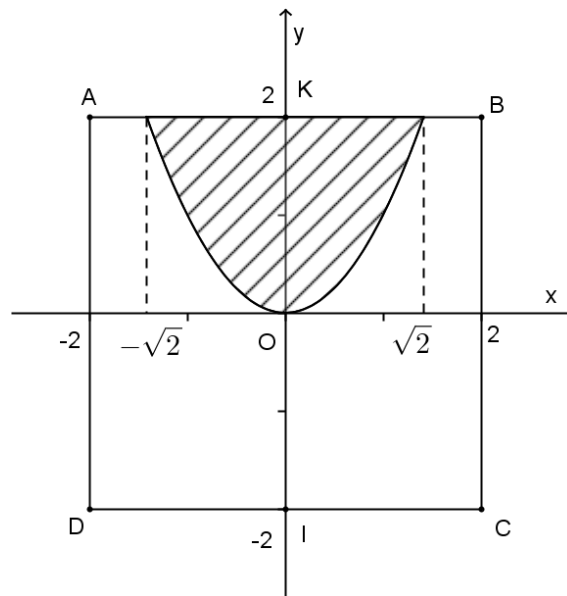
Câu 9: Ông An có một mảnh đất nhỏ hình vuông cạnh bằng $4m$ ở trước sân. Ông muốn trồng hoa và cỏ để trang trí mảnh vườn của mình như sau: Ông sẽ trồng hoa trên phần diện tích có dạng Parabol (P) nhận trục đối xứng KI của hình vuông làm trục đối xứng của (P) và đỉnh của (P) là trung điểm của KI như hình vẽ, phần cỏ sẽ trồng ở phần còn lại của hình vuông. Biết rằng loại hoa ông muốn trồng có giá $200000 \text{ đồng}/1m^2$, cỏ có giá $50000 \text{ đồng}/1m^2$. Hỏi số tiền ông An bỏ ra để làm mảnh vườn là bao nhiêu (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)?



- A. 1365685,4 đ. B. 2634314,6 đ. C. 138642,5 đ. D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn A



Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

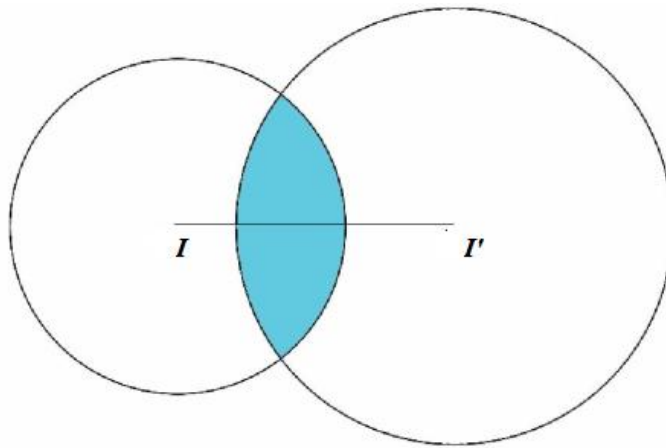
Phương trình của (P) là $y = x^2$; phương trình của AB là $y = 2$

$$\Rightarrow \text{Diện tích phần trồng hoa là: } S_1 = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (2-x^2) dx = \left(2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Diện tích phần trồng cỏ là: } S_2 = S_{ABCD} - S_1 = 4^2 - \frac{8\sqrt{2}}{3} = \frac{48 - 8\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy số tiền ông An bỏ ra để làm mảnh vườn là: $200\,000.S_1 + 50\,000.S_2 \approx 1365685,4$ đồng.

Câu 10: Người ta xây một sân khấu với sân có dạng của hai hình tròn giao nhau (tham khảo hình vẽ). Bán kính của hai hình tròn là $30m$ và $40m$. Khoảng cách giữa hai tâm của hình tròn là $50m$. Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là $50.000đ$ và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là $20.000đ$. Hỏi số tiền làm mặt sân khấu gần với số nào nhất trong các số dưới đây?



A. 235 triệu.

B. 196 triệu.

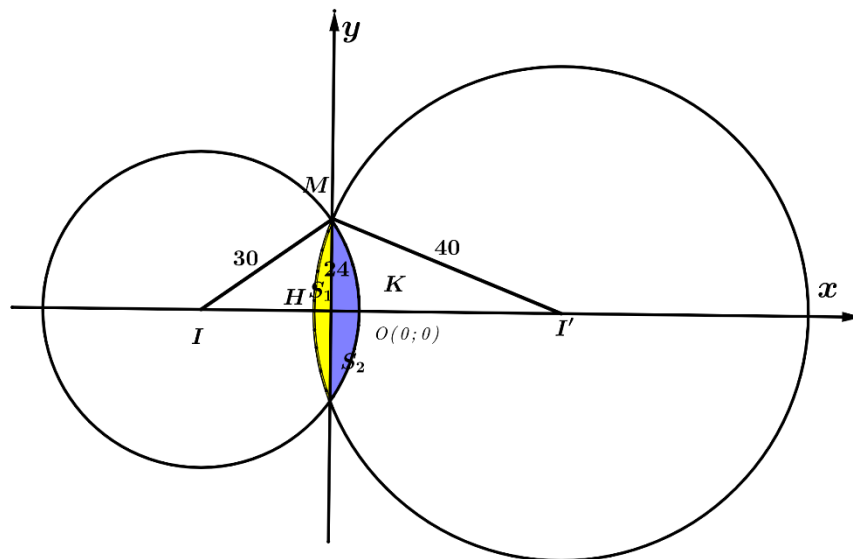
C. 164 triệu.

D. 177 triệu.

Lời giải

Chọn C

Dựng hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Ta có: $O(0;0), H(-8;0), K(12;0), I(-18;0), I'(32;0)$

Phương trình đường tròn tâm I , bán kính bằng $30m$ là: $(x+18)^2 + y^2 = 900$

Suy ra: $y = \sqrt{900 - (x+18)^2}$

Phương trình đường tròn tâm I' , bán kính bằng $40m$ là: $(x-32)^2 + y^2 = 1600$

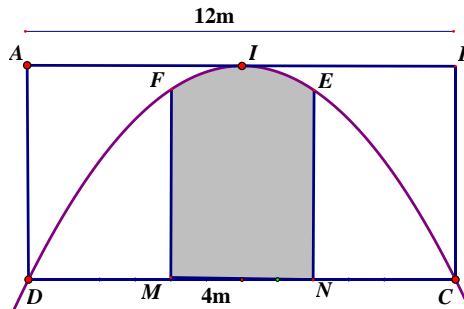
Suy ra: $y = \sqrt{1600 - (x-32)^2}$

$$S_1 + S_2 = 2 \cdot \left[\int_{-8}^0 \sqrt{1600 - (x-32)^2} dx + \int_0^{12} \sqrt{900 - (x+18)^2} dx \right] \approx 664,17$$

Vậy tổng số tiền làm mặt sân khấu là:

$$T = 50000 \cdot (S_1 + S_2) + 20000 \cdot \left[\pi(30^2 + 40^2) - 2(S_1 + S_2) \right] \approx 163,7 \cdot 10^6.$$

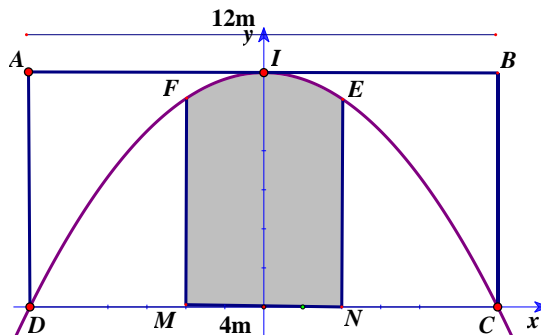
Câu 11: Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNEF$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC = 6m$, chiều dài $CD = 12m$. Cho biết $MNEF$ là hình chữ nhật có $MN = 4m$, cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua 2 điểm C, D . Kinh phí làm bức tranh là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi công ty X cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó?



- A. 21.200.000 đồng. B. 20.600.000 đồng. C. 20.800.000 đồng. D. 20.400.000 đồng.

Lời giải

Chọn C



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ trên, đồ thị hàm số parabol $y = ax^2 + bx + c$ qua 3 điểm $C(6;0); D(-6;0); I(0;6)$, ta có hệ phương trình:

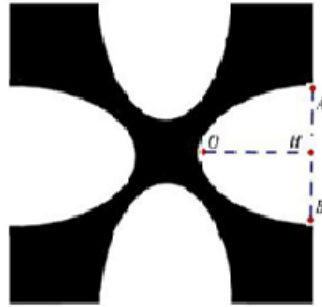
$$\begin{cases} 36a + 6b + c = 0 \\ 36a - 6b + c = 0 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = 0 \\ c = 6 \end{cases} \text{ Suy ra hàm số parabol là: } y = f(x) = -\frac{1}{6}x^2 + 6.$$

Diện tích MNEF là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{6}x^2 + 6$, trục

hoành và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 2$. Suy ra $S_{MNEF} = S = \int_{-2}^2 \left(-\frac{1}{6}x^2 + 6\right) dx = \frac{208}{9} m^2$

Vậy số tiền để làm bức tranh đó là: $\frac{208}{9} \cdot 900000 = 20.800.000$ đồng.

Câu 12: Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



A. 50 cm^2 .

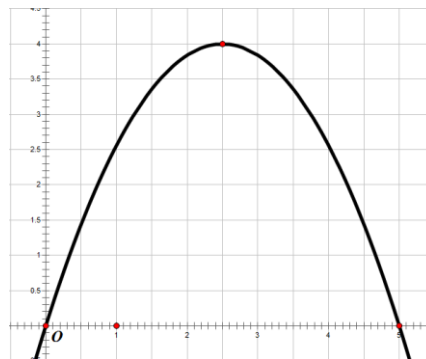
B. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$.

D. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn C



Đưa parabol vào hệ trục Oxy ta tìm được phương trình là: $(P): y = -\frac{16}{25}x^2 + \frac{16}{5}x$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = -\frac{16}{25}x^2 + \frac{16}{5}x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$

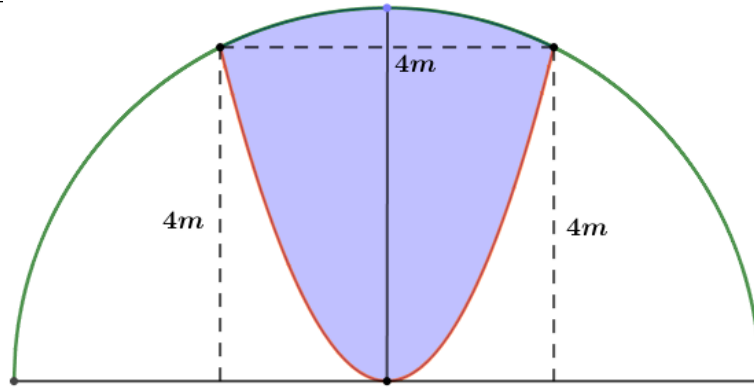
, $x = 5$ là: $S = \int_0^5 \left(-\frac{16}{25}x^2 + \frac{16}{5}x\right) dx = \frac{40}{3}$.

Tổng diện tích phần bị khoét đi: $S_1 = 4S = \frac{160}{3} \text{ cm}^2$.

Diện tích của hình vuông là: $S_{hv} = 100 \text{ cm}^2$.

Vậy diện tích bề mặt hoa văn là: $S_2 = S_{hv} - S_1 = 100 - \frac{160}{3} = \frac{140}{3} \text{ cm}^2$.

Câu 13: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn.

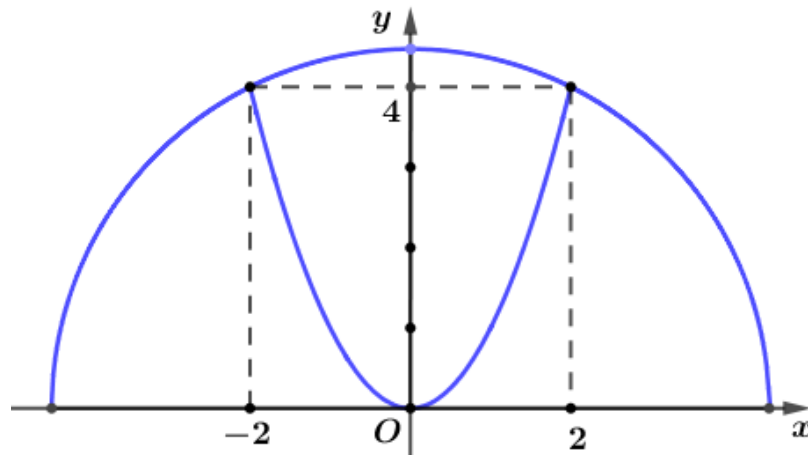


Hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng $4m$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/ m^2 và 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền cần để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên gần nhất với số nào sau đây?

- A. 6.739.000 đồng. B. 1.948.000 đồng. C. 3.926.000 đồng. D. 4.115.000 đồng.

Lời giải

Chọn D



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Khi đó parabol có đỉnh O , đi qua $(2;4)$ và $(-2;4)$ có phương trình $y = x^2$.

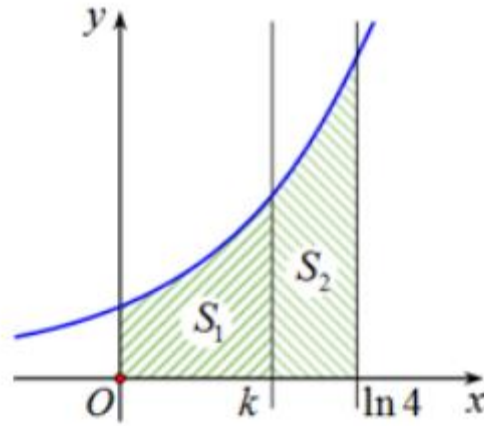
Nửa đường tròn có tâm O , bán kính $\sqrt{20}$ có phương trình $y = \sqrt{20 - x^2}$.

Phần diện tích trồng hoa là $S = \int_{-2}^2 |\sqrt{20 - x^2} - x^2| dx = \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx \approx 11,94$.

Phần diện tích trồng cỏ là $\frac{1}{2} \pi \cdot 20 - S = 19,48$.

Số tiền trồng hoa và cỏ gần bằng $11,94 \times 150.000 + 19,48 \times 100.000 \approx 3.739.000$ đồng.

Câu 14: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($k \in \mathbb{R}, 0 < k < \ln 4$) chia hình phẳng (H) thành hai phần có diện tích S_1 và S_2 như hình vẽ.



Tìm k để $S_2 = 2S_1$.

A. $k = \ln 3$.

B. $k = \ln \frac{8}{3}$.

C. $k = \frac{2}{3} \ln 4$.

D. $k = \ln 2$.

Lời giải

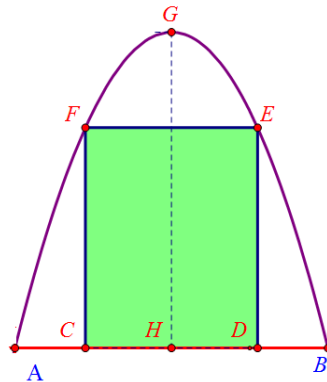
Chọn D

Ta có $S_1 = \int_0^k e^x dx = e^k - 1$.

$$S_2 = \int_k^{\ln 4} e^x dx = e^{\ln 4} - e^k = 4 - e^k.$$

Vì $S_2 = 2S_1 \Rightarrow 4 - e^k = 2e^k - 2 \Leftrightarrow e^k = 2 \Leftrightarrow k = \ln 2$.

Câu 15: Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4\text{m}$, chiều rộng $AB = 4\text{m}$, $AC = BD = 0,9\text{m}$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm giá là 1200000 đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 .



Hỏi tổng chi phí để là hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 11445000 (đồng).

B. 7368000 (đồng).

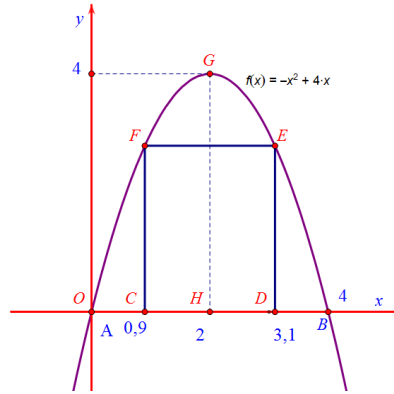
C. 4077000 (đồng).

D. 11370000 (đồng)

Lời giải

Chọn A

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Gọi phương trình của parabol là $y = ax^2 + bx + c$.

$$\text{Do đó ta có } \begin{cases} c = 0 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \\ 2^2a + 2b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Nên phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$.

$$\text{Diện tích của cả công là } S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \approx 10,67 (\text{m}^2).$$

Do vậy chiều cao $CF = DE = f(0,9) = 2,79(\text{m})$.

$$CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2(\text{m}).$$

Diện tích hai cánh công là $S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 \approx 6,14 (\text{m}^2)$.

Diện tích phần xiên hoa là $S_{\text{xi}} = S - S_{CDEF} = 10,67 - 6,14 \approx 4,53 (\text{m}^2)$.

Nên tiền là hai cánh công xấp xỉ là $6,14 \cdot 1200000 = 7368000 (\text{đ})$.

và tiền làm phần xiên hoa xấp xỉ là $4,53 \cdot 900000 = 4077000 (\text{đ})$.

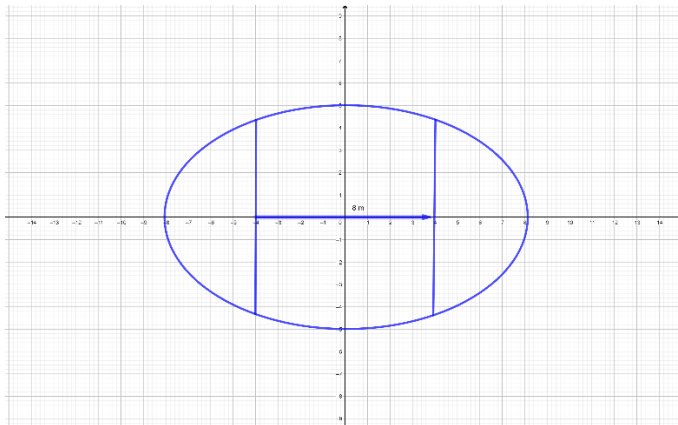
Vậy tổng chi phí là xấp xỉ 11445000 đồng.

Câu 16: Ông Toàn có một mảnh đất hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục nhỏ là 10 m. Ông để một dải đất rộng 8 m làm sân, lối đi và dải đất này nhận trục bé của Elip làm trục đối xứng đồng thời ông muốn trồng hoa hai bên mảnh đất còn lại. Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng /m². Hỏi ông Toàn cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên phần đất đó? (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 7.652.000 đồng. B. 4.913.000 đồng. C. 4.914.000 đồng. D. 7.653.000 đồng.

Lời giải

Chọn B



Giả sử Elip có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Từ giả thiết ta có $2a = 16 \Rightarrow a = 8$ và $2b = 10 \Rightarrow b = 5$. Khi đó Elip có phương trình:

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{8}\sqrt{64-x^2} & (E_1) \\ y = -\frac{5}{8}\sqrt{64-x^2} & (E_2) \end{cases}$$

Mảnh đất trồng hoa nhận trục bé của Elip làm trục đối xứng, nên diện tích của mảnh đất trồng hoa bằng bốn lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường (E_1) , trục Ox, đường thẳng $x = 4$; $x = 8$

$$S = 4 \int_4^8 \frac{5}{8} \sqrt{64-x^2} dx$$

Đặt $x = 8 \sin t$; $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$ suy ra $dx = 8 \cos t dt$

Đổi cận:

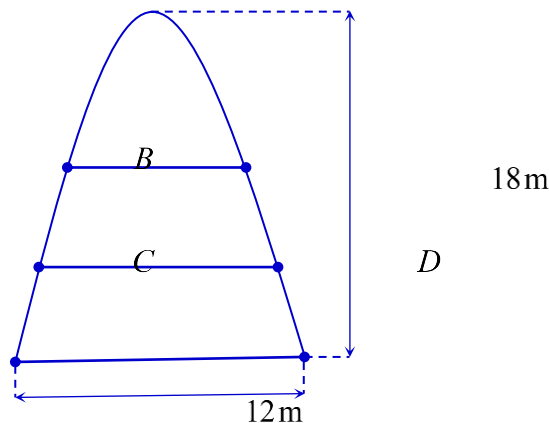
x	4	8
t	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$

$$\text{Do đó: } S = \frac{5}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{64-64\sin^2 t} \cdot 8 \cos t dt = 160 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$$

$$= 80 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{80\pi}{3} - 20\sqrt{3} \quad (m^2)$$

Vậy số tiền ông An cần để trồng hoa là: $T = S \cdot 100000 \approx 4.913.000$ đồng.

Câu 17: Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỷ số $\frac{AB}{CD}$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{4}{5}$.

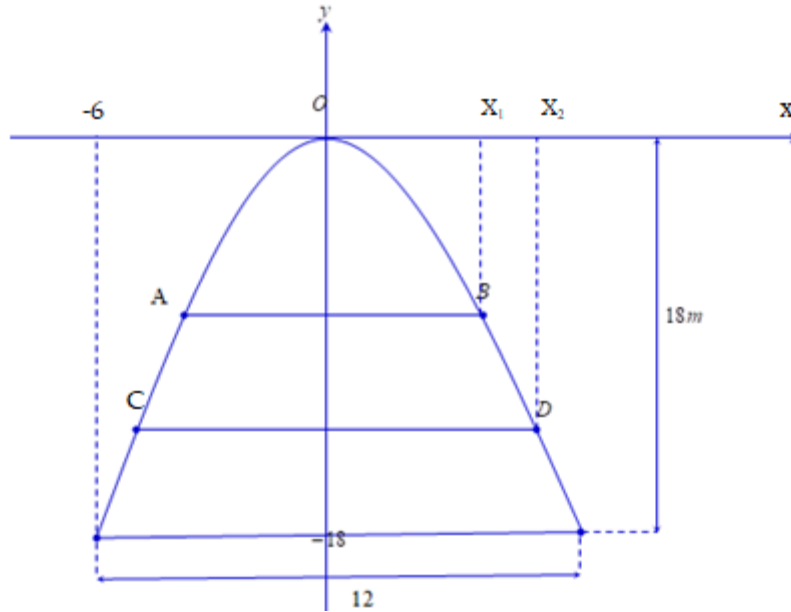
C. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

D. $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Phương trình Parabol có dạng $y = ax^2$ (P).

(P) đi qua điểm có tọa độ $(-6; -18)$ suy ra: $-18 = a(-6)^2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$

Vậy (P) có phương trình (P) $= -\frac{1}{2}x^2$.

Từ hình vẽ ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng $AB: y = -\frac{1}{2}x_1^2$ là

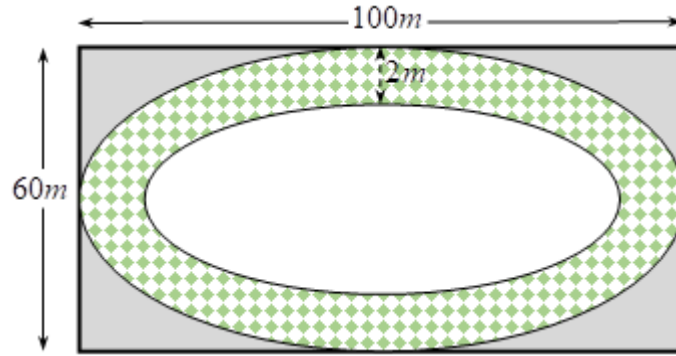
$$S_1 = 2 \int_0^{x_1} \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_1^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x_1^2 x \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{2}{3}x_1^3.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng $CD: y = -\frac{1}{2}x_2^2$ là

$$S_2 = 2 \int_0^{x_2} \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_2^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x_2^2 x \right) \Big|_0^{x_2} = \frac{2}{3}x_2^3$$

Từ giả thiết suy ra $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. Vậy $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 18: Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 m và chiều rộng là 60 m người ta làm một con đường nằm trong sân (tham khảo hình bên). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip, elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là 2 m. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) làm con đường đó.



- A. 294.053.000 đồng. B. 283.904.000 đồng. C. 293.804.000 đồng. D. 283.604.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gắn hệ trục tọa độ Oxy : đặt gốc tọa độ O vào tâm của hình elip và hai trục tọa độ song song với các cạnh của hình chữ nhật.

+ Phương trình Elip của đường viền ngoài của con đường là $(E_1): \frac{x^2}{50^2} + \frac{y^2}{30^2} = 1$. Phần đồ thị

của (E_1) nằm phía trên trục hoành có phương trình $y = 30\sqrt{1 - \frac{x^2}{50^2}} = f_1(x)$.

+ Phương trình Elip của đường viền trong của con đường là $(E_2): \frac{x^2}{48^2} + \frac{y^2}{28^2} = 1$. Phần đồ thị

của (E_2) nằm phía trên trục hoành có phương trình $y = 28\sqrt{1 - \frac{x^2}{48^2}} = f_2(x)$.

+Gọi S_1 là diện tích của (E_1) và S_2 là diện tích của (E_2) .

Gọi S là diện tích con đường. Khi đó

$$S = S_1 - S_2 = 2 \int_{-50}^{50} 30\sqrt{1 - \frac{x^2}{50^2}} dx - 2 \int_{-48}^{48} 28\sqrt{1 - \frac{x^2}{48^2}} dx.$$

Tính tích phân $I = 2 \int_{-a}^a b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx, (a, b \in \mathbb{R}^+)$.

Đặt $x = a \sin t, \left(-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = a \cos t dt$.

Đổi cận $x = -a \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; x = a \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

$$\text{Khi đó } I = 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} b\sqrt{1 - \sin^2 t} \cdot a \cos t dt = 2ab \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = ab \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$$

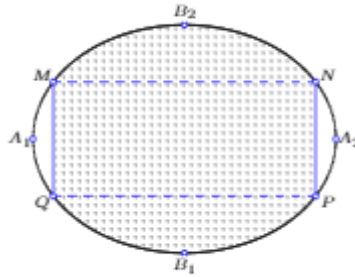
$$= ab \left(t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = ab\pi.$$

Do đó $S = S_1 - S_2 = 50 \cdot 30\pi - 48 \cdot 28\pi = 156\pi$.

Vậy tổng số tiền làm con đường đó là $600000 \cdot S = 600000 \cdot 156\pi \approx 294053000$ đồng.

Câu 19: Một biển cảnh báo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ dưới phần tô đậm được sơn màu đỏ chi phí là 150.000 đồng trên một mét vuông, phần còn lại sơn màu trắng chi

phí là 100.000 đồng trên một mét vuông. Hỏi số tiền (tính theo đồng) để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 10m, B_1B_2 = 8m$, và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 4m$?



A. 9.243.000.

B. 9.620.000.

C. 7.330.000

D. 8.756.000.

Lời giải

Chọn A

Giả sử phương trình elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} A_1A_2 = 10 \\ B_1B_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases}$.

Suy ra $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{4}{5} \sqrt{25 - x^2}$

Diện tích của elip (E) là: $S_E = \pi ab = 20\pi (m^2)$ mà $MQ = 4 \Rightarrow \begin{cases} M = d \cap (E) \\ N = d \cap (E) \end{cases}$ với:

$d: y = 2 \Rightarrow M(-\frac{5\sqrt{3}}{2}; 2), N(\frac{5\sqrt{3}}{2}; 2)$

Khi đó diện tích phần không tô màu là: $S = 4 \int_{\frac{5\sqrt{3}}{2}}^5 \left(\frac{4}{5} \sqrt{25 - x^2} \right) dx = \frac{20}{3} \pi - 10\sqrt{3} (m^2)$

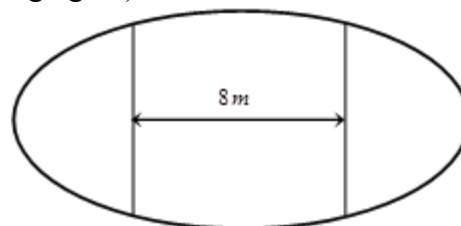
Vậy diện tích phần tô màu là: $S' = S_E - S = 20\pi - \frac{20}{3} \pi + 10\sqrt{3} = \frac{40}{3} \pi + 10\sqrt{3} (m^2)$

Nên tổng chi phí để sơn biển là

$T = 150000 \times (\frac{40}{3} \pi + 10\sqrt{3}) + 100000 \times (\frac{20}{3} \pi - 10\sqrt{3}) \approx 9.243.000$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 20: Ông Toàn có một mảnh đất phẳng hình elip có độ dài trục lớn bằng $16m$ và độ dài trục bé bằng $10m$. Ông để một dải đất rộng $8m$ làm sân, lối đi và dải đất này nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ) đồng thời ông muốn trồng hoa hai bên mảnh đất còn lại. Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi ông Toàn cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 7.652.000 đồng. B. 4.913.000 đồng. C. 4.914.000 đồng. D. 7.653.000 đồng.

Lời giải**Chọn D**

Giả sử elip có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Từ giả thiết ta có $2a = 16 \Rightarrow a = 8$ và $2b = 10 \Rightarrow b = 5$

Vậy phương trình của elip là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{5}{8}\sqrt{64-y^2} & (E_1) \\ y = \frac{5}{8}\sqrt{64-y^2} & (E_2) \end{cases}$

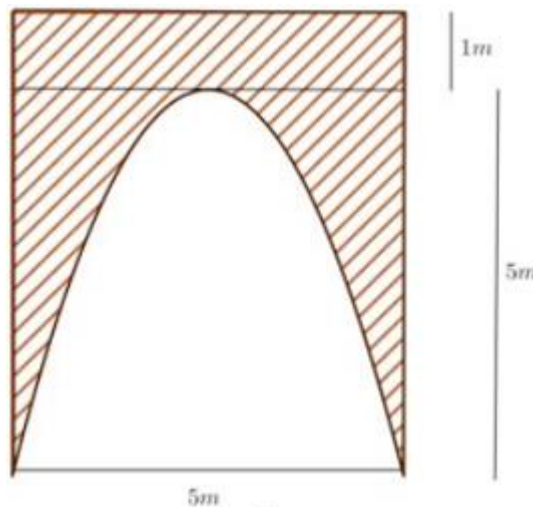
Khi đó diện tích dải vườn được giới hạn bởi các đường (E_1) ; (E_2) ; $x = -4$; $x = 4$ và diện tích

của dải vườn là $S = 2 \int_{-4}^4 \frac{5}{8} \sqrt{64-x^2} dx = \frac{5}{2} \int_0^4 \sqrt{64-x^2} dx$

Tính tích phân này bằng phép đổi biến $x = 8 \sin t$, ta được $S = 80 \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$

Khi đó số tiền là $T = 80 \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \cdot 100000 = 7652891,82 \approx 7.653.000$.

Câu 21: Ông A có một cái cổng hình chữ nhật, lối vào cổng có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Ông A cần trang trí bề mặt (**phần gạch chéo**) của cổng. Ông A cần bao nhiêu tiền để trang trí, biết giá thành trang trí là 1.200.000 đồng/ m^2 ?



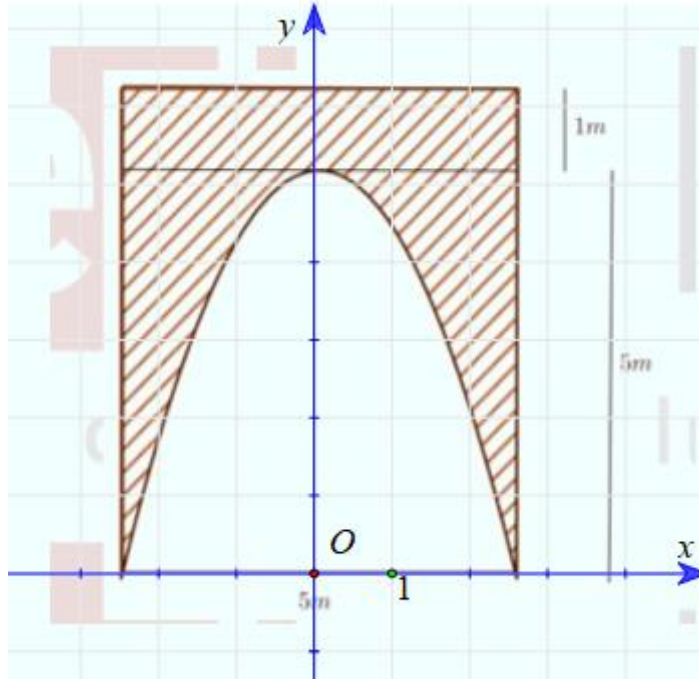
A. 20 triệu đồng.

B. 16 triệu đồng.

C. 10 triệu đồng.

D. 8 triệu đồng.

Lời giải**Chọn B**



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó (P) có phương trình dạng: $y = ax^2 + b$.

Khi đó: $A(2,5;0) \in (P) \Leftrightarrow 0 = a \cdot 2,5^2 + b$. (1)

$B(0;5) \in (P) \Leftrightarrow 5 = a \cdot 0^2 + b$ (2)

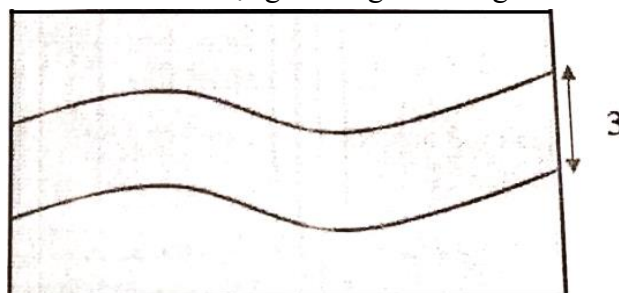
Giải hệ (1) và (2) ta được: $a = -\frac{4}{5}; b = 5$ hay $(P): y = -\frac{4}{5}x^2 + 5$.

Khi đó diện tích phần công (P) là: $S_1 = \int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{4}{5}x^2 + 5\right) dx = \frac{50}{3}$.

Suy ra diện tích phần cần trang trí là: $S_2 = 5 \cdot 6 - \frac{50}{3} = \frac{40}{3}$.

Vậy số tiền cần dùng để trang trí là: $T = 1.200.000 \cdot \frac{40}{3} = 16.000.000$ (đồng).

Câu 22: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 18m, chiều rộng 10m. Người ta đổ ở giữa. Biết bề dày lớp bê tông là 10cm. Tính thể tích lượng bê tông cần dùng?



A. $60m^3$.

B. $6m^3$.

C. $54m^3$.

D. $5,4m^3$.

Lời giải

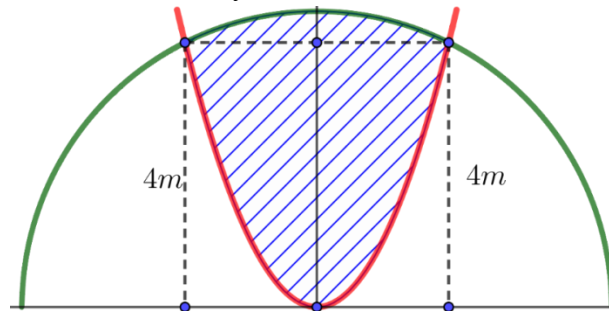
Chọn D

Ta có diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đường giống nhau và luôn chênh nhau một đoạn

bằng 3 bằng $\int_0^{18} 3dx = 3x|_0^{18} = 54m^3$.

Vì bề dày là $10cm = 0,1m$ nên thể tích lượng bê tông cần đổ vào là $V = S \cdot h = 54 \cdot 0,1 = 5,4m^3$

Câu 23: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phân để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (**phần tô màu**) và cách nhau một khoảng bằng $4m$. Phần còn lại của khuôn viên (**phần không tô màu**) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/ m^2 và 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền cần để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó gần nhất với số nào sau đây?

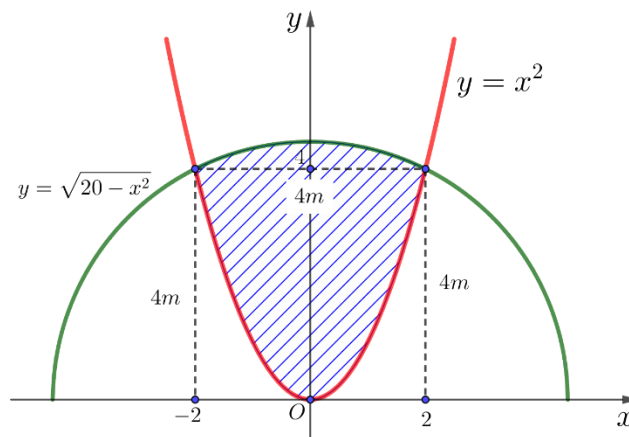


- A. 3.739.000 (đồng). B. 1.948.000 (đồng). C. 3.926.000 (đồng). D. 4.115.000 (đồng).

Lời giải

Chọn A

Kết hợp vào hệ trục tọa độ, ta được:



Gọi parabol là $(P): y = ax^2$. Do $F(2;4) \in (P)$ nên $(P): y = x^2$.

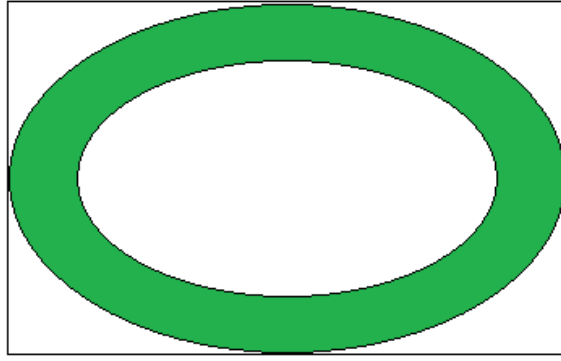
Gọi đường tròn có tâm ở gốc tọa độ là $(C): x^2 + y^2 = R^2$. Do $F(2;4) \in (C)$ nên nửa đường tròn trên là $y = \sqrt{20 - x^2}$.

Đặt S_1 là diện tích phần tô đậm. Khi đó: $S_1 = 2 \cdot \int_0^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx = 20 \arcsin\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right) + \frac{8}{3}$.

Đặt S_2 là diện tích phần không tô đậm. Khi đó: $S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 - S_1 = 10\pi - 20 \arcsin\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right) - \frac{8}{3}$.

Vậy: Số tiền cần để trồng hoa và cỏ Nhật Bản là: $T = 150000 \cdot S_1 + 100000 \cdot S_2 \approx 3738574$ (đồng).

Câu 24: Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài $100m$ và chiều rộng là $60m$ người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường Elip, Elip của viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường là 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)

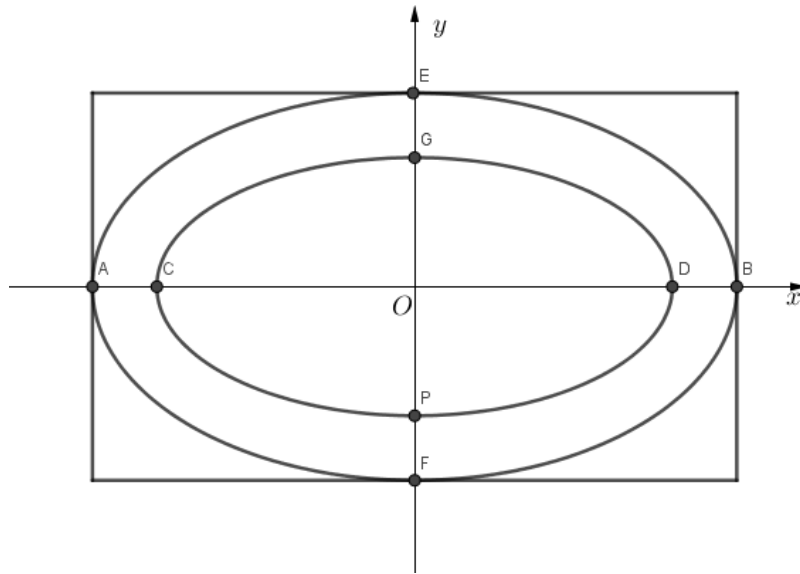


- A. 293904000. B. 283604000. C. 293804000. D. 283904000.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ và các điểm như hình vẽ



Gọi Elip viên ngoài có dạng: $(E_1): \frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} = 1$

Ta có: $2a_1 = 100 \Leftrightarrow a_1 = 50$ và $2b_1 = 60 \Leftrightarrow b_1 = 30$.

Diện tích (E_1) là: $S_1 = \pi a_1 b_1 = \pi \cdot 50 \cdot 30 = 1500\pi (m^2)$.

Vì chiều rộng của mặt đường là $2m$ nên ta có:

$$CD = AB - AC - BD = 100 - 2 - 2 = 96.$$

$$\text{Và } GP = EF - EG - PF = 60 - 2 - 2 = 56.$$

Gọi Elip viên trong có dạng: $(E_2): \frac{x^2}{a_2^2} + \frac{y^2}{b_2^2} = 1$.

Ta có: $2a_2 = 96 \Leftrightarrow a_2 = 48$ và $2b_2 = 56 \Leftrightarrow b_2 = 28$.

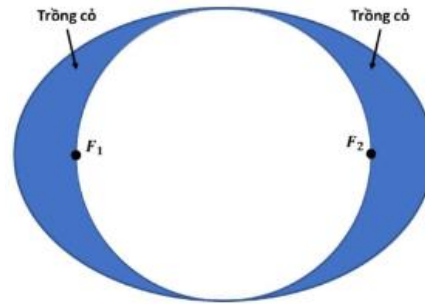
Diện tích (E_2) là: $S_2 = \pi a_2 b_2 = \pi \cdot 48 \cdot 28 = 1344\pi (m^2)$.

Khi đó diện tích mặt đường là: $S = S_1 - S_2 = 1500\pi - 1344\pi = 156\pi (m^2)$.

Lấy $\pi \approx 3,14$ ta được tổng tiền làm đường là: $T = S \cdot 600.000 \approx 156 \cdot 3,14 \cdot 600.000 \approx 293904000$ (đồng).

Câu 25: Ông A đã cải tạo một miếng đất thành hình elip. Elip này có độ dài trục lớn là 12 mét. Trong elip có một đường tròn đi qua các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm F_1, F_2 . Ông A muốn trồng

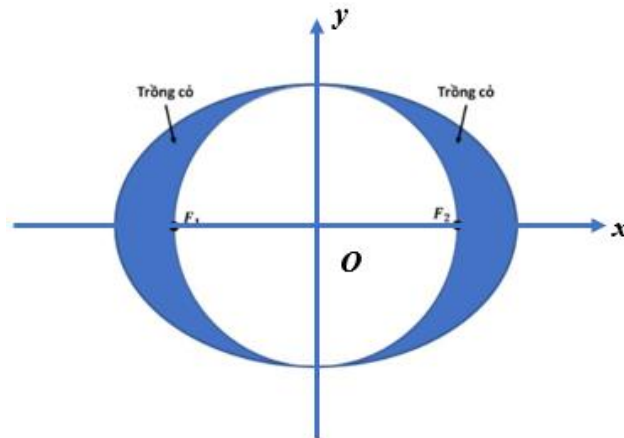
cỏ May Mẩn cho mảnh đất là phần bên trong Elip và bên ngoài đường tròn. Biết rằng chi phí cho việc trồng cỏ May Mẩn là 60 nghìn đồng trên một mét vuông. Hỏi tổng chi phí trồng cỏ May Mẩn gần nhất với số tiền nào sau đây?



- A. 2811 nghìn đồng. B. 1405 nghìn đồng. C. 447 nghìn đồng. D. 895 nghìn đồng.

Lời giải

Chọn B



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Phương trình elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$ và phương trình đường tròn $x^2 + y^2 = R^2$.

Độ dài trục lớn là 12 mét, suy ra $a = 6$.

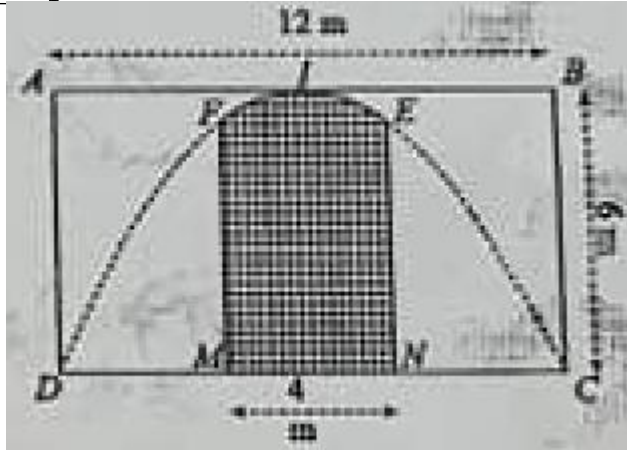
Vì đường tròn đi qua các đỉnh trên trục nhỏ và tiêu điểm của elip nên $b = c = R$.

Do đó $c^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow 2c^2 = a^2 \Leftrightarrow 2c^2 = 36 \Rightarrow c = 3\sqrt{2}$

Tổng chi phí để trồng cỏ May Mẩn là

$$T = 4 \cdot \left(3\sqrt{2} \int_0^6 \sqrt{1 - \frac{x^2}{36}} dx - \int_0^{3\sqrt{2}} \sqrt{18 - x^2} dx \right) \cdot 60000 \approx 1405 \text{ nghìn đồng.}$$

Câu 26: Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình MNEIF ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật ABCD có chiều cao $BC = 6$ m, chiều dài $CD = 12$ m (hình vẽ bên). Cho biết MNEF là hình chữ nhật có $MN = 4$ m, cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C, D . Kinh phí làm bức tranh là 900.000 đồng/m². Hỏi công ty X cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó?



- A. 21200000 đồng. B. 20600000 đồng. C. 20800000 đồng. D. 20400000 đồng.

Lời giải

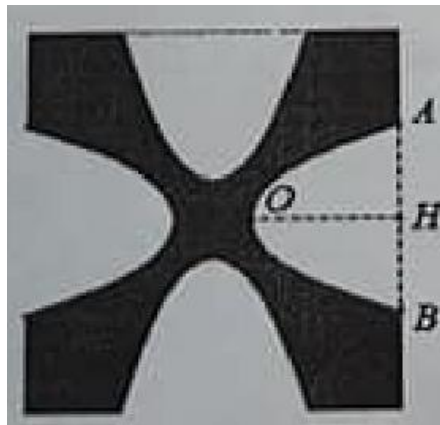
Chọn C

Lập hệ tọa độ Oxy sao cho O trùng với I, tia Ox trùng tia IB, tia Oy trùng với tia IJ (J là trung điểm CD). Khi đó, phương trình của parabol có dạng $y = ax^2$. Vì parabol đi qua điểm C(6; 6)

nên $a = \frac{1}{6} \Rightarrow y = \frac{1}{6}x^2$.

Số tiền cần sử dụng tính bởi công thức $T = 900000 \int_{-2}^2 \left(6 - \frac{1}{6}x^2\right) dx = 20800000$.

Câu 27: Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



- A. 50 cm^2 . B. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$. C. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$. D. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$.

Lời giải

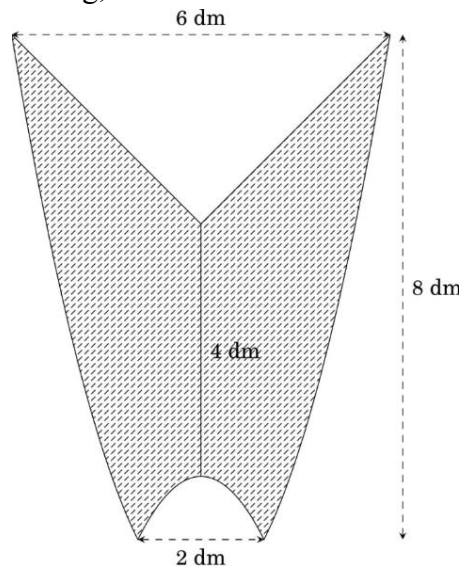
Chọn C

Chọn hệ tọa độ HAO trùng với hệ tọa độ Oxy. Khi đó phương trình parabol có dạng $y = ax^2 + 4$

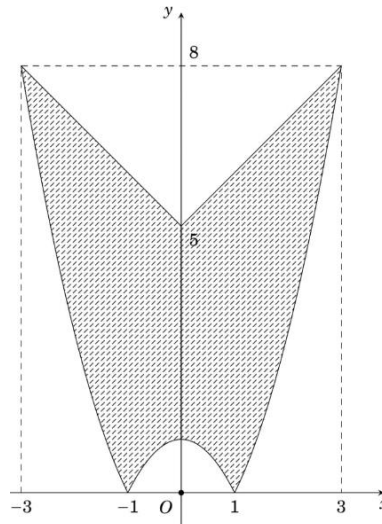
. Vì parabol đi qua điểm $A\left(\frac{5}{2}; 0\right) \Rightarrow 0 = \frac{25}{4}a + 4 \Rightarrow a = -\frac{16}{25} \Rightarrow y = -\frac{16}{25}x^2 + 4$

Diện tích bề mặt hoa văn tính bởi công thức $S = 100 - 8 \int_0^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{16}{25}x^2 + 4\right) dx = \frac{140}{3}$.

Câu 28: Ông T làm logo bằng một tấm nhựa phẳng, có hình dạng là một hình trục đối xứng. Biết đường viền hai bên là hai nhánh của một parabol và lõm phía dưới đáy cũng có dạng là một parabol, hai nhánh phía trên là hai đoạn thẳng, như hình bên dưới. Tính diện tích của logo đó.



Lời giải



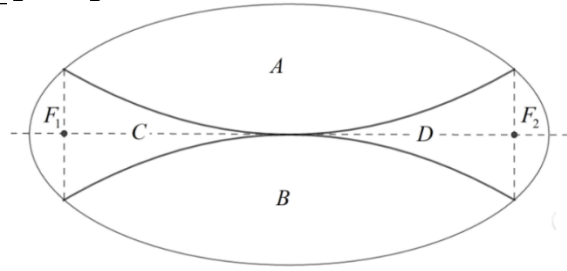
Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó nửa bên phải trục tung là hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 1$, $y = x + 5$; $y = -x^2 + 1$; $x = 0$.

Diện tích hình phẳng (H)

$$S_{(H)} = \int_0^1 (x + 5 - (1 - x^2)) dx + \int_1^3 (x + 5 - (x^2 - 1)) dx = \frac{73}{6} (dm^2)$$

$$\text{Vậy diện tích cần tìm là } S = 2S_{(H)} = \frac{73}{3} (dm^2)$$

Câu 29: Ông An dự định làm một vườn hoa dạng elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của elip như hình vẽ dưới. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của elip lần lượt là $16m$ và $8m$, F_1 , F_2 là hai tiêu điểm của elip. Phần A , B dùng để trồng hoa, phần C , D dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông hoa và cỏ lần lượt là 200.000 và 100.000 đồng. Tính tổng tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến hàng nghìn).

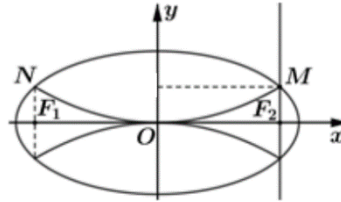


- A. 17.679.000 đồng. B. 19.526.000 đồng. C. 19.526.000 đồng. D. 13.547.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Độ dài của trục lớn là $16m$ nên $2a = 16 \Rightarrow a = 8$.

Độ dài của trục bé là $8m$ nên $2b = 8 \Rightarrow b = 4$.

Vậy $(E): \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$. Khi đó, $c^2 = a^2 - b^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \Rightarrow c = 4\sqrt{3}$.

Vậy $F_2(4\sqrt{3}; 0)$, $F_1(-4\sqrt{3}; 0)$

Hơn nữa, diện tích elip là $S = \pi ab = 32\pi$.

Xét phần elip nằm ở bên trên trục hoành. Khi đó

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{16} = 1 - \frac{x^2}{64} \Rightarrow y^2 = 16\left(1 - \frac{x^2}{64}\right) \Rightarrow y = 4\sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{64}\right)}$$

$$\text{Vậy } (E_1): y = 4\sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{64}\right)}$$

Xét phần parabol nằm ở phía trên trục hoành. Khi đó vì parabol có đỉnh là gốc tọa độ nên

$$(P): y = ex^2 \text{ với } e \neq 0.$$

Gọi M là giao điểm của đường thẳng $x = 4\sqrt{3}$ với phần trên elip. Khi đó $M(4\sqrt{3}; 2)$ thuộc (P)

$$\text{nên ta có } e = \frac{1}{24} \text{ hay } (P): y = \frac{x^2}{24}.$$

$$\text{Diện tích phần } A: S_A = \int_{-4\sqrt{3}}^{4\sqrt{3}} \left(4\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} - \frac{x^2}{24}\right) dx = \frac{8}{3}(4\pi + \sqrt{3}).$$

$$\text{Khi đó } S_B = \frac{8}{3}(4\pi + \sqrt{3}).$$

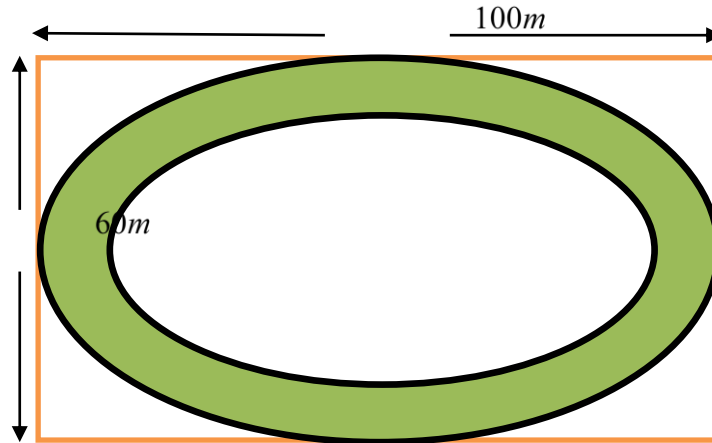
$$\text{Suy ra diện tích trồng cỏ là } 32\pi - \frac{16}{3}(4\pi + \sqrt{3}) = \frac{32}{3}\pi - \frac{16\sqrt{3}}{3}.$$

Suy ra phần tiền để hoàn thành vườn hoa:

$$\left(\frac{32}{3}\pi - \frac{16\sqrt{3}}{3}\right)100.000 + \frac{16}{3}(4\pi + \sqrt{3})200.000 \approx 17.679.000 \text{ đồng.}$$

Câu 30: Một khu công viên hình chữ nhật có chiều dài là $100m$ và chiều rộng là $60m$. Người ta làm một con đường nằm trong sân (tham khảo hình dưới). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip, đường elip viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật, chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường là 600.000 đồng. Tính tổng số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) để làm con đường đó.

A. 293.804.000 đồng. B. 283.604.000 đồng. C. 294.053.000 đồng. D. 283.904.000 đồng.



Lời giải

Chọn C

Gọi diện tích hình elip phía ngoài có diện tích là S_1 khi đó ta có:

- Độ dài trục lớn là $2a_1 = 100 \Leftrightarrow a_1 = 50$.

- Độ dài trục nhỏ là $2b_1 = 60 \Leftrightarrow b_1 = 30$.

- Diện tích $S_1 = \pi a_1 b_1 = 1500\pi \text{ (m}^2\text{)}$.

Gọi diện tích hình elip phía trong có diện tích là S_2 khi đó ta có:

- Độ dài trục lớn là $2a_2 = 100 - 2 \cdot 2 = 96 \Leftrightarrow a_2 = 48$.

- Độ dài trục nhỏ là $2b_2 = 60 - 2 \cdot 2 = 56 \Leftrightarrow b_2 = 28$.

- Diện tích $S_2 = \pi a_2 b_2 = 1344\pi \text{ (m}^2\text{)}$.

Vậy diện tích con đường là: $S = S_1 - S_2 = 156\pi \text{ (m}^2\text{)}$.

Tổng số tiền làm đường là $T = 600.000S \approx 294.053.000$ đồng.

Câu 31: Chuẩn bị đón hè 2021, nhà bác Hoa mời thợ về làm mái vòm chống nắng cho khoảng sân trước nhà bằng loại nhựa thông minh polycacnonat màu trắng trong với đơn giá $1m^2$ là 655.000 đồng. Mái vòm là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ phủ kín sân có chiều dài $10m$, khi đặt thước dây vào 3 điểm A, B, C đo được $AB = 2,8m; BC = 3,6m; AC = 6,2m$ (hình minh họa bên dưới). Hỏi số tiền (đơn vị đồng, làm tròn đến hàng nghìn) mua mái nhựa gần nhất với số nào dưới đây?

A. 263514000.

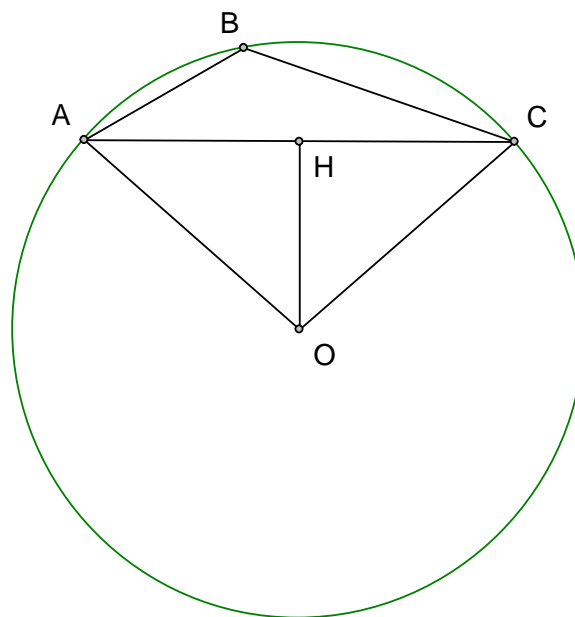
B. 42387000.

C. 40387000.

D. 4238700.



Lời giải



Gọi R là bán kính đáy của hình trụ.

Xét tam giác ABC có $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{abc}{4R}$.

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{2,8+3,6+6,2}{2} = 6,3.$$

$$S = \sqrt{6,3(6,3-2,8)(6,3-3,6)(6,3-6,2)} = \sqrt{5,9535}$$

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{3,6 \cdot 2,8 \cdot 6,2}{4\sqrt{5,9535}} \approx 6,403 \text{ m}.$$

Chu vi đường tròn đáy là $2\pi R = 2\pi \cdot 6,403 = \frac{6403}{500}\pi$.

Gọi H là trung điểm của AC ta có $OH \perp AC$ nên

$$\sin AOH = \frac{AH}{OA} = \frac{6,2}{2 \cdot 6,403} = \frac{3100}{6403} \Rightarrow AOC \approx 57,913^\circ.$$

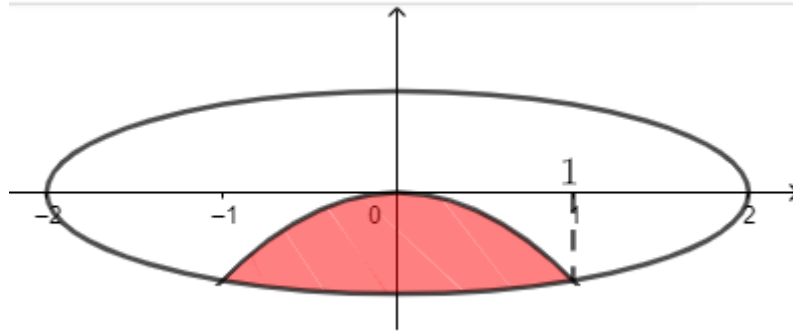
Vậy góc ở tâm của cung ABC có số đo $57,913^\circ$.

Vì số đo của cung ABC bằng $\frac{57,913}{360} \approx 0,161$ chu vi đường tròn đáy nên diện tích mái vòm là

$$\frac{57,913}{360} \cdot 2\pi Rh = \frac{57,913}{360} \cdot 2\pi \cdot 6,403 \cdot 10 \approx 6,4712 \text{ m}^2.$$

Vậy số tiền mua tấm nhựa làm mái vòm là $6,4712 \cdot 655000 = 4238636$ (đồng).

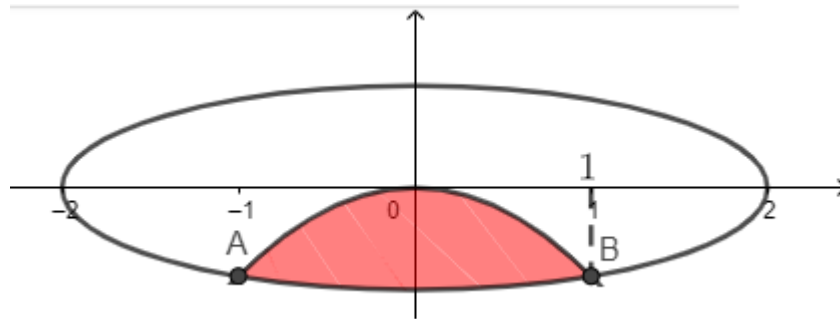
Câu 32: Bác An có sân vườn hình Elip độ dài cạnh lớn là $2m$ và cạnh bé là $\frac{1}{\sqrt{3}}m$, bác xây ao cá là phần tô đậm trong hình vẽ, đường viền biên của ao cá trong sân là một đường Parabol. Phần không xây ao cá, Bác An mua thêm hoa về trồng. Biết rằng $1m^2$ ao cá có giá 250000 đồng và $1m^2$ trồng hoa có giá 50000 đồng. Hỏi bác An tốn bao nhiêu tiền để hoàn thành khu vườn?



- A. 257056,872 đồng. B. 335633,2274 đồng.
C. 725519,7457 đồng. D. 362759,8728 đồng.

Lời giải

Chọn B



Phương trình Elip (E) là: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1 \Rightarrow x^2 + 12y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{4-x^2}{12}}$

Điểm A và $B \in (E)$ suy ra $B\left(1; -\frac{1}{2}\right), A\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

Giả sử phương trình Parabol (P) là: $y = ax^2 + bx + c$.

Vì $A, B, O \in (P)$, suy ra $a = \frac{-1}{2}, b = 0, c = 0$.

Vậy (P): $y = \frac{-1}{2}x^2$.

Xét phần hình phẳng (H) bị giới hạn bởi đường $y = -\sqrt{\frac{4-x^2}{12}}, y = \frac{-1}{2}x^2, x = 1, x = -1$.

Diện tích phần hình phẳng (H) là:

$$S = \int_{-1}^1 \left(\frac{-1}{2}x^2 + \sqrt{\frac{4-x^2}{12}} \right) dx = \frac{-x^3}{6} \Big|_{-1}^1 + \frac{\sqrt{3}}{6} \int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{-1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6} \int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx$$

Đặt $x = 2 \sin t$ với $t \in \left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$

Khi đó:

$$S = \frac{-1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 4 \cos^2 t dt = \frac{-1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{-1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = \frac{-1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

Diện tích cả sân vườn là: $S_{sv} = \pi \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \pi$

Tổng chi phí là: $S \cdot 250000 + (S_{sv} - S) \cdot 50000 = 335633,2274$ đồng.

Câu 33: Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).

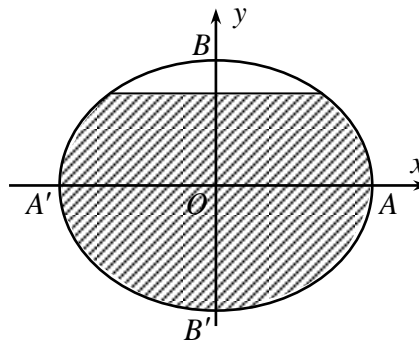


- A. $V = 1,52m^3$. B. $V = 1,31m^3$. C. $V = 1,27m^3$. D. $V = 1,19m^3$.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Theo đề bài ta có phương trình của Elip là $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của dầu với elip.

Gọi S_1 là diện tích của Elip ta có $S_1 = \pi ab = \pi \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{\pi}{5}$.

Gọi S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi Elip và đường thẳng MN (phần không bị gạch trong hình).

Theo đề bài chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m nên

ta có phương trình của đường thẳng MN là $y = \frac{1}{5}$.

Mặt khác từ phương trình $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ ta có $y = \frac{4}{5} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$ do đồ thị hàm số ở trên trục hoành.

Do đường thẳng $y = \frac{1}{5}$ cắt Elip tại hai điểm M, N có hoành độ lần lượt là $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ và $\frac{\sqrt{3}}{4}$ nên

$$S_2 = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \left(\frac{4}{5} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} - \frac{1}{5} \right) dx = \frac{4}{5} \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} dx - \frac{\sqrt{3}}{10}.$$

Tính $I = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} dx$. Đặt $x = \frac{1}{2} \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow dx = \frac{1}{2} \cos t dt$.

Đổi cận: Khi $x = \frac{-\sqrt{3}}{4}$ thì $t = -\frac{\pi}{3}$; Khi $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $t = \frac{\pi}{3}$.

Khi đó $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos^2 t dt = \frac{1}{8} \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{1}{8} \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Vậy $S_2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8} \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{\pi}{15} - \frac{\sqrt{3}}{20}$.

Thể tích của dầu trong thùng là $V = \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{15} + \frac{\sqrt{3}}{20} \right) \cdot 3 = 1,52$.

