



Chương

Bài 2.

TỌA ĐỘ CỦA VECTO TRONG KHÔNG GIAN



A

Lý thuyết

1. Hệ tọa độ trong không gian.

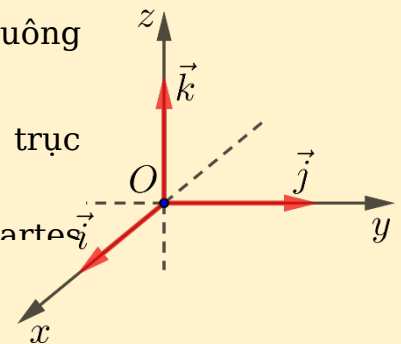


Định nghĩa:

Trong không gian, cho ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc.

» Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là ba vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz .

» Hệ ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Descartes.



2. Tọa độ của điểm và vectơ.



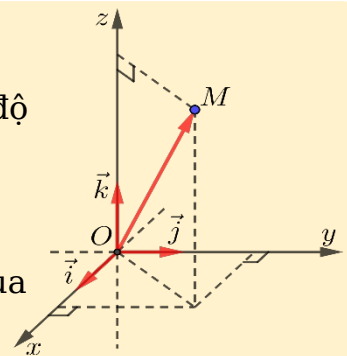
Tọa độ

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M .

» Nếu $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ thì ta gọi bộ ba số $(x; y; z)$ là tọa độ của điểm M đối với hệ trục tọa độ $Oxyz$.

» Viết $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$;

Trong đó x là hoành độ, y là tung độ, z là cao độ của



Tọa độ

Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$.

» Nếu $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ thì ta gọi bộ ba số $(a_1; a_2; a_3)$ là tọa độ của vectơ $\vec{a}$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$.

» Viết $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ hoặc $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$;

Trong đó a_1 là hoành độ, a_2 là tung độ, a_3 là cao độ của vectơ $\vec{a}$.



Các dạng bài tập

Dạng 1. Tọa độ điểm



Phương

» Nếu $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ thì $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$.

» Nếu $\vec{OM} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + m_3\vec{k}$ thì $\vec{OM} = (m_1; m_2; m_3) \Rightarrow M(m_1; m_2; m_3)$.

» Nếu $\vec{MO} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + m_3\vec{k}$ thì $\vec{MO} = (m_1; m_2; m_3) \Rightarrow M(-m_1; -m_2; -m_3)$.

(1) M thuộc các trục tọa độ:.....

$$M \in Ox \rightarrow M(x; 0; 0)$$

$$M \in Oy \rightarrow M(0; y; 0)$$

$$M \in Oz \rightarrow M(0; 0; z)$$

$$M \in (Oxy) \rightarrow M(x; y; 0)$$

$$M \in (Oxz) \rightarrow M(x; 0; z)$$

$$M \in (Oyz) \rightarrow M(0; y; z)$$

(2) M thuộc các mặt phẳng tọa độ:



Ví dụ 1.1.

Xác định tọa độ điểm M trong các trường hợp sau

(1) $\vec{MO} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$

(2) $\vec{OM} = 2\vec{OA} + \vec{i}$ với $A(2; -3; 1)$

👉 **Lời giải**

(1) $\vec{MO} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$

Ta có $\vec{OM} = -2\vec{i} + 3\vec{k}$. Do đó $M(-2; 0; 3)$.

(2) $\vec{OM} = 2\vec{OA} + \vec{i}$ với $A(2; -3; 1)$

Ta có $\vec{OM} = 2(2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}) + \vec{i} = 4\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k} + \vec{i} = 5\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$. Vậy $M(5; -6; 2)$.



Ví dụ 1.2.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-4; 3; -1)$ và $N(2; -1; -3)$. Tìm tọa độ của các vectơ $\vec{OM}, \vec{ON}$.

👉 **Lời giải**

Ta có: $M(-4; 3; -1)$ và $N(2; -1; -3)$.

Do đó, $\vec{OM} = (-4; 3; -1); \vec{ON} = (2; -1; -3)$.



Ví dụ 1.3.

Cho điểm $M(-2;5;3)$. Tìm hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục t .

Lời giải

Gọi:

$M'(x';y';z')$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Ox .

$M''(x'';y'';z'')$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oy .

$M'''(x''';y''';z''')$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oz .

Khi đó $M'(-2;0;0)$; $M''(0;5;0)$; $M'''(0;0;3)$.



Ví dụ 1.4.

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và vector $\vec{u}=(3;-4;2)$. Hãy biểu diễn theo các vector $\vec{i}, \vec{j}$ và $\vec{k}$ mỗi vector sau:

(1) $\vec{OA}$

(2) $\vec{u}$

Lời giải

(1) $\vec{OA}$

Vì điểm A có tọa độ là $A(1;2;-3)$ nên $\vec{OA}=(1;2;-3)$

Do đó, $\vec{OA}=1\vec{i}+2\vec{j}+(-3)\vec{k}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$.

(2) $\vec{u}$

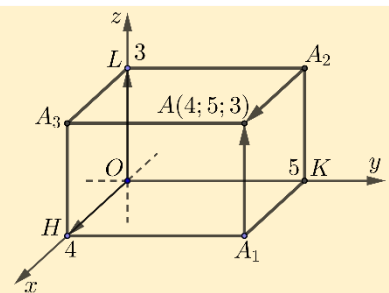
Vì $\vec{u}=(3;-4;2)$ nên $\vec{u}=3\vec{i}+(-4)\vec{j}+2\vec{k}=3\vec{i}-4\vec{j}+2\vec{k}$.



Ví dụ 1.4.

Trong không gian $Oxyz$, cho tọa độ $A(4;5;3)$ và vị trí các điểm $L;K;H;A_1;A_2;A_3$ như hình vẽ bên. Xác

định tọa độ của các vector $\vec{A_1A}, \vec{A_2A}, \vec{A_3A}$



Lời giải

Từ hình vẽ, ta có: $\vec{A_1A}=\vec{OL}$; $\vec{A_2A}=\vec{OH}$

Mà $L(0;0;3) \Rightarrow \vec{OL}=(0;0;3)$ và $H(4;0;0) \Rightarrow \vec{OH}=(4;0;0)$.

Do đó, $\vec{A_1A}=(0;0;3)$ và $\vec{A_2A}=(4;0;0)$.



Dạng 2. Tọa độ vectơ



Phương

Xét hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ ta có:

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

(1) Hai vectơ bằng nhau:

(2) $ABCD$ là hình bình hành $\vec{AB} = \vec{DC}$.



Ví dụ 2.1.

Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$

(1) Xác định tọa độ vectơ $\vec{a}$.

(2) Tìm $x; y; z$ để $\vec{b} = (x + 2y - z - 1; x - y + 3z + 1; 3x - y - z - 6)$ bằng $\vec{a}$.

Lời giải

(1) Xác định tọa độ vectơ $\vec{a}$.

Ta có $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k} = (3; 2; -1)$.

(2) Tìm $x; y; z$ để $\vec{b} = (x + 2y - z - 1; x - y + 3z + 1; 3x - y - z - 6)$ bằng $\vec{a}$.

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z - 1 = 3 \\ x - y + 3z + 1 = 2 \\ 3x - y - z - 6 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

Ta có



Ví dụ 2.2.

Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1; 1; 1), N(2; 3; 4), P(7; 7; 5)$. Tìm tọa độ điểm Q để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

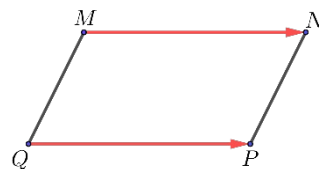
Lời giải

Ta có $\vec{MN} = (1; 2; 3), \vec{QP} = (7 - x_Q; 7 - y_Q; 5 - z_Q)$.

$MNPQ$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \vec{MN} = \vec{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 7 - x_Q \\ 2 = 7 - y_Q \\ 3 = 5 - z_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = 6 \\ y_Q = 5 \\ z_Q = 2 \end{cases}$$

Vậy $Q(6; 5; 2)$.





Ví dụ 2.3.

Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;3;-2), B(3;-2;4), D(5;2;4), D'(4;1;2)$. Tìm tọa độ đỉnh C' .

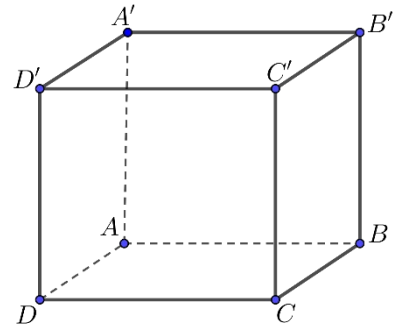
Lời giải

Ta có $\begin{cases} BC \parallel AD \\ \vec{BC} = \vec{AD} \\ BC \text{ cùng phương } AD \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{BC} = \vec{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 3 = 4 \\ y_C + 2 = -1 \\ z_C - 4 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 7 \\ y_C = -3 \\ z_C = 10 \end{cases} \Rightarrow C(7; -3; 10)$$

Và $\begin{cases} CC' \parallel DD' \\ \vec{CC'} = \vec{DD'} \\ CC' \text{ cùng phương } DD' \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{CC'} = \vec{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} - 7 = -1 \\ y_{C'} + 3 = -1 \\ z_{C'} - 10 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} = 6 \\ y_{C'} = -4 \\ z_{C'} = 8 \end{cases} \Rightarrow C'(6; -4; 8)$$





Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

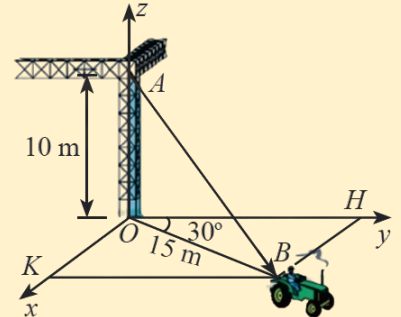
<https://www.vnteach.com>

▣ Dạng 3. Bài toán thực tế



Ví dụ 3.1.

Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình bên dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m . Tìm tọa độ của vector $\vec{AB}$.



👉 Lời giải

$\triangle OBH$ vuông tại H , có $\angle HOB = 30^\circ$

$$OB = 15 \Rightarrow OH = OB \cdot \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

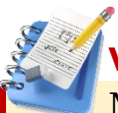
$$BH = OB \cdot \sin 30^\circ = \frac{15}{2} \Rightarrow OK = \frac{15}{2}$$

Ta có $\vec{OA} = 10\vec{k}$, $\vec{OH} = \frac{15\sqrt{3}}{2}\vec{j}$, $\vec{OK} = \frac{15}{2}\vec{i}$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \vec{OH} + \vec{OK} - \vec{OA} = \frac{15}{2}\vec{i} + \frac{15\sqrt{3}}{2}\vec{j} - 10\vec{k}$$

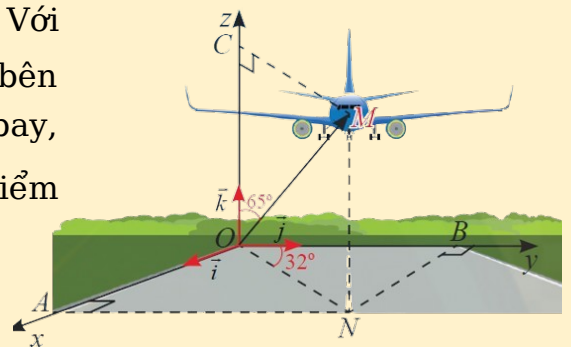
Khi đó

$$\Rightarrow \vec{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10 \right).$$



Ví dụ 3.2.

Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $\angle NOB = 32^\circ$, $\angle MOC = 65^\circ$. Tìm tọa độ điểm



👉 Lời giải

» $\triangle DKCM$ vuông tại C có $OC = OM \cdot \cos 65^\circ = 14 \cdot \cos 65^\circ \approx 5,9$

và $CM = OM \cdot \sin 65^\circ = 14 \cdot \sin 65^\circ \approx 12,7$.

$ON = CM$, $AN = OB$

» $\triangle DOAN$ vuông tại A có $OA = ON \cdot \cos 58^\circ = 12,7 \cdot \cos 58^\circ \approx 6,7$

và $AN = ON \cdot \sin 58^\circ = 12,7 \cdot \sin 58^\circ \approx 10,8$.



$$\vec{OM} = OA.\vec{i} + OB.\vec{j} + OC.\vec{k} = 12,7\vec{i} + 10,8\vec{j} + 5,9\vec{k}$$

Vậy $M(12,7;10,8;5,9)$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vn teach.com>