**TUYỂN TẬP CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG TOÁN 9**

**MỨC ĐỘ CƠ BẢN**

# CHUYÊN ĐỀ 3. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

MỤC LỤC

[Chủ đề 3. Hệ thức lượng trong tam giác vuông 1](#_Toc46931406)

[Vấn đề 1. Hệ thức về cạnh và đường cao 2](#_Toc46931407)

[Vấn đề 2. Hệ thức về cạnh và đường cao 5](#_Toc46931408)

[Vấn đề 3. Luyện tập hệ thức về cạnh và đường cao 7](#_Toc46931409)

[Vấn đề 4. Tỉ số lượng giác của góc nhọn (phần i) 9](#_Toc46931410)

[Vấn đề 5. Tỉ số lượng giác của góc nhọn (phần ii) 12](#_Toc46931411)

[Vấn đề 6. Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông (phần i) 16](#_Toc46931412)

[Vấn đề 7. Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông (phần ii) 19](#_Toc46931413)

[Ôn tập chủ đề 3 22](#_Toc46931414)

[Đáp án 26](#_Toc46931415)

## VẤN ĐỀ 1. HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO

**TRONG TAM GIÁC VUÔNG (PHẦN I)**

**A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

Cho tam giác vuông tại  đường cao . Khi đó ta có các hệ thức sau:

|  |  |
| --- | --- |
| * hay
* hay
* hay
* hay
* hay
* (Định lí Pytago)
 |  |

**B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

**Dạng 1. Tính độ dài các đoạn thẳng trong tam giác vuông**

*Phương pháp giải*: Cho tam giác vuông tại  đường cao . Nếu biết độ dài hai trong sáu đoạn thẳng thì ta tính luôn được bốn đoạn còn lại.

* *Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập sau:*

Bài 1. Tính trong mỗi trường hợp sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Hình 1 | Hình 2 | Hình 3 |

**Bài 2**. Cho tam giác vuông tại  đường cao .

1. Cho biết  Tính độ dài các đoạn thẳng 
2. Cho biết  Tính độ dài các đoạn thẳng 

**Bài 3**. Cho tam giác vuông tại Cho biết và  Tính độ dài đoạn thẳng và 

**Bài 4**. Cho tam giác vuông tại  đường cao . Cho biết và  Tính độ dài đoạn thẳng và 

* *Học sinh tự luyện những bài tập sau tại lớp:*

**Bài 5**. Tính trong mỗi trường hợp sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Hình 4 | Hình 5 | Hình 6 |

**Bài 6**. Cho tam giác vuông tại  đường cao .

1. Cho biết  Tính độ dài các đoạn thẳng 
2. Cho biết  Tính độ dài các đoạn thẳng 
3. Cho biết  Tính độ dài các đoạn thẳng 

**Bài 7**. Cho tam giác vuông tại  đường cao . Cho biết  và .

Tính độ dài đoạn thẳng và 

**Bài 8**. Cho tam giác vuông tại  đường cao . Cho biết và  Tính độ dài đoạn thẳng và 

**C. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 9**. Cho tam giác vuông tại  đường cao . Cho biết  Tính độ dài đoạn thẳng và 

**Bài 10**. Cho tam giác vuông tại  đường cao .

1. Cho biết  Tính độ dài các đoạn thẳng 
2. Cho biết  Tính độ dài các đoạn thẳng 

**Bài 11**. Cho tam giác  vuông tại  đường cao . Tính diện tích tam giác  biết

**Bài 12**. Cho tam giác , biết .

1. Tính đường cao  của tam giác .
2. Tính độ dài 

**Bài 13**. Cho tam giác vuông với các cạnh góc vuông là  và . Kẻ đường cao ứng với cạnh huyền. Tính độ dài đường cao và các đoạn thẳng mà đường cao đó chia ra trên cạnh huyền.

**Bài 14**. Cho tam giác vuông tại  đường cao . Cho biết  và .

Tính độ dài đoạn thẳng và 

**Bài 15**. Cho  là hình thang vuông tại và . Đường chéo  Biết  Tính độ dài  và .

## VẤN ĐỀ 2. HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO

**TRONG TAM GIÁC VUÔNG (PHẦN II)**

**A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

*Nhắc lại lí thuyết*. Cho tam giác vuông tại  đường cao . Khi đó ta có các hệ thức sau:

|  |  |
| --- | --- |
| * hay
* hay
* hay
* hay
* hay
* (Định lí Pytago)
 |  |

**B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

**Dạng 2. Chứng minh các hệ thức liên quan đến tam giác vuông**

*Phương pháp giải*: Sử dụng các hệ thức về cạnh và đường cao một cách hợp lí theo hướng:

*Bước 1*: Chọn các tam giác vuông thích hợp chứa các đoạn thẳng có trong hệ thức.

*Bước 2*: Tính các đoạn thẳng đó nhờ hệ thức về cạnh và đường cao.

*Bước 3*: Liên kết các giá trị trên để rút ra hệ thức cần chứng minh.

* *Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập sau:*

**Bài 1**. Cho tam giác  nhọn, đường cao . Gọi  theo thứ tự là hình chiếu của  lên  Chứng minh:

1. 
2. 

**Bài 2**. Cho hình vuông  Gọi  là một điểm nằm giữa và . Tia  và tia  cắt nhau ở . Kẻ đường thẳng qua , vuông góc với , cắt đường thẳng  tại . Chứng minh:

1. Tam giác là tam giác cân;
2. Tổng  không đổi khi  thay đổi trên cạnh .
* *Học sinh tự luyện những bài tập sau tại lớp:*

**Bài 3**. Cho tam giác  có ba góc nhọn và  là đường cao.

1. Chứng minh 
2. Gọi theo thứ tự là hình chiếu của lên . Chứng minh: 

**Bài 4**. Cho hình thoi  có hai đường chéo cắt nhau tại . Cho biết khoảng cách từ tới mỗi cạnh hình thoi là . Chứng minh: 

**C. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 5**. Cho hình chữ nhật có 

1. Tính độ dài đoạn thẳng ;
2. Vẽ  Tính độ dài đoạn thẳng ;
3. Đường thẳng  cắt và  lần lượt tại  và . Chứng minh: 

**Bài 6**. Cho hình thang  vuông tại và . Cho biết  các đường chéo  và  vuông góc với nhau ở . Tính:

1. Độ dài các đoạn thẳng 
2. Độ dài đoạn thẳng ;
3. Diện tích hình thang .

**Bài 7**. Cho tam giác vuông tại đường cao , kẻ  lần lượt vuông góc với . Chứng minh:

a)  b) 

**Bài 8**. Cho tam giác cân tại có  và  là hai đường cao. Kẻ đường thẳng vuông góc với  tại  cắt tia  tại . Chứng minh:

a)  b) 

## VẤN ĐỀ 3. LUYỆN TẬP HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO

**TRONG TAM GIÁC VUÔNG**

**A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

*Nhắc lại lí thuyết.* Cho tam giác vuông tại  đường cao . Khi đó ta có các hệ thức sau:

|  |  |
| --- | --- |
| * hay
* hay
* hay
* hay
* hay
* (Định lí Pytago)
 |  |

**B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

* *Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập sau:*

**Bài 1**. Cho tam giác  vuông tại  đường cao . Cho biết  Gọi  lần lượt là hình chiếu của lên các cạnh 

1. Tính độ dài đoạn thẳng .
2. Các đường thẳng vuông góc với  tại  lần lượt cắt tại Chứng minh 
3. Tính diện tích của tứ giác 

**Bài 2**. Cho tam giác  vuông tại  đường cao . Gọi  lần lượt là hình chiếu của lên các cạnh  Chứng minh:

a)  b)  c)  d) 

* *Học sinh tự luyện những bài tập sau tại lớp:*

**Bài 3**. Cho tam giác  vuông tại  đường cao .

1. Cho biết  Tính độ dài các đoạn thẳng 
2. Cho biết  Tính độ dài các đoạn thẳng 

**Bài 4**. Tìm độ dài các cạnh của một tam giác vuông nếu đường cao ứng với cạnh huyền có độ dài và hình chiếu của các cạnh góc vuông trên cạnh huyền theo tỉ lệ 

**Bài 5**. Cho tam giác  vuông tại  phân giác  đường cao . Cho biết Tính độ dài các đoạn thẳng 

**Bài 6**. Cho hình thang cân  có độ dài cạnh đáy  và cạnh bên Cho biết đường chéo vuông góc với cạnh bên . Tính diện tích của hình thang .

**C. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 7**. Cho tam giác  vuông tại  đường cao .

1. Nếu  Tính độ dài các đoạn .
2. Nếu Tính độ dài các đoạn .

**Bài 8**. Cho tam giác  vuông tại  đường cao . Cho biết  và . Tính độ dài các đoạn thẳng 

**Bài 9**. Cho tam giác  vuông tại  phân giác  đường cao . Cho biết Tính độ dài các đoạn thẳng 

**Bài 10**. Cho tam giác  vuông tại  đường cao . Tính chu vi của tam giác biết rằng ,

**Bài 11**. Cho tam giác  vuông tại  đường cao . Tính diện tích tam giác biết rằng 

**Bài 12**. Cho tam giác  vuông tại , đường cao .

1. Cho biết  Tính 
2. Gọi  và  theo thứ tự là hình chiếu của  lên  và . Chứng minh: .
3. Gọi  là chân đường vuông góc kẻ từ  xuống . Chứng minh 
4. Chứng minh: 

## VẤN ĐỀ 4. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN (PHẦN I)

**A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

* Cho góc nhọn . Dựng tam giác  vuông tại sao cho  . Từ đó ta có:

|  |  |
| --- | --- |
|  * Với góc nhọn  bất kì, ta luôn có:

 |  |

* Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng cotang góc kia.
* Bảng tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

**Dạng 1. Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn, tính cạnh, tính góc**

*Phương pháp giải*: Sử dụng kiến thức trong phần Tóm tắt lí thuyết ở trên.

* *Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập sau:*

**Bài 1.** Cho tam giác  vuông tại  có . Tính các tỉ số lượng giác của góc . Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc .

**Bài 2**. Cho tam giác  vuông tại  đường cao . Hãy tính  và  trong các trường hợp sau (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 4):

a)  b) 

**Bài 3**. Cho tam giác  có .

1. Chứng minh  là tam giác vuông.
2. Tính các tỉ số lượng giác của góc  Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc 

**Bài 4.** Cho tam giác  vuông tại  hãy tính các tỉ số lượng giác của góc  biết rằng 

**Bài 5.** Cho tam giác  vuông tại   Tính độ dài các đoạn thẳng  và .

* *Học sinh tự luyện những bài tập sau tại lớp:*

**Bài 6.** Cho tam giác  vuông tại  có  Tính các tỉ số lượng giác của góc . Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc .

**Bài 7**. Cho tam giác  có .

1. Chứng minh  là tam giác vuông.
2. Tính các tỉ số lượng giác của góc  Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc .

**Bài 8.** Cho tam giác  vuông tại Cho biết  Hãy tính các tỉ số lượng giác của góc .

**Bài 9.** Cho tam giác  vuông tại   Hãy tính độ dài các đoạn thẳng  và .

**C. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 10.** Cho tam giác  vuông tại có  Tính các tỉ số lượng giác của góc . Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc .

**Bài 11**. Cho tam giác  vuông tại  Biết  Tính độ dài các cạnh 

**Bài 12**. Tìm  biết 

**Bài 13**. Cho tam giác  vuông tại  Tính  biết:

a)  ; b) 

**Bài 14**. Cho tam giác  vuông tại  

1. Tính độ dài các cạnh 
2. Kẻ từ các đường thẳng  lần lượt vuông góc với các đường phân giác trong và ngoài của góc . Chứng minh  và .
3. Chứng minh tam giác  và  đồng dạng. Tìm tỉ số đồng dạng.

## VẤN ĐỀ 5. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN (PHẦN II)

**A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

* Cho góc nhọn . Dựng tam giác  vuông tại sao cho  . Từ đó ta có:



* Với góc nhọn  bất kì, ta luôn có:



* Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng cotang góc kia.
* Bảng tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

**Dạng 2. Sắp thứ tự dãy các tỉ số lượng giác**

*Phương pháp giải*: Để sắp thứ tự dãy các tỉ số lượng giác cho trước, ta cần làm được hai bước sau:

*Bước 1*: Đưa về các tỉ số lượng giác trong bài toán cùng loại bằng cách sử dụng tính chất: “Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cos góc kia, tan góc này bằng cot góc kia”.

*Bước 2:* Với hai góc nhọn , ta có:



* *Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập sau:*

**Bài 1**. Không dùng bảng số và máy tính, hãy so sánh:

a)  và  b)  và  c)  và  d)  và 

**Bài 2**. Sắp xếp tỉ số lượng giác sau theo thứ tự từ lớn đến bé:

a) 

b) .

* *Học sinh tự luyện những bài tập sau tại lớp:*

**Bài 3**. Không dùng bảng số và máy tính, hãy so sánh:

a)  và  b)  và  c)  và  d)  và 

**Bài 4**. Sắp xếp tỉ số lượng giác sau theo thứ tự từ lớn đến bé:

a) 

b) 

**Dạng 3. Dựng góc nhọn  biết tỉ số lượng giác của nó là .**

*Phương pháp giải*: Dựng một tam giác vuông có hai cạnh là m và n trong đó m và n là hai cạnh góc vuông hoặc một cạnh góc vuông và một cạnh huyền rồi vận dụng định nghĩa tỉ số lượng giác để nhận ra góc .

* *Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập sau:*

**Bài 5**. Dựng góc nhọn  biết rằng:

a)  b)  c)  d) .

**Bài 6**. Dựng góc nhọn  biết rằng:

a)  b)  c)  d) .

**C. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 7**. Cho tam giác  vuông tại Biết Tính cạnh 

**Bài 8**. Cho tam giác  vuông tại Đường cao . Tính  biết răng:

a)  b) 

**Bài 9**. Dựng góc nhọn  biết rằng:

a)  b)  c)  d) .

**Bài 10**. Sắp xếp tỉ số lượng giác sau theo thứ tự từ lớn đến bé:

a) ;

b) 

**Bài 11.** Tính giá trị biểu thức:



**Bài 12**. Tìm  biết 

**Bài 13**. Cho tam giác  vuông tại  .

1. Tính độ dài các cạnh 
2. Kẻ từ các đường thẳng  lần lượt vuông góc với các đường phân giác trong và ngoài của góc . Chứng minh  và .
3. Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác . Tìm tỉ số đồng dạng.

**Bài 14**. Không dùng máy tính hoặc bảng số, hãy tính:

a) 

b) 

**Bài 15.** Cho tam giác  vuông tại đường trung tuyến , đường cao  Chứng minh:

a)  b)  c) 

## VẤN ĐỀ 6. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG (PHẦN I)

**A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

* Cho tam giác  vuông tại có . Ta có:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* Trong một tam giác vuông

Cạnh góc vuông = (cạnh huyền)  (sin góc đối) = (cạnh huyền)  (cos góc kề)

Cạnh góc vuông = (Cạnh góc vuông)  (tan góc đối) = (cạnh góc vuông còn lại)  (cot góc kề).

**B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

**Dạng 1. Giải tam giác vuông**

*Phương pháp giải:*

1. Giải tam giác vuông là tính độ dài các cạnh và số đo các góc dựa vào dữ kiện cho trước của bài toán

2. Để giải tam giác vuông, ta dùng hệ thức giữa cạnh và các góc của một tam giác vuông và sử dụng máy tính cầm tay hoặc bảng lượng giác để tính các yếu tố còn lại.

3. Các bài toán về giải tam giác vuông bao gồm:

i) Giải tam giác vuông khi biết độ dài một cạnh và số đo một góc nhọn.

ii) Giải tam giác vuông khi biết độ dài hai cạnh.

* *Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập sau:*

**Bài 1.** Cho tam giác  vuông tại có . Giải tam giác vuông  biêt rằng:

a)  b) .

**Bài 2**. Cho tam giác  vuông tại có . Giải tam giác vuông  biêt rằng:

a)  b) 

* *Học sinh tự luyện những bài tập sau tại lớp:*

**Bài 3.** Cho tam giác  vuông tại có . Giải tam giác vuông  biêt rằng:

a)  b) 

**Bài 4.** Cho tam giác  vuông tại có . Giải tam giác vuông  biêt rằng:

a)  b) 

**Dạng 2. Tính các cạnh và góc của tam giác**

*Phương pháp giải*: Làm xuất hiện tam giác vuông để áp dụng các hệ thức lượng trên bằng cách kẻ thêm đường cao.

* *Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập sau:*

**Bài 5.** Cho tam giác có và . Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC. Hãy tính:

a) Độ dài đoạn thẳng AN; b) Độ dài đoạn thẳng AC.

**Bài 6**. Cho tam giác , có . Hãy tính:

a) Chiều cao CH và cạnh AC b) Diện tích tam giac ABC.

* *Học sinh tự luyện những bài tập sau tại lớp:*

**Bài 7**. Cho tam giác có . Tính diện tích tam giác  (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Bài 8**. Cho tứ giác  có các đường chéo cắt nhau tại O. Cho biết . Tính diện tích tứ giác .

**C. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 9**. Cho tam giác  vuông tại có . Giải tam giác vuông  biêt rằng:

a)  b) 

**Bài 10**. Cho tam giác  vuông tại có . Giải tam giác vuông  biêt rằng:

a)  b) 

**Bài 11**. Cho tam giác  vuông tại . Giải tam giác  biết rằng:

a)  b)  c) 

**Bài 12**. Cho tam giác  có . Tính diện tích tam giác .

**Bài 13**. Cho tứ giác  có . Tính diện tích tứ giác **.**

**Bài 14**. Cho tam giác  vuông tại , có đường cao ; 

1. Tính ,.
2. Gọi  và  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  trên . Tứ giác  là hình gì?
3. Tính chu vi cà diện tích của tứ giác .

**Bài 15**. Cho tam giác  vuông tại  biết 

1. Giải tam giác vuông  (số đo góc làm tròn đến độ)
2. Từ  kẻ đường thẳng vuông góc với , đường thẳng này cắt đường thẳng  tại .

Tính độ dài các đoạn thẳng 

1. Gọi  lần lượt là hình chiếu của  trên và . Chứng minh 

## VẤN ĐỀ 7. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG (PHẦN II)

**A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

* Cho tam giác  vuông tại có . Ta có:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* Trong một tam giác vuông

Cạnh góc vuông = (cạnh huyền)  (sin góc đối) = (cạnh huyền)  (cos góc kề)

Cạnh góc vuông = (Cạnh góc vuông)  (tan góc đối) = (cạnh góc vuông còn lại)  (cot góc kề).

**B. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

**Dạng 3. Toán ứng dụng thực tế**

*Phương pháp giải:* Dùng hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông để giải quyết tình huống trong thực tế.

* *Giáo viên hướng dẫn học sinh giải các bài tập sau:*

**Bài 1.** Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài . Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng . Tính chiều cao của cột đèn.

**Bài 2**. Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là  và có độ cao là . Tính dộ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

* *Học sinh tự luyện các bài tập sau tại lớp.*

**Bài 3**. Một cột đèn có bóng trên mặt đất là . Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng . Tính chiều cao của cột đèn.

**Bài 4**. Một cột đèn điện  cao  có bóng in trên mặt đất là  dài . Hãy tính góc  (làm tròn đến phút) mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất.

**Dạng 4. Toán tổng hợp**

*Phương pháp giải*: Vận dụng linh hoạt một số hệ thức giữa cạnh và góc trong một tam giác vuông để giải toán.

* Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài tập sau:

**Bài 5**. Cho tam giác  vuông tại , có . Đường cao . Gọi , lần lượt là hình chiếu của  trên , .

1. Chứng minh  và tam giác  đồng dạng với tam giác .
2. Cho biết , . Tính độ dài đoạn thẳng .
3. Tính số đo góc  (làm tròn đến độ).
4. Tính diện tích tam giác 
* *Học sinh tự luyện bài tập sau tại lớp:*

**Bài 6.** Cho hình chữ nhật . Qua  kẻ đường thẳng vuông góc với đường chéo  tại . Gọi , ,  theo thứ tự là trung điểm của , , .

1. Chứng minh tứ giác  là hình bình hành.
2. Chứng minh .
3. Cho biết , . Tính  theo  và .
4. Tính độ dài đường chéo  theo  và .

**C. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 7**. Cho tam giác  vuông tại  biết , . Tính độ dài đường phân giác  của góc ,  nằm trên cạnh .

**Bài 8**. Cho tam giác  vuông tại , , .

1. Tính , .
2. Kẻ từ  các đường thẳng ,  lần lượt vuông góc với các đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc . Chứng minh  song song với  và .
3. Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác . Tính tỉ số đồng dạng.

**Bài 9**. Cho tam giác  vuông tại , có , đường cao . Gọi ,  lần lượt là hình chiếu của  trên , .

1. Chứng minh  và tam giác  đồng dạng với tam giác .
2. Cho biết , . Tính:
3. Độ dài đoạn thẳng .
4. Số đo  (làm tròn đến độ).
5. Diện tích tam giác .

**Bài 10**. Chứng minh:

1. Diện tích của một tam giác bằng nửa tích của hai cạnh nhân với của góc nhọn tạo bởi các đường thẳng chứa hai cạnh ấy.
2. Diện tích của một hình bình hành bằng tích của hai cạnh kề nhân với  của góc nhọn tạo bởi các đường thẳng chứa hai cạnh ấy.

## ÔN TẬP CHỦ ĐỀ 3

1. **TÓM TẮT LÝ THUYẾT**
2. **Hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông**

Cho tam giác  vuông tại , đường cao . Khi đó ta có các hệ thức sau:

*  hay 
*  hay 
*  hay 
*  hay 
* 

Hay 

*  (Định lý Pitago)
1. **Tỉ số lượng giác của góc nhọn**
* Cho góc nhọn  . Dựng tam giác vuông  sao cho . Từ đó ta có:

; ;;.

* Với góc nhọn  bất kỳ ta luôn có:

;  .

; ; ;

; ; 

* Nếu hai góc phụ nhau thì  góc này bằng côsin góc kia, tang góc này bằng côtang góc kia.
* **Bảng tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  Tỉ số |  |   |   |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  | 1 |  |
|  |  | 1 |  |

1. **Hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông**
* Cho tam giác  vuông tại  có , , . Ta có:









* Trong một tam giác vuông

Cạnh góc vuông  (cạnh huyền)( góc đối)

  (cạnh huyền)(cosin góc kề)

Cạnh góc vuông = (cạnh góc vuông) (tang góc đối)

= (cạnh góc vuông) (cotang góc kề)

1. **BÀI TẬP TỰ LUYỆN.**

**Bài 1**. Cho tam giác  vuông tại , đường cao . Trong các đoạn thẳng , , , , , , hãy tính độ dài các đoạn thảng còn lại nếu biết:

1.  và 
2.  và 
3.  và 

**Bài 2**. Cho tam giác  vuông tại ,  có đường cao  và ; .

1. Tìm độ dài các đoạn thẳng , ,  và .
2. Vẽ trung tuyến . Tìm số đo của góc .
3. Tính diện tích tam giác .

**Bài 3**. Cho tam giác  có đường cao, ,  và  .

1. Tính độ dài các đoạn thẳng  và .
2. Tính diện tích tam giác .

**Bài 4.**  Cho tam giác  vuông tại , đường cao , , .

1. Tính độ dài các đoạn thẳng  và 
2. Tính số đo các góc  và .
3. Đường phân giác trong góc cắt cạnh  tại . Tính độ dài các đoạn thẳng  và .

**Bài 5.** Cho tam giác nhọn  có đường cao . Từ  kẻ  vuông góc với  ( thuộc ) và kẻ  vuông góc với  ( thuộc ).

1. Chứng minh .
2. Cho biết , . Tính độ dài các đoạn thẳng  và .
3. Cho biết . Tính độ dài đoạn thẳng .

**Bài 6.** Tứ giác  vuông tại , , có  là đáy lớn, hai đường chéo  và  vuông góc với nhau tại .

1. Cho biết  và . Hãy:
2. Giải tam giác .
3. Tính độ dài các đoạn thẳng  và .
4. Kẻ  vuông góc với  tại . Tính diện tích tam giác . Từ đó tính diện tích tam giác .
5. Chứng minh .

**Bài 7.** Cho tam giác  biết , , .

1. Chứng minh tam giác  là tam giác vuông.
2. Vẽ đường cao . Hãy tính , .
3. Giải tam giác vuông .
4. Vẽ phân giác trong  của tam giác . Tính các độ dài các đoạn thẳng , .
5. Tính  trong các tam giác vuông  và . Từ đó suy ra .

**Bài 8.** Cho tam giác  vuông tại ,  và .

1. Tính độ dài các cạnh , .
2. Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho . Chứng minh .
3. Đường thẳng song song với phân giác góc  kẻ từ  cắt  tại . Chứng minh  .

**Bài 9.** Cho hình vuông  và điểm  tùy ý trên cạnh . Tia  vuông góc với  tại  cắt  kéo dài tại . Kẻ trung tuyến  của tam giác  và kéo dài cắt cạnh  tại .

1. Chứng minh .
2. Chứng minh các tam giác ,  đồng dạng và .
3. Cho , . Tính diện tích tam giác .
4.  kéo dài cắt  tại . Chứng minh  không phụ thuộc vào vị trí của điểm .

**Bài 10.** Không dùng máy tính, sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự từ bé đến lớn:

1. , ,  , , .
2. , , , , .

**Bài 11.** Không dùng máy tính, sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần:

1. , , , , .
2. , , , .

**Bài 12.** Cho  là góc nhọn.

1. Tính , ,  biết  .
2. Tính , ,  biết 
3. Cho . Tính , , .
4. Cho . Tính , , .

**Bài 13.** Một cột cờ cao  có bóng trên mặt đất dài . Tính góc  mà các tia sáng mặt trời tạo với mặt đất (làm tròn đến phút).

**Bài 14.** Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài , các tia sang mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ . Tính chiều cao của cột đèn.

**Bài 15.** a) Tính giá trị của biểu thức  .

b) Rút gọn biểu thức .

**Bài 16.** Cho . Hãy chứng minh các đẳng thức sau:

1. .
2. .
3. .

**Bài 17.** Cho . Hãy chứng minh các đẳng thức sau:

1. 
2. 
3. 

# ĐÁP ÁN

**VẤN ĐỀ 1**

**Bài 1.** Hình 1:  Hình 2:  ; Hình 3: 

**Bài 2.** 



**Bài 3**.

**Bài 4**. 

**Bài 5.** 

**Bài 6.** 





**Bài 7**. 

**Bài 8**. 

**Bài 9.** 

**Bài 10.** 



**Bài 11.** 

**Bài 12**. 

**Bài 13.** Đường cao:  ; Độ dài hai đoạn chia cạnh huyền: 

**Bài 14.** 

**Bài 15.** 

**VẤN ĐỀ 2**

**Bài 1.**  vì  chung và 

**Bài 2.**  là tam giác cân



**Bài 3.** 

b) Làm tương tự câu a) bài 1, có 

**Bài 4**.  đpcm

**Bài 5.** 



**Bài 6.** 

**Bài 7.** 



**Bài 8**. a)  là đường trung bình của 



**VẤN ĐỀ 3.**

**Bài 1.**  ; b) Chứng minh  là trung điểm của là trung điểm của 



**Bài 2.** 







**Bài 3.** 



**Bài 4.** Cạnh huyền:  ; các cạnh góc vuông:  và 

**Bài 5.** 

**Bài 6.** 

**Bài 7.** 



**Bài 8**. 

**Bài 9.** Tương tự bài 3

**Bài 10.** 

**Bài 11**. 

**Bài 12**. 







**VẤN ĐỀ 4.**

**BÀI 1.** 

**Bài 2.** 



**Bài 3.** a) Vì 



B**ài 4.** 

**Bài 5**. 

**Bài 6.** 

**Bài 7**. a) Vì 



**Bài 8.** 

**Bài 9**. 

**Bài 10**. 

**Bài 11.** 

**Bài 12.** 

**Bài 13.** 



**Bài 14.** 

 là hình chữ nhật vì 



**VẤN ĐỀ 5.**

**Bài 1.  Bài 2. **

****

**Bài 3. **

**Bài 4. **

****

**Bài 5**. Dựng một tam giác vuông có

a) Độ dài cạnh góc vuông là 3, cạnh uyền là 5, góc đối diện với cạnh góc vuông đó là 

b) độ dài cạnh góc vuông là 4, cạnh huyền là 7, góc giữa cạnh góc vuông va cạnh huyền đó là 

c) Độ dài hai cạnh góc vuông là 3 và 2, góc đối diện với cạnh góc vuông có độ dài 3 là 

d) Độ dài hai cạnh góc vuông là 5 và 6, góc đối diện với cạnh góc vuông độ dài 6 là góc 

**Bài 6**. Dựng một tam giác vuông có

a) Độ dài cạnh góc vuông là 2, cạnh huyến là 3, góc đối diện với cạnh góc vuông đó là góc 

b) Độ dài cạnh góc vuông là 2, cạnh huyền là 5 góc giữa cạnh góc vuông với cạnh huyền đó là góc 

c) Độ dài hai cạnh góc vuông là 3 và 2, góc đối diện với cạnh góc vuông có độ dài 3 là 

d) Độ dài hai cạnh góc vuông là 4 và 5, góc đối diện với cạnh góc vuông độ dài 5 là góc 

**Bài 7. **

**Bài 8. **

****

**Bài 9.** Dựng một tam giác vuông có

a) Độ dài cạnh góc vuông là 1, cạnh huyền là 2, góc đối diện với cạnh góc vuông đó là 

b) Độ dài cạnh góc vuông là 2, cạnh huyền là 3, góc giữa cạnh góc vuông và cạnh huyền đó là 

c) Độ dài hai cạnh góc vuông là 4 và 5, góc đối diện với cạnh góc vuông có độ dài 4 là góc 

d) Độ dài hai cạnh góc vuông là 4 và 5, góc đối diện với cạnh góc vuông có độ dài 4 là góc 

**Bài 10. **

****

**Bài 11. **

**Bài 12. **

**Bài 13.** Tương tự Bài 14, Vấn đề 4

**Bài 14.** 

**Bài 15.** Góc  là góc 







**VẤN ĐỀ 6.**

**Bài 1. **

****

**Bài 2. **

****

**Bài 3. **

****

**Bài 14. **

****

**Bài 5. **

**Bài 6. **

****

**Bài 7. **

**Bài 8. **

**Bài 9. **

****

**Bài 10. **

****

**Bài 11. **

****

****

**Bài 12. **

**Bài 13. **

**Bài 14.** 

 là hình chữ nhật



**Bài 15. **

****

****

**VẤN ĐỀ 7.**

**Bài 1.** Chiều cao 

**Bài 2.** Độ dài 

**Bài 3.** Chiều cao 

**Bài 4.** 

**Bài 5. **

****

****

**Bài 6.**  Vì 

 mà 





**Bài 7. **

**Bài 8.** 

 là hình chữ nhật  là hình chữ nhật 

 Tỉ số đồng dạng 

**Bài 9.** Tương tự bài 5

B**ài 10.** a) Giả sử tam giác  có  , kẻ đường cao  ta có

b)  là hình bình hành có 

**Bài 1. a) **

****

****

**Bài 2.** a) Đặt 



**Bài 3.** 



**Bài 4**. 





**Bài 5. **

****

****

**Bài 6.**

****

****

**Bài 7. a) Vì **

****

****

****

****

**Bài 8. **

****

****

**Bài 9. **

****

****

****

**Bài 10. **

****

**Bài 11. **

****

**Bài 12. **

****

****

****

**Bài 13. **

**Bài 14. **

**Bài 15. **

**Bài 16. **

****

****

**Bài 17. **

****

c) Biến đổi tương tự câu a